

유한 전력 추력기를 사용하는 우주비행체의
동일 평면상에서의 랑데뷰시 공기저항의 영향

맹길영 · 최규홍

연세대학교 천문우주학과

THE EFFECT OF AIR DRAG IN OPTIMAL POWER-LIMITED
RENDEZVOUS BETWEEN COPLANAR LOW-EARTH ORBITS

Gil-Young Maeng and Kyu-Hong Choi

Department of Astronomy, Yonsei University

email; gylmaeng@galaxy.yonsei.ac.kr, kychoi@galaxy.yonsei.ac.kr

(Received April 30, 1998; Accepted May 15, 1998)

요 약

유한 전력 추력기를 사용하는 저 궤도의 우주비행체가 다른 저 궤도의 우주비행체와 랑데뷰할 때 공기저항의 영향을 연구하였다. 공기의 밀도는 지수 함수적으로 감소한다고 가정하였고 능동 비행체의 주차 궤도는 6655.935km의 반경을 갖는 원 궤도, 수동 비행체의 궤도는 7321.529km의 원 궤도로 가정하였다. 능동 비행체의 궤적, 소모된 연료의 양, 추력 가속도의 크기를 비교한 결과, 저 궤도의 우주비행체간의 랑데뷰시 연료의 최적화 문제에 공기저항이 무시할 수 없는 영향을 미친다는 결론을 내릴 수 있었다. 그리고 능동 비행체가 360°이상의 각으로 회전하는 경우일 때 공기저항의 효과가 더 크게 나타난다는 결론을 얻었다.

ABSTRACT

The effect of air drag was researched when a low-earth orbit spacecraft using power-limited thruster rendezvoused another low-earth orbit spacecraft. The air density was assumed to decrease exponentially. The radius of parking orbit was 6655.935 km and that of target orbit was 7321.529 km. From the trajectories of active vehicles, the fuel consumption and the magnitude of thrust acceleration, we could conclude that the effect of air drag had to be considered in fuel optimal rendezvous problem between low-earth orbit spacecrafts. In multiple-revolution rendezvous case, the air drag was more effective.

1. 서 론

랑데뷰란 주어진 시간에 서로 다른 궤도에 있는 두 개의 우주비행체가 만나도록 비행체의 궤도를 제어하는 작업을 뜻한다. 우주비행체의 수명을 좌우하는 가장 큰 변수는 우주비행체에 탑재되어 있는 연료의 양이므로 우주비행체 사이의 랑데뷰를 시도할 때 사용되는 연료의 양을 최소화하는 것은 매우 중요하다. 랑데뷰하는 비행체의 연료를 최적화하는 방법은 비행체가 사용하는 추력기의 종류에 따라 다르므로 우주비행체의 랑데뷰시 연료의 최적화 문제는 고 추력기(high thruster)를 사용하는 경우와 저 추력기(low thruster)를 사용하는 경우로 나누어져 연구되어 왔다. 고 추력기란 순간적으로 매우 큰 추력을 발생시키는 추력기로 순간 추력기(impulsive thruster)라고 말할 수 있고 저 추력기란 작은 추력을 지속적으로 발생시키는 추력기로 도달 가능한 최대 추력이 제한이 있는 유한 추력기(thrust-limited thruster)와 추력기를 작동시키는 전력에 제한이 있는 유한 전력 추력기(power-limited thruster)의 두 종류가 있다.

고 추력기를 사용하는 비행체의 랑데뷰는 임의의 두 원 궤도 사이의 랑데뷰 문제(Prussing & Chiu 1986)와 임의의 타원 궤도 사이의 랑데뷰 문제(Wellnitz & Prussing 1987) 등이 연구되었고 저 추력기를 사용하는 비행체의 랑데뷰는 우주비행체와 화성간의 랑데뷰 문제(Melbourne & Sauer 1963)와 선형화를 이용하여 해석적인 방법으로 해를 구하는 문제(Gobertz 1965) 등이 연구되었다. 그러나 현재 까지 진행된 랑데뷰 연구는 지구를 점 질량으로 가정하고 공기의 저항 및 기타의 섭동을 무시한 가장 단순한 모델을 사용한 연구였다. 따라서 본 연구는 저 궤도의 우주비행체가 유한 전력 추력기를 사용하여 랑데뷰할 때, 공기저항의 영향을 고려하여 연료의 최적화를 시도하였다. 그리고 공기저항을 고려하지 않은 경우와 비교하여 공기저항의 영향을 조사 하였다.

공기저항의 효과를 고려하기 위해 공기의 밀도는 지수 함수적(exponential)으로 감소한다고 가정하였다. 기준 고도는 300km로 결정했고, 기준 고도에서의 대기 밀도는 $1.916 \times 10^{-11} \text{ kg/m}^3$, Scale height값은 44km로 사용하였다.

2. 운동방정식

중력 가속도를 $\mathbf{g}(\mathbf{r})$, 추력 가속도의 크기를 Γ , 추력의 방향을 나타내는 단위벡터를 \mathbf{u} , 그리고 공기저항에 의한 감속을 \mathbf{d} 라고 한다면 중력장 안에서 운동하는 우주비행체의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{d} + \Gamma \mathbf{u} \quad (2)$$

항력 계수를 C_D , 비행체의 단면적을 A , 공기 밀도를 ρ 라고 한다면, \mathbf{d} 는 다음과 같이 표현된다.

표 1. 수동 비행체의 초기 위치 및 랑데뷰 시간.

	Case1	Case2	Case3
궤도반경(km)	7321.529	7321.529	7321.529
위상각(degree)	40	60	115
랑데뷰 시간(초)	5404	8106	13510

$$\mathbf{d} = -\frac{C_D A \rho v}{2m} \mathbf{v} \quad (3)$$

유한 전력 추력의 경우 비용함수(performance index)는 다음과 같이 표현되므로(Prussing 1993)

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \Gamma^2 dt \quad (4)$$

Hamiltonian은 다음과 같다.

$$H = \frac{1}{2} \Gamma^2 + \lambda_r \cdot \mathbf{v} + \lambda_v \cdot (\mathbf{g} + \mathbf{d} + \Gamma \mathbf{u}) \quad (5)$$

λ_r 과 λ_v 는 라그랑지 미정 계수(Lagrange multiplier)를 의미한다. 이 식을 이용하여 costate equation을 구하면,

$$\dot{\lambda}_r = -(\mathbf{G}(\mathbf{r}) - \mathbf{D}_r^T) \lambda_v \quad (6)$$

$$\dot{\lambda}_v = -\lambda_r - \mathbf{D}_v \lambda_v \quad (7)$$

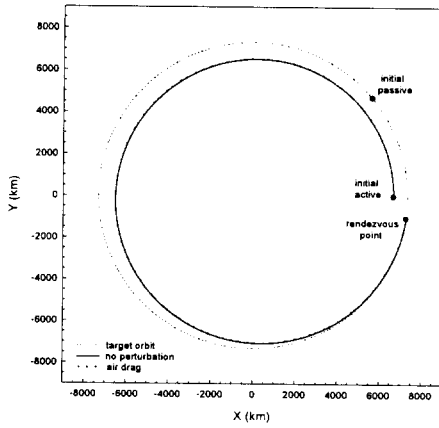
이 된다. 이 식에서 $\mathbf{G}(\mathbf{r})$ 는 중력 구배 행렬(gravity gradient matrix)을 의미하며(Prussing & Conway 1993), \mathbf{D}_r , \mathbf{D}_v 는 \mathbf{d} 벡터를 \mathbf{r} 벡터와 \mathbf{v} 벡터에 대해 편미분하여 만들어진 행렬을 의미한다.

3. 초기조건

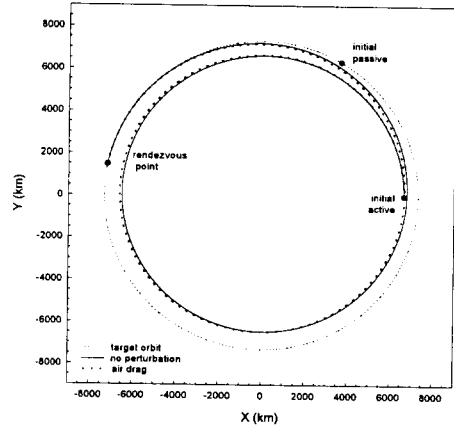
두 개의 우주비행체가 랑데뷰할 때 추력기를 사용하는 비행체를 능동 비행체(active vehicle)라고 하고 추력기를 사용하지 않는 비행체를 수동 비행체(passive vehicle)라고 한다. 초기 조건으로 능동 비행체의 주차 궤도(parking orbit)는 6655.935km의 원 궤도 상에 있다고 가정했고 수동 비행체는 주차 궤도 반경의 1.1배인 7321.529km의 반경을 갖는 원 궤도 상에 있다고 가정하였다.

표 2. 연료 소모량 및 공전 회수.

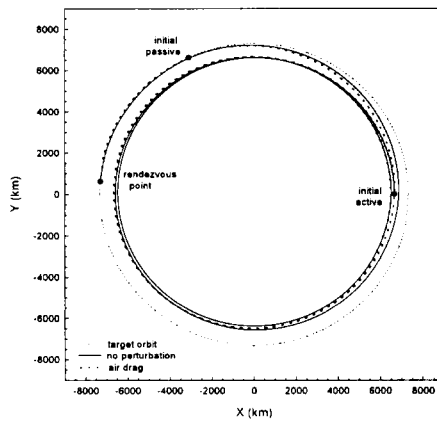
	Case1	Case2	Case3
공기저항이 없을 때의 연료 소모량(kg)	13.471	6.499	5.602
공기저항을 고려했을 때의 연료소모량(kg)	13.990	7.298	6.389
공전 회수	0	1	2



(Case 1)

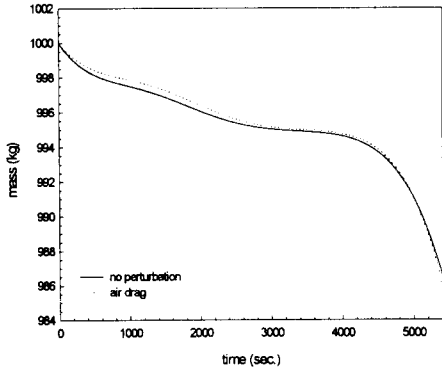


(Case 2)

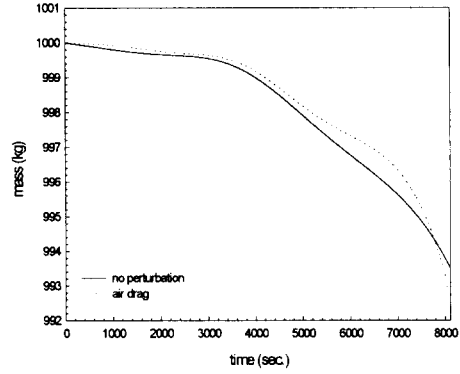


(Case 3)

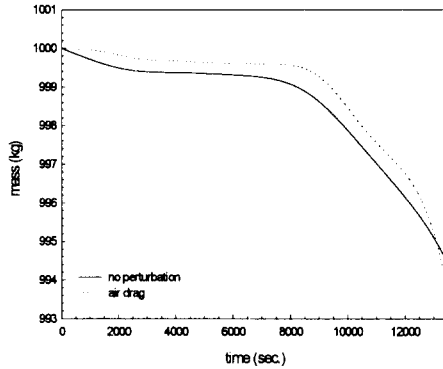
그림 1. 능동 비행체의 궤적.



(Case 1)



(Case 2)

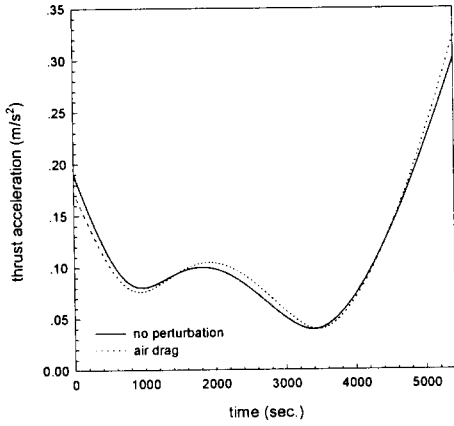


(Case 3)

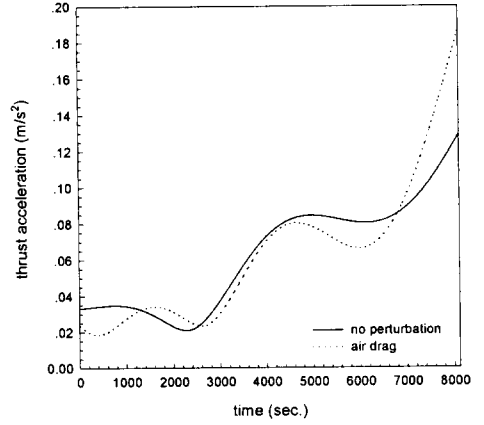
그림 2. 연료 소모량.

표 1은 수동 비행체의 초기 위치와 랑데뷰 시간을 나타낸 것이다. 이 표에서 위상각이란 랑데뷰 시작 시점에서 두 비행체가 지구 중심을 기준으로 이루는 각을 능동 비행체의 위치로부터 반 시계방향으로 측정한 각을 의미한다.

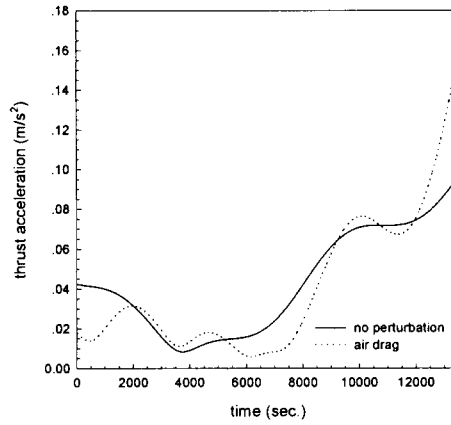
능동 비행체의 초기 질량은 1000kg, 단면적은 $40m^2$ 로 가정하였고 도달 가능한 최대 전력은 $3 \times 10^6 W$ 로 가정하였다. 그리고 항력 계수는 2.2의 값을 사용하였다.



(Case 1)



(Case 2)



(Case 3)

그림 3. 추력 가속도의 크기.

4. 결 과

랑데뷰에 사용된 연료의 양은 표 2에 제시되어 있다. 표 2에서 제시된 공전 회수는 랑데뷰 기간에 능동 비행체가 공전한 회수를 의미한다. 세 경우는 각각 공전회수가 0, 1, 2인 경우로서 공전회수가 0이라는 것은 능동 비행체가 360°이내의 회전으로 랑데뷰하는 경우를 말한다.

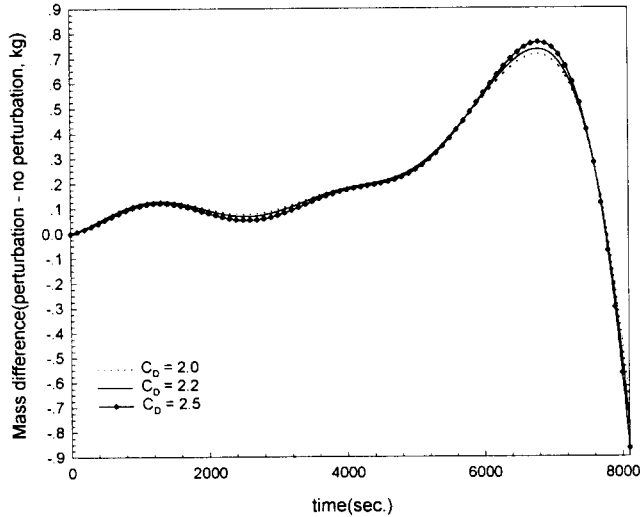


그림 4. 항력 계수의 변화에 따른 연료 소모량의 차이.

그림 1은 능동 비행체의 랑데뷰 궤적을 나타내는 그림이다. 이 그림에서 바깥쪽의 점선은 수동 비행체의 궤도를 나타낸다. 그리고 그림 2는 시간에 따른 질량 변화량을 나타내는 그림이며 그림 3은 시간에 따른 추력 가속도의 변화량을 나타내는 그림이다. 이상의 그림들을 살펴보면 공전 회수가 0인 첫 번째 경우보다 1회 이상의 공전을 하는 두 번째, 세 번째 경우에서 공기저항의 효과가 크게 나타남을 알 수 있다.

시간에 따른 질량의 감소 추세를 살펴보면, 공기저항의 효과는 랑데뷰 시작 시점에서부터 랑데뷰가 지속되는 대부분의 시간까지 질량 감소 추세를 약화 시켜서 공기저항을 고려하지 않았을 때보다 더 적은 양의 연료를 소모하게 하지만 랑데뷰 종료 시점 근처에서 급격한 연료 소모를 가져와서 최종 연료 소모량은 더 많아진다. 시간에 따른 추력 가속도의 변화 추세도 이 사실을 반영하는데, 랑데뷰 종료 시점 근처를 제외한 대부분의 기간에 공기저항을 고려하지 않은 경우의 추력 가속도의 크기가 공기저항을 고려한 경우보다 더 크게 나온다. 이런 현상은 공기저항이 질량의 제공에 비례한다는 사실로 설명할 수 있다. 공기의 밀도가 높은 주차 궤도 근처에서는 추력을 작게 사용하여 비행체의 속도를 줄여 공기저항의 효과를 적게 하고 공기의 밀도가 상대적으로 낮은 수동 비행체의 궤도 근처에서 속도를 크게 하여 초기에 부족했던 속도를 보충하는 것이 연료 소모를 최소화하는 방법이기 때문에 이와 같은 결과가 나온 것이다.

항력 계수는 비행체를 구성하는 물질과 비행체의 모양에 의해 결정되므로 실험을 통해 결정하며 보통 2.0에서 2.5사이의 값이 사용되고 있다. 표 3은 case2에 대해 항력 계수를 각각 2.0, 2.2, 2.5로 사

표 3. 항력 계수에 따른 연료소모량.

항력 계수	2.0	2.2	2.5
연료 소모량(kg)	7.209	7.298	7.398

용하였을 경우의 연료 소모량을 제시한 것이고 그림 4는 각각의 항력 계수의 값에 따른 연료 소모량을 공기저항을 고려하지 않았을 경우의 연료 소모량으로 뺀 값이다. 표 3과 그림 4를 보면 항력 계수에 의한 차이는 크게 나타나지 않음을 알 수 있다.

5. 결 론

저 궤도의 우주비행체간의 랑데뷰에서 공기저항의 효과는 무시할 수 없다는 결론을 내릴 수 있었다. 특히 능동비행체가 360°이상의 공전을 하여 랑데뷰하는 경우에, 공기저항은 더욱 더 큰 영향을 미친다. 공기저항으로 인해, 연료의 최적화를 위해 추력을 주는 방법도 공기저항을 고려하지 않은 경우와는 큰 차이가 있으므로 저 궤도의 우주비행체간의 랑데뷰시 연료를 최적화하는 문제를 보다 현실적인 방법으로 해결하기 위해서는 반드시 공기 저항의 효과를 고려해야 한다.

참고문헌

- Gobertz, F. W. 1965, J. of Astronautical Sciences, 12, 69
 Melbourne, W. G. & Sauer, C. G., Jr. 1963, AIAA, 1, 54
 Prussing, J. E. 1993, AAS 93-147, 639
 Prussing, J. E. & Chiu, J. H. 1986, J. of Guidance, Control, and Dynamics, 9, 17
 Prussing, J. E. & Conway, B. A. 1993, Orbital Mechanics (Oxford Univ. Press: New York), pp.139-142
 Wellnitz, L. J. & Prussing, J. E. 1987, AAS 87-539, 1501