

수학 영재 판별 도구 개발

-수학 창의적 문제 해결력 검사를 중심으로-

김 흥 원/(한국교육개발원)

I. 서 론

한국교육개발원에서는 1998년부터 초, 중, 고등학교 현장에서 활용될 수 있는 수학 영재 판별 도구인 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구를 개발하였다. 검사 도구는 초등학교 2-3학년용, 초등학교 4-6학년용, 중학교 1-3학년용, 고등학교 1-2학년용 4수준으로 개발되었으며, 각 수준에서 A, B 두가지 유형의 검사 도구가 개발되었다. 검사 도구는 학년별로 상위 15-20% 정도의 우수한 수학적 능력을 지닌 학생들을 대상으로 하여 만들어졌다.

A, B형 검사 도구는 1부, 2부 검사로 구성되었다. 1부 검사는 다양한 답을 요구하는 문항들로 구성되었으며, 2부 검사는 한 가지 정확한 답을 요구하는 문항들로 구성되었다. 2부 검사는 대부분 단답형 문항들로 구성되었으며, 중, 고등학교의 2부 검사에는 각각 1개와 2개의 서술형 문항이 포함되었다. 1부 검사를 통해서는 수학적 창의성(수학적 융통성, 유창성, 독창성)을 측정했으며, 2부 검사를 통해서는 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 공간화/시각화 능력, 수학적 추상화 능력, 수학적 추론 능력(귀납적 사고 능력과 연역적 사고 능력), 일반화 및 적용 능력, 반성적 사고 능력과 같은 수학적 사고 능력을 측정했다.

본 검사 결과 문항별 양호도(문항 반응 이론에 근거한 난이도, 변별도, 적합도)와 검사 도

구의 신뢰도는 적절한 것으로 나타났다. 수학 창의적 문제 해결력 검사 결과와 수학 경시 대회 결과를 비교, 분석한 결과, 수학 창의적 문제 해결력 검사는 수학 영재성을 양호하게 판별하는 것으로 나타났다. 1부 검사 점수, 2부 검사 점수, 수학 성적, 지능지수, 융통성, 유창성, 독창성 점수 간의 상관 관계도 분석되었다. 상관관계 분석 결과, 1부 검사와 2부 검사에서 측정하고자 하는 능력, 지능, 수학 성적은 서로 적절히 상관을 맺으며, 구분되는 능력으로 나타났다.

본 검사의 기준은 원점수와 백분위 점수로 작성하였다. 전체 기준, 성별 기준, 학년별 기준을 작성하였으며, 1부 검사에서는 융통성, 유창성, 독창성과 같은 수학적 창의성 영역별로도 기준을 작성하였다.

1부, 2부 검사는 각기 다른 수학적 능력을 측정하므로 두 검사 점수를 종합하여 수학 영재를 선발하기 보다, 각각의 검사에서 우수한 능력을 나타내는 학생들을 선발할 것을 제안하였다.

II. 연구의 필요성 및 목적¹⁾

교육은 학생 개개인이 지닌 잠재력을 최대한 계발, 발현시켜야 한다. 그러나 우리 학교는 이러한 교육을 실천하지 못했으며, 특히 뛰어난 능력을 지닌 영재들에 대해서는 더욱 그러했다.

영재 교육은 우수한 개인이 지닌 능력의 발현이라는 점에서 뿐만 아니라, 국가 경쟁력의 제고라는 점에서 현재 여러 국가들이 많은 노력을 기울여 실시하고 있다. 따라서 '95년도의 5.31 교육개혁안에서도 영재 교육의 중요성을 인식하여 학교 교육에서 영재 교육을 강화할 것을 제안하였다. 이러한 노력에 힘입어 '96년도부터 각급 학교에서 조기 진급 및 졸업 제도가 적용되고 있으며, 일부 교육청에서는 초, 중학생을 대상으로 하여 지역 공동 영재반을 설치, 운영하고 있다. 또 작년에는 과기원이 대전에서 영재들을 선발·지도하였으며, 올해부터는 전국 9개 대학에서 국가의 재정적 지원을 받아 영재교육센터를 설립, 영재아들을 선

1) 한국교육개발원은 교육부의 지원을 받아 1996-97년의 2개년도에 걸쳐 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구를 개발하였다(김홍원, 김명숙, 송상현, 1996; 김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주 1997). 이 글에 제시된 내용은 이 연구의 내용 중에서 일부를 요약한 것이며, 수학 경시 대회 관련 내용은 새롭게 수집된 자료를 분석하여 제시한 것이다.

발·지도하고 있다.

수학은, 과학과 함께, 영재 교육이 매우 강조되는 학문 분야이며, 학교에서 영재 교육을 실천하는 경우, 항상 그 대상이 된다. 이는 수학 영재성은 다른 분야에서와 달리 그 능력이 조기부터 뚜렷하게 발현, 확인되어, 교육될 수 있으며, 수학이 인접 학문에 미치는 영향이 크기 때문이다. 크루테스키(Krutetskii)는 수학 영재성이 3-5세부터 나타난다고 말하고 있고, 수학 분야에서의 노벨상이라는 필드(field) 상에서는 수상 연한을 40세 이하로 제한하고 있는데, 이는 수학 분야에서의 영재성은 조기 발굴되고, 교육되는 것이 매우 중요함을 시사하고 있다.

수학 영재를 발굴, 교육하기 위해서는 수학 영재성의 개념을 바르게 정립하고, 수학 영재성을 신뢰롭고 타당하게 측정하는 검사 방법과 도구들이 필요하다. 우리 나라에서 수학 영재성을 판별하는 방법은 일반적으로 일부 기관이나 단체에서 수행하는 경시 대회, 이러한 경시 대회에서 선발된 소수 학생들을 대상으로 실시되는 올림피아드 여름·겨울 학교, 그리고 단위 학교에서 수행하는 경시 대회나 모의 고사이다. 이러한 방법, 도구들도 수학 영재성을 판별할 수 있는 것이나, 수학 성적이 매우 우수한 극히 일부분의 학생들만을 대상으로 하기 때문에 보다 많은 학생들의 수학 영재성을 확인하지 못하고 있고, 또 이러한 활동들에서 사용된 검사 도구가 얼마나 신뢰롭게 타당하게 수학 영재성을 측정하는지에 대해서도 연구, 발표된 바가 없다. 즉 많은 학생들을 대상으로 하여 얻어진 보다 객관적이고 표준화된 정보에 근거해서 수학 영재성을 판별할 수 없다는 문제점을 지니고 있다. 우리 나라에서 과학 영재 판별의 중요성은 오랜 전부터 인식되어, 과학 영재 판별 도구 개발에 관한 연구가 이루어졌으나(한종하외, 1985; 박문태, 임선하, 손영숙, 1986; 조석희, 김양분, 1988, 1989; 조석희, 김명숙, 1993), 수학 영재 판별 도구와 관련해서는 이루어진 연구가 없다. 수학 영재 판별과 관련해서 최근에 이루어진 연구로는 송상현(1998)을 들 수 있다. 그러나 이 연구는 수학 영재성의 구성 요소를 확인하고, 이러한 요소를 측정할 수 있는 검사 도구의 예시를 개발하였으나, 각급 학교에서 실제로 활용해서 수학 영재를 판별할 수 있는 검사 도구를 개발하지는 않았다. 따라서 초, 중, 고등학생들에게 실제로 적용해서 보다 객관적이고 신뢰롭고 타당하게 수학 영재성을 판별할 수 있는 검사 도구의 개발이 필요한 실정이다. 이러한 필요성에 따라 한국교육개발원에서는 초, 중, 고등학생에게 적용될 수 있는 수학 영재 판별 도구인 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구를 개발하였다.

Ⅲ. 수학 영재성과 수학 창의적 문제 해결력

본 연구에서 설정한 수학 영재성과 수학 창의적 문제 해결력의 개념은 다음과 같다.

1. 수학 영재성

『수학 영재는 수학 영역에서 뛰어난 업적을 이루었거나 이를 것으로 예상되는 사람으로, 정규 학교 프로그램 이상의 특별한 교육 프로그램과 서비스를 필요로 하는 사람이다. 수학 영재의 판별은 전문가에 의해 이루어진다. 수학 영재는 수학적 사고 능력, 수학적 과제 집착력, 수학적 창의성, 배경 지식의 요인에서 평균 이상의 높은 능력을 지닌다.』

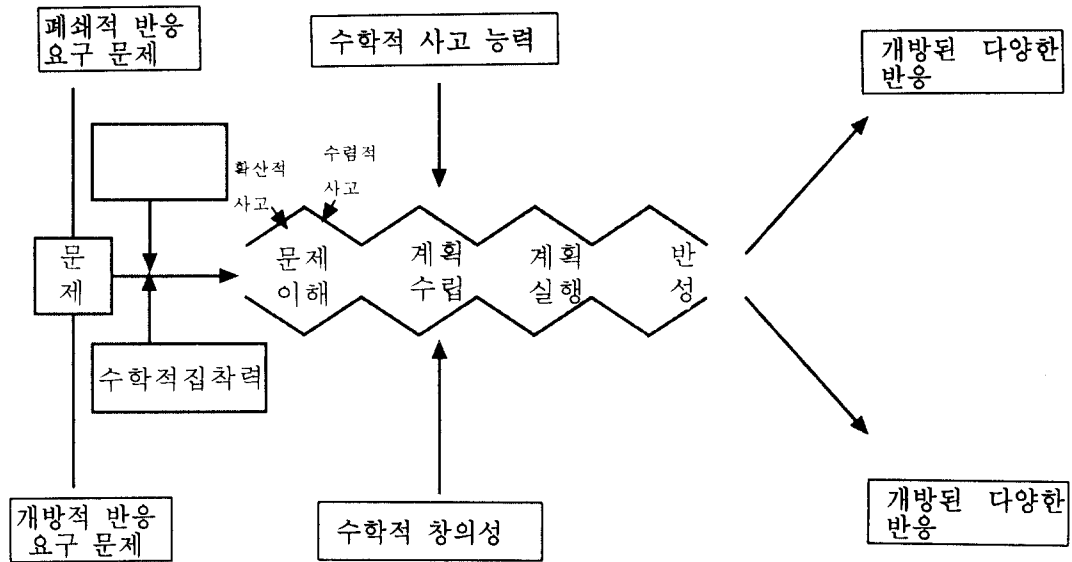
- 수학적 사고 능력 : 수학적 문제를 이해하고 해결하는데 기본적으로 요구되는 사고 능력을 의미하여, 다음과 같은 하위 능력들이 포함된다 : ① 직관적 통찰 능력, ② 정보의 조직화 능력, ③ 공간화/시각화 능력, ④ 수학적 추상화 능력, ⑤ 수학적 추론 능력(연역적 사고 능력, 귀납적 사고 능력), ⑥ 일반화 및 적용 능력, ⑦ 반성적 사고 능력.
- 수학적 과제 집착력 : 일정 시간 동안 끈기 있게 수학 문제에 몰두하는 능력으로, 수학에 대한 흥미와 태도, 인내심, 지속성, 집중성, 자신의 능력에 대한 믿음, 자기-신뢰감 등과 관련을 맺는다.
- 수학적 창의성 : 수학적 문제를 창의적으로 해결하는 능력을 의미하며, 다음과 같은 능력들이 포함된다 : ① 유창성, ② 융통성, ③ 독창성, ④ 정교성
- 배경 지식 : 배경 지식은 수학 문제를 해결하는데 필요한 수학적 지식과 다른 영역의 지식을 의미한다. 지식에는 사실적 지식과 절차적 지식이 포함된다. 일반적으로 배경 지식은 수학적 지식을 의미한다. 그러나 특수한 경우, 수학적 지식 이외의 지식(과학적, 언어적, 사회적, 예술적 지식 등)이 수학 문제를 해결하는데 많은 영향을 미칠 수 있다. 창의적인 문제 해결의 경우에 더욱 그러하다.』

2. 수학 창의적 문제 해결력

수학 영재아는 수학 창의적 문제 해결력(MCPSA : Mathematical Creative Problem

Solving Ability)이 뛰어난 학생이다. 수학 창의적 문제 해결력은 기존에 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법들을 새롭게 관련지어 수학 문제를 해결하거나, 자신이 새롭게 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 창안하여 수학 문제를 해결하는 능력이다.

수학 창의적 문제 해결력 개념 모형을 그림으로 제시하면 (그림 1)과 같으며, 이에 대한 설명을 제시하면 다음과 같다.



(그림 1) 수학 창의적 문제 해결력 개념 모형

◇ 수학 창의적 문제 해결 과정은 문제 이해 - 계획 수립 - 계획 실행 - 반성의 4 단계 과정으로 구성되며, 수학 창의적 문제 해결력은 4 단계 과정에 ‘수학적 사고 능력’, ‘수학적 창의성’, ‘수학 문제에 대한 과제 집착력’, ‘배경 지식’이 작용하여 이루어진다.

◇ 수학 창의적 문제 해결력은 문제 해결의 각 단계에서 수렴적 사고와 확산적 사고가 함께 작용하여 나타나며, ‘폐쇄된 정확한 반응’이나 ‘개방된 다양한 반응’을 요구하는 한가지 유형의 문제보다, 두 가지 유형의 문제를 사용해서 측정할 때 더욱 잘 측정될 수 있다.

◇ 폐쇄된 정확한 반응을 요구하는 문제라도, 학생이 기존에 알고 있지 않은 새로운 방법을 고안, 적용해서 풀 것을 요구하거나 서로 다른 내용 영역의 원리들을 새롭게 관련시켜 해결할 것을 요구한다면, 그 문제는 창의적 문제 해결력을 측정하는 문제로 간주될 수 있다.

3. 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구의 성격

가. 대상

문제가 어렵기 때문에, 지능이나 학교의 수학 성적이 높은 학생, 또는 교사가 수학적 재능이 뛰어나다고 인정하는 학생을 해당 학년 학생의 15-20% 범위 내에서 선정하여 시험을 치루도록 하였다. 초등학교 2-3학년의 경우, 그 비율을 보다 넓게 잡을 수 있다.

나. 측정하고자 하는 하위 능력과 내용

검사 도구에서 포함하는 사고 능력과 내용 영역은 <표 1>과 같다. 문항 수의 제한 때문에 한 검사 도구에서 표에 제시된 모든 사고 능력과 내용을 측정하지 않는다. 수준별, 그리고 검사유형별(A, B형)로 포함된 관련 사고 능력과 내용 영역들은 조금씩 다르다. 초등학교 2-3학년용 A형

검사에 포함된 수학적 사고 능력, 수학적 창의성, 내용 영역을 예로 제시하면 <표 1>과 같다.

관련 사고 능력을 간략하게 설명하면 다음과 같다.

수학적 사고능력

- (1) 직관적 통찰 능력 : 주어진 정보나 조건들 사이의 관계나 구조의 본질적인 핵심을 직감적으로 파악해 내며, 문제 해결의 결정적 단서를 순간적으로 떠오르게 하는 능력
- (2) 정보의 조직화 능력 : 주어진 문제에서 필요한 정보를 수집하고, 문제 해결의 전략을 사용할수 있도록 이를 분류하고 조직하는 능력
- (3) 공간화/시각화 능력 : 주어진 공간적 정보를 머리 속에서 가시화하여 그려 볼 수 있는 능력
- (4) 수학적 추상화 능력 : 비구조화된 수학적 문제 상황을 적당한 수학적 개념이나 수학적 상징 기호나 수식, 그림 등으로 표현함으로써 형식화 해내는 능력
- (5) 수학적 추론 능력 : 귀납과 연역 등의 방법을 통해 체계적으로 추론, 추측해 내는 능력.
- (6) 일반화 및 적용 능력 : 수학적인 문제를 해결하는 과정에서 수나 문자, 기호로 표현된 수적, 공간적 대상이나 관계, 공식 등을 빠르고 광범하게 조작하여 일반화시키고, 더 나아가 얻은 결과를 유사하거나 다른 상황의 새로운 문제에까지 확장하여 적용하는 능력
- (7) 반성적 사고 능력 : 문제 해결의 전 과정에서 나타나는 메타인지적 사고로, 문제 해결의 과정, 결과와 자신의 사고를 점검하고 반성하는 사고

<표 1> 초등학교 2-3학년 A형 1부 검사 및 2부 검사에 포함된 사고 능력 및 내용 영역

내 용		산 술				대 수		해 석		기 하		확률과 통계			
		수와어림	사칙연산	측도	관계	집합과명제	방정등식식과	합수	미적분	평면도형	입체도형	경우의수	확률	통계	
수학적 사고 능력	직관적 통찰 능력		2	11	12					2	2				
	정보의 조직화 능력	22	11		122		122			22					
	공간화/시각화 능력			2						111 1	11				
	수학적 추상화 능력		1		2		2			2					
	수학적 추론 능력	귀납	1	2	2	11		11							
		연역	1		2			1							
	일반화 및 적용능력		2	1	212		2				2				
반성적 사고 능력															

* 진한 것은 2부 검사, 흐린 것은 1부 검사에서 다루어진 것이다. '1'은 각 문항에서 1순위로, '2'는 2순위로 다루어진 사고 능력과 내용이다.

수학적 창의성

수학적 창의성은 '수학적 문제 상황에서 고정된 사고 방식을 탈피하여 다양한 산출물을 내는 능력'을 말하며, 다음과 같은 4가지 하위 능력으로 구성된다.

- 유창성 : 문제 상황에 유의미한 답으로서 여러 가지 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력
- 융통성 : 서로 다른 범주의 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력
- 독창성 : 다른 사람들과는 다른 참신하며, 질적으로도 수준 높은 아이디어를 낼 수 있는 능력
- 정교성 : 산출한 반응, 아이디어를 보다 구체화하고, 세밀하게 다듬을 수 있는 능력

본 연구에서는 위에 제시된 4가지 하위 요인 중 유창성, 융통성, 독창성 3요인을 측정하였으며, 정교성은 측정하지 않았다.

수학적 창의성은 다음과 같은 3가지 유형의 문제를 통하여 측정하였다.

① 다양한 답을 찾게 하는 문제

<문제> 일정한 간격 1cm로 주어진 격자 안에서 넓이가 2cm^2 , 또는 부피가 2cm^3 인 도형을 가급적 많이 그려보시오.

② 다양한 문제를 만들게 하는 문제

<문제> 세 수 2, 3, 8이 주어졌을 때, 이 세 수와 알고 있는 모든 수학 기호를 이용하여 서로 다른 종류의 등식을 만들어 보시오. 단, 주어진 수를 두 번 이상 사용하면 안됩니다.

③ 다양한 독창적인 '재정의'를 하게 하는 문제

<문제> 2에서 10까지의 자연수의 집합이 있다. 이 집합의 부분 집합을 많이 만들어보고, 그 집합의 이름을 붙여보시오.

다. 검사의 종류

수학 창의적 문제 해결력 검사는 각각 두 가지 유형의 검사(1부 검사와 2부 검사)로 구성되며, 학생은 두 검사를 모두 받게 된다. 1부 검사는 수학적 유창성, 융통성, 독창성을 측정하며, 개방되고 다양한 반응을 요구하는 문항들이 제시되었다. 1부 검사의 문제는 풀이에 있어 수렴적 사고와 확산적 사고가 동시에 요구되나, 최종적으로는 확산적 사고를 보다 많이 요구하는 것들이다. 다답 서술형 문항들로 출제되었다. 2부 검사는 수학적 사고 능력을 측정하는데 중점을 두었으며, 폐쇄된 정확한 반응을 요구하는 문항들이 제시되었다. 문제 풀이에 있어 수렴적 사고와 확산적 사고가 동시에 요구되나, 최종적으로는 수렴적 사고가 보다 많이 요구된다. 단답형과 서술형으로 출제되었으나, 단답형 문항들이 대부분을 차지하고 있다. 초등학교에서는 모두 단답형이고, 중학교용에서는 16개 문항 중 15개, 고등학교용에서는 16개 중 14개가 단답형으로 출제되었다.

한 검사 문항은 가장 밀접하게 관련을 맺는 사고 능력과 내용 영역이 있으면서도, 동시에 가급적 다양한 사고 능력과 내용 영역과 관련을 맺도록 개발되었는데, 이는 ① 한 문제 상황에서 여러 가지 사고 능력과 여러 내용 영역에서의 원리, 법칙을 활용하여 문제를 해결하는 능력이 창의적 문제 해결력이며, ② 수학 영재성을 판별하는 검사 문항은 다양한 사고 능력, 내용 영역과 관련을 맺는 것이 바람직하다고 판단했기 때문이다.

라. 학교급별 검사 도구의 종류, 검사 문항 수, 검사 시간

<표 2> 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구의 종류, 문항 수, 검사 시간

검사 종류			문항수	시간	시간 (분)	검사 종류			문항수	시간	시간 (분)
초 등 2-3학년	A형	1부	8	50분	110	중 1-3학년	A형	1부	9	70분	150
		2부	16	50분				2부	16	70분	
	B형	1부	8	50분	110		B형	1부	9	70분	150
		2부	16	50분				2부	16	70분	
초 등 4-6학년	A형	1부	9	60분	130	고 등 1-2학년	A형	1부	9	80분	170
		2부	16	60분				2부	16	80분	
	B형	1부	9	60분	130		B형	1부	9	80분	170
		2부	16	60분				2부	16	80분	

* 총 검사 시간은 휴식 시간 10분 포함된 것임.

개발된 본검사 도구의 종류, 검사 문항수, 검사 시간은 <표 2>와 같다.

같은 학년에 적용되는 A, B형 검사는 동형 검사로 개발되지 않았다. 또 다른 학년에 적용되는 A형 검사도 동형 검사로 개발되지 않았다. 이는 학년과 학교급을 가로지르는 일정한 형식이 없다는 단점이 있으나, 동형 검사로 할 경우, 올해에 푼 문제와 비슷한 문제를 다음 해에도 풀 가능성이 있는데, 이것은, 특히, 수학 영재아에게는 적절치 않다는 판단에서였다.

IV. 수학 창의적 문제해결력 검사 도구의 제작과 표준화 과정

검사 도구는 2년에 걸쳐 제작되었다. '96년도에는 검사의 성격을 규명하기 위한 기초 연구가 이루어졌으며, 예비 검사와 본 도구 제작, 표준화 과정은 '97년도에 이루어졌다.

1. 예비 검사 도구의 제작과 검사 실시

전년도에 개발한 문항과 올해에 새로 개발한 문항을 가지고, 전문가와의 협의, 검토를 거

초등학교 2-3학년용, 초등학교 4-6학년용, 중학교 1-3학년용, 고등학교 1-2학년용 각각 3 종류(A, B, C 형)씩의 예비 검사 도구를 제작하였다. 예비 검사는 서울과 수원에 있는 초등학교, 중학교,

고등학교 및 대구 과학 고등학교 학생들을 대상으로 실시되었다. 한 학년에서 6개 학급을 선정하여 A, B, C 3종을 2개 학급씩 실시하였다.

2. 본 검사 도구의 제작과 검사 실시, 채점

예비 검사 결과를 토대로 하여 문항의 양호도를 분석하고, 본 검사 문항을 선정하였다. 1부, 2부 검사의 본 검사 문항은 다음과 같은 종합적인 방법을 사용하여 선정하였다.

- 문항 반응 이론에 근거한 문항 적합도, 난이도, 변별도를 분석하였다. 즉 문항적합도 지수인 *infit*과 *outfit* 지수가 1.2보다 크게 나타나는 문항, 난이도 지수가 -2, 2보다 큰 문항, 점이연상관(*point-biserial correlation*) 계수가 음수이거나 0에 가까운 수치로 산출되는 문항들이 있는지 분석하였다. 이러한 문항들은 가급적 제외하였다. (1, 2부 검사)

- 문항별로 학년간, 능력간 차이(수학 성적이 상위 50% 이상인 학생 집단과 그 이하인 학생 집단의 평균 차이)를 분석하였다. 학년과 능력 두 기준에서 모두 차이가 나는 문항, 그리고 능력간에 차이가 나는 문항을 좋은 문항으로 간주하였다. (1, 2부 검사)

- 문항 점수와 총점 간의 단순 상관 계수를 산출하였다. 상관 계수가 의미있게 높은 문항을 좋은 문항으로 간주하였다. (1, 2부 검사)

- 학생들의 반응 유형이 어느 정도 다양한지 분석하였다. 그리고 수학적으로 의미있는 반응이 어느 정도 다양하게 나오는지도 분석하였다. 반응 유형이 다양하게 나오는 문항을 좋은 문항으로 간주하였다. (1부 검사).

- 채점 기준을 만들기가 어느 정도 가능한지 분석하였다. 문항의 반응이 너무 다양하거나 일관성이 없어서 채점 기준을 만들기가 어려운 것이 있는지 분석하였다. (1부 검사).

- 수학 영재를 판별하는 검사 도구는 천정 효과를 방지하는 것이 좋기 때문에, 쉬운 문항(통과율이 50% 이상)은 가급적 제외하였다. (2부 검사).

위와 같은 방법을 종합적으로 사용하여 문항의 양호도를 일일이 분석한 다음, 전문가와 상의하여 문항을 폐기하거나, 수정하거나, 학년 수준을 재조정하여 본 검사 문항으로 선정하였다. 영재 판별 검사 도구이기 때문에 매우 어렵더라도(통과율 2% 미만), 수학적으로 의미가 있는 것은 검사 도구별로 1-2개 이내에서 본 검사 문항으로 포함되었다. A, B 검사

유형간에 난이도도 가급적 비슷하게 하도록 노력하였다.

2부 검사에서는 예비 검사 결과 나타난 난이도를 고려하여 문항의 배점을 수정하였으며, 쉬운 문제부터 어려운 문제 순으로 제시하였다. 2부 검사의 총 배점은 108점 만점으로 하였으며, 점수별 문항수는 다음과 같다 : ·4점 - 3개 ·6점 - 6개 ·8점 - 5개 ·10점 - 2개

<표 3> 수학 창의적 문제 해결력 본 검사 실시 대상 학생 현황

구 분		A 형				B 형			
		대도시	중소도시	농어촌	계	대도시	중소도시	농어촌	계
초등학교	2-3학년	479	347	173	999	473	333	178	984
	4-6학년	763	505	270	1528	730	484	266	1480
중 학교	1-3학년	821	612	256	1689	823	607	246	1678
고등학교	1-2학년	645	394	176	1215	658	408	180	1246

본 검사는 서울, 인천, 대전, 경기도, 및 충청남·북도에 있는 대도시, 중소도시, 농어촌 지역의 초등학교 6개교, 중학교 6개교, 고등학교 7개교 학생들을 대상으로 실시되었다. 인천 과학고등학교 1개교가 별도로 표집되었다. 대상 학교는 모두 남녀 공학이며, 가급적 남녀 동수로 하였다. 한 학년에서 4개 학급이 검사 대상이 되었으며, 2개 학급에서는 A형 검사를 나머지 2개 학급에서는 B형 검사를 실시하였다. 검사는 10월 15일-31일 사이에 실시되었다. 본 검사 실시 대상 학생 현황은 <표 3>과 같다.

본 검사의 채점 방법을 설명하면 다음과 같다.

<< 1부 검사 >>

- ◆ 학생들의 반응을 같은 종류의 반응들끼리 모아서 범주화한 다음, 범주화된 반응 유형에 따라서 채점을 하였다. 채점에서는 융통성, 유창성, 독창성 점수를 분석하였다.

- (1) 융통성 : 학생들의 응답에서 나타난 반응 범주 수를 세어서 융통성 점수로 하였다. 한 문항 당 답을 10개까지만 쓰라고 하였으므로, 융통성의 최대 점수는 10점이 되었다.

(2) 유창성 : 유창성 점수는 학생이 한 정답의 개수로서 파악되었다.

▶ 문항에서 나오는 반응 범주 당 최대 2개까지만(2점)을 인정해주었다. 즉 1개의 맞는 답이 있으면 1점을 주고, 2개 이상의 답에 대해서는 2점을 주었다. 이는 동일한 반응 유형 안에서 너무 많은 점수를 얻는 것을 방지하기 위해서였다. 유창성 점수도 최대 10점이 되었다.

(3) 독창성 : 독창성 점수는 다른 학생들이 하지 않은 독창적인 반응을 하였을 때 주어진다. 즉 반응의 상대적 희귀성을 반영한다. 독창성은 다음과 같은 절차로 측정하였다.

▶ 하위 수준에서 분류된 반응 유형을 몇 명의 학생들이 응답했는지 그 빈도를 분석하였다.

▶ 빈도가 분석된 반응 유형이 몇 % 이내에 속하는지를 분석하였다.

▶ 학생이 한 반응 유형이 속한 %에 따라, 다음과 같은 기준에서 독창성 점수를 부여하였다.

• 5% 이상 : 0점 • 2-4.99% : 1점 • 1.99% 이하 : 2점

▶ 빈도는 낮으나 반응 수준이 다른 반응의 수준에 비해 낮거나, 수학적으로 의미가 없는 경우는 반응 빈도가 5% 미만이라도 독창성 점수를 부여하지 않았다.

《 2부 검사 》

- ◆ 학생의 능력을 가급적 정확하게 변별하기 위하여 일부 문항에서는 부분 점수를 주었다.
- ◆ 서술형 문항에서는 수학 전공자 2인이 채점 기준표를 본 다음, 동일한 한 학급을 채점하였다. 그리고 일치도를 본 다음, 서로 점수가 다른 경우에 어떤 점에서 일치가 되지 않는지 논의하였다. 그리고나서 채점을 하였다. 채점자간 일치도는 90% 이상이었다.

V. 결과 분석 및 해석

1. 검사 도구의 양호도 분석

가. 수학 창의적 문제 해결력 점수 결과

다음에 제시되는 <표 4>는 검사 유형별로 학생들이 얻은 점수 범위와 평균이다. 전체적으로 과학고를 제외한 모든 학생들의 평균 점수가 대단히 낮는데, 이것은 다음의 두가지 이유로 설명될 수 있다. 하나는, 본 검사 도구가 수학 영재성을 판별하기 위해 어렵게 개발되었다는 것이고, 다른 하나는 학생들이 학교에서 배운 전략이나 내용을 그대로 적용하지 않으면 어려워 한다는 것이다. 과학고를 포함한 모든 학교급의 1부, 2부 검사에서 점수의 범위가 대단히 넓은 것은 본 검사 도구가 학생들의 능력을, 특히 수학적 능력이 뛰어난 상위 학생들의 능력을 정확히 판별해 줄

<표 4> 수학 창의적 문제 해결력 검사 점수 결과

			초등2~3 학 년 용	초등4~6 학 년 용	중1~3 학 년 용	고등1~2학년용	
						일반고	과학고
A형	1부	점수범위	0-92	0-134	0-77	0-50	9-62
		평 균	18.20	31.46	27.67	14.10	32.68
	2부	점수범위	0-101	0-92	0-89	0-75	12-98
		평 균	28.29	20.21	17.44	15.24	53.08
B형	1부	점수범위	0-79	0-115	0-79	0-59	20-82
		평 균	21.72	34.73	21.72	20.36	47.34
	2부	점수범위	0-85	0-92	0-73	0-65	19-88
		평 균	22.72	21.28	12.53	11.44	50.81

· 고등학교 A형 검사 : 일반고 학생 수 1158명, 인천과학고 학생 수 57명

· 고등학교 B형 검사 : 일반고 학생수 1187명, 인천과학고 학생 수 59명
수 있는 것임을 보여주고 있다.

나. 문항 내적 일관성 신뢰도

검사의 신뢰도를 위하여 문항 내적 일관성 신뢰도 계수인 Cronbach α 를 구하였다. 검사 유형별 검사 도구의 문항 내적 일관성 신뢰도 계수는 <표 5>와 같다. 1부 검사의 신뢰도 계수는, 9개의 문항 점수로 산출하였을 때(b), 고등학교 A형을 제외하고는 모두 .60 이상으로 나타났다. 문항별로 융통성, 유창성, 독창성 3개의 점수를 넣어 신뢰도 계수를 구하였을 때(a)는 모두 .80 이상으로 나타났다. 2부 검사의 신뢰도 계수는 전반적으로 .70 이상으로 학교급별로 비교적 양호하게 나타나고 있다(b). 부분 문항 점수로 신뢰도를 구하였을 때는 .67-.84의 계수를 보이고 있다.

다. 문항 적합도 지수로 본 내적 타당도²⁾

검사 문항에 대한 내적 타당도는 문항 반응 이론에 근거하여 분석하였다. 문항별 적합도 지수는 각 문항에 대한 피험자의 반응이 사용된 모델에 얼마나 적합하게 맞는가를 나타내 준다. 대개 문항의 적합도 지수가 1.2 보다 큰 경우에는 그 문항이 사용된 분석 모형에 적합하지 않은 피험자 반응을 가지고 있음을 의미한다. 분석 결과, 각 학교급별로 1부 검사 전체의 문항 적합도 지수는 전반적으로 기대치인 1.0에 근접한 것으로 나타났다.

2부 검사의 문항 적합도 지수는, 1부 검사에 비하여 큰 경우가 많이 발생하기는 하였지만, 전체적으로 1부 검사와 비슷한 결과가 나타났다. Infit과 Outfit 지수가 모두 1.5 보다 높은 문항은 하나도 없으므로 2부 검사의 문항들도 관대한 기준하에서는 분석 모형에 적합한 것으로 나타났다.

<표 5> 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구의 문항 내적 일관성 신뢰도 계수

비 고	A 형				B 형			
	1부검사		2부검사					
	a	b	a	b	a	b	a	b
초등 2~3 학년용	.84	.62	.75(20)	.73	.84	.68	.74(17)	.74
초등 4~6 학년용	.87	.76	.74(17)	.73	.84	.67	.78(21)	.74
중 1~3 학년용	.80	.60	.74(21)	.73	.83	.63	.67(17)	.67
고등 1~2 학년용	.81	.55	.79(24)	.72	.79	.60	.78(20)	.74

* (a)는 각 문항에 속한 하위 문항들을 포함하여 변인으로 하였을 때의 신뢰도 계수이고,

2) 검사 유형별 문항별 내적 타당도, 난이도, 변별도를 나타내는 구체적인 지수는 김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주(1997)에 구체적으로 제시되어 있다.

(b)는 1부 검사는 9개(2-3학년용은 8개), 2부 검사는 16개의 문항들을 변인으로 하였을 때의 계수이다. a에서 ()안의 수는 신뢰도 계수 산출시 포함된 변인의 수이다.

라. 난이도

문항 난이도도 문항 반응 이론에 근거하여 분석하였다. 문항 난이도를 나타내는 점수가 0.0인 것은 문항들 중에서 평균 정도라는 것을 의미하며 양수(+)값을 가질수록 어려운 문항이다. 1부 검사의 문항 난이도는 -.73에서 .73까지로 문항별로 큰 차이가 없는 것으로 나타났다. 이는 1부 검사에서는 모든 학생들이 한 가지 이상의 답을 할 수 있는 문항들이 많기 때문이다. 2부 검사의 난이도는 1부 검사의 난이도에 비해 다양하게 퍼져 있으며(-2.51에서부터 4.35까지) 제일 어려운 문항과 제일 쉬운 문항간의 난이도의 차이도 상당히 큰 것으로 나타났다. 이러한 결과는 매우 어려운 문제들을 일부분 포함시켰기 때문이다. 2부 검사는 1부 검사에 비해 문항의 난이도가 넓게 골고루 분포되어 있어서 학생들의 수학적 문제해결력을 변별해내는데 더 적합한 것으로 나타났다.

마. 변별도

검사 문항의 변별도는 점이연상관에 의하여 분석하였다. 점이연상관은 해당 문항 점수와 총점과의 상관으로서 음수(-)값을 나타내는 문항은 능력이 높은 피험자와 낮은 피험자를 제대로 변별하지 못하는 문항이라 할 수 있다. 1부 검사는 점이연상관이 음수로 산출된 문항은 발견되지 않았는데, 이것은 본 검사 문항들의 대부분이 상위 능력 학생들과 하위 능력 학생들을 구별해 줄 수 있는 변별력을 갖추고 있다는 것을 의미한다. 2부 검사에서는 점이연상관 계수가 0에 가까운 문항들이 초, 중, 고등학교 전체 검사 도구에서 7개 정도 나타났으며, 이들은 공간화/시각화, 수 연산에 관련된 문제들이었다. 한편, 각 문항 점수와 전체 점수와의 Pearson 상관계수를 구한 결과, 거의 모든 문항에서 .4-.7 사이에서 통계적으로 의미 있는 정적인 상관이 나타났다.

바. 수학 창의적 문제 해결력 점수, 수학 성적, 지능 지수간의 상관

1부 검사 점수, 2부 검사 점수, 지능, 수학 성적이 어떤 상관 관계를 갖고 있는지를 분석하였다. 수학 성적은 97년도 1학기말의 성적을 조사하였다. 학교마다 사용한 지능검사 도구, 수학 시험 문제지가 다르기 때문에 학교별로 조사하였다. 상관 계수의 최소치 - 최대치를 제시하면 <표 6>과 같다. 상관계수는 거의 대부분, $p < .001$ 수준에서 통계적으로 의미가 있었다. 제시된 결과는 1부 검사와 2부 검사, 수학 성적, 지능이 서로 적절히 구분되는 능력임을 보여주고 있다.

<표 6> 1부 검사 점수, 2부 검사 점수, 수학성적, 지능지수, 융통성, 유창성, 독창성, 점수간의 상관계수

	2부 검사	수학성적	지능지수	융통성	유창성	독창성
1 부 검 사	.49-.65	.11-.68	.07-.74	.97이상	.97이상	.46-.83
2 부 검 사	-	.02-.59	.01-.60	.48-.63	.50-.64	.26-.47
수 학 성 적	-	-	.05-.72	-	-	-

2. 수학 창의적 문제 해결력 검사 결과와 수학경시대회 결과비교

일반적으로 전국 규모의 수학 경시 대회 결과는 수학 영재성을 판별할 수 있는 한 좋은 방법이다. 수학 창의적 문제 해결력 본 검사 대상자 중 대한수학회에서 1997년 11월 16일에 실시한 제11회 한국수학올림피아드 입상자가 있었다. 이들의 수학 창의적 문제 해결력 검사 결과와 올림피아드 입상 결과를 표로 제시하면 <표 7>과 같다.

2부 검사의 경우를 먼저 보면, 과학고 학생이 제외되었을 때 11명의 학생 중 8명이 상위 1%안에 들었다. 상위 7.2%에 든 학생이 한 명 있었는데, 우리 나라 전체 고등학생 중에서 수학 경시 대회 입상자가 차지하는 비율을 생각할 때, 다소 의외라는 느낌도 들 수 있다. 그러나 이러한 결과는 두 가지 관점에서 해석될 수 있다. 즉 상위 15-20%의 학생들도 잠재적인 영재성을 지니고 있다는 것과 단일한 검사 도구(여기서는 수학 창의적 문제 해결력 검사)를 가지고는 영재성을 완벽하게 측정하기 어렵다는 것이다.

〈표 7〉 수학 창의적 문제 해결력 검사결과와 대한수학회 주최 수학경시대회 결과비교

번호	학교	학년	성	종류	1 부		2 부		경시대회 결과
					점수	상위%	점수	상위%	
①	인천	1	남	A	18	28.0(30.6)	84	- (0.4)	장려상
②	과학고	1	남	A	35	1.9(3.6)	98	- (0.0)	15% 이내
③		1	남	B	50	0.6(2.4)	81	- (0.2)	동상 ★
④		2	남	B	82	- (0.0)	88	- (0.0)	동상 ★
⑤	서울	2	여	A	16	30.1(37.6)	53	0.5(2.9)	장려상
⑥	s1고	2	남	A	46	0.3(1.2)	38	3.3(6.4)	장려상
⑦		2	여	A	46	0.3(1.2)	44	1.6(4.7)	장려상
⑧		2	남	A	24	12.4(15.0)	31	7.2(10.9)	장려상
⑨	서울 s2고	2	여	A	47	0.1(0.7)	50	0.6(3.1)	장려상
⑩		2	남	B	25	27.5(30.8)	48	0.8(3.2)	장려상
⑪		2	남	B	47	1.3(3.4)	65	0.0(1.0)	장려상

* ★은 한국수학올림피아드 겨울학교 입학 대상자

* ()밖의 수는 인천과학고등학교 학생 수를 제외하였을 때의 상위 %이고, ()안의 수는 인천 과학고등학교 학생 수를 포함하였을 때의 %이다.

1부 검사에 있어서는 5% 이내에 든 학생은 6명, 15% 이내에 든 학생은 8명으로 나타났다. 3명은 상위 27-30%에 속했다. 후자의 결과는 다음과 같은 몇 가지 추론을 가능하게 한다. 첫째, 수학적 능력이 우수한 학생이라도 다양한 반응을 요구하는 문제에 낯설어서 반응을 잘못했을 수 있다. 둘째, 어려운 문제와 쉬운 문제를 구분하여 점수의 가중치를 부여하지 않아서 이런 결과가 나왔을 수 있다. 그러나 11명의 학생 중 7명의 학생은 1부, 2부 두 검사에서 모두 높은 성취를 보이고 있는 것은 이런 해석도 쉽지 않음을 보여준다. 셋째, 경시대회 문제는 수렴적 사고력과 확산적 사고력 모두를 요구하나, 확산적 사고력보다 수렴적 사고력을 더 많이 요구했을 수 있다. 입상한 학생 모두 2부 검사에서 높은 성취를 보이고 있는 점, 이들 중 일부는 1부 검사에서 다소 낮은 성취를 보이고 있는 점은 이러한 경향을 보여주는 것이라고 할 수 있다.

전체적으로 보면, 경시대회 입상자들은 수학 창의적 문제 해결력 검사에서도 매우 높은 성취를 보여주고 있다. 특히 수학 창의적 문제 해결력 검사 대상자 중 가장 좋은 성취를 보인 2명의 학생(③, ④번 학생)이 이중 가장 좋은 결과(동상과 겨울학교 입학 대상자로서 선

정)를 보이고 있다.

이러한 점들은 수학 창의적 문제 해결력 검사가 수학 영재성을 판별하는데 효과적임을 보여준다. 일부 학생들에서 1부 검사와 2부 검사의 성적 차이가 많이 나는데, 이것은 영재성을 판별하는데 있어 1부 검사 점수와 2부 검사 점수를 별도로 고려하는 것이 좋을 것을 보여준다. 거의 대부분 2부 검사 성적이 1부 검사 성적에 비해 좋은 것은 앞에서 진술한 몇 가지 이유때문일 수 있다.

VI. 기준의 작성

본 검사 결과를 바탕으로 하여 검사 유형별로 기준을 만들었다. 기준은 원점수와 백분위로 산출 하였다. 기준은 초등학교 2-3학년용, 초등학교 4-6학년용, 중학교 1-3학년용, 고등학교 1-2학년용

A, B형 1부 검사 및 2부 검사 유형별로 작성되었다. 1, 2부 검사 유형별로 전체 학생, 학년별, 성별 기준이 작성되었으며, 1부 검사의 경우에는 융통성, 유창성, 독창성 영역별로도 기준이 만들어졌다. 그리고 서울 강남에 위치한 사1 고등학교는 학교의 요청에 따라 1-2학년 24개 학급(남녀 공학)이 검사를 치루어서 이 학교의 기준은 별도로 마련되었다. 또 인천 과학고, 그리고 민족사관 고등학교 입학 시험에 참여한 학생(중학생용 A형 2부 검사)의 기준도 별도로 작성되었다.

VII. 결 론

수학 영재성을 올바르게 평가하기 위해서는 수학 성적, 교내·외의 수학 경시 대회 결과, 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구, 표준화된 수학 학업 성취도 검사 도구, 구두 시험, 수학 문제와 관련된 논문이나 보고서, 수학 행동 특성 검사지와 같은 다양한 방법과 도구들이 종합적으로 사용되어야 한다. 본 연구에서는 수학 영재성을 판별할 수 있는 한 가지 방법인 지필 검사 형태의 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구를 연구·개발하였다.

수학 창의적 문제 해결력 검사 도구의 연구·개발이 지닌 의의를 제시하면 다음과 같다. 첫째, 수학 창의적 문제 해결력 검사 도구는 우리나라에서 처음으로 개발된 표준화된 수

학 영재 판별 도구이다. 이를 통하여 수학 영재가 보다 정확하게 판별될 수 있다. 둘째, 수학 영재성에 대한 개념과 판별 절차를 수학에서의 이론과 일반 영재 교육에서의 이론을 종합하여 체계화하였다. 이러한 이론적 연구는 수학 영재성에 관한 연구의 기초가 될 것이다. 셋째, 수학 영재성을 판별하는데 있어, 수학적 창의성이라는 개념을 도입하였고, 수학적 창의성을 측정하는 문제를 도입하였다. 수학적 창의성은 1부 검사에서 측정되었다. 수학적 창의성은, 이에 대한 부분적인 논란도 있지만, 수학적 사고와 수학적 영재성의 개념을 보다 넓혀 줄 수 있다. 넷째, 창의성 검사 도구를 개발하는 일은 매우 힘든 일이다. 우리나라에서 사용되는 표준화된 창의성 검사 도구는 20여 년 전에 개발된 것이다. 이런 여건에서, 수학이라는 특수 분야에서 창의성 검사 도구를 개발한 것은 수학 분야에서의 창의성 연구뿐만 아니라 일반 창의성 연구에도 많은 도움이 될 수 있다.

참 고 문 헌

- 김홍원, 김명숙, 송상현(1996), 수학 영재 판별 도구 개발 연구(I)-기초연구편-, 한국교육개발원.
- 김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주(1997), 수학 영재 판별 도구 개발 연구(II)-검사제작편-, 한국교육개발원.
- 박문태, 임선하, 손영숙(1986), 과학영재변별을 위한 과학적 검사도구타당화 연구, 한국교육개발원.
- 송상현(1998), 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구, 서울대학교 대학원, 박사학위논문.
- 조석희, 김양분(1988), 국민학교 고학년 과학 영재 판별 도구 개발·연구, 한국교육개발원.
- 조석희, 김양분(1989), 국민학교 고학년 과학 영재 판별의 타당성 연구, 한국교육개발원.
- 조석희, 김명숙(1993), 고등학교 과학 영재 판별 도구 개발(창의적 과학 문제해결력 검사), 한국교육개발원.
- 한중하외(1985), 과학 영재 판별을 위한 과학 적성 검사 도구 개발·연구, 한국교육개발원.

ABSTRACT

Hong-Won Kim(KEDI)

The purpose of this study is to develop a test which can be used in identification of the gifted students in the area of mathematics. This study was carried out for two years from 1996.

Mathematical giftedness is, in this study, regarded as a result of interaction of mathematical thinking ability, mathematical creativity, mathematical task commitment, background knowledge. This study presumed that mathematical thinking ability is composed of seven thinking abilities: intuitive insights, ability for information organization, ability for visualization, ability for mathematical abstraction, inferential thinking ability(both inductive and deductive thinking abilities), generalization and application ability, and reflective thinking. This study also presupposed that mathematical creativity is composed of 3 characteristics: fluency, flexibility, originality.

The test for mathematical creative problem solving ability was developed for primary, middle, and high school students. The test is composed of two parts: the first part is concentrated more on divergent thinking, while the second part is more on convergent thinking. The major targets of the tests were the students whose achievement level in mathematics belong to top 15~20% in each school.

The goodness of the test was examined in the aspects of reliability, validity, difficulty, and discrimination power. Cronbach α was in the range of .60~.75, suggesting that the test is fairly reliable.

The validity of the test was examined through the correlation among the test results for mathematical creative problem solving ability, I. Q., and academic achievement scores in mathematics and through the correlation between the scores in the first part and the scores in the second part of the test for mathematical creative problem solving ability.

The test was found to be very difficult for the subjects. However, the discrimination power of the test was at the acceptable level.