

유한요소법을 이용한 자연대류열전달 수치해석 연구

이진욱 · Ashley F. Emery*

고등기술연구원 전력에너지연구실, *워싱턴대학교 기계공학과

A Numerical Study for Natural Convective Heat Transfer by Finite Element Method

Jin Wook Lee and Ashley F. Emery*

Institute for Advanced Engineering,

*Department of Mechanical Engineering, University of Washington

요 약

자연대류열전달에 있어서 유체의 속도는 온도장에 의해 크게 영향을 받는다. 따라서 유체의 물성치의 변화는 유동장 및 온도장에 크게 영향을 미칠 수 있다. 본 연구에서는 물성치에 의한 영향을 분석하기 위하여 동일한 레이레이수(Rayleigh number)하에서 물성치의 대표적인 무차원수인 프란틀수(Prandtl number)가 넓은 범위에서 변하는 경우에 대한 연구를 수행하였다. 그리고 유체의 점성계수 및 열전도도를 온도에 따른 2차원 다항식 함수로 모델링하여 전산해석을 시도하여 그 영향을 분석하고자 시도하였다. 열전달량의 척도인 누셀트수(Nusselt number)의 프란틀수 의존도는 레이레이수 의존도에 비하면 약한 편이지만 비교적 강한 것으로 나타났다. 물성치가 온도의 함수로 주어지는 경우, 유동장은 경계면을 제외하고는 비교적 약한 영향을 받지만 온도장은 강한 영향을 받는 것으로 나타났으며, 특히 열전도도가 온도의 함수로 주어지는 경우에 온도장에 미치는 영향은 상당히 강한 것으로 관찰되었다.

Abstract— In natural convection flows, the fluid velocities are highly dependent on the thermal field and property variations can have a strong effect on both the flow and thermal fields. To examine the effect of property variations, at first, numerical analyses covering wide range of the Prandtl number under the same Rayleigh numbers have been carried out. Next, we have modeled the viscosity and thermal conductivity as parabolic functions of temperature and a comprehensive set of numerical solutions have been obtained to understand the effects. The Prandtl number dependence of Nusselt number is fairly strong even though the effect is still weak compared to the Rayleigh number dependence. When thermophysical properties are dependent on temperature, the flow field showed a fairly weak variation except near boundaries, whereas the temperature field is strongly affected, especially by the temperature dependent thermal conductivity.

1. 서 론

자연대류열전달은 기본적인 유체유동에서부터 열교환기 설계 등의 다양한 공학적인 응용성으로 인하여 많은 관심을 끌고 있는 분야이다. 레이놀즈수(Reynolds number)가 높은 강제대류열전달(forced convective heat transfer)의 경우에는 온도장의 특성은 유체유동에 의하여 전적으로 좌우되며, 온도장의 유동장에 대한 영향은

오직 온도의 변화에 의한 물성치의 변화만이 유체유동에 영향을 미치게 된다. 그러나 자연대류열전달(natural convective heat transfer)의 경우는 유체유동이 온도장에 의하여 전적으로 좌우되기 때문에, 열전달 구조에 대한 이해는 유체유동 및 열전달 특성의 이해를 위한 핵심적인 요소이다. 본 연구에서는 물성치의 변화가 자연대류열전달에 미치는 영향을 집중적으로 고찰하고자 시도하였다. 이를 위하여 정사각형 형상의 밀폐용기 내에서

의 자연대류열전달의 특성을 수치해석적 방법을 이용하여 다음의 두가지 관점에서 해석하였다.

자연대류열전달의 유동장 및 온도장의 특성을 좌우하는 주된 변수는 레이레이수(Rayleigh number)이다. 순수한 유체유동의 경우에는 무차원화된 지배방정식에서 알 수 있듯이 유동장의 특성을 좌우하는 변수는 레이놀즈수 한가지이므로, 물성치가 다른 유체의 경우에도 레이놀즈수가 같고 기하학적 형상이 같은 경우라면 정확하게 같은 형태의 유동장이 얻어진다. 그러나 자연대류열전달 유동의 경우에는 물성치의 값에 좌우되는 변수인 프란틀수(Prandtl number)가 새로운 변수로 존재하게 된다. 따라서 프란틀수가 다른 경우에는 레이레이수가 같은 경우에도 유동장 및 온도장의 특성이 변화할 수 있음을 시사하고 있다. 본 연구에서는 물성치의 값이 다른 유체가 사용되었을 경우의 차이점을 고찰하기 위하여, 동일 레이레이수에 대하여 프란틀수의 변화에 따른 유동장 및 온도장의 변화를 관찰하였다. 또한 넓은 범위의 레이레이수 및 프란틀수에 대한 수치해석을 시도하여, 열전달 특성을 나타내는 누셀트수(Nusselt number)의 변화를 고찰하였다.

다음으로는 유체의 물성치가 온도의 변화에 따라 변화하는 경우에 유동장 및 온도장의 변화를 관찰하였다. 모든 유체의 물성치는 정도의 차이는 있으나 온도의 변화에 따라 그 값이 변하게 되며, 이 값의 변화는 유체유동 및 열전달 특성을 변화시킬 수 있는 주요한 인자이므로 공학적으로 주요한 관심분야 중의 하나이다. 대류열전달에 관여되는 유체의 물성치 중에서 주요한 물성치의 하나인 점성계수(viscosity)의 변화에 관한 영향은 이전에도 많이 연구되었다[1, 2]. 그러나 온도장에 큰 영향을 줄 수 있을 것으로 예측되는 열전도도(thermal conductivity)가 온도의 함수인 경우, 특히 열전도도와 점성계수가 동시에 온도의 함수로 주어지는 경우에 대한 연구는 거의 없는 실정이다. 본 연구에서는 점성계수와 열전도도의 변화가 온도장 및 유동장의 특성에 미치는 영향을 집중적으로 고찰하였다. 이를 위하여 점성계수 및 열전도도를 온도의 변화에 따라 2차원 다항식으로 변화하는 것으로 모델링하였으며, 이들 중 하나 또는 둘 모두가 온도에 따라 변화하는 경우에 대한 해석을 시도하였다. 또한 넓은 범위의 자연대류열전달 현상에 대한 이해를 돕기 위하여 일정온도(constant temperature) 및 일정열유속(constant heat flux)을 지나는 경계면에 대한 전산해석을 수행하였다.

일반적으로 유체유동 및 열전달의 해석에는 유한체적법(FVM, finite volume method) 계열의 방법론이 많이 적용되어 왔으나, 최근에는 유한요소법(FEM, finite element method)에 의한 연구도 많이 진행되고 있다. 본 연

구에서도 유한요소법을 채택한 프로그램을 이용하여 전산해석을 수행하였으며 확보한 유한요소법의 해석결과를 이전의 유한차분법의 결과들과 비교하여 정성적 및 정량적 신뢰도를 확보하였다.

2. 수학적 고찰

해석의 관심이 되는 유동장의 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 정사각형 형태의 밀폐용기내에는 비압축성 점성 유체가 채워져 있다. 유체의 유동은 Navier-Stokes 방정식에 의하여 지배되며, 2차원 Cartesian 좌표계상에서 Boussinesq 가정에 의하여 무차원화된 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{\partial UU}{\partial X} + \frac{\partial VU}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr_0 \left[\frac{\partial}{\partial X} (f_1 \frac{\partial U}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (f_1 \frac{\partial U}{\partial Y}) \right] \\ \frac{\partial UV}{\partial X} + \frac{\partial VV}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr_0 \left[\frac{\partial}{\partial X} (f_1 \frac{\partial V}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (f_1 \frac{\partial V}{\partial Y}) \right] \\ &+ Ra_0 Pr_0 (T - T_{ref}) \\ \frac{\partial UT}{\partial X} + \frac{\partial VT}{\partial Y} &= \left[\frac{\partial}{\partial X} (f_2 \frac{\partial T}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (f_2 \frac{\partial T}{\partial Y}) \right] \end{aligned}$$

무차원화된 식에 나타난 주된 무차원수인 레이레이수와 프란틀수는 다음과 같이 정의된다.

$$Ra_0 = \frac{g\beta\Delta Td^3}{\kappa_0\nu_0}, Pr_0 = \frac{c_p\rho_0\nu_0}{k_0} = \frac{\nu_0}{\kappa_0}$$

위 식에 나타나는 유체의 물성치로서는 밀도 ρ , 비열 c_p , 점성계수 μ , 열전도도 k 및 체적팽창계수 β 등이 있으며, 하첨자 0는 기준온도에서의 상태를 나타낸다. 위 식

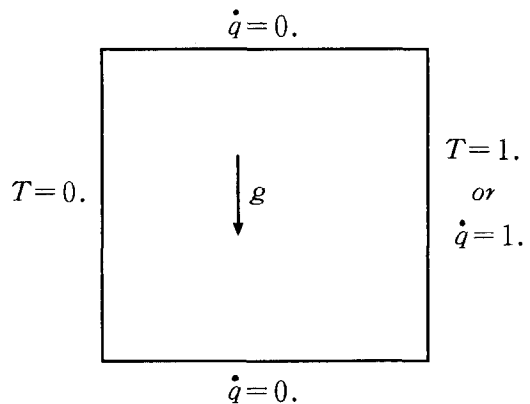


Fig. 1. Geometric configuration considered.

을 무차원화하기 위하여 특성길이는 밀폐용기의 한변의 길이인 d , 특성속도는 열확산계수와 특성길이의 비인 κ_0/d , 특성온도의 차이로서는 고온면과 저온면의 온도차이를 이용하였다. 온도변화에 따른 물성치의 함수인 f_1 과 f_2 는 각각 μ/μ_0 및 k/k_0 로 정의된다. 유체의 물성치가 일정한 경우에는 $f_1=f_2=1$ 이며, 유체의 물성치가 온도의 함수인 경우에는 2차원 다항식으로 모델링하였다.

문제의 해석에 이용된 경계조건은 다음과 같다.

모든 경계면에서, $U=V=0$,

상하경계면($Y=0, Y=1$)에서 $\dot{q} = -\frac{k}{k_0} \frac{\partial T}{\partial X} = 0$,

좌측경계면($X=0$)에서 $T=0$,

우측경계면($X=1$)에서 $T=1$ (일정온도 경계조건) 또는

$\dot{q} = -\frac{k}{k_0} \frac{\partial T}{\partial X} = 1$ (일정열유속 경계조건).

위의 지배방정식을 해석하기 위하여 본 연구에서는 범용 유한요소 해석 프로그램 ANSYS의 한 모듈(module) 프로그램인 FLOTRAN/CFD 프로그램을 이용하여 계산을 수행하였다. FLOTRAN/CFD내에서 모든 변수는 각 요소에서 다항식의 거동을 하는 것으로 가정되어 강성행렬(stiffness matrix)이 얻어진다. 이 강성행렬은 다시 각 열에서 3개의 대각선 요소를 지닌 행렬(tridiagonal matrix)로 변환되고 최종적으로 반복계산법에 의하여 해(solution)가 얻어진다. FLOTRAN/CFD에 적용된 상세한 방법론에 대해서는 참고문헌 [3]을 참고하기 바란다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에 적용된 프로그램의 요소크기(element size)에 대한 민감도(sensitivity)를 시험하기 위하여 같은 변수조건에 대하여 여러가지의 요소수를 적용한 계산결과를 Table 1에 나타내었다. 총 요소수가 900(30×30) 이상일 때, 수치속도, 유동함수 및 누셀트수의 요소의 크기에 의한 변화는 비교적 적었으며, 특히 자연대류열전달의 핵심 원시변수(primitive variable)인 수치속도에 대한 요소크기의 영향은 아주 적은 것으로 나타났다. 이러한 민감도 분석 결과를 바탕으로하여, 본 연구에서는 모든 경우에 대하여 1600(40×40)개의 요소로 분리하여

계산을 수행하였다. 이 경우 모든 변수는 선형외삽법(linear extrapolation)에 의하여 구한 무한요소에 의한 값과 10% 이내의 오차를 가지는 것으로 나타났다.

우선 물성치가 일정한 경우($f_1=f_2=1$)에 대하여 프란틀수의 영향을 고찰하기 위하여, 레이레이수를 고정시키고 프란틀수를 변화시키면서 전산해석을 수행하였다. Fig. 2(a)는 레이레이수가 10^5 이고 프란틀수가 1.0인 경우의 유동장 및 온도장의 형상을 나타내고 있다. 양쪽 수직경계면 근처에 온도경계영역(thermal boundary layer)이 형성되어 있고 중앙영역에서는 수직방향을 따라

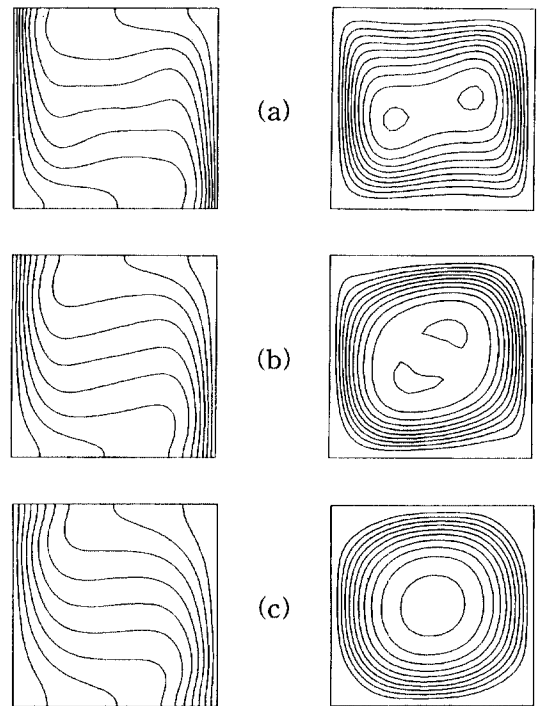


Fig. 2. Plots of temperature (left column) and stream function (right column) contours for $Ra=10^5$ and (a) $Pr=1.0$, (b) $Pr=0.1$ and (c) $Pr=0.01$. Contour values for temperature are, from left to right, 0.1 to 0.9 by increment 0.1. Contour values for stream function are, from the boundary to the interior, $0.1\psi_{c,max}$ to $\psi_{c,max}$ by increment $0.1\psi_{c,max}$ with (a) maximum value $\psi_{c,max}=10.85$ and maximum value of contour $\psi_{c,max}=10.7$, (b) $\psi_{c,max}=8.06$ and $\psi_{c,max}=8.0$ (c) $\psi_{c,max}=5.66$ and $\psi_{c,max}=5.5$.

Table 1. Result of grid sensitivity test. Conditions are, constant properties, $Ra=10^5$ and $Pr=1.0$.

ϕ	Δh_{avg}	0.050 (400 elem.)	0.033 (900 elem.)	0.025 (1600 elem.)	0.020 (2500 elem.)	\rightarrow 0.0 (extrapolation)
$V_{y,max}$		73.245	72.645	72.605	72.435	71.893
Ψ_{max}		11.714	11.165	10.846	10.703	10.014
Nu		4.274	4.417	4.471	4.500	4.660

온도가 성층화되어 있는 모습을 관찰할 수 있다. 또한 레이레이수가 충분히 큰 경우에 형성되는 온도 역구배 영역을 관찰할 수 있으며, 이로 인하여 양측 수직벽 근처에 각각 이차유동장(secondary roll)이 존재하는 전형적인 이중셀(two cell) 유동장을 보여주고 있다[4]. Fig. 2(b)는 레이레이수는 10^5 이어서 동일하고, 프란틀수가 0.1인 경우의 결과를 보여주고 있다. 동일 레이레이수에 대하여 프란틀수의 감소는 열확산계수의 증가 및 점성계수의 감소를 의미한다. 따라서 이 경우에는 강한 열확산의 영향으로 인하여 온도경계영역이 다소 두터워지고, 온도역구배가 완만하게 중앙의 전 영역에 걸쳐 형성됨을 관찰할 수 있다. 이의 영향으로 인하여 유동함수의 최대치가 존재하는 위치가 중앙으로 이동하였음을 관찰할 수 있다. Fig. 2(c)는 프란틀수가 0.01인 경우의 결과를 나타내고 있는데, 온도경계영역은 더욱 두터워지고 중앙의 온도역구배 영역이 거의 사라지는 모습을 보여주고 있다. 이로 인하여 유동함수의 최대치가 중앙의 한 곳에만 존재하는 단일셀(unicell) 유동장을 보여주고 있다. 일반적으로 $Ra \geq 6 \times 10^4$ 인 경우에는 이차 유동장이 존재하는 것으로 알려져 있으나[4], 프란틀수가 아주 작은 경우에는 점성의 영향을 적게 받는 중앙영역에서 열확산의 영향이 우세하여 단일셀 유동장이 형성됨을 보여주고 있다. Fig. 3은 밀폐용기의 중앙($Y=0.5$)에서 수평방향을 따라 온도 및 수직속도의 변화를 나타내고 있다. 프란틀수가 작아짐에 따라 온도경계영역이 두터워지고, 프란틀수가 아주 작은($Pr=0.01$) 경우에는 온도역구배 영역이 거의 소멸됨이 Fig. 3(a)에 잘 나타나 있다. Fig. 3(b)는 수직속도의 분포도를 나타내고 있는데, 프란틀수가 감소할수록 높은 레이레이수의 유동장처럼 최대속도의 위치가 경계면쪽으로 이동하는 경향을 보여주고 있다. 이는 점성계수의 감소로 인한 영향이 경계면 근처에서 우세하게 작용하기 때문으로 판단된다. 그러나 점성의 영향이 적은 속도경계층 바깥인 중앙영역에서는 열확산계수 증가의 영향이 우세하기 때문에 전반적으로 속도구배가 완만한 경향, 즉 낮은 레이레이수의 유동장과 같은 형상을 나타내고 있다.

대류열전달에서 열전달의 정도를 나타내는 주요한 무차원수로서 다음과 같이 정의되는 누셀트수(Nusselt number)를 들 수 있다.

$$Nu \equiv \frac{hd}{k} = \int_0^1 \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X=0} dX$$

여기서 h , d 및 k 는 열전달계수, 특성길이 및 열전도도를 각각 나타낸다. Fig. 2와 Fig. 3에서 언급한 프란틀수의 영향을 보다 정량적으로 분석하기 위하여 넓은 범위의 레이레이수 및 프란틀수에 대한 해석을 수행하였다.

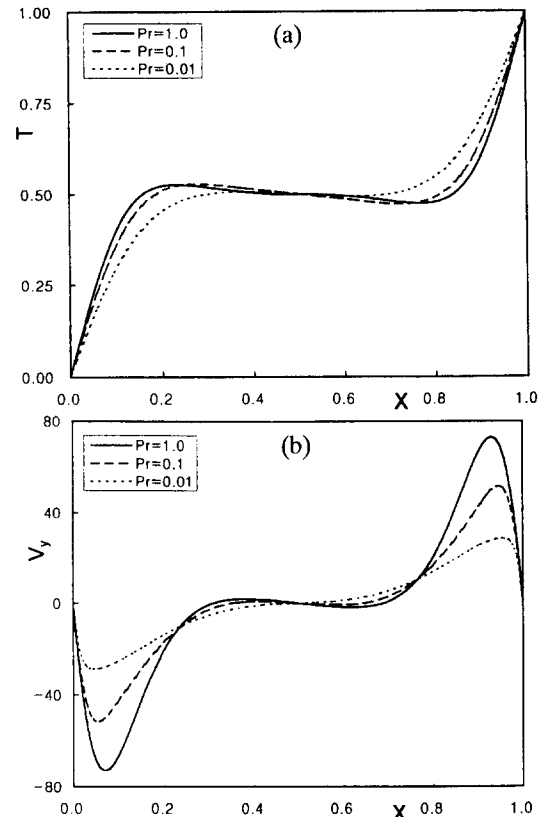


Fig. 3. Plots of (a) temperature and (b) vertical velocity profiles for $Ra=10^5$ with different Pr at $Y=0.5$.

각 경우에 대한 누셀트수를 계산하여 Table 2에 나타내었으며 또한 참고문헌[5, 6]에서 확보가능한 유한체적법(FVM)에 의한 해석결과를 함께 나타내었다.

본 연구의 유한요소법(FEM)에 의한 해석결과는 이전의 연구결과와 정성적 및 정량적으로 잘 일치하는 것으로 나타났으며, 이는 본 연구에서 채택한 유한요소법에 의한 해석결과의 신뢰도가 충분함을 시사하고 있다. 일반적으로 프란틀수가 감소함에 따라 누셀트수가 감소하는 경향을 보이고 있는데, 이는 낮은 프란틀수의 경우 열확산의 영향이 증가하여 온도경계층이 두터워지기 때문인 것으로 분석할 수 있다. 이전의 대부분 연구에서는 누셀트수를 레이레이수만의 함수로 생각하여 $Nu = ARa^m$ 과 같은 수식으로 표현하였으며, 레이레이수의 의존도도는 지수 m 이 약 0.25에서 0.3의 값을 갖는 것으로 발표되고 있다[7, 8]. 본 연구의 결과에 의하면 주어진 프란틀수에 대하여 누셀트수의 레이레이수 의존도도는 지수가 약 0.27에서 0.29 사이의 값을 가지며(Table 2) 이는 이전의 연구결과와 정성적으로 잘 일치하는 결과임을 나타내고 있다. 본 연구에서 누셀트수의 프란틀수

Table 2. Nusselt number as a function of Rayleigh number and Prandtl number.

Pr	Ra	10 ⁴		10 ⁵		10 ⁶		Nu=ARa ⁿ (FEM)	
		FEM	FVM [5,6]	FEM	FVM [5,6]	FEM	FVM [5,6]	A	m
0.01		1.540	1.571 ⁵⁾	2.871	2.975 ⁵⁾	5.558	6.121 ⁵⁾	0.118	0.279
0.02		1.701	1.765 ⁵⁾	3.170	3.257 ⁵⁾	6.000	6.701 ⁵⁾	0.135	0.274
0.05		1.894	1.978 ⁵⁾	3.542	3.657 ⁵⁾	6.562	7.160 ⁵⁾	0.158	0.270
0.10		2.011	2.048 ⁶⁾	3.794	3.811 ⁶⁾	7.106	6.914 ⁶⁾	0.166	0.271
0.20		2.102	-	4.019	4.159 ⁶⁾	7.467	7.599 ⁶⁾	0.167	0.275
0.50		2.186	-	4.296	-	8.100	-	0.160	0.284
1.00		2.226	2.316 ⁶⁾	4.471	4.731 ⁶⁾	8.489	8.750 ⁶⁾	0.155	0.291

의존정도를 알아보기 위하여 최소자승법(least square method)에 의하여 구한 관계식은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} Nu &= 2.323 Pr^{0.079} & Ra &= 10^4 \\ Nu &= 4.605 Pr^{0.095} & Ra &= 10^5 \\ Nu &= 8.606 Pr^{0.092} & Ra &= 10^6 \end{aligned} \right\} 0.01 \leq Pr \leq 1.0$$

또한 Table 2의 모든 자료를 종합하여 누셀트수를 레이레이수 및 프란틀수에 대한 단일 관계식으로 표현하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$Nu = 0.185Ra^{0.278}Pr^{1.089} \quad (10^4 \leq Ra \leq 10^6, 0.01 \leq Pr \leq 1.0)$$

이와 같은 관계식에 의하면, 누셀트수의 프란틀수 의존도는 레이레이수 의존도와 비교하여 지수에 있어서 약 1/3의 값을 가지는 것으로 나타났다. 이는 프란틀수 의존도는 레이레이수 의존도에 비하면 약한 편이지만 비교적 강한 영향을 갖는 것임을 나타내고 있다.

다음으로는 유체의 물성치가 온도의 함수로 주어지는 경우의 자연대류열전달에 미치는 영향을 분석하고자 시도하였으며, 이를 위하여 우선 좌우 수직 경계면이 각각 저온 및 고온으로 일정하게 유지되는 경우에 대하여 전산해석을 수행하였다. 이 경우 물성치의 함수인 f_1 또는 f_2 는 다음과 같이 2차원 다항식으로 온도의 증가에 따라 물성치의 값도 증가하는 것으로 모델링하였다.

$$f_1 \text{ or/and } f_2 = 0.5 + 0.5T + T^2$$

즉, f_1 또는 f_2 는 평균온도($T=0.5$)에서 기준값인 1을 가지며, 저온면에서 기준값의 1/2배 및 고온면에서 기준값의 2배를 가지는 것으로 모델링하였다.

Fig. 4(a)는 기준온도에서의 레이레이수와 프란틀수가 각각 10⁵와 1.0으로서 점성계수가 온도의 함수로 주어지는 경우의 온도장과 유동장을 도시한 것이다. 유체의 점성계수가 증가하는 고온영역에서는 유동이 억제되고, 감소하는 저온영역에서는 유동이 활성화된다. 결과로서 유체의 물성치가 일정하여 원점대칭형상의 유동장을 보

이는 Fig. 2(a)의 경우와는 달리 유동함수의 최대값 위치가 저온부에 존재하게 된다. 또한 저온영역에서 유동이 강화됨으로써 평균온도($T=0.5$) 이하인 영역이 평균온도 이상인 영역보다 넓게 발달함을 관찰할 수 있다. 이는 저온부에서는 실질 레이레이수(effective Rayleigh number)가 증가하고 고온부에서는 감소한 결과로서 해석할 수 있다. Fig. 4(b)는 열전도도가 온도의 함수로 주

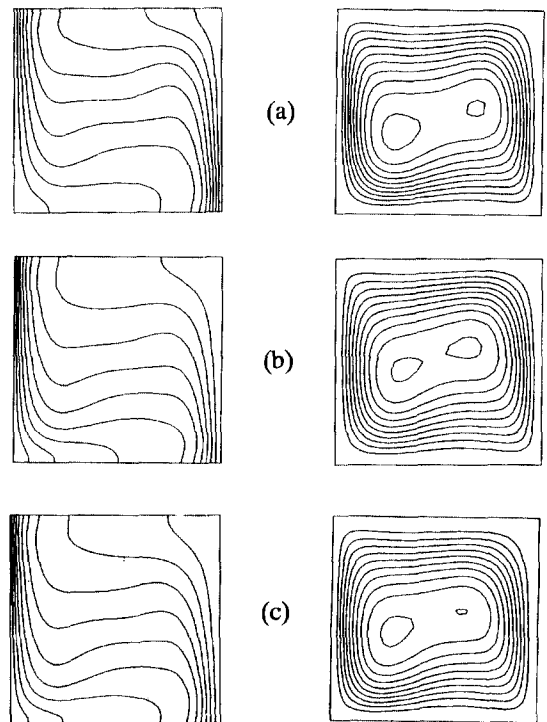


Fig. 4. Plots of temperature (left column) and stream function (right column) contours for $Ra_0=10^5$ and $Pr_0=1.0$ for temperature dependent (a) viscosity, (b) conductivity and (c) viscosity and conductivity. Contour values for temperature and stream function are the same as Fig. 2 except (a) $\psi_{max}=11.04$ and $\psi_{c,max}=10.7$, (b) $\psi_{max}=11.77$ and $\psi_{c,max}=11.6$ and (c) $\psi_{max}=11.32$ and $\psi_{c,max}=11.1$.

어지는 경우에 대한 해석결과를 나타내고 있다. 고온부에서는 전도도가 증가함으로써 열확산 영향이 증가하여 온도경계영역이 두터워지고, 점성계수가 온도의 함수로 주어지는 경우와는 반대로 평균온도 이상인 영역이 평균온도 이하인 영역보다 훨씬 넓게 분포함을 관찰할 수 있다. 즉, 점성계수 또는 열전도도가 온도의 함수로 주어지는 두 경우 모두 고온부에서 실질 레이레이수를 감소시키고 저온부에서 실질 레이레이수를 증가시키는 동일한 효과를 가지고 있지만, 온도장의 변화는 서로 반대되는 결과를 보여주고 있다. Fig. 4(c)는 유체의 점성계수 및 열전도도 모두가 온도의 함수로 주어지는 경우에 대한 결과를 나타내고 있다. 위에서 언급한 두 상반되는 영향이 서로 상쇄되지만, 전체적으로는 고온영역이 저온영역보다 넓게 분포한다는 사실에서 열전도도 변화에 의한 영향이 점성계수 변화에 의한 영향보다 훨씬 강하다는 사실을 유추할 수 있다. 유동장의 경우, 세가지 경우 모두 고온부에서는 실질 레이레이수가 감소하게 되므로 온도경계층이 두터워지고 그 결과로서 물성치가 일정한 경우인 Fig. 2(a)에 비하여 국부최대값 위치가 중앙쪽으로 치우치는 경향을 보이게 된다. 특히 Fig. 4(c)의 경우에는 고온부에서 점성계수 및 열전도도의 증가가 실질 레이레이수를 감소시키는 상승작용으로 인하여 2차 유동장이 매우 약화되었음을 관찰할 수 있다.

위에서 언급한 바와 같이 유체의 점성계수 또는 열전도도가 온도에 따라 변하게 되면 국부적인 실질 레이레이수도 변하게 된다. 이러한 국부적 실질 레이레이수의 영향을 살펴보기 위하여 밀폐용기의 수직 세 위치에서 온도 및 수직속도의 수평축을 따른 분포도를 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5의 왼쪽은 온도의 수평축을 따른 분포도를 보여주고 있다. 모든 물성치가 일정한 값을 가지는 경우와 비교하여, 유체의 점성계수가 온도의 함수인 경우에는 중앙영역의 온도가 감소하고 열전도도가 온도의 함수인 경우에는 중앙영역의 온도가 증가하는 경향을 모든 위치, 즉 Fig. 5(a), (b) 및 (c)에서 뚜렷하게 관찰할 수 있다. 점성계수 및 열전도도 모두가 온도의 함수인 경우에는 그 효과가 서로 상쇄되나 열전도도 변화의 영향이 더욱 우세하여 중앙영역의 온도가 증가하는 경향을 관찰할 수 있다. 또한 경계층내에서는 온도의 절대값 및 온도구배가 열전도도의 변화에는 비교적 큰 영향을 받지만, 점성계수의 변화에는 거의 영향을 받지 않음을 관찰할 수 있다. 점성계수가 온도의 함수인 경우에 경계층내의 속도장의 변화에도 불구하고 이 부분에서 온도장의 변화가 적다는 사실은, 온도장에 대한 전도도의 영향이 점성계수의 영향보다 훨씬 우세함을 나타내고 있다. Fig. 5의 오른쪽 도표들은 수직속도의 수평축을 따른 분포도를 나타내고 있다. 유체의 점성계수가 온

도의 함수인 경우는 고온영역인 밀폐용기의 우측에서 실질 레이레이수의 감소로 인하여 물성치가 온도의 함수로 증가함에 따라 속도경계층이 넓어지며, 최대속도가 감소하는 경향을 보이게 된다. 특히 유체의 온도가 비교적 높은 상부(Fig. 5(a), $Y=0.743$)에서 그 경향이 가장 뚜렷하게 나타나며, 하부로 내려갈수록 그 경향은 감소하게 된다. 반대로 저온부인 밀폐용기의 좌측에서는 유체의 물성치가 온도의 함수로 주어지는 경우 실질 레이레이수의 증가로 인하여 물성치가 일정한 경우에 비해 전반적으로 속도경계층이 좁아지고 속도의 최대값이 증가하는 경향을 보이고 있다. 이러한 경향은 유체의 온도가 비교적 낮은 하부(Fig. 5(c), $Y=0.257$)에서 강하게 나타나며 상부로 올라갈수록 고온부의 영향으로 인하여 감소하게 된다. 유체의 열전도도가 온도의 함수인 경우에도 이러한 경향을 볼 수 있으나 그 영향은 점성계수의 영향에 비하여 비교적 약한 편이다. 점성계수 및 열전도도가 모두 온도의 함수인 경우에는 서로 상승되는 효과로 인하여 이러한 경향이 더욱 뚜렷하게 나타나게 된다.

다음으로는 실험실에서 보다 쉽게 설정할 수 있을 것으로 판단되는 경계조건으로서, 저온면은 일정온도로 유지되고 고온면에서는 일정 열유속이 유입되는 경우에 대한 해석을 수행하여 그 결과를 보고하고자 한다. 이 경우에는 최대온도값을 알 수 없으므로, 일정 열유속에 대한 전도열전달 경우의 온도차이를 기준으로 하여 레이레이수를 정의하였다. 즉,

$$Ra_0 = \frac{g\beta(\bar{q}d/k_0)d^3}{\kappa_0\nu_0}$$

물성치의 함수인 f_1 또는 f_2 는 역시 온도의 변화에 따라 2차원 다항식에 의한 거동을 하며, 일정온도로 유지되는 저온경계면에서 기준값인 1을 가지는 것으로 모델링하였다. 유체의 물성치가 일정한 경우의 계산결과, 열유속이 있는 고온면에서 무차원 온도의 최대값이 약 0.28이었다. 따라서 이 온도를 밀폐용기내의 최대온도의 기준값으로 설정하여, 일정온도 경계조건인 경우와 마찬가지로 $f_{avg}/f_{min} \cong 2.0$ 및 $f_{max}/f_{min} \cong 4.0$ 이 유지되게 다항식의 계수를 결정하였다. 즉,

$$f_1 \text{ or/and } f_2 = 1 + 3.57T + 25.51T^2$$

Fig. 6은 우측면에서 일정 열유속이 있는 경우의 해석 결과이며 기준 무차원수로서 Ra_0 및 Pr_0 는 각각 10^6 및 1.0이다. Fig. 6(a)는 물성치가 일정한 경우의 온도장 및 유동장을 나타내고 있다. 열유속이 있는 우측면 근처에서는 모든 위치에서 열유속이 일정하므로 비교적 온도

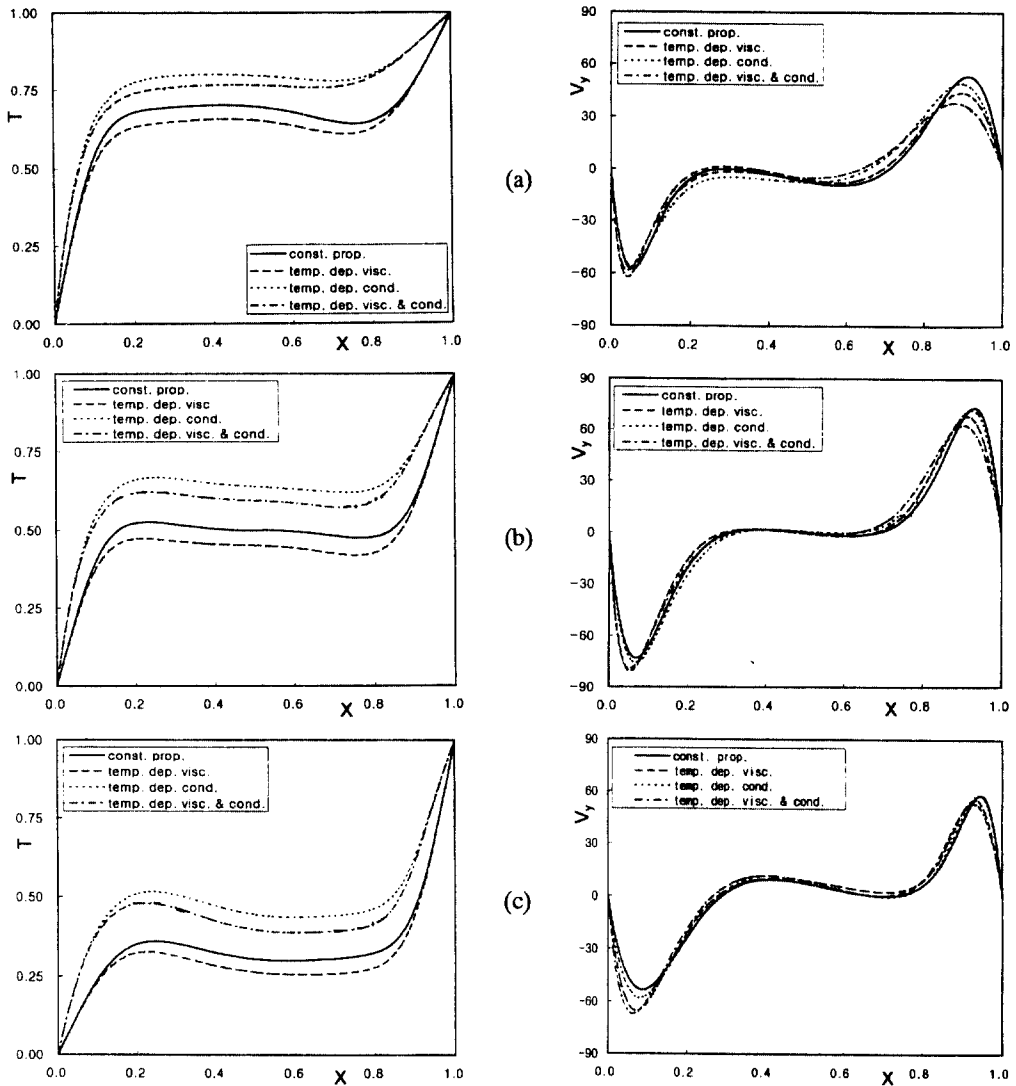


Fig. 5. Plots of temperature (left column) and vertical velocity (right column) profiles for $Ra_0=10^5$ and $Pr_0=1.0$ at (a) $Y=0.743$, (b) $Y=0.500$ and (c) $Y=0.257$.

구배가 완만하고, 유체의 성층화에 의하여 상부로 올라 갈수록 온도가 증가하는 경향을 보이고 있다. 그러나 저온면 근처에서는 밀폐용기의 상부에 강한 온도구배가 형성되는 것을 관찰할 수 있다. 따라서 저온면 근처에서 고온면에 비하여 강한 유동장이 형성되고, 유동함수의 최대값이 저온면 쪽에 존재하는 결과를 보여주고 있다. Fig. 6(b)는 유체의 점성계수가 온도의 함수로 주어지는 경우에 대한 해석결과이다. 열유속이 있는 고온면 근처에서는 점성계수의 증가로 인하여 유동이 약화되므로 최대온도값은 약간 상승하고 역온도구배는 완화하는 경향을 보이게 된다. 그러나 양 수직 경계면에서 총합 열

유속이 일정하므로 결과적으로 유사한 온도구배가 형성 되고 전반적으로 유동장 및 온도장의 형상에 큰 변화를 일으키지 않는다. Fig. 6(c)는 유체의 열전도도가 온도에 따라 변하는 경우에 대한 해석결과이다. 고온면쪽에 열 전도도가 증가하지만, 열유속량은 물성치가 일정한 경우와 동일하므로 최대온도값이 현저하게 감소하여 경계면 근처에 약한 온도구배를 형성하는 경향을 뚜렷하게 보여주고 있다. Fig. 6(b)의 경우와 마찬가지로 고온면 근처에서는 전도도의 증가로 인하여 실질 레이레이수가 감소하므로 2차 유동장의 강도가 저온면 근처에 비하여 비교적 약화된 모습을 보여주고 있다. Fig. 6(d)는 점성

계수와 열전도도가 모두 온도의 함수로 주어지는 경우에 대한 해석결과이다. 고온면 근처에서 두가지 물성치의 변화가 실질 레이레이수를 감소시키는 상승작용을 하므로 이 부분에서 역온도구배가 현저하게 감소하고 결과적으로 이차유동장이 완전히 사라져 버리는 결과를 보여주고 있다. 이와 같이 온도에 따른 물성치의 변화로

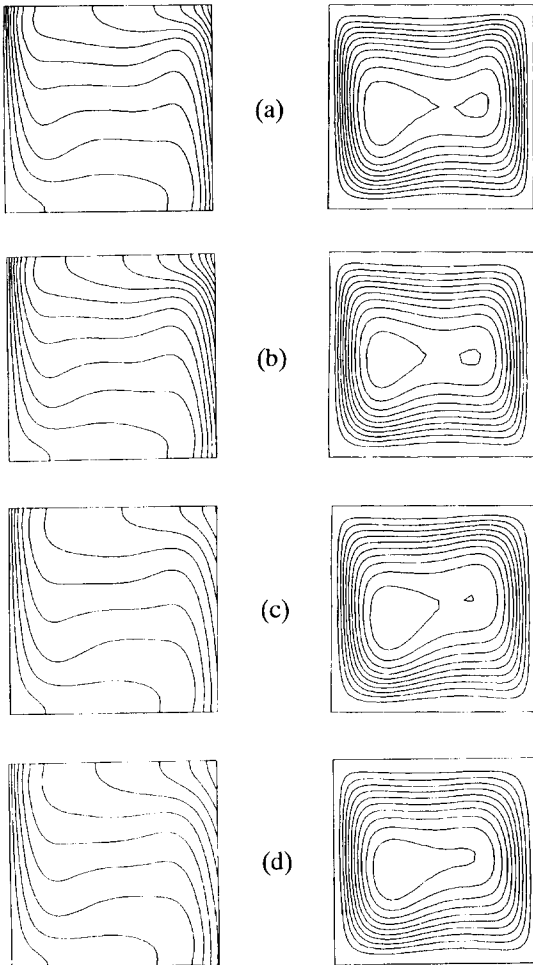


Fig. 6. Plots of temperature (left column) and stream function (right column) contours for $Ra_0=10^6$ and $Pr_0=1.0$ with constant heat flux at the right wall. Conditions are, (a) constant properties, temperature dependent (b) viscosity, (c) conductivity and (d) viscosity and conductivity. Contour values and maximum value of temperature are, by increment 0.02, (a) 0.02 to 0.26, $T_{max}=0.277$, (b) 0.02 to 0.30, $T_{max}=0.316$, (c) 0.02 to 0.20, $T_{max}=0.202$ and (d) 0.02 to 0.20, $T_{max}=0.215$. Contour values for stream function are the same as Fig. 2 except (a) $\psi_{max}=11.37$ and $\psi_{c,max}=10.5$, (b) $\psi_{max}=10.72$ and $\psi_{c,max}=10.0$, (c) $\psi_{max}=13.61$ and $\psi_{c,max}=12.5$ and (d) $\psi_{max}=13.06$ and $\psi_{c,max}=11.9$.

인하여 고온면 근처의 온도장 및 유동장이 영향을 받게 되지만, 저온면 근처의 변화는 비교적 약한 경향을 보이고 있다. 이는 일정온도로 유지되는 저온면 근처에서는 유체의 물성치가 모든 경우에 대하여 거의 비슷하고, 전체적인 열유속량이 동일하기 때문으로 해석할 수 있다. 전반적으로 열전도도의 변화로 인한 온도장의 변화가 비교적 뚜렷하게 관찰되지만, 점성계수의 변화로 인한 영향은 약한 경향을 보이고 있다.

Fig. 7(a)는 용기의 상부($Y=0.743$) 위치에서의 수평축을 따른 온도분포도를 보여주고 있다. 저온 영역인 좌측 영역에서는 모든 경우에 대하여 절대온도 및 온도구배의 차이가 심하지 않으며 특히 경계면 근처에서는 거의 동일한 모습을 보여주고 있다. 고온 영역인 우측 영역에서는 물성치의 변화에 따라 온도장의 변화가 관찰되고 있다. 전반적으로 점성계수의 증가에 따라서는 시스템의 온도가 상승하고 전도도의 증가에 따라서는 시스템의 온도가 감소하는 경향을 보이고 있다. 또한 두 경우 모두 역온도 구배를 완화시키는 경향을 보여주고 있는

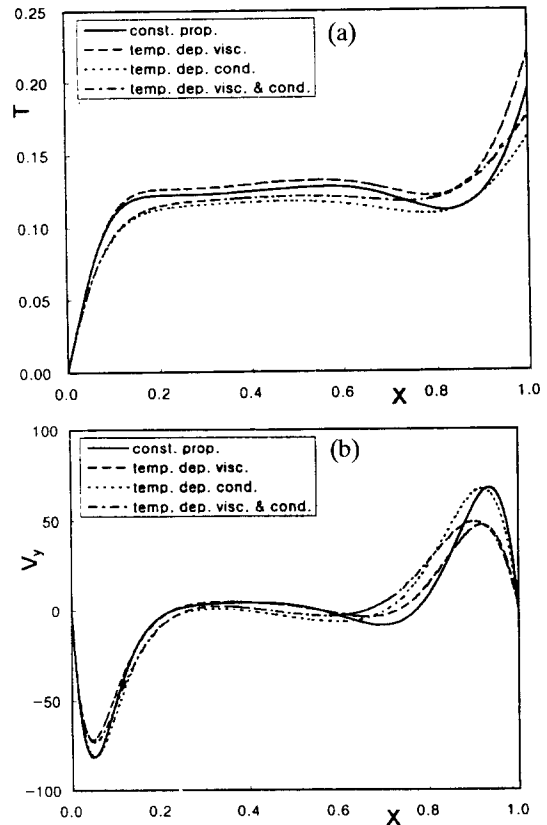


Fig. 7. Plots of (a) temperature and (b) vertical velocity profiles at $Y=0.743$. Conditions are, $Ra_0=10^6$ and $Pr_0=1.0$ with constant heat flux at the right wall.

데, 이는 실질 레이레이수의 감소로 설명할 수 있다. 두 가지 도구가 온도의 함수로 주어지는 경우에는 상승효과로 인하여 우측영역에 역온도구배가 거의 사라지는 모습을 보여주고 있으며, 이는 우측면 근처의 이차유동장이 완전히 사라진 Fig. 6(d)의 유동장 모습을 설명할 수 있는 자료이다. Fig. 7(b)는 수직속도의 분포도를 보여주고 있는데, 전반적으로 그 영향은 일정온도 경계조건에 비하여 비교적 약한 것으로 관찰되었다. 용기의 하부는 그 영향이 보다 약하였기에 도시하지 않았으며, 전체적으로도 물성치의 영향은 양면이 일정온도로 유지되는 경우에 비하여 뚜렷하지 않은 것으로 관찰되었다. 이는 근본적으로 저온면 근처에서는 모든 경우에 대하여 물성치가 기준값과 비슷하기 때문에 비슷한 온도장 및 유동장이 형성될 수 밖에 없고, 이 영향이 고온면의 영향을 어느 정도 상쇄하기 때문으로 판단된다.

4. 결 론

물성치가 자연대류열전달에 미치는 영향을 분석하기 위한 연구를 수행하였다. 물성치의 대표적인 무차원수인 프란틀수의 변화 및 물성치가 온도의 함수로 주어지는 경우의 자연대류열전달에 미치는 영향을 분석하였다.

프란틀수가 아주 작아지면 온도경계층이 두꺼워지고 그 결과로서 유동장의 형상도 많이 변할 수 있음을 발견하였다. 프란틀수가 감소함에 따라 누셀트수는 감소하는 것으로 나타났으며, 이는 열확산의 영향이 우세하기 때문인 것으로 판단된다. 누셀트수의 프란틀수 의존

도는 레이레이수 의존도에 비하면 약하지만 지수에 있어서 약 1/3의 값을 가지므로 그 영향이 비교적 강함을 알 수 있었다. 유체의 물성치가 온도의 함수로 주어지는 경우, 국부적인 실질 레이레이수의 변화로 인하여 물성치의 변화가 유동장의 변화를 가져오지만, 전반적으로 유동장에 미치는 영향은 비교적 약한 사실을 관찰할 수 있었다. 그러나 물성치의 변화가 온도장에 미치는 영향은 비교적 강하며, 특히 열전도도가 온도의 함수로 주어지는 경우의 온도장에 미치는 영향은 상당히 강함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. T. Yamasaki & T.F. Irvine, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **27**, 1613-1621 (1984).
2. J.M. Hyun and J.W. Lee, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **9**, 278-285 (1988).
3. ANSYS User's Manual, SAS IP (1995).
4. G.D. Mallinson and G. De. Vahl Davis, *J. Fluid Mech.* **83**, 1-31 (1977).
5. R. Viskanta, D.M. Kim and C. Gau, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **29**, 475-485 (1986).
6. J.M. Hyun and J.W. Lee, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **10**, 146-151 (1989).
7. M. Jacob, *Heat Transfer*, Vol. 1, Wiley, New York (1949).
8. N.C. Markatos and K.A. Pericleous, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **27**, 755-772 (1984).