

시뮬레이션에 의한 유체 유동 굴곡파이프의 지지점 변화에 따른 고유 진동수 고찰

A Simulation for the Natural Frequencies of Curved Pipes Containing Fluid Flow with Various Support Locations

최명진*, 박현용**

Myung-Jin Choi, Hyun-Yong Park

Abstract

A simulation is performed to investigate the effect of the pipe supports on the change of the natural frequencies of curved pipe systems containing fluid flow, for different elbow angles and geometry of the pipe systems. Based upon the Hamilton's principle, the equations of motions are derived, and the finite element equation is constructed to solve the corresponding eigenvalue problem. The angles of elbows do not affect the change of the fundamental natural frequency, but affect the change of the third or higher natural frequencies. Without any support, the change of the fundamental natural frequency due to the geometric change is smaller than the change of the second or higher natural frequencies. The more curved parts exist in the pipe system, the less change of lower frequency range, compared with the change of higher frequency range, is observed. Spring supports can be used to reduce the fundamental natural frequency, without change of the second or higher natural frequencies. To avoid resonance, which is critically dangerous from the view point of structural dynamics, the mechanical properties such as stiffness or the location of pipe supports are need to be changed to isolate the natural frequencies from the frequency range of dominant vibration modes.

* 경희대학교 공과대학

** 경희대학교 대학원 기계공학과

1. 서론

중화학 공장이나 석유화학 플랜트 또는 발전 설비의 많은 부분을 차지하고 있는 파이프 계에서, 유체가 흐를 때 발생하는 진동은 유속 및 압력에 따라 불안정이 일어남으로 파이프계 설계에 있어서 중요한 문제로 대두되어 왔으며 파이프계의 진동연구는 진동제어 방안을 위한 기술개발 및 설계의 기초 연구로써 필요성이 요구되고 있으며, 실제의 파이프 계에서 빈번히 발생하는 진동에 대한 제어기기의 설치는 매우 중요한 문제로 여겨져 왔다.

내부유체의 흐름을 포함한 파이프의 진동에 관한 연구는 1950년대부터 시작되어 Housner[8]가 직선파이프를 단순보 이론에 입각하여 운동방정식을 이끌어 냈으며, Chen[5,6]은 Hamilton의 원리를 사용하여 일정한 곡률을 갖는 굴곡파이프에 대하여 내평면과 외평면의 운동방정식을 유도하였다. Mote[12]는 유한요소법으로 내부유동을 포함한 파이프의 진동에 관한 연구를 Ritz방법을 이용하여 파이프의 진동과 안정성을 해석하였다. Hill과 Davis[7]는 Galerkin방법을 이용한 유한요소법으로 정적평형의 힘을 고려하여 해석하였으며 고유진동수에 큰 영향을 미치는 힘이 인장력을 밝혔다. 근래에는 Kohli와 Nakra[10]가 직선보 유한요소로 일정한 곡률을 갖는 파이프와 직선 파이프를 혼합한계의 진동해석 가능성을 시사하였고, 이경구[2]는 자동차 연료 분사파이프에서 유속과 고유진동수의 관계를 고찰하였다.

이상에서 살펴본 바와 같이 내부 유동을 포함한 파이프계의 진동에 관한 연구는 파이프의 모델링에 관련된 연구이거나 파이프 내부유체와의 상관관계등에 대한 연구가 대부분이며, 계가 단일평면에서 이루어진 경우로서 실제의 계에 적용하기 힘들다. 특히, 엘보의 형상에 따른 계의 해석에 관한 연구는 거의 이루어지지 않았으며, 파이프의 올바른 지지에 관한 연구는 엔지니어의 경험에 의존할 뿐 분명히 제시된 연구는 찾아보기 힘들었다.

본 연구에서는 파이프의 지지점이 계의 진동에 미치는 영향을 고찰하여, 진동을 저감시킬 수 있도록 하였다. 3차원 해석을 가능케 하기 위하여 절

점당 6자유도의 Euler - Bernoulli 보를 선택하여 유한요소에 의한 시뮬레이션을 수행하였으며 파이프를 지지하는 지지요소가 파이프의 동적 거동에 미치는 영향을 고찰하고, 파이프내 유체가 갖는 일정한 유속과 압력 등을 포함하여, 동일한 설계 조건하에서 유형별, 형상별에 따른 고유진동수변화를 조사하였으며 파이프 지지장치의 강성과 설치위치가 파이프계의 진동 특성을 결정하는 중요한 요인임을 인지하고 진동제어 기기의 지지점을 선정하여 변경시킴으로써, 저주파 대역의 공진을 회피하여 진동 응답을 저감시켜 파이프계의 설계 자료로의 활용방안을 제시하였다.

2. 본론

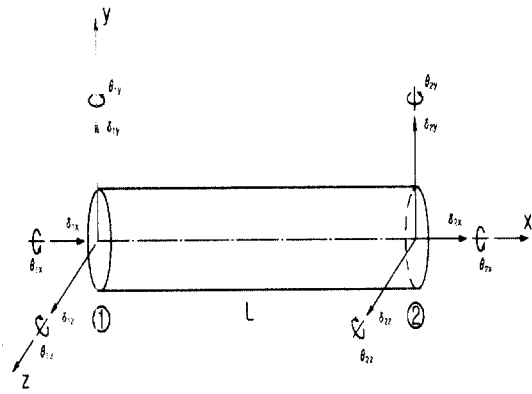
파이프계의 진동은 내부유체의 압력과 속도에 의한 운동량 변화에 기인한 진동이라 할 수 있으며 이는 파이프의 형상에 따라 운동량이 변화하게 되므로 파이프의 형상에의해 영향을 받게된다. 본 연구에서는 내부유동을 포함하는 3차원 공간상에서 굴곡된 파이프 계의 진동을 Hamilton의 원리를 이용한 유한요소법을 사용하여 해석하였다.

계의 진동은 외평면 및 내평면의 진동이 동시에 발생하며 강성이 충분히 큰 엘보와 연결되어 있으며, 공간상의 파이프는 양단이 고정되어 있고 일정한 유속을 갖고 있으며, 곡관부의 크기는 직선파이프의 길이에 비해 작다고 가정하였으며, 3차원 공간상에 고정된 직각 좌표축은 파이프의 길이방향을 X축으로 하고, 파이프의 단면적의 주축을 따라 Y축과 Z축을 설정했다. 내부유동은 파이프 계의 동적인 거동에 영향을 주므로 유체의 흐름의 변화가 운동량 변화에 기인하여 파이프 엘보부분에 합력이 작용하게 되며, 이 합력은 엘보의 절점에서 발생하는 각 방향의 합력으로 파이프계의 각각의 요소에 발생하게 되어서 요소힘으로 작용하며, 이는 파이프 계의 강성을 변화 시켜 고유진동수에 영향을 미친다.

2.1 운동방정식

Hamilton의 원리를 사용하여 다음과 같이 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\int \{\delta T_p - \delta V_p + \delta T_f + \delta W_{pre} - \delta V_n\} dt = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$



<그림 2-1> 파이프의 유한요소 모델

<그림 2-1>은 파이프의 유한 요소 모델을 나타낸 것이다. 파이프는 절점당 3개의 변위와 3개의 회전을 갖는 6개의 자유도 즉, 각 요소는 12개의 자유도를 갖는 Euler - Bernoulli 보로 모델링 되었다.

$$\{\delta_{e_i}\} = \{u_{1x}, u_{1y}, u_{1z}, \theta_{1x}, \theta_{1y}, \theta_{1z}, u_{2x}, u_{2y}, u_{2z}, \theta_{2x}, \theta_{2y}, \theta_{2z}\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

이 요소가 갖는 포텐셜 및 운동에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.[1]

$$T_p = \int_{1/2}^1 m_p \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 + J_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^2 \right\} dx \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$T_f = \int_{1/2}^1 m_f \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} + c \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right\} dx \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$V_p = \int_{1/2}^1 \left\{ EA_p \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + EI_z \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 + EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + GJ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + P_{xe} \left(\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right) \right\} dx \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$W_{pre} = \int_{1/2}^1 pA \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right\} dx \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$V_n = P_{1x}u(1) + P_{2x}u(2) + P_{1y}v(1) + P_{2y}v(2) + P_{1z}w(1) + P_{2z}w(2) + M_{1x}\phi(1) + M_{2x}\phi(2) + M_{1y}\phi(1) + M_{2y}\phi(2) + M_{1z}\gamma(1) + M_{2z}\gamma(2) \quad \dots\dots\dots(7)$$

아래첨자 p와 f는 파이프와 유체를 표시하며, 식(3)과 (4)는 파이프와 유체의 운동에너지를 나타내는 항이고 식(5)와 (7)은 파이프의 위치에너지와 파이프 곡면에 작용하는 요소에 대한 유체의 위치에너지의 항이며 식(6)은 유체의 압력으로 인한 파이프의 일을 나타낸 항이다.

요소에 대한 운동방정식을 간략한 행렬형태로 나타내기 위하여 변위함수를 도입하면

$$\{\delta(x, t)\} = [N(x)]\{\delta(t)\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

변위의 경계조건을 대입한 후 Hamilton의 원리를 이용하여 나온 식을 변수 분리하여 다시 적분한 후 경계조건을 대입하면

$$\begin{aligned} & - \int \{ \{\delta U_e\}^T \{ [M1]_e \{\ddot{U}_e(t)\} + [K1]_e \{U_e(t)\} - \{P_{1e}\} \} \\ & + \{\delta V_e\}^T \{ [M2]_e \{\ddot{V}_e(t)\} + ([K2]_e \\ & - ((m_f c^2 + pA) - P_{se}) [K3]_e \{V_e(t)\} - \{P_{2e}\} \} \\ & + \{\delta W_e\}^T \{ [M3]_e \{\dot{W}_e(t)\} + ([K4]_e \\ & - ((m_f c^2 + pA) - P_{se}) [K5]_e \{W_e(t)\} - \{P_{3e}\} \} \\ & + \{\delta \Phi_e\}^T \{ [M4]_e \{\dot{\Phi}(t)\} + [K6]_e \{\Phi_e(t)\} - \{P_{4e}\} \} \} dt = 0 \quad \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

식(9)를 만족시키기 위하여 다음과 같은 운동방정식을 만족 시켜야 한다.

$$[M1]_e \{\ddot{U}_e\} + [K1]_e \{U_e\} = \{P_{1e}\} \dots\dots\dots(10)$$

$$[M2]_e \{\ddot{V}_e\} + ([K2]_e - ((m_f c^2 + pA) - P_{se})[K3]_e) \{V_e\} = \{P_{2e}\} \dots\dots\dots(11)$$

$$[M3]_e \{\ddot{W}_e\} + ([K4]_e - ((m_f c^2 + pA) - P_{se})[K5]_e) \{W_e\} = \{P_{3e}\} \dots\dots\dots(12)$$

$$[M4]_e \{\ddot{\Phi}_e\} + [K6]_e \{\Phi_e\} = \{P_{4e}\} \dots\dots\dots(13)$$

식(10)에서부터 식(13)을 살펴보면 식(10)은 내부유동을 포함한 파이프요소의 축방향의 진동을 나타낸 것이며, 식(11)과 (12)는 각각의 평면에서의 굽힘진동을 나타낸 식이고, 식(13)이 파이프의 비틀림 진동을 나타낸다.

특히 이 행렬들중 [M]의 행렬들은 질량행렬들이고 [K1], [K2], [K4] 및 [K6]는 파이프의 탄성 특성으로부터 나온 강성행렬이고, [K3]와 [K5]는 유체의 원심력과 압력, 그리고 초기 인장력에 의해 나타난 강성 행렬이다.

식(10)에서부터 식(13)의 각각의 항들을 적분하면 요소에 대한 질량 및 강성 행렬을 구할 수 있다.[1,2,3]

2.2 파이프의 강성행렬

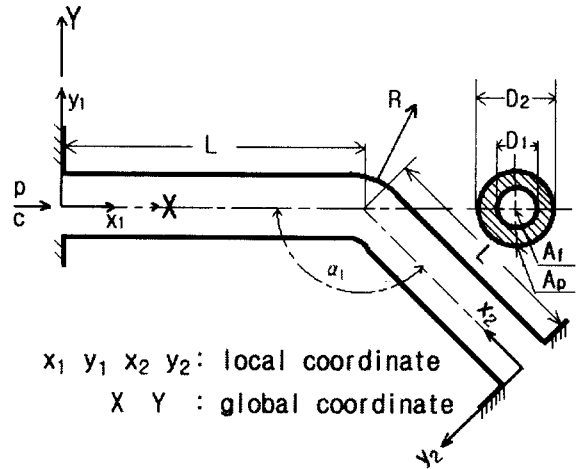
$$[\bar{K}] = \sum_{e=1}^n [[\bar{K}]_{e,E} - (m_f c^2 + pA - P_{se})[\bar{K}]_{e,O}] \dots\dots\dots(14)$$

여기서 $[\bar{K}]_{e,E}$ 는 파이프의 탄성특성으로부터 나온 행렬이고, $[\bar{K}]_{e,O}$ 는 유체의 원심력과 압력, 그리고 파이프 초기인장력에 의한 행렬이다. 한편 초기 인장력의 값은 계가 평형을 이룰 때 그 값을 갖게되며, 파이프 곡곡부분에서 발생하는 합력과 계의 경계조건을 적용하여 파이프가 받는 초기 변위에 대한 반력이 곧 파이프 각요소의 인장력으로 발생하게 된다. 초기 인장력이 없다면 정적해석을 할 수 없게 되어서 결국은 위 식(14)을 풀어 전개하면 앞에서 구한 운동방정식으로 유도된 결과식과 동일하게 된다. 그러나 파이프가 엘보로 연결되어있다면 초기 인장력의 발생으로 초기에 발생하는 인장력에 따라서 전체 계해석에 필요한 강성행렬값이 변화한다는 사실해 주목해야 할 것이다. 운

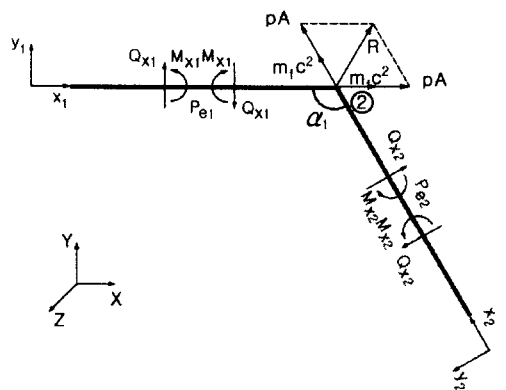
동방정식으로 얻어낸 강성행렬과 초기 인장력발생으로 얻어진 강성행렬을 조합하여 전체 계의 강성행렬을 얻어낼 수 있다. 파이프가 굴곡부분을 포함하게 되면 운동량 변화에 의해 굴곡부분에서 합력이 발생하며 그 합력은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$R = \sqrt{2(m_f c^2 + pA) + 2(m_f c^2 + pA) \cos \alpha_1} \dots\dots\dots(15)$$

이렇게 얻은 합력으로 정적 평형식에 대입하여 초기 인장력이 구해짐으로써 이 초기 인장력을 식(14)에 대입하여 전체 강성행렬을 구할 수 있다.



<그림 2-2> 파이프의 정적해석 모델



<그림 2-3> 파이프의 정적해석을 위한 자유물체도

2.3 지지점의 강성행렬

지지점의 위치는 파이프의 크기, 무거운 밸브의 위치 등에 따라 좌우된다. 파이프계에서의 적당한 지지위치를 선정하는 기준은 정확하게 나와있지는 않으나, 공학자들의 충분한 경험을 통하여 적절한 파이프의 지지점을 찾아야 하지만 본 연구에서는 파이프계와 지지점과의 상관관계를 통해서 지지점 위치를 설정하고자 하였다.

본 연구에서는 지지점을 크게 강체 지지(rigid support)와 스프링행거 지지(spring hanger support)의 2가지 경우에 대한 고찰을 하였으며, 고유 모드값이 가장 크게 변화하는 곳에서의 지지점을 선택하였다.



<그림 2-4> 단순스프링 지지모델

<그림 2-4>는 파이프 지지를 간단한 1차원 단순 스프링계로 모델링 하였을 경우이며 이때의 지지의 강성행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

구해진 강성행렬을 절점당 6자유도의 파이프와 적용하여 전체 강성행렬을 구성하고, 질량행렬을 구성하면, 동적 시뮬레이션을 수행할 수 있다.

2.4 고유진동수

계의 강성행렬과 질량행렬이 구성되면 지지점의 강성행렬은 계의 전체 강성행렬에 조합하여 지지점을 포함하는 계의 강성행렬을 구성한다.

계의 전체 강성행렬이 구성되면 식(15)의 고유치 해석의 기본 방정식에 대입하여 고유진동수를 구할 수 있다.

$$[\bar{K}] - \omega^2[\bar{M}] = 0 \dots\dots\dots(16)$$

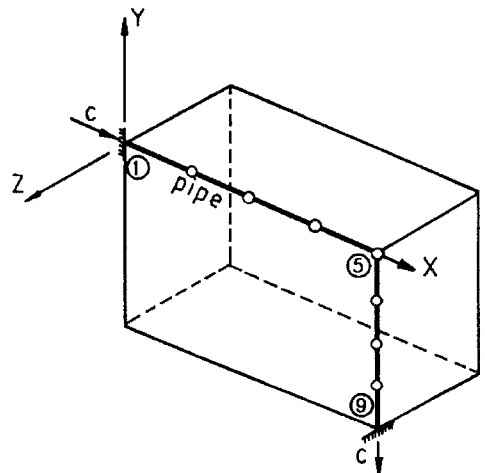
본 연구에서는 Jacobi 반복법에 의해 고유값을 구했으며 파이프의 형상별 고유진동수 및 파이프 지지점의 변화에 따른 시뮬레이션을 통해 고유진동수의 변화에 대한 고찰을 시도하였다.

3 시뮬레이션 결과

프로그램의 검증을 위하여 아래의 <표 1>에 주어진 물성치를 적용하여 유한요소 전용해석 프로그램인 ANSYS와 프로그램의 오차를 비교하였다.

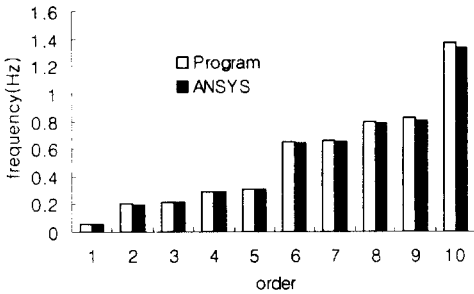
<표 1> 파이프 시스템 및 내부유체의 물성치

Element number	8
Number of node	9
Element length	1000 in
Outer diameter of pipe	26 in
Inner diameter of pipe	24.624 in
Pipe mass per unit length	17.7 lb/in
Fluid mass per unit length	0.4 lb/in
Velocity of fluid	50 in/sec
Pressure of fluid	500 psi
Modulus of elasticity	27400000 psi
Poisson ratio	0.3



<그림 3-1> 3차원 공간상의 파이프계의 모델링

<그림 3-1>은 본 연구에서 선택한 절점수 9 개를 포함한 8개 요소의 파이프계이다.

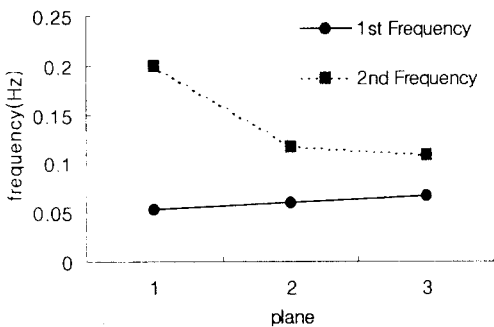


<그림 3-2> 고유진동수의 비교

<그림 3-2>는 파이프가 단일 평면상에 놓여있는 경우이며 양단이 모든 자유도에 구속되었을 때의 고유진동수값을 비교한 것이다.

<그림 3-2>에서 고주파 영역으로 갈수록 오차가 발생하는데 이는 전단의 효과에 기인한다.

3.1 지지점 변화에 따른 고유진동수

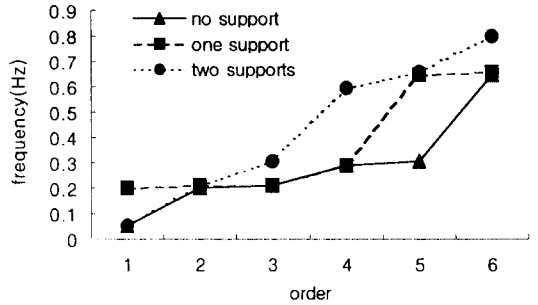


<그림 3-3> 파이프형상(평면의 개수)별 고유진동수변화

<그림 3-3>은 지지점이 없을 경우 파이프가 각각 1,2,3개의 평면상에 존재할 때 1차와 2차의 고유진동수 변화를 나타낸 그래프이다.

<그림 3-3>에서 알 수 있듯이 파이프의 형상이 놓여 있는 평면이 증가함에 따라서 1차 고유진

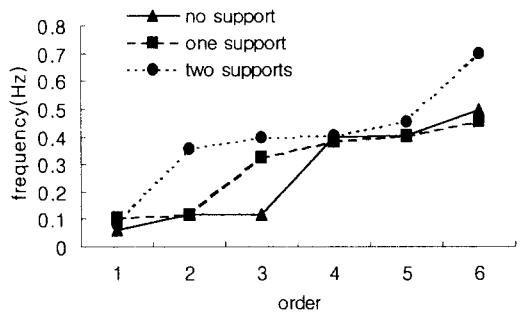
동수는 증가하는 반면 2차 고유진동수는 감소함을 알 수 있다.



<그림 3-4>지지점 변화에 따른 고유진동수 변화(I)

<그림 3-4>는 곡관부가 하나일 경우, 배관의 지지점을 증가 시켜 감에 따라서 고유진동수의 변화를 나타낸다. 이때는 같은평면상에 지지점이 존재하는 경우로, 2차 고유진동수는 변화하지 않음을 알 수 있으며 지지점이 없는 경우의 2차(내평면1차)고유진동수는 지지점의 개수가 하나가 존재할 경우의 1차 고유진동수로 나타나는 것을 알 수 있다. 또한 지지점이 없는 경우의 1차(외평면1차) 고유진동수는 지지점의 개수가 두 개가 존재할 경우의 1차 고유진동수와 일치함을 알 수 있다.

위 결과는 외평면 및 내평면 진동의 모드를 제어하여 지지를 설치하였을 때의 결과이다.

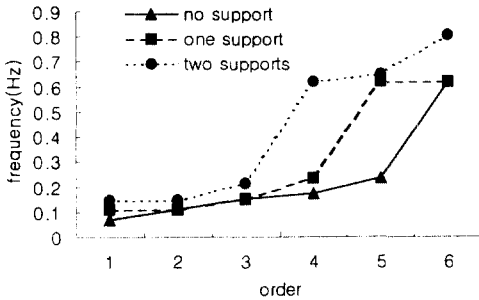


<그림 3-5> 지지점 변화에 따른 고유진동수 변화(II)

<그림 3-5>는 곡관부가 2개일 경우이며, 이때에는 지지위치가 2평면상에 존재하는 경우이다. 곡관부가 2개 이상 포함되면 파이프는 내,외 평면이 따로 진동을 하지 않으며 복합적인 진동의 형상이 나타나게 된다.

특히, 곡관부가 2개일 경우에는 지지점과 상관없이 4차에서 고유진동수가 거의 일치함을 보이고 있으며 지지점이 2개가 되어야 비로소 지지점이 없을 때의 고유진동수와 이격이 된다는 것을 알 수 있다.

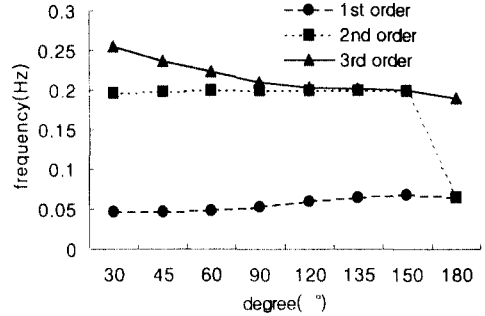
곡관부가 3개 있을 경우 <그림 3-6>에서와 같이 복합적인 진동형상이 나타나게 되며 지지점의 변화는 1, 2, 3차 고유진동수에는 거의 영향을 미치지 않으나 4차 고유진동수부터 점차 이격이 된다는 것을 알 수 있으며, 미소하나마 지지개수의 증가로 인해 고유진동수가 점차 증가된다는 사실을 알 수 있다.



<그림 3-6> 지지점 변화에 따른 고유진동수 변화(III)

3.2 엘보형상에 따른 고유진동수

파이프라인을 연결해주는 엘보는 그 각이 변화함에 따라 파이프내부의 유체의 운동량을 변화시켜 시스템의 강성을 변화시킴으로써 고유진동수값에 영향을 주게 된다. 본 연구에서는 엘보 각도를 30, 45, 60, 90, 120, 150, 180°의 경우에 대해 살펴왔다.

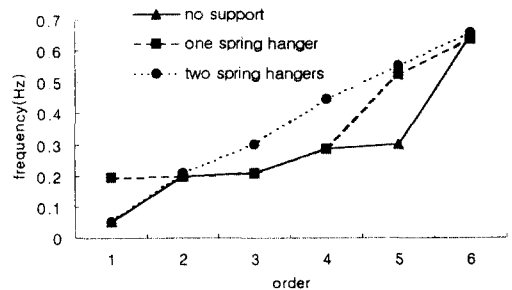


<그림 3-7> 엘보각도 변화에 따른 고유진동수 변화

단일평면상에 놓여있는 파이프는 엘보의 각이 커질수록 2차(내평면1차)고유진동수는 거의 변화하지 않고 있다가 파이프의 엘보가 없어지는 평행 파이프에서 갑자기 줄어드는 것을 볼 수 있다. 또한 1차(외평면1차)고유진동수는 각이 증가함에 따라 진동수 역시 증가 되나, 3차(외평면2차)고유진동수는 각의 증가와 함께 점차로 감소함을 알 수 있다.

특히 파이프가 평행하게 놓이면 외평면 고유진동수와 내평면 고유진동수가 일치하게 되므로 1차 및 2차 고유진동수가 일치하게 되어 2차 고유진동수는 급격하게 진동수가 저감하는 것을 알 수 있다.

3.3 스프링 지지



<그림 3-8>스프링 지지의 경우 고유진동수

<그림 3-8>은 파이프의 강체지지와는 다르게 파이프의 스프링지지는 임의의 차수에 관련된 고유

진동수를 제어하기 위한 것임을 알 수 있으며, 3차 이상의 고유진동수를 이격시키기 위해서는 스프링 지지가 2개가 필요하며 1차 고유진동수를 이격시키기 위해서는 스프링 지지가 1개가 필요하다는 것을 알 수 있다. 그러나 지지와 상관없이 2차 고유진동수는 거의 변하지 않음을 알 수 있다.

4 결론

본 연구에서는 파이프가 공간상에 있을 때 파이프 형상과 파이프를 지지하는 지지점이 파이프 진동에 미치는 영향을 고찰하였으며, 파이프의 저주파 대역의 공진을 피하기 위하여 시물레이션을 통해 계의 고유모드를 살펴본 후 적당한 지지점을 선정하여 계의 고유진동수와 이격시킴으로써 진동 응답을 감소시킬 수 있다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 단일평면상에 파이프가 존재하는 경우에 내평면 고유진동수는 외평면의 고유진동수 보다 더 크게 됨을 알 수 있다.
- 2) 1차 고유진동수를 이격시키기 위한 방법으로는 파이프를 연결하고 있는 엘보와는 무관하다는 사실을 알 수 있으며, 엘보형상은 3차 이상의 진동수를 변화시키는데 영향을 준다.
- 3) 지지가 없을 때 파이프 형상변화에 의한 고유진동수 변화는 1차 고유진동수가 소폭으로 증가함에 비해서 2차이상의 고유진동수는 다소 큰 폭으로 감소함을 알 수 있다.
- 4) 엘보를 많이 포함할수록 저주파대역의 고유진동수의 변화폭이 작은 반면 고주파대역의 고유진동수는 큰 폭으로 이격됨을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] 김용배, "내부유동을 포함한 굴곡된 파이프의 내평면 진동해석", 「석사학위논문」, 인하대학교, 1987.
- [2] 이경구, "유한요소법을 이용한 연료 분사 파이프의 자유진동해석에 관한 연구", 「석사학위논문」, 경희대학교, 1995.
- [3] 홍성철, "내부유동을 포함한 굴곡된 파이프의 외평면 진동해석" 「석사학위논문」, 인하대학교, 1987.
- [4] Ashley, H., and Haviland, G. "Bending Vibration of a Pipe line containing Flowing Fluid", Journal of Applied Mechanics, Trans ASME, Vol. 72, 1950, pp.229-232.
- [5] Chen, S.S., "Vibration and Stability of a Uniformly Curved Tube conveying Fluid", Journal of Acoustical Soc. of America, Vol. 51, 1972, pp.223-232
- [6] Chen, S.S., "Out of Plane Vibration and Stability of Curved Tubes Conveying Fluid", Journal of Applied Mechanics, Vol. 40, 1973, pp.362-368
- [7] Hill, J.L., and Davis, C.G. "Effenct of Initial Forces on the Hydroelastic Vibration and Stability of Plannar Curved Tubes", Journal of Applied Mechanics Vol. 41, 1974, pp.355-359
- [8] Housner, G.H., "Bending Vibration of a Pipe Line containing Flowing Fluid", Journal of Applied Mechanics, Vol. 19, 1952 pp.205-209
- [9] Kellogg, M., *Design of Piping System*, Willey, Co., 1956.
- [10] Kohli, A.K., and Nakra, B.C. "Vibration Analysis of Straight and Curved Tubes Conveying Fluid by Means of Straight Beam Finite Element", Journal of Sound and Vibration, Vol. 93, 1984, pp. 307-311
- [11] Kulacki, A., *The Finite Element Method Using Matlab*, CRC, Inc., 1997.
- [12] Mote, C.D., "Nonconservative Stability by Finite Elements", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1971, pp. 645-656
- [13] Paz, M., *Structural Dynamics, Theory and Computation*, Van Nostrand Reinhold, Co., 1980.

● 저자소개 ●



최명진

1973년 경동고 졸업
 1984년 경희대학교 기계공학과 학사
 1987년 North Carolina State Univ. 기계공학 석사
 1992년 North Carolina State Univ. 기계공학 박사
 1992년~1993년 한국 원자력 연구소 선임연구원
 1993년~현재 경희대학교 기계공학과 조교수, 부교수
 관심 분야 기계공학 관련 현상에 대한 시뮬레이션



박현웅

1996년 경희대학교 기계공학과 학사
 1997년~현재 경희대학교 기계공학과 석사과정