

이목정 소유역의 하천차수를 고려한 프랙탈 차원의 산정

Estimation of Fractal Dimension According to Stream Order in the Iemokjung Subbasin

고 영 찬* / 선 우 중 호**

Koh, Young Chan / Sonu, Jungho

Abstract

Researchers have suggested that the fractal dimension of the stream length is uniform in all the streams of the basin and the estimates of the fractal dimension are in between 1.09 and 1.13 which may be considerably large values. In this study, the fractal dimension for the Iemokjung subbasin streams in the Pyungchang River basin which is one of the IHP representative basins in Korea are estimated for each stream order using three scale maps of a 1/50,000, 1/25,000, and 1/5,000. As a result, the fractal dimension of the stream length is different by stream order and the fractal dimension of all streams shows a lower value in comparison to that of the previous studies. As a result of the fractal dimension estimation for the Iemokjung subbasin streams, we found that the fractal dimension of the stream length shows different estimates in stream orders. The fractal dimension of 1st and 2nd order stream is 1.033, and the fractal dimension of 3rd and 4th order stream is 1.014. This result is different from the previous studies that the fractal dimension of the stream length is uniform in all streams of the basin. The fractal dimension for a whole stream length is about 1.027. Therefore, the previous estimates of 1.09 and 1.13 suggested as the fractal dimension of the stream length may be overestimated in comparison with estimated value in this study.

Keywords: fractal dimension, stream length, stream order

요 지

기존의 연구자들은 하천길이의 프랙탈 차원은 유역내 전체 하천에 대해 균일하며 그 수치도 1.09~1.13로 상당히 크게 보았다. 그렇지만 국제수문개발계획의 대표유역중 하나인 평창강수계내 이목정 소유역을 대상으로 1/50,000, 1/25,000, 1/5,000의 3개 축척 지형도를 이용하여 프랙탈 차원을 산정한 결과 하천차수별로 서로 다른 프랙탈 차원을 갖는 것을 발견하였고, 또한 전체 하천으로 보아도 기존 연구자들이 제안한 수치보다 작은 수치를 보였다. 이목정 소유역내 하천의 프랙탈 차원을 산정한 결과에 의하면 기존의 국내외의 연구가 전체 하천을 균일한 프랙탈 차원을 갖는 것으로 보는 것과 달리 1차, 2차 하천은 1.033, 이보다 하천차수가 높은 3차, 4차 하천은 1.014의 값을 보이는 등 하천차수별로 프랙탈 차원이 다르게 산정되었다. 또한 전체적인 하천길이에 대한 프랙탈 차원도 1.027로서 국내외에서 제시된 기존의 하천길이에 대한 프랙탈 차원인 1.09~1.13 사이의 수치는 실제보다 너무 과대평가된 것으로 추정된다.

핵심용어 : 프랙탈 차원, 하천길이, 하천차수

* 초당대학교 토목공학과 전임강사

Full-Time Lecturer, Dept. of Civil Engrg., Chodang Univ., Muam, Chonnam 534-800, Korea

** 서울대학교 총장

President, Seoul National Univ., Seoul 151-742, Korea

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 목적

기존의 국내의 연구자들에 의해 제안된 하천길이의 프랙탈 차원은 1.09~1.13 사이로 제안되었다. 이같은 수치는 1/5,000 지형도상에서 구한 하천길이가 1/50,000 지형도상에서 구한 하천길이보다 프랙탈 차원이 1.09일 경우에는 23.0 %, 1.13일 경우에는 34.9 %나 증가하게 된다. 따라서 작업대상 지형도의 축척에 따라 모형 자체에 까지도 심각한 영향을 주게 된다. 또한 이같은 수치의 프랙탈 차원이 실제의 지형도상에서도 이렇게 큰 값을 가지게 되는 것인가와 가진다면 기존의 연구자들이 제안한 바와 같이 유역전체의 하천에 대하여 하천차수와 무관하게 균일한 프랙탈 차원을 가지는 것인가도 하천의 사형 현상을 고려하여 볼 때는 의문의 여지가 있다.

따라서 본 연구의 목적은 기존에 국내외에서 연구된 유역의 프랙탈 차원에 대한 내용을 살펴보고 국내 유역에 대한 실제적인 하천길이의 프랙탈 차원 산정을 통하여 하천길이에 대한 프랙탈 차원이 어느 정도 크기를 보이며, 또한 하천차수와는 어떤 관계를 갖는가를 밝히는 데 있다.

1.2 연구의 방법 및 내용

기존에 국내외에서 수행된 프랙탈 차원과 관련된 연구는 본 연구의 방향을 결정하는데 중요한 역할을 하기 때문에 이를 문헌조사를 통하여 수행하였다. 이들 기존 연구에서 제안된 하천길이에 대한 프랙탈 차원의 적정성을 검토하기 위하여 국내의 1개 소유역에 대하여 하천차수별 프랙탈 차원을 산정하였다. 프랙탈 차원 산정에 따른 정확성을 확보하기 위해서 기존에 수행된 국내의 연구보다 많은 자료와 대축척의 자료까지를 이용하여 하천차수별 프랙탈 차원을 산정하였다. 이 과정을 통하여 실제의 하천길이에 대한 프랙탈 차원은 기존의 연구자들이 제안한 것처럼 유역전체에 걸쳐 균일한 것이 아니라 하천차수별로 상이한 값을 갖고 그 수치도 기존 연구자들이 제안한 것보다 작은 값을 갖고 있음을 밝혀 냈다.

2. 본 론

2.1 연구동향

2.1.1 프랙탈 이론

이론적인 형태의 프랙탈 모양은 다음과 같은 특징을 갖고 있다(구윤모, 1993).

- (1) 무한하게 세분되어 무한한 길이(또는 점, 면적)를 갖는다.
- (2) 비정수 차원으로 나타낼 수 있다.
- (3) 규모가 작아지는 방향으로 스스로 닮아가는 자기상사성(self-similarity)이 있다.
- (4) 간단한 반복조작을 통하여 계속해서 손쉽게 그 모양을 만들 수 있다.

이론적 형태의 프랙탈 도형의 차원은 유클리드 기하학상에서 사용하는 정수차원의 일반적 특성으로 부터 유추하여 구할 수 있게 된다. 직선, 즉 1차원인 선분은 길이가 원래 선분의 1/n 길이인 n개의 짧은 선분으로 나누어지고, 2차원인 정사각형은 한번의 길이를 원래 정사각형 길이의 1/n로 분할할 경우에는 n^2 개의 작은 정사각형으로 나누어진다. 마찬가지로 3차원인 정육면체를 한번 길이의 1/n로 분할할 경우에는 n^3 개의 작은 정육면체로 분할된다. 이와 같은 유클리드 기하학상에서 사용하는 정수차원의 특성을 일반적으로 확장시켜 나타내면 다음의 식 (1)과 같다.

$$P = S^{F_D} \quad (1)$$

여기서 P는 결과적으로 생기는 조각의 수, S는 축소비의 비율, F_D 는 프랙탈 차원이다.

따라서 프랙탈 차원을 구하기 위해서는 식 (1)을 로그로 치환하면 되는데, 치환하여 정리하면 다음과 같다.

$$F_D = \frac{\log P}{\log S} \quad (2)$$

현재에 있어서 프랙탈 이론은 자연 및 사회과학의 거의 모든 분야에 응용되고 있는데, 대부분의 자연 및 사회현상이 프랙탈 성질과 유사한 불규칙한 특성을 다 소 가지고 있기 때문이다.

2.1.2 수문지형학상의 Scale Problem

수문학에서 가장 고전적이면서도 계속적으로 다루어지고 있는 문제인 강우-유출 모형을 이용하는데 있어, 유역의 지형인자와 관련된 변수를 지형도상에서 적절한 정밀도를 갖도록 구하는 것은 매우 중요한 문제이다. 동일한 유역에 있어서 동일한 강우-유출 모형을 사용한다 하여도, 소유역의 분할을 다르게 하면 공간적인 대표값으로 처리되는 변수들에 상이한 영향을 미치게 된다. 따라서 이같은 영향으로 인하여 어느 정도 다른 결과들이 나타나게 되는 것은 지형인자의 처리의 중요성을 나타내는 예라고 할 수 있다.

앞에서 설명한 경우는 수문지형학상에 나타나는 Scale Problem의 한 가지 경우를 나타낸 것이다. 일반적으로 수문학에서 Scale Problem은 수문현상의 매개화(parameterization)에 대한 수문지형인자의 공간적 다양성이 미치는 영향이라 정의한다(성기원, 1994). Gupta 등(1986)은 수문학에서 Scale Problem은 물리적인 상호 제관계들을 설명하고자 하는 수학적인 관계식들이 각기 다른 시공간 Scale을 동일하게 취급하는 데에서 발생하는 것으로 보았다. 따라서 Scale Problem을 해결하기 위해서는 해석대상의 관계식에서 실제적인 의미를 갖는 Scale의 관계를 정의하고 구성한 다음, 그 내용들을 실험적으로 검증하고 여기에서 구해진 관계들과 다른 Scale에서 구할 수 있는 관계들과 일치되는 해석적인 연관성을 규명하는 작업이 필요하다고 하였다.

강우-유출 모형에 사용되는 지형인자들과 관련된 변수들은 크게 길이의 속성을 갖는 1차원의 변수와 면적의 속성을 갖는 2차원의 변수로 대별될 수 있다. 합성 단위유량도 등에 이용되는 하천길이 등은 대표적인 1차원의 변수이며 유역면적, 강우량 및 SCS 방법으로 유효강우량을 산정하는데 사용되는 CN값 등은 2차원의 변수로 볼 수 있다.

프랙탈 이론이 널리 알려져서 수문지형학에 이용되기 전에 있어서는 수문지형학상의 Scale Problem은 주로 면적 속성을 갖는 변수들이 면적의 세분화에 따라 어떻게 강우-유출 모형에 영향을 주게 되는가를 살펴보는 데 관심을 두었다. 이러한 분석이 가능해진 것은 최근 들어 급속도로 향상된 컴퓨터의 계산능력과 지형정보를 컴퓨터의 수치자료로 입력시켜 여러가지의 분석이 가능하도록 개발된 수치고도모형(DEM, Digital Elevation Model) 때문이었다. 그러나 컴퓨터의 계산

능력이 비약적으로 발전하고 있음에도 불구하고, 강우-유출 모형에 필요한 수치고도자료를 수집·가공하여 입력자료로 활용하기 위해서는 아직도 많은 시간과 비싼 경비가 소요된다. 그러므로 무한정 작은 단위면적을 분석대상으로 삼는 것은 문제가 있으며 경제적인 측면에서도 비능률적이라고 할 수 있다. 일반적으로 강우-유출 모형의 분석대상이 되는 소유역 면적을 산술급수적으로 축소하면 그에 따른 자료의 처리에 소요되는 시간과 경비는 기하급수적으로 증가하는 것으로 추정되고 있다. 따라서 수문학자들은 강우-유출 모형에 있어서 공간적인 이질성을 극복할 수 있는 적절한 크기의 단위면적은 어느 정도일까에 대한 연구를 최근에 들어서 활발하게 수행하고 있다.

유역의 프랙탈적인 성질과 관련하여 Scale Problem을 해결하려는 시도는 프랙탈의 개념을 처음으로 제안한 Mandelbrot(1982)가 이 이론으로 수문지형학에 있어서의 주하천길기와 유역면적과의 관계를 설명하면서 시작되었다.

Hjelmfelt(1988)는 Mandelbrot의 제안을 확인하기 위하여 미국 Missouri의 8개 유역을 대상으로 하천길기의 프랙탈 차원을 분석하였으며, Robert와 Roy(1990)는 Canada Quebec주 Eaton 수계의 23개 유역을 대상으로 지형도축척에 따른 주하천길기와 유역면적의 관계식을 축척별로 회귀분석으로 구했다. 이상과 같이 Mandelbrot의 주하천길기와 유역면적과의 제안이 나온 이후에 많은 수문학자들이 수문지형학에서 많이 이용되는 분기율(R_b), 평균수로길기비(R_L), 유역면적비(R_a) 등과 같은 유역의 특성을 나타내는 인자들과 프랙탈 차원과는 어떤 관계를 갖는 것인가에 대한 많은 연구를 수행하였다. 이들은 이론적인 형태로 유역의 축척을 계속 확대하면서 앞에서 언급한 R_b , R_L , R_a 와 프랙탈 차원의 관계식을 구하는 방법을 취하였다. 이와 같은 범주의 연구로는 La Barbera와 Rosso(1987, 1989, 1990), Tarboton 등(1988), Feder(1988), Rosso 등(1991), 전민우와 조원철(1992)의 연구가 있다. 이들의 연구는 유역의 프랙탈적인 성질을 규명하려는 이론적인 연구로서 실제적인 적용에는 가정 자체로 인한 한계를 가질 수 밖에 없지만, 유역의 프랙탈적인 성질을 이론적으로 고찰하고 있다.

Helmlinger 등(1993)은 USGS에서 제공하는 30 m × 30 m 격자간격을 갖는 DEM 자료를 이용하여 유역 하천망에 대한 지형인자 및 프랙탈 차원을 구하였다.

하천길이의 프랙탈 차원을 고려하여 실제적인 강우-유출 모형에 적용시킨 연구로서는 성기원(1994)이 지형학적 순간단위유량도(Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph: GIUH)를 이용한 강우-유출 모형을 제안하면서 GIUH에 관련된 지형인자의 하나인 하천길이를 프랙탈 차원을 고려하여 해석한 연구가 이 부분에 해당된다.

2.2 수문지형학과 프랙탈 이론

프랙탈 이론이 수문지형학에 적용된 것은 프랙탈의 개념을 처음으로 제안한 Mandelbrot(1982)가 이 이론으로 수문지형학에 있어서의 주하천길이와 유역면적과의 관계를 설명하면서 시작되었다. 주하천길이(L_{ma})와 유역면적(A)과의 관계식은 일반적으로 아래와 같이 표시된다.

$$L_{ma} = a A^b \quad (3)$$

여기서 a , b 는 회귀분석을 통해 구하는 계수를 의미하는데, 일반적으로 지수승인 b 는 아주 큰 유역을 제외하고는 0.5 이상의 값을 가지게 되므로 유역의 형상은 면적이 커짐에 따라 더욱 길쭉한 모양을 갖는 것으로 추정되었다.

주하천길이와 유역면적의 관계식중에서 널리 사용되고 있는 관계식인 Gray(1961)의 식은 다음과 같이 표시된다.

$$L_{ma} = 1.40 A^{0.568} \quad (4)$$

기하학적인 상사성을 가지는 유역에서는 이론적으로 주하천길이가 유역면적의 제곱근에 비례(Rosso 등, 1991)하여야 한다. 그런데 유역면적의 지수승이 0.5보다 큰 이유는 유역의 발달과정상에 자연적으로 allometry(크기의 변화에 따라 일정한 비율만큼 더 변화하는 성질을 의미하는데, 여기에서는 유역면적의 증가보다 주하천길이가 더욱 빨리 증가하여 길쭉한 형상의 유역이 되게 하는 성질을 의미함)적인 성질을 갖기 때문인 것으로 해석해왔다. 그런데 Mandelbrot는 이 같은 주하천길이와 유역면적과의 관계는 서로 다른 축척으로 측정한 하천길이의 차이 때문에 발생하는 프랙탈적인 성질때문에 발생하는 것이고 그 경우에 있어서 유역의 하천길이에 대한 프랙탈 차원은 유역면적의 지수승의 2배가 된다고 하였으며, 따라서 Gray의 식에 의하면 프랙탈 차원은 $1.136(=2 \times 0.568)$ 이 된다.

Hjelmfelt(1988)는 미국 Missouri의 8개 유역을 대상으로 하천길이의 프랙탈 차원을 분석하였다. 그는 8개 유역에 대하여 유역면적과 주하천길이를 구한 후, 각각의 8개 유역을 복사기를 이용하여 정밀하게 일정 비율로 축소 및 확대한 후 다시 유역면적과 주하천길이를 구하였는데 지형도상에서 파란색으로 표시되는 지점까지만을 주하천길이라고 하였다. 이렇게 해서 구한 각각의 8개 유역에 대한 3개의 주하천길이와 유역면적의 자료를 가지고 회귀분석을 통하여 프랙탈 차원의 값을 구하였다. 주하천길이의 프랙탈 차원 값은 최소 1.036에서 최대 1.291까지 변하는데 평균값은 1.158이다. 이 값은 앞서 Mandelbrot(1982)가 제시한 값 1.136에 가까운 값으로서 Hjelmfelt(1988)는 이 연구를 통해 Mandelbrot의 제안이 타당하다고 하였다.

Robert와 Roy(1990)는 Canada Quebec주 Eaton 수계의 23개 유역을 대상으로 지형도축척에 따른 주하천길이와 유역면적의 관계식을 축척별로 회귀분석으로 구하고, 수계내의 10개 하천구간의 축척별 길이를 측정하여 Hjelmfelt(1998)와 동일하게 프랙탈 차원인 D_L 을 구한 후 이를 비교분석하는 연구를 수행하였다. 분석에 이용한 지형도의 축척은 서로 2.5배라는 일정한 비율을 갖는 1/20,000, 1/50,000, 1/125,000 축척의 지형도이다. Robert와 Roy(1990)가 10개의 하천구간을 이용하여 구한 프랙탈 차원 값인 D_L 은 최대 1.127에서 최소 1.069의 값을 가지며 평균으로 1.085의 값을 가졌다. 이 값과 주하천길이와 유역면적의 회귀분석으로 구한 값을 비교해 보면 1/20,000(단위축척길이는 20 m임)의 대축척에서 구한 프랙탈 차원인 $D_L = 2b = 1.086$ 과는 거의 비슷한 값을 가지지만 1/50,000(단위축척길이는 50 m임)과 1/125,000(단위축척길이는 125 m임)의 중축척 및 소축척에서는 각각 1.270, 1.296로서 매우 큰 차이를 갖는다. Robert와 Roy(1990)는 이와 같이 대축척에서는 Mandelbrot(1982)의 관계식이 만족되지만 그 이하의 축척에서는 매우 다르게 나타나는 이유를 지형도제작시에 이용되는 하천표시의 임의성 때문에 나타나는 것으로 보았다. 1/20,000 지형도의 경우에는 주하천길이의 최상단이 유역경계 부근까지 거의 근접되어 표시되어 있지만, 1/50,000과 1/125,000 지형도에서는 유역경계보다 많이 떨어진 지역에서부터 하천표시가 나타나게 된다. 이는 뚜렷한 일관성이 없이 지형도제작시의 편의에 의해 대축척에서 있던 상류의 하천표시 일부가 삭제되기 때문에 발생하는 것이라고

하였다. 따라서 Robert와 Roy(1990)는 주하천길이의 유역면적과의 관계식에서 b 가 0.5보다 큰 이유는 하천길이의 프랙탈적인 성질에 의한 것이지 allometry적인 성질 때문은 아닌 것이라고 주장하였다. 따라서 allometry적인 성질은 지형도제작시의 편의에 의한 상류하천부의 삭제로 인하여 나타나는 것이지 유역의 본질적인 특성과는 관계가 없다고 하였다.

2.3 하천차수와 프랙탈 차원

유역의 프랙탈적인 성질은 수문지형자료의 수집에 있어서 작업대상 지형도의 축척이 중요한 영향을 미칠 수 있다는 것을 보여주어 주고 있다. 유역의 프랙탈적인 성질은 하천망에 대한 프랙탈 차원과 하천길이에 대한 프랙탈 차원으로 나누어 진다.

하천망에 대한 프랙탈 차원은 소축척의 지형도상에서는 나타나지 않는 미세하천이 대축척의 지형도상에서는 나타나기 때문에 발생하는 프랙탈 차원으로서 유역전체에 걸쳐 균일한 값을 갖는다고 볼 수 있다. 그런데 대축척의 지형도상에 있는 미세하천을 고려한 경우-유출 모형이 자료의 수집 및 처리에 소요되는 작업량의 증가에 비해 향상된 결과를 나타내는 것으로 보기는 어렵기 때문에 하천망에 대한 프랙탈 차원을 실제의 경우-유출 모형에 적용하는 데는 한계가 있다.

하천길이에 대한 프랙탈 차원은 지형도상의 동일한 좌표값을 갖는 두 지점간의 하천길이가 대축척에서는 소축척에서 나타나지 않는 하천사행이 나타나기 때문에 하천길이가 더 길게 나타나게 됨으로서 발생하는 프랙탈 차원이다. 기존의 연구는 하천길이의 프랙탈 차원도 하천망에 대한 프랙탈 차원과 동일하게 유역내의 개별 하천에 대해서도 균일한 값을 갖는 것으로 해석하여 왔다. 그렇지만 실제의 유역에 있어서 개별 하천의 프랙탈 차원을 균일하다고 보는 것은 문제가 있다. 일반적인 유역에 있어서 하천의 사행은 하천폭이 작은 상류지역의 하천에서는 크게 나타나고 하천폭이 큰 하류지역의 하천에서는 작게 나타나게 된다. 따라서 하류지역의 하천에 있어서는 일정 규모이상 축척의 지형도상에서는 동일한 하천길이를 갖게 된다. 그러므로 본 연구에서는 이와 같은 특성을 정량화하는 방법으로서 하천차수에 따른 프랙탈 차원을 국제수문개발계획(IHP)의 연구대상유역중의 하나인 평창강유역내의 이목정 소유역에 대해 적용시켜 산정하였다.

2.3.1 유역의 개황

남한강의 상류에 위치한 평창강은 강원도 평창군 일대에 위치하고 있다. 평창강유역은 동경 128° 02' 07" 에서 동경 128° 31' 20", 그리고 북위 37° 06' 34" 에서 북위 37° 43' 55" 사이에 위치하고 있으며 홍천강, 오대천 및 섬강과 이웃하고 있는 산지성 고지대 유역이다. 평창강의 상류 지류로는 홍정천, 속사천, 대화천 등이 있는데 평창강유역은 국제수문개발계획의 연구대상유역중의 하나로 6개의 수위관측소와 11개의 유량관측소가 운영되고 있다.

본 연구의 대상유역은 평창강유역내의 소유역 가운데 하나인 이목정 소유역으로서 속사천을 유출의 경로로 이용한다. 이목정 소유역의 면적은 55.93 km²로서 유역의 북동부 최상류 지역에 위치하고 있으며, 소유역의 평균경사는 0.02037로 대단히 가파른 유역 형상을 보이고 있다.

2.3.2 지형자료의 수집

이목정 소유역내의 하천에 대한 하천차수별 하천길이의 프랙탈 차원을 구하기 위하여 하천차수를 산정하였는데 그 결과는 그림 1과 같다.

그림 1에 있는 하천의 형상은 1/50,000 지형도상에 표시되어 있는 하천만이 표시된 것으로서 이 자료에 의하면 이목정 소유역에는 1차하천 45개, 2차하천 9개, 3차하천 2개, 4차하천 1개로 총 57개의 하천이 있는 것으로 나타나 있다. 그림 1에 있는 하천의 표시는 숫자와 영문자를 조합한 두자리 형태를 이용하였다. 여기에서 좌측에 있는 숫자는 하천의 차수를 나타내며 우측에 있는 영문자는 각각의 하천차수에 대한 순서를 의미한다. 발생빈도가 높은 1차하천의 구분을 위하여 영문자의 대문자 다음에 소문자를 이용하였으며, 2차하천 이상의 하천은 영문자의 대문자만을 이용하여 구분하였다.

하천차수별 하천길이의 프랙탈 차원을 구하기 위하여 그림 1의 하천망을 구하는 데 사용한 1/50,000 지형도외에도 1/25,000 지형도와 1/5,000 지형도를 이용하였다. 본 연구에서는 하천의 사행에 따른 하천길이의 프랙탈 차원이 각각의 하천차수별로 작업대상 지형도의 축척에 따라 어떻게 나타나는가를 살펴보는 것이기 때문에 1/50,000 지형도를 기준으로 하여 이보다 대축척상에서 나타나는 미세하천은 무시하였다. 또한 대축척 지형도상의 유원위치는 1/50,000 지형도상의 유원

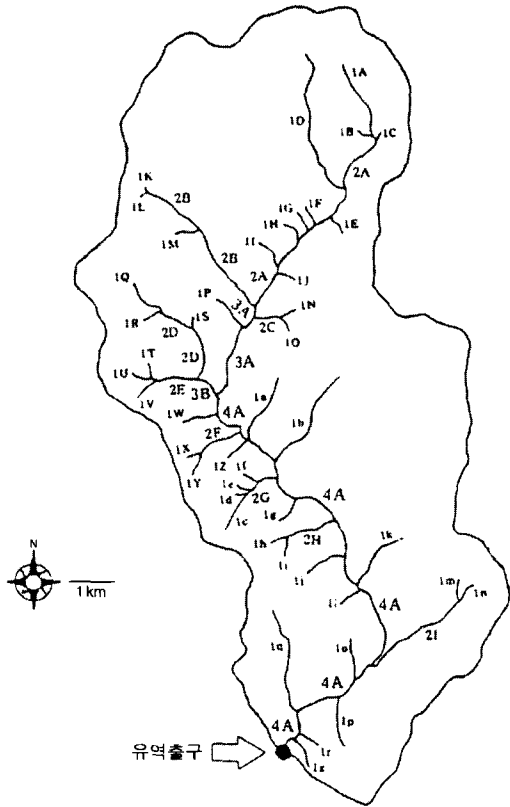


그림 1. 이목정 소유역의 하천차수

위치보다 유역의 경계와 가까운 부분까지 표시되기 때문에 1차하천의 길이가 대축척의 지형도상에서는 더욱 길게 나타난다. 그렇지만 하천의 사행에 의한 하천길이의 프랙탈 차원만을 고려하기 위하여 유원위치를 1/50,000 지형도상의 유원위치와 동일하도록 대축척상의 유원위치를 보정하여 하천길이를 측정하였다. 위치 보정은 지형도상에 나타나는 직각좌표값을 이용하였고 하천길이는 1 mm의 측정도를 갖는 디지털 방식의 구장기를 사용하여 측정하였는데, 그 결과는 표 1과 같다.

2.3.3 자료분석 및 프랙탈 차원 산정

이목정 소유역내의 57개 하천에 대한 지형도축척별 길이를 측정한 결과인 표 1을 보면 작업대상 지형도축척이 대축척으로 갈수록 하천길이의 프랙탈적인 성질에 의해 하천길이가 커짐을 알 수 있다. 그렇지만 기존 연구자들이 가정하였던 것처럼 하천길이가 하천차수와 무관한 형태로 균일하게 증가하지는 않는다는 것을 보여

주고 있다. 즉, 하천차수가 낮은 1차와 2차하천의 경우와 3차와 4차하천의 경우는 지형도축척의 변화에 따른 하천길이의 증가분이 서로 다르게 나타남을 보이고 있다.

각각의 하천에 대한 프랙탈 차원을 산정하기 위하여 표 1의 자료를 이용하여 회귀분석을 하였다. 회귀분석은 축척(1/50,000, 1/25,000, 1/5,000)의 역수인 축척율과 그 축척에 해당하는 표 1에 있는 하천길이를 각각 대수(log)로 치환한 3개의 자료로 수행되는데, 여기에서 축척율이 X축이고 그에 대한 하천길이가 Y축이 된다. 따라서 각각의 하천에 대한 3개의 자료를 가지고 회귀분석을 하면 기울기 및 상관계수를 구할 수 있고, (1-기울기)는 그 하천의 프랙탈 차원이 된다. 이와 같이 구한 개별 하천에 대한 프랙탈 차원 및 상관계수를 다음에 있는 표 2에 수록하였다. 그런데 표 2에 있는 소계 및 총계란의 프랙탈 차원 및 상관계수는 각각으로 구한 프랙탈 차원 및 상관계수를 평균한 것이 아니라 소계 및 총계로 누적된 길이에 대하여 다시 회귀분석하여 구한 프랙탈 차원 및 상관계수이다.

표 2에서 알 수 있듯이 1차하천에 비하여 하천차수가 증가할수록 그에 따라 프랙탈 차원이 감소함을 보여주고 있으며, 유역내 가장 큰 하천차수인 4차하천의 프랙탈 차원이 가장 작은 값을 보여주고 있다. 표 2에서 ※ 표시가 되어있는 1차하천인 1T는 일반적인 경우를 벗어나는 프랙탈 차원과 상관계수를 가지는데, 이는 1T의 하천길이가 너무 짧기 때문에 발생한 것으로 추정할 수 있다. 왜냐하면 본 연구에서 사용한 1 mm 측정도를 갖는 구장기의 경우 1 mm가 1/50,000 지형도상에서는 50 m에 해당하기 때문이다. 이 경우를 제외하고는 모든 하천에 대하여 일반적인 범위에 벗어나지 않는 프랙탈 차원과 좋은 상관계수를 얻을 수 있었다. 작업이 가능한 지형도의 축척이 3가지 밖에 없었다는 현실적인 조건을 고려하더라도 상당히 높은 상관관계를 보여주고 있다. 하천차수의 특성상 본 연구의 대상인 이목정 소유역에는 3차하천이 2개, 최종 차수인 4차하천은 1개 밖에 없지만 하천길이가 1, 2차하천에 비하여 상대적으로 길기 때문에 하천사행에 의해 발생하는 프랙탈 차원을 어느 정도 나타내고 있다고 볼 수 있다. 본 연구의 결과에 의하면 이목정 소유역내 1차하천의 프랙탈 차원은 1.0418, 2차하천은 1.0344, 3차하천은 1.0151, 4차하천은 1.0123으로서 1차와 2차하천의 유사한 값을 보이고 3차와 4차하천이 유사한 값을 보이고 있다. 여기에서 각각의 하천차수에 해당하는 프

표 1. 지형도 축척별 이목정 소유역 하천길이

하천구분	지형도축척	하천길이(m)		
		1/50,000	1/25,000	1/5,000
1차하천	1A	1,600	1,625	1,700
	1B	500	500	590
	1C	800	850	890
	1D	2,600	2,675	2,845
	1E	550	575	635
	1F	600	625	665
	1G	500	500	560
	1H	650	650	740
	1I	600	600	695
	1J	450	450	530
	1K	350	350	385
	1L	300	300	340
	1M	550	575	655
	1N	450	450	470
	1O	450	450	460
	1P	900	925	985
	1Q	1,100	1,125	1,175
	1R	450	475	510
	1S	600	625	665
	1T	400	425	400
	1U	500	500	585
	1V	650	675	680
	1W	650	675	710
	1X	300	300	310
	1Y	450	500	530
	1Z	600	625	630
	1a	1,250	1,275	1,330
	1b	2,300	2,350	2,445
	1c	900	900	960
	1d	300	325	355
	1e	300	350	360
	1f	350	375	380
	1g	550	575	665
1h	350	375	425	
1i	400	425	470	
1j	850	875	900	
1k	1,350	1,375	1,495	
1l	550	575	660	
1m	450	475	575	
1n	150	150	165	
1o	750	775	795	
1p	900	925	1,020	
1q	1,900	2,000	2,075	
1r	400	425	435	
1s	700	725	815	
소 계	27,850	28,700	30,670	
2차하천	2A	3,600	3,675	3,900
	2B	2,500	2,575	2,720
	2C	400	425	455
	2D	1,450	1,475	1,545
	2E	800	825	880
	2F	750	775	805
	2G	500	500	525
	2H	800	825	865
	2I	1,800	1,850	1,950
	소 계	12,600	12,925	13,645
3차하천	3A	1,700	1,725	1,765
	3B	400	400	410
	소 계	2,100	2,125	2,175
4차하천	4A	8,350	8,400	8,585
	소 계	8,350	8,400	8,585
총 계		50,900	52,150	55,075

표 2. 이목정 소유역 하천의 프랙탈 차원 및 상관계수

하천구분	지형도축척	프랙탈 차원	상관계수
1B	1.0773	0.9560	
1C	1.0432	0.9539	
1D	1.0390	0.9999	
1E	1.0623	0.9999	
1F	1.0436	0.9942	
1G	1.0530	0.9560	
1H	1.0606	0.9560	
1I	1.0687	0.9560	
1J	1.0765	0.9560	
1K	1.0445	0.9560	
1L	1.0585	0.9560	
1M	1.0768	0.9987	
1N	1.0203	0.9560	
1O	1.0103	0.9560	
1P	1.0392	0.9999	
1Q	1.0284	0.9990	
1R	1.0526	0.9892	
1S	1.0436	0.9942	
1T*	0.9934*	0.2239*	
1U	1.0734	0.9560	
1V	1.0170	0.8274	
1W	1.0371	0.9899	
1X	1.0153	0.9560	
1Y	1.0649	0.9247	
1Z	1.0183	0.8272	
1a	1.0268	0.9998	
1b	1.0262	0.9984	
1c	1.0302	0.9560	
1d	1.0699	0.9806	
1e	1.0683	0.8223	
1f	1.0309	0.8260	
1g	1.0839	0.9974	
1h	1.0832	0.9982	
1i	1.0687	0.9965	
1j	1.0235	0.9727	
1k	1.0457	0.9918	
1l	1.0803	0.9981	
1m	1.1086	0.9963	
1n	1.0445	0.9560	
1o	1.0236	0.9559	
1p	1.0555	0.9961	
1q	1.0356	0.9491	
1r	1.0326	0.8881	
1s	1.0672	0.9971	
소 계	1.0418	0.9999	
2차하천	2A	1.0351	0.9989
	2B	1.0362	0.9985
	2C	1.0596	0.9817
	2D	1.0278	0.9994
	2E	1.0412	0.9997
	2F	1.0295	0.9832
	2G	1.0228	0.9560
	2H	1.0331	0.9946
	2I	1.0344	0.9990
	소 계	1.0344	0.9998
3차하천	3A	1.0159	0.9952
	3B	1.0115	0.9560
	소 계	1.0151	0.9992
4차하천	4A	1.0123	0.9958
	소 계	1.0123	0.9958
총 계		1.0342	0.9999

랙탈 차원은 표 1 소계란의 축척별 하천길이를 회귀분석하여 구한 값이다.

이상과 같은 결과는 기존의 국내의 연구자들에 의해 제안된 하천길이의 프랙탈 차원인 1.09~1.13 보다 상당히 작은 수치를 보여주고 있다. 작업대상 지형도의 축척과 프랙탈 차원에 따른 하천길이의 변화는 다음과 같은 관계식으로 구할 수 있다.

$$L_s/L_m = (R_s/R_m)^{1-D} \quad (5)$$

식 (5)는 지형도축척에 따른 하천길이의 변화를 나타내는 관계식이며, 여기에서 L은 하천길이, R은 축척율인데 1/50,000 지형도의 축척율은 50,000이 된다. 또한 D는 하천길이의 프랙탈 차원을 나타내며 아래 첨자 m, s는 각각 중축척(medium scale)과 소축척(small scale)을 의미한다. 식 (5)에서 중축척과 소축척의 표시는 큰 의미를 갖는 것은 아니며, 하나를 기준축척으로 하면 기준축척보다 크거나 작은 축척에서의 하천길이를 기준축척에서의 하천길이와 하천길이에 대한 프랙탈 차원을 이용하여 구할 수 있음을 의미한다.

기존 연구자들이 제안한 프랙탈 차원이 1/50,000 지형도상에서 구한 하천길이보다 1/25,000 및 1/5,000 지형도상에서 구한 하천길이가 어느 정도 길게 나타나는가를 알아 보기 위하여 프랙탈 차원의 변화에 따른 지형도축척별 하천길이 변화율을 식 (5)로 구한후 그 결과를 표 3에 나타내었다.

표 3에서 알 수 있듯이 1/50,000 지형도와 1/5,000 지형도상에서의 하천길이가 기존의 연구자들에 의해 제안된 수치인 프랙탈 차원이 1.09일 경우에는 23.0 %, 1.13일 경우에는 34.9 %나 증가하게 되므로 작업대상 지형도의 축척에 따라 모형 자체에까지도 심각한 영향을 받게된다.

본 연구에서 구해진 프랙탈 차원의 타당성을 검토하기 위하여 기존 연구자들에 의해 제안된 프랙탈 차원이 어떤 방법으로 측정되어 산정되었는가를 살펴보면 다음과 같다.

하천길이에 대한 프랙탈 차원은 프랙탈 이론의 창안자인 Mandelbrot(1982)가 주하천길이와 유역면적의 관계식상의 지수승의 2배로 볼 수 있다고 최초로 제안하였다. 그는 주하천길이와 유역면적의 관계식승의 하나인 Gray(1961)의 관계식을 이용하여 하천길이에 대한 프랙탈 차원이 1.136이라는 구체적인 수치를 제시하였으며 이 수치가 이후 연구자들에게 큰 영향을 주

표 3. 프랙탈 차원의 변화에 따른 지형도 축척별 하천길이 변화율

프랙탈 차원	1/50,000	1/25,000	1/5,000
1.200	1.000	1.149	1.585
1.190	1.000	1.141	1.549
1.180	1.000	1.133	1.514
1.170	1.000	1.125	1.479
1.160	1.000	1.117	1.445
1.150	1.000	1.110	1.413
1.140	1.000	1.102	1.380
1.130	1.000	1.094	1.349
1.120	1.000	1.087	1.318
1.110	1.000	1.079	1.288
1.100	1.000	1.072	1.259
1.090	1.000	1.064	1.230
1.080	1.000	1.057	1.202
1.070	1.000	1.050	1.175
1.060	1.000	1.042	1.148
1.055	1.000	1.039	1.135
1.050	1.000	1.035	1.122
1.045	1.000	1.032	1.109
1.040	1.000	1.028	1.096
1.035	1.000	1.025	1.084
1.030	1.000	1.021	1.072
1.025	1.000	1.017	1.059
1.020	1.000	1.014	1.047
1.015	1.000	1.010	1.035
1.010	1.000	1.007	1.023
1.005	1.000	1.003	1.012
1.000	1.000	1.000	1.000

었다.

Hjelmfelt(1988)는 Mandelbrot(1982)의 제안이 타당한 것인가를 확인하기 위하여 미국 Missouri 지역의 8개 하천을 대상으로 하천길이의 프랙탈 차원을 산정하였다. 그가 이용한 방법은 해당하천에 대한 여러 축척의 지형도를 사용한 것이 아니고 지형도는 1개 축척만을 사용하고 나머지는 동일한 비율로 확대하고 축소 한 복사본을 사용하였다. 이렇게 하여 구해진 3개의 자료를 이용하여 8개 하천에 대해 각각 하천길이의 프랙탈 차원을 구한 후 평균하여 1.158이라는 프랙탈 차원을 제시하였다. Hjelmfelt(1988)의 논문상에서 구장기의 측정도 및 최초의 작업대상 지형도의 축척에 대한 언급은 없지만 대상하천의 길이가 102.2~330.9 km 사이에 있는 것을 볼 때 소축척의 지형도를 사용한 것으로 추정할 수 있다. 그는 1.158이라는 수치가 Mandelbrot(1982)가 제안한 1.136이라는 수치와 유사하기 때문에 주하천길이와 유역면적의 관계식으로 하천

길이의 프랙탈 차원을 구하는 방법은 타당하다고 결론 지었다.

Robert와 Roy(1990)는 캐나다 Quebec주 Eastern Townships의 Eaton 하천을 대상으로 실제적으로 동일한 비율을 갖는 지형도인 1/20,000, 1/50,000, 1/125,000 축척의 지형도를 이용하여 프랙탈 차원을 산정하였다. Robert와 Roy(1990)는 1 mm의 축척도를 갖는 구장기를 이용하여 교량 등과 같은 모든 지형도상에서 동일한 직각좌표값을 가지며 인지가능한 지점 사이의 하천길이를 측정하여 프랙탈 차원을 산정하였다. 측정에 사용된 구간의 길이가 그림으로만 표시되어 있기 때문에 정확하게 알 수는 없지만 1/50,000 축척의 지형도상에서 2~16 km 사이의 값을 갖는 10개 구간으로서, 그들은 이 구간의 프랙탈 차원을 평균한 1.085를 하천길이의 프랙탈 차원으로 제시하였다.

국내에서는 성기원(1994)이 본 연구의 대상유역과 동일한 이목정 소유역을 대상으로 하천길이의 프랙탈 차원을 산정하였다. 성기원은 1 mm 축척도를 갖는 구장기를 이용하여 1/25,000, 1/50,000, 1/100,000의 지형도상에 나타나는 주하천길이의 프랙탈 차원을 산정하여 1.131이라는 수치를 제안하였다. 성기원은 지형도 작업에 있어서 1/100,000의 지형도는 국립지리원에서 발행되지 않는 축척의 지형도이기 때문에 1/50,000 지형도를 1/2로 축소복사한 지형도를 1/100,000 지형도로 사용하였고 1/25,000 지형도상의 유원 위치는 1/50,000 지형도상의 유원 위치로 보정하여 1/50,000 지형도 기준으로 15.275 km로 측정된 주하천길이 하나만을 이용하여 하천길이의 프랙탈 차원을 산정하였다.

즉, 앞에서 설명한 기존의 국내외 연구자들이 실측으로 구한 프랙탈 차원도 본 연구와 동일하게 각각의 지형도상의 측정지점을 고정시켜 놓고 구한 수치이다.

이상과 같은 실제적인 측정의 결과를 제외하고도, 이론적인 형태로 유도된 프랙탈 차원 관계식으로 구한 수치의 적절성을 검증하는데 있어서도 Mandelbrot(1982)가 제안한 1.136의 수치는 큰 의미를 가지면서 널리 사용되고 있다. 그러나 본 연구의 분석에 의하면 이상과 같이 제시된 기존의 하천길이에 대한 프랙탈 차원인 1.09~1.13 사이의 수치는 실제보다 너무 과대 평가된 것으로 추정된다. 앞에서 설명되어 있는대로 기존의 연구자들이 제안한 바와 같이 1/50,000 지형도와 1/5,000 지형도상에서의 하천길이가 프랙탈 차원이 1.09일 경우에는 23.0 %, 1.13일 경우에는 34.9 %나

증가하게 되므로 작업대상 지형도의 축척은 하천길이라는 인자가 포함된 모형에서 심각한 영향을 초래할 수 밖에 없다.

본 연구에서 구한 하천 전체길이의 프랙탈 차원인 1.03이라는 수치는 앞에서 설명되어 있는 국내외 연구자들이 분석한 방법에 비하여 훨씬 많은 자료와 1/5,000 지형도라는 대축척의 지형도를 포함시켜 구한 것이다. 따라서 이보다 적은 자료와 소축척의 지형도로 분석한 것보다 신뢰성은 더 높을 수 있다. 그렇지만 이러한 결과가 본 연구의 분석대상인 이목정 소유역의 특수성으로 인해 발생한 것인가 아니면 대축척까지 고려하였을 경우에 나타나는 일반적인 경우인가에 대해서는 추가적인 연구가 필요하다.

본 연구와 동일한 3개 축척의 지형도를 이용하여 이목정 소유역과 동일하게 국제수문개발계획(IHP)의 연구대상유역중의 하나인 금강수계내 보령천유역의 산성 소유역을 대상으로 한 전민우와 조원철(1992)의 연구에서도 하천길이의 프랙탈 차원은 1.023으로 산정되었다. 전민우와 조원철은 1/50,000, 1/25,000 및 1/5,000 지형도상에서 0.25~1.5 km 사이의 길이를 갖는 7개의 하천구간을 1 mm의 축척도로 계속하여 1.023이라는 하천길이의 프랙탈 차원을 제시하였다. 이러한 결과를 볼 때 본 연구에서 제시된 프랙탈 차원인 1.03 전후의 수치는 이목정 소유역의 특수한 경우가 아니라 대축척의 지형도를 이용하였을 경우 일반적인 유역이 가지고 있는 프랙탈 차원으로도 추정할 수 있으며, 기존 연구에서 제시된 프랙탈 차원은 소축척의 지형도를 사용하고 분석자료수가 작은 관계로 나타난 이상치로 판단할 수 있다.

1 mm의 축척도를 갖는 구장기에서 1 mm의 오차는 1/50,000 지형도상에서는 50 m의 오차를 갖으며 1/25,000에서는 25 m, 1/5,000에서는 5 m의 오차를 갖는다. 따라서 하천길이가 짧은 경우에는 이와 같은 오차에 의하여 왜곡된 결과를 나타낼 수도 있기 때문에 하천길이가 1/50,000 지형도상에서 1,000 m 이상으로 측정된 하천길이만을 이용하여 프랙탈 차원을 재산정하였으며 그 결과를 표 4에 나타내었다. 표 4에 있는 소계 및 총계란의 프랙탈 차원 및 상관계수는 표 2의 경우와 동일하게 1,000 m 미만의 하천을 제외하고 각각 차수의 하천에서 구한 하천길이의 소계 및 총계를 다시 회귀분석하여 구한 프랙탈 차원 및 상관계수이다. 1,000 m 이상의 길이를 갖는 하천에 대한 프랙탈 차원을 구한 표 4의 결과를 보면 1차하천의 경우

표 4. 이목정 소유역 1,000 m 이상 하천의 프랙탈 차원 및 상관계수

하천구분	지형도축척	프랙탈 차원	상관계수
1차하천	1A	1.0266	0.9988
	1D	1.0390	0.9999
	1Q	1.0284	0.9990
	1a	1.0268	0.9998
	1b	1.0262	0.9984
	1k	1.0457	0.9918
	1q	1.0356	0.9491
	소 계	1.0330	0.9988
2차하천	2A	1.0351	0.9989
	2B	1.0362	0.9985
	2D	1.0278	0.9994
	2I	1.0344	0.9990
	소 계	1.0341	0.9999
3차하천	3A	1.0159	0.9952
	소 계	1.0159	0.9952
4차하천	4A	1.0123	0.9958
	소 계	1.0123	0.9958
총	계	1.0270	0.9999

기존의 표 2의 결과보다 0.009 정도 작은 결과를 보여 주고 있으며 2차, 3차, 4차하천의 경우는 유사한 값을 나타낸다. 이와 같은 1차하천의 영향은 유역내 전체 하천길이에 대한 프랙탈 차원을 0.007 정도 감소시킨 1.027의 수치를 보여주고 있다.

결론적으로 이목정 소유역의 1,000 m 이상 하천에 대한 분석결과에 의하면 하천길이 전체에 대한 프랙탈 차원은 1.027 정도로 기존의 연구자들이 제안한 경우보다 상당히 작은 결과를 보이고 있으며 하천차수별로도 1차, 2차하천은 1.033 정도의 값을 보이고, 이보다 차수가 높은 3차, 4차하천은 1.014 정도로 뚜렷한 차이를 보이고 있다. 이같은 수치는 기존 연구에 의해 제안된 프랙탈 차원보다는 덜하지만 1/50,000 지형도상에서 구한 하천길이보다 1/5,000 지형도상에서 구한 하천길이가 프랙탈 차원이 1.033일 경우에는 7.9 %, 1.014일 경우에는 3.3 %나 증가하게 되므로 작업대상 지형도의 축척에 따라 모형에 어느 정도 영향을 줄 수 있다.

3. 결 론

하천차수를 고려한 프랙탈 차원을 실제 유역을 대상으로 산정한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 1/50,000, 1/25,000, 1/5,000 축척의 지형도를

이용한 이목정 소유역 하천의 프랙탈 차원을 산정한 결과 기존의 국내외의 연구가 전체 하천을 균일한 프랙탈 차원을 갖는 것으로 보는 것과 달리 1차, 2차 하천은 1.033, 이보다 하천차수가 높은 3차, 4차 하천은 1.014의 값을 보이는 등 하천차수에 따라 프랙탈 차원이 다르게 산정되었다.

(2) 이목정 소유역의 하천에 대한 분석에 의하면 전체적인 하천길이에 대한 프랙탈 차원은 1.027이 되며, 이에 비하면 국내외에서 제시된 기존의 하천길이에 대한 프랙탈 차원인 1.09~1.13 사이의 수치는 실제보다 너무 과대평가된 것으로 추정된다.

참 고 문 헌

- 구윤모 (1993). "Fractal과 Chaos", 서울공대, 제 11·12월호, pp. 41-53.
- 성기원 (1994). 유역의 자기상사성을 이용한 수문지형학적 응답의 해석. 박사학위논문, 서울대학교.
- 전민우, 조원철 (1992). "지형도 축척에 따르는 하천수로망과 분류 하천길이에 관한 Fractal Dimension." 대한토목학회논문집, 제12권, 제4-1호, pp. 97-106.
- Feder, J. (1988). *Fractals*. Plenum Press, New York, pp. 1-30.
- Gray, D.M. (1961). "Interrelationships of watershed characteristics." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 66, No. 4, pp. 1215-1223.
- Gupta, V.K., Rodriguez-Iturbe, I., and Wood, E.F. (1986). *Scale problems in hydrology*. D. Reidel Pub. Co., Dordrecht, Holland, pp. 159-184.
- Helmlinger, K.R., Kumar, P., and Foufoula-Georgiou, E. (1993). "On the use of digital elevation model data for Hortonian and fractal analyses of channel networks." *Water Resources Research*, Vol. 29, No. 8, pp. 2599-2613.
- Hjelmfelt, A.T. (1988). "Fractals and the river length-catchment area ratio." *Water Resources Bulletin*, Vol. 24, pp. 455-459.
- La Barbera, P., and Rosso, R. (1987). "The fractal geometry of river networks." *Eos. Trans. AGU*, Vol. 68, No. 44, p. 1276.

- La Barbera, P., and Rosso, R. (1989). "On the fractal dimension of stream network." *Water Resources Research*, Vol. 25, No. 4, pp. 735-741.
- La Barbera, P., and Rosso, R. (1990). "Reply." *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 9, pp. 2245-2248.
- Mandelbrot, B.B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W.H. Freeman, New York.
- Robert, A., and Roy, A.G. (1990). "On the fractal interpretation of the mainstream length-drainage area relationship." *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 5, pp. 839-842.
- Rosso, R., Bacchi, B., and La Barbera, P. (1991). "Fractal relation of mainstream length to catchment area in river networks." *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 3, pp. 381-387.
- Tarboton, D.G., Bras, R.L., and Rodriguez-Iturbe, I. (1988). "The fractal nature of river networks." *Water Resources Research*, Vol. 24, No. 8, pp. 1317-1322.
- (논문번호:98-034/접수:1998.06.13/심사완료:1998.08.31)