

단일 상용관로의 간편설계 Simple Design of Commercial Pipe Flow

유 동 훈* / 강 찬 수**

Yoo, Dong Hoon / Kang, Chan Soo

Abstract

The friction factor distribution of commercial pipes vary according to the pipe type and size. The present paper developed the friction factor equations of power law by analyzing the data reported by Colebrook(1938). Generally, pipe design requires pump power, discharge or pipe diameter for each condition given. Yoo(1995b) has suggested the basic equations for the explicit design of uniformly rough pipe and Yoo and Kang(1996) have refined those equations for the cases of uniformly rough pipe on a sloping bed with a pumping power. Furthermore Yoo and Kang(1997) have studied the design of commercial pipe for a general case. The approach gives relatively accurate solutions, but the equations obtained are rather complicated. In the present study two types of power law are developed for the friction factor of commercial pipe, and explicit forms of equations are generated by applying the power law friction factor equations for the simple design of commercial pipes.

Keywords: commercial pipe, power law friction factor equation, pipe design, pump power, discharge

요 지

Colebrook(1938)이 수집한 상용관에 대한 관측자료에 의하면 상용관의 마찰계수 분포는 관의 종류와 크기에 따라 그 변이가 상이함을 알 수 있다. 본고는 그의 자료를 재분석하여 관로설계에 적용이 용이한 지수함수 형태의 마찰계수 산정식을 도출하였다. 일반적으로 단일관로 설계에서 요구되는 사항들은 어떤 관로 조건이 주어져 있을 때 펌프동력 또는 관내 통과유량이나 적정관경의 산정이다. 균일조도관인 경우는 이미 유동훈(1995b)에 의해서 설계 기준식이 제시되었고, 유동훈과 강찬수(1996)에 의해서 더욱 일반적인 경우에 대한 해석으로 진전되었다. 또한 상용관인 경우도 유동훈과 강찬수(1997)에 의해서 보다 용이한 해석법이 이루어졌지만 그 연구결과는 보다 정확한 해를 구한다는 장점이 있는 반면에 산정식의 형태가 다소 복잡한 단점을 내포하고 있다. 이에 본고는 상용관에 대하여 두가지 유형의 지수형 관마찰계수 산정식을 개발하고 이들을 적용하여 보다 간단하게 관로 설계시 요구되는 사항들을 산출할 수 있는 양해법 산정식을 개발하여 제시하였다.

핵심용어 : 상용관, 지수형 관마찰계수 산정식, 관로 설계, 펌프동력, 통과유량

* 이주대학교 공과대학 토목공학과 부교수

Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Ajou Univ., Suwon, Kyonggi 441-749, Korea

** 이주대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Ajou Univ., Suwon, Kyonggi 441-749, Korea

1. 서 론

Colebrook(1938)은 다양한 크기의 인발관, 역청주철관, 연철관 등 세 종류 관에 대하여 관측한 자료를 수집하여 분석한 바 있다. 그의 연구결과는 이미 유동훈(1995a), 유동훈과 원유승(1995)에 의해 그 모순점이 발견되었으며, Colebrook 이후에 Moody(1944)는 Colebrook-White 공식을 토대로 상용관 마찰계수를 구하는 도표로서 Moody Diagram을 제안한 바 있으나 이 역시 근본적인 모순점을 내포하고 있으며, 도표로 작성되었기 때문에 이용함에 있어 불편한 점이 있다. 한편 Williams와 Hazen(1933)은 실험을 통하여 상용관 마찰계수 또는 평균유속을 산정하는 지수형 경험식을 제시하였는데, 수식의 단순함으로 인하여 널리 이용되고 있지만 그들의 연구는 관경 50 mm 이상, 유속 3 m/s 이하의 제한된 조건의 실험에서 얻어진 결과로서 적용에 제한이 있고, 이론적인 근거가 취약한 경험식이라는 단점이 있다. 유동훈과 원유승(1995)은 Colebrook의 수집자료를 재분석하여 거칠은 면의 등가조고와 분포율을 도입하여 상용관 마찰계수 산정식을 개발한 바 있다. 그들이 개발한 상용관 마찰계수 산정식은 마찰계수를 산정하기에는 합당하리라 판단되지만 실제 관로 설계시 주어진 조건에 따라 요구되는 통과 유량이나 적정관경 등과 같은 물리량을 산정함에 있어서는 식의 형태가 다소 까다로운 단점을 내포하고 있다. 이에 본고는 관로 설계에의 적용에 주안점을 두고 상용관 마찰계수 분포가 관경레이놀즈수, 관의 크기 및 관의 종류와 밀접한 관계가 있음에 착안하여 그들의 관계를 관로 설계 적용에 비교적 용이한 지수형 마찰계수 산정식으로 도출하였다. 이러한 연구의 일환으로 Von Bernuth와 Wilson(1989)도 PVC관에 대해서 마찰계수 산정식을 유추한 바 있다. 그러나 그들은 지수형 마찰계수 산정식의 계수와 지수가 관종과 관경에 따라 변이한다는데 그쳤을 뿐 계수와 지수가 관종이나 관경과 어떤 관계에 있는지에 대해서는 밝힌 바 없다.

관로 설계와 관련된 물리량을 양해법으로 산정하고자 하는 연구는 이미 여러 연구자들이 시도한 바 있다. Li(1974)는 적합관경을 구하는 문제에 있어 관련 물리량의 조합 형태인 세 개의 무차원수들의 관계도표를 작성하여 직접 해를 구할 수 있도록 유도하였으며, Streeter와 Wylie(1979)은 Swamee와 Jain(1976)이 개발한 유량을 산정하는 양해법 이론식과 관경을 산정하는 양해법 경험식을 제시한 바 있다. 또한

Simon(1986)은 이디오피아의 Asthana가 유량을 직접 구할 수 있는 관계도표를 작성하였음을 밝힌 바 있고, 영국의 HR and Barr(1998)도 관경이나 유량 등을 직접 구할 수 있는 표를 작성하여 제시한 바 있다. 그러나 이들의 연구결과에는 여러 가지 문제점이 내포되어 있는데 공통된 문제점으로는 유동훈(1995a), 유동훈과 원유승(1995) 등이 밝힌 바와 같이 근본적인 모순점을 갖고 있는 Colebrook-White식을 상용관 마찰계수 산정식으로 이용하였다는 점이며, 대부분 표나 그림으로 제시되어 있어 임의의 조건에서 해를 구하기 위하여는 별도의 내삽법에 의한 해석이 필요하거나 그림을 독취할 때 개인별로 약간씩 상이한 오차가 발생할 가능성이 있다는 점이다.

관로 설계에 있어 가장 간단한 예는 균일조도 단일관로에 대한 해석이며, 이에 대한 연구는 이미 유동훈(1995b)에 의해 이루어진 바 있다. 그는 단일관로 설계에 관련된 문제를 펌프동력, 통과유량, 적정관경을 산정하는 세가지 유형으로 분류하여 각각에 대해서 양해법 산정식을 제시하였다. 그의 연구는 펌프동력이 작용하지 않는 경사진 관로나 펌프동력이 작용하는 수평관로에 국한하여 이루어졌으며, 이를 보완하여 유동훈과 강찬수(1996)는 경사진 관로에 펌프동력이 추가되었을 경우에 대해서 양해법 산정식을 개발한 바 있다. 또한 이러한 연구결과를 토대로 유동훈과 강찬수(1997)는 유동훈과 원유승(1995)의 상용관 마찰계수 산정식을 적용하여 동력경사 상용관에 대해서 통과유량이나 적정관경을 산정하는 양해법 근사식을 도출하였다. 그러나 그들이 도출한 양해법 근사식은 그 형태가 다소 복잡한 단점이 있다. 이에 본고는 유동훈(1995b)의 균일조도 단일관로 설계와 비슷한 형태로 상용관로 설계를 위한 양해법 산정식을 도출하였다.

상용관으로 구성된 단일관로 설계시 이와 관련된 문제를 유동훈(1995b)이 제시한 설계유형으로 표현하면 표 1에 제시된 바와 같다. 제시된 표 1에 의하면 기존의 방법으로는 설계유형 A 이외의 모든 경우에 해를 바로 구하기 곤란하다. 즉, 설계유형 A에서는 주어지는 조건만으로 관마찰계수를 바로 구할 수 있어 펌프동력을 간단한 수식으로 직접 산정할 수 있지만 나머지 유형들에서는 산정요구치를 알아야만 관마찰계수를 결정할 수 있기 때문에 일반적인 방법을 이용하면 상당한 반복과정을 거치거나 미리 작성된 도표를 이용하여야만 해를 구할 수 있다. 그러나 이러한 경우들도 해의 직접적인 양해법 산출식 개발이 가능하다. 유량을 산출하는

표 1. 단일관로 설계유형

설계유형	산정요구치	주어지는 조건수	관 련 식		
A	P	관중, Q, D, L, i	$P = \rho g Q (h_f - \Delta z), \quad h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$		
B	Q 또는 V ($R_D = \frac{VD}{\nu}$)	관중, $D \rightarrow \alpha, \beta$ $N_J = \frac{R_0 \nu \rho g D L i}{P}$ R_0 는 B-1의 R_D	$R_D = \eta R_0, \quad \eta = \left(1 + \frac{\pi}{4} \eta N_J\right)^{\frac{1}{3+\beta}}$		
B-1		관중, $D \rightarrow \alpha, \beta$ $J = \frac{1}{\nu} \left(\frac{PD^2}{\rho L}\right)^{\frac{1}{3}}$	$R_D = \gamma J^\delta$	γ	δ
				$\left(\frac{8}{\alpha \pi}\right)^{\frac{1}{3+\beta}}$	$\frac{3}{3+\beta}$
B-2		관중, $D \rightarrow \alpha, \beta$ $N = \frac{\sqrt{g} D^3 i}{\nu}$	$R_D = \gamma N^\delta$	$\left(\frac{2}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2+\beta}}$	$\frac{2}{2+\beta}$
C	D ($S = \frac{\nu D}{Q}$)	관중 $\rightarrow \omega, \zeta, \beta$ $T = \frac{1}{\nu} \left[\frac{PQ^2}{\rho L} + Q^3 g i \right]^{\frac{1}{5}}$	$S = \gamma T^\delta$	$\left[\frac{\omega}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2+\beta} S_0^{-\zeta} \right]^{\frac{1}{5+\beta-\zeta}}$	$\frac{-5}{5+\beta-\zeta}$

주) P : 펌프동력, Q : 관내 통과유량, V : 평균유속, D : 관경, L : 관로 길이, η : 유속 증감률,
i : 에너지 경사, ν : 유체의 동점성계수, ρ : 유체의 밀도, g : 중력가속도

설계유형의 경우는 우선 수평관에 펌프만 작동하는 경우(설계유형 B-1)와 자연경사관에 펌프가 작동치 않는 경우(설계유형 B-2)에 대해서 양해법 산정식을 개발하였고, 이를 이용하여 보다 일반적인 경우 즉, 경사관에 펌프동력이 동시에 작동하는 경우(설계유형 B)에 대해서 양해법 산정식을 개발하여 제시하였다. 또한 관경을 산정하는 설계유형 C의 경우 역시 경사관에 펌프동력이 작동하는 일반적인 경우에 대해서 양해법 산정식을 개발하여 제시하였다.

2. 상용관 마찰계수

Colebrook(1938)은 당시 Heywood, Saph and Schoder, Freeman, Mills, Smith 등이 Galvanized-Iron Pipe (인발관), Tar Coated Cast-Iron Pipe (역청주철관), Wrought-Iron Pipe (연철관) 등의 강관에 대해 행한 실험자료들을 분석하여 제시하였다. 그가 수집한 자료는 관경 0.35 inch(8.9 mm)에서부터 61 inch(1549.4 mm)까지 다양한 크기의 상용관에 대한 실험 자료인데 실제로 관의 이음방법 및 제조과정 등의 실험조건이 명확히 언급되어 있지 않기 때문에 자료해석에 제한은 있다. 본고는 이상과 같은 Colebrook 자료의 회귀분석을 통하

여 상용관 마찰계수의 분포가 레이놀즈수의 함수로 취해졌을 때 관경에 따라 대수선형분포임을 발견하였으며, 또한 상용관 마찰계수를 레이놀즈수에 대한 지수함수로 취했을 때 각 계수치들이 관의 종류와 크기의 함수임을 발견하였다. 이와같은 상용관 마찰계수의 지수형 산정식은 다음과 같이 표현된다.

$$f = \alpha R_D^\beta \quad (1)$$

여기서 f는 Darcy-Weisbach 관마찰계수이며, R_D 는 관경 레이놀즈수로서 VD/ν 이고 V는 관내평균유속, D는 관경, ν 는 유체의 동점성계수이다. 또한 α 와 β 는 관의 종류와 크기에 따라 변이할 수 있는 계수로서 Colebrook 수집자료를 분석한 결과 두 수치 모두 관경 D와 밀접히 연관되어 있는 것으로 확인되었다.

본 연구에서 두가지 형식으로 α 와 β 의 관계식을 개발하였다. 제1형은 α 와 β 모두 관중과 관경의 함수로 유도하였으며, 제2형은 β 를 관경의 구간별로 일정하게 유지한 후 α 만을 관중과 관경의 함수로 유도하였다. 식 (1)의 제1형에서 계수 α 와 β 의 추정치는 표 2에 제시된 바와 같다. 제시된 바와 같이 α 와 β

표 2. Colebrook 자료에 대한 지수형 관마찰계수 산정식의 α 와 β 추정치

구 분	인발관			역청주철관			연철관		
	관측자 (관경 mm)	α	β	관측자 (관경 mm)	α	β	관측자 (관경 mm)	α	β
소형 (25 mm 이하)	Saph & Schoder (9)	0.099	-0.053	-	-	-	Freeman (9)	0.143	-0.140
	Saph & Schoder (12)	0.095	-0.090				Freeman (16)	0.155	-0.153
	Saph & Schoder (16)	0.130	-0.134				Smith (16)	0.497	-0.292
	Saph & Schoder (22)	0.162	-0.169				-	-	-
중형 (25 mm ~ 1000 mm)	Saph & Schoder (26)	0.070	-0.052	F. (102)	0.040	-0.039	Freeman (41)	0.098	-0.113
	Heywood (51)	0.074	-0.073	N.E. (203)	0.075	-0.105	Freeman (53)	0.091	-0.122
	Heywood (102)	0.100	-0.119	I. (305)	0.104	-0.136	Freeman (79)	0.090	-0.124
	-	-	-	WH.F.(406)	0.108	-0.152	Freeman (127)	0.066	-0.100
	-	-	-	S. (610)	0.191	-0.194	Freeman (152)	0.100	-0.134
대형 (1000 mm 이상)	-	-	-	-	-	-	Freeman (203)	0.110	-0.141
	-	-	-	T. (1016)	0.023	-0.034	-	-	-
	-	-	-	T. (1219)	0.035	-0.071			
-	-	-	F. (1549)	0.067	-0.123				

는 관 종류 즉 조면의 상태에 따라 그 수치가 변하며, 또한 관경에 따라서도 각기 다른 수치를 갖는다. 그리고 전반적으로 α 와 β 의 경향을 살펴보면 α 는 관경이 증가함에 따라 점차로 증가하는 경향을 보이며, β 는 점차로 감소하는 경향을 보인다. 간혹 이러한 경향에서 벗어나는 자료도 있었지만 그러한 경우는 실험상

의 오차나 실험방법상의 차이에 의한 영향으로 추정되어 분석시 제외하였다. 이상과 같은 결과를 회귀분석하여 계수 α 와 β 를 관경의 함수로 유추하였으며, 차원 일치를 기하기 위하여 기준관경 $D_0 = 1\text{ m}$ 를 사용하였다. 이상의 산정식들은 표 3에 제시된 바와 같다.

표 3에 제시된 바와 같이 Colebrook 자료의 회귀분

표 3. 제1형 지수형 관마찰계수 산정식의 α 와 β

($D_0 = 1\text{ m}$)

관 종류		α	β
Galvanized-Iron Pipe (인발관)	소형	$5.18(D/D_0) + 0.056$	$0.031(D/D_0)^{-0.5} - 0.385$
	중형	$0.39(D/D_0) + 0.06$	$-0.43(D/D_0)^{0.5} + 0.018$
	대형	-	-
Tar Coated Cast-Iron Pipe (역청 주철관)	소형	-	-
	중형	$0.28(D/D_0) + 0.017$	$\ln[0.792(D/D_0)^{-0.081}]$
	대형	$\exp[1.96(D/D_0) - 5.745]$	$-0.17(D/D_0) + 0.139$
Wrought-Iron Pipe (연철관)	소형	$1.72(D/D_0) + 0.127$	$-1.95(D/D_0) - 0.123$
	중형	$0.08(D/D_0) + 0.094$	$-0.18(D/D_0) - 0.106$
	대형	-	-

석을 통하여 산정된 α 와 β 는 관의 종류와 크기에 따라 그 식의 형태가 상이하지만 공통된 특징은 관경만의 함수라는 것이다. 즉 상용관 마찰계수의 분포는 관의 종류에 따라 달라지며, 같은 종류의 관이라 하더라도 그 크기가 다르면 마찰계수의 분포도 달라짐을 알

수 있다. 표 2와 3에서 인발관과 연철관의 경우는 소형관에 대한 자료가 없으며, 역청주철관의 경우는 대형관에 대한 자료가 없어 분석에서 제외하였다.

그림 1에는 표 3에 제시된 α 와 β 산정식을 이용하여 식 (1)로 산정한 마찰계수와 Colebrook이 수집한

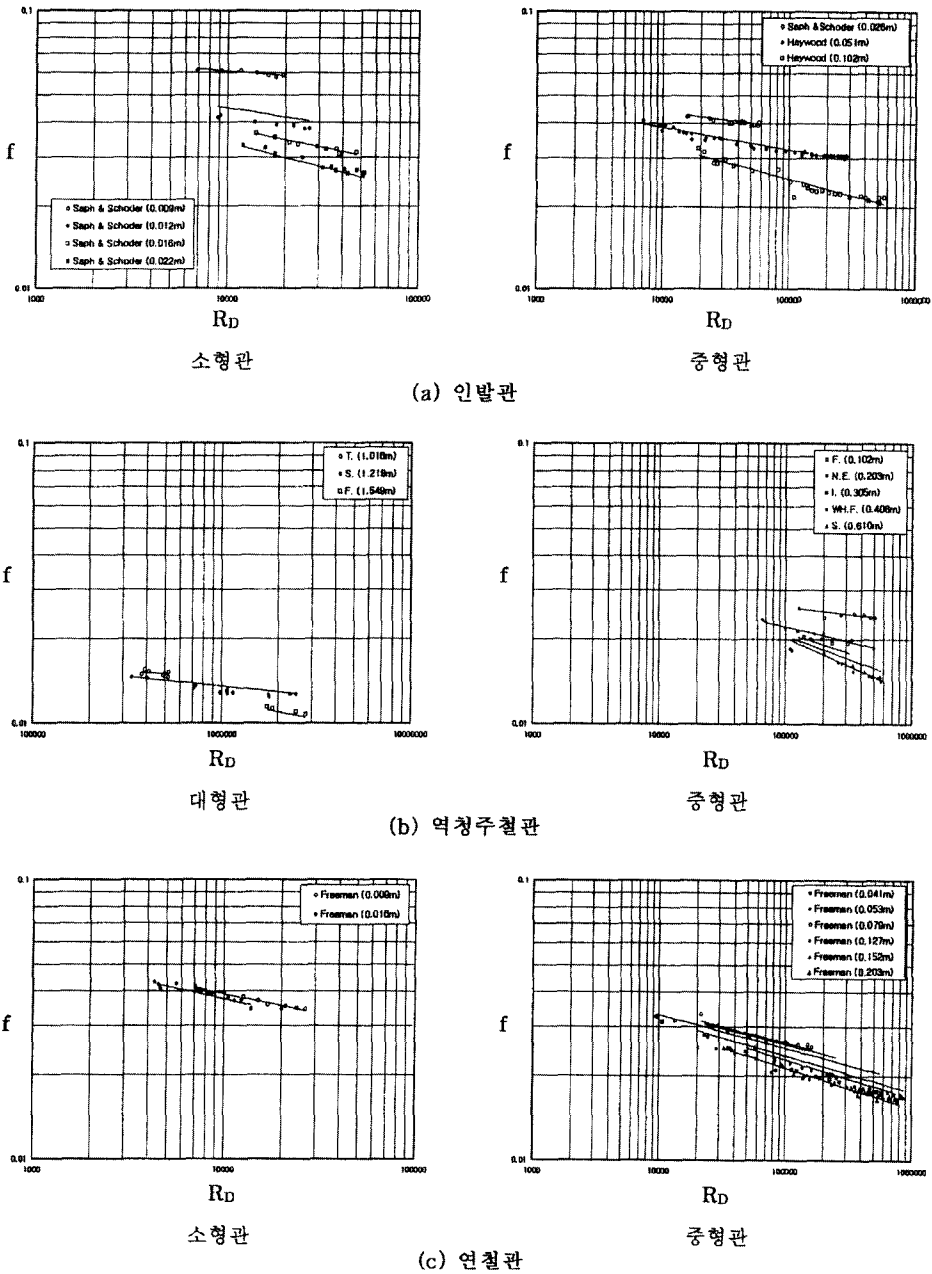


그림 1. 제1형 지수형 관마찰계수식의 산정결과와 실험자료와의 비교

실험자료가 비교·도시되어 있다. 도시된 그림 1의 범례에서 영문은 관측자를 지칭하며, 수치는 관경을 나타낸다. 이들중 역청주철관의 경우는 정확한 관측자명을 알 수 없어 영문약자로 표기하였다. 도시된 바와 같이 표 3에 의한 마찰계수 근사식은 대부분이 실험자료와 잘 일치한다. 각 관종별 관경에 따른 마찰계수의 변이양상을 살펴보면, 그림 1(a)와 (c)에 도시된 인발관과 연철관의 경우는 레이놀즈수에 따른 마찰계수의 분포가 관경이 증가함에 따라 비교적 완만한 기울기를 갖고 변이하지만, 그림 1(b)에 도시된 역청주철관의 경우는 비교적 급한 기울기로 변이하는 양상을 보인다. 즉 관경의 변화에 따른 β 의 변이폭이 역청주철관의 경우가 다른 종류의 관보다 비교적 크다는 것을 알 수 있다.

한편, Hazen과 Williams(Williams and Hazen, 1933)도 지수형 경험식을 제시하였는데 마찰계수로 변환할 때 그 산정식은 다음과 같이 표현된다.

$$f = 1060 C_{HW}^{-1.85} R_D^{-0.15} \quad (2)$$

여기서 C_{HW} 는 Hazen-Williams 계수이며, 관의 종류 또는 관내 조면의 상태와 관경에 따라 일정한 수치를 갖는다. 식 (2)를 식 (1)과 같은 형태로 표현하면 $\alpha = 1060 C_{HW}^{-1.85}$ 이고, $\beta = -0.15$ 이다. 이와같이 Hazen-Williams식은 α 값에서는 C_{HW} 의 수치로 관의 종류와 관경에 따른 마찰계수의 변화를 고려하였지만 β 값에서는 고정된 수치 -0.15로서 이에 대한 고려가 없었음을 알 수 있으며, 이로 인한 오차는 관마찰계수를 상당히 과대 또는 과소 산정한다.

관로의 양해법 설계를 위하여 표 3에 제시된 산정식을 적용하는 것이 보다 정확한 해를 유추할 수 있지만 서론의 표 1에 제시한 설계유형중 일반적인 관로조건 즉 경사관에 펌프가 작동하는 경우에 대해서 유량을 산정하는 B의 경우는 회귀분석과정에서 관경에 따라 변하는 β 의 적용이 다소 어렵고, 관경을 산정하는 C의 경우는 관경 자체가 미지수이기 때문에 α 와 β 가 모두 관경의 함수인 표 3의 적용에 어려움이 따른다. 이에 상용관 마찰계수 산정식의 제2형 지수식을 추가로 개발하였다. 관의 크기를 소형관, 중형관, 대형관으로 삼분하고 각 구간별로 관종에 따라 지수 β 를 일정하게 유지한 후 비례상수 α 를 관경의 함수로 표기하였으며, 이는 식 (3)과 표 4에 제시된 바와 같다.

표 4. 제2형 지수형 관마찰계수 산정식의 ω 와 ζ 그리고 지수 β

관 종류		ω	ζ	β
인발관	소형관	0.004	-0.790	-0.11
	중형관	0.034	-0.282	-0.08
역청주철관	중형관	0.071	-0.255	-0.13
	대형관	0.042	-0.366	-0.08
연철관	소형관	0.101	-0.096	-0.15
	중형관	0.067	-0.135	-0.12

$$\alpha = \omega \left(\frac{D}{D_0} \right)^\zeta \quad (3)$$

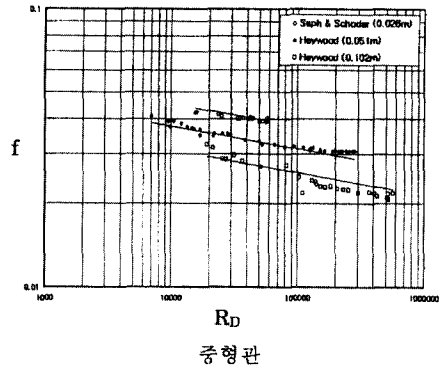
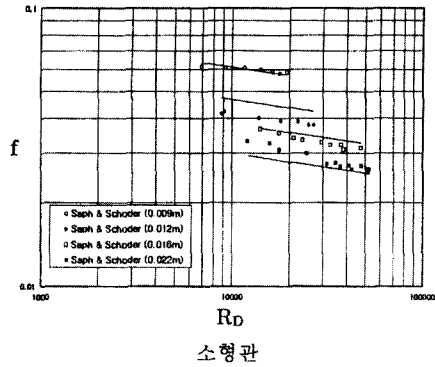
여기서 ω 와 ζ 는 관의 크기와 관의 종류에 따라 변하는 계수이며, D_0 는 기준관경으로서 1 m이다.

상기 상용관 마찰계수 산정식은 식 (1)의 지수함수식에서 β 를 관종류와 관크기에 따라 고정하고 α 만을 관경의 함수로 유추한 것이기 때문에 표 3을 적용한 제1형 지수형 마찰계수 산정식 보다는 정확도가 다소 떨어지겠지만 관종류와 관크기의 영향을 전혀 고려하지 않고 고정된 β 를 사용한 Hazen-Williams식 보다는 정확한 산정식이다. 또한 상기 산정식은 설계유형 B와 C에의 적용이 비교적 유리한 형태이기 때문에 설계유형 B-1과 B-2에는 표 3에 의한 제1형 지수형 마찰계수 산정식을 적용하였지만, 설계유형 B와 C에는 식 (3)과 표 4에 의한 제2형 지수형 마찰계수 산정식을 적용하였다.

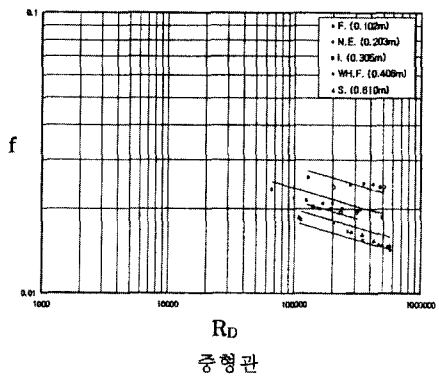
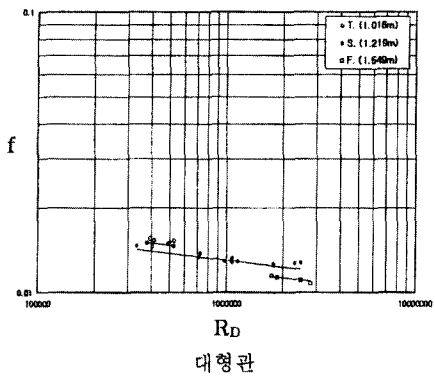
그림 2에는 식 (3)과 표 4에 제시된 ω , ζ 와 β 의 수치를 이용하여 식 (1)로 산정한 마찰계수와 Colebrook이 수집한 실험자료가 비교·도시되어 있다. 도시된 바와 같이 상기 마찰계수 근사식 역시 대부분 실험자료와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

3. 동력수평관의 통과유량 산정

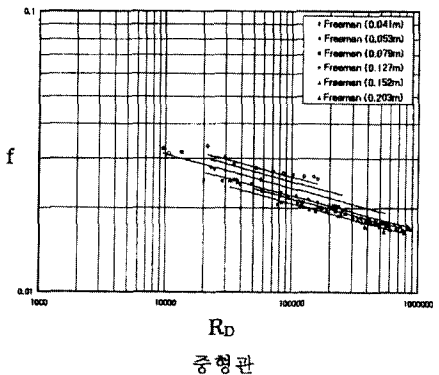
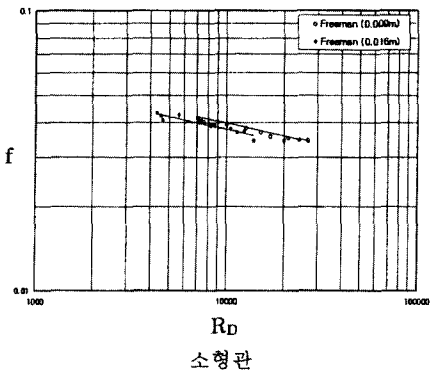
본절은 서론에 제시된 설계유형중 B-1, 즉 펌프동력이 작용하며 경사가 없는 수평관($i=0$)인 경우에 한하여 관의 종류, 관경, 관의 길이, 펌프동력이 주어질 때 관내 통과유량을 산정하는 문제이다. 이 경우 기본 지배방정식은 관경의 변화나 부차손실을 고려하지 않는 경우 펌프동력을 산정하는 식 (4)이다.



(a) 인발관



(b) 역청주철관



(c) 연철관

그림 2. 제2형 지수형 관미찰계수식의 산정결과와 실험자료와의 비교

$$P = \rho g Q \left(f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} - iL \right) \quad (4)$$

식 (4)에서 i 는 관로경사로서 관로 흐름방향으로 기울

어져 있을 때를 양의 부호로 정하였으며, 역경사로 관로가 놓일 때는 음의 부호를 갖는다. 본절에서는 수평관으로 가정했으므로 $i = 0$ 이다. 식 (4)에 식 (1)을 대입하여 무차원 관계식으로 유도하면 다음과 같다.

$$R_D = \left(\frac{8}{\alpha\pi} \right)^{\frac{1}{3+\beta}} J^{\frac{3}{3+\beta}} \quad (5)$$

여기서 α 와 β 는 표 3에 제시된 바와 같고, J 는 펌프 동력 P 와 관경 D 를 사용한 무차원수로서 다음의 식 (6)에 제시된 바와 같다.

$$J = \frac{1}{\nu} \left(\frac{PD^2}{\rho L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

이상과 같이 구하고자 하는 유속을 포함한 관경레이놀즈수는 주어진 조건으로부터 식 (6)으로 결정되는 무차원수 J 의 함수로 표현되며, 표 3을 이용하여 관중과 관경에 따른 α 와 β 를 구함으로써 인발관, 역청주철관 또는 연철관으로 구성된 단일관로가 수평으로 설치되었을 때 양해법으로 관내 통과유량을 바로 산출할 수 있다.

4. 무동력경사관의 통과유량 산정

본절은 서론에 제시된 설계유형중 B-2, 즉 펌프동력이 작용하지 않으며($P=0$), 경사진 지형에 관로가 설치되어 있는 경우에 한하여 관의 종류, 관경, 관의 길이, 관로경사가 주어질 때 관내 통과유량을 산정하는 문제이다. 이 경우 식 (4)에 $P=0$ 을 대입하여 정리하면 다음과 같은 Chezy 식이 된다.

$$V = \sqrt{\frac{2gDi}{f}} \quad (7)$$

식 (7)에 식 (1)을 대입하여 무차원 관계식으로 유도하면 다음과 같다.

$$R_D = \left(\frac{2}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2+\beta}} N^{\frac{2}{2+\beta}} \quad (8)$$

여기서 α 와 β 는 표 3에 제시된 바와 같고, N 은 관로경사 i 와 관경 D 를 사용한 무차원수로서 다음의 식 (9)에 제시된 바와 같다.

$$N = \frac{\sqrt{gD^3i}}{\nu} \quad (9)$$

이상과 같이 구하고자 하는 유속을 포함한 관경레이놀즈수는 주어진 조건으로부터 식 (9)로 결정되는 무차원수 N 의 함수로 표현되며, 설계유형 B-1과 마찬가지로

표 3을 이용하여 α 와 β 를 구함으로써 인발관, 역청주철관 또는 연철관으로 구성된 단일관로가 경사진 지형에 설치되어 있고, 펌프가 작동하지 않을 때 양해법으로 관내 통과유량을 바로 산출할 수 있다.

5. 동력경사관의 통과유량 산정

본 절에서는 보다 일반적인 설계로서 관이 경사지에 설치되어 있으며 동시에 펌프가 작동하는 경우에 대해서 관의 종류, 관경, 관의 길이, 관로경사와 펌프동력 등이 주어질 때 관내 통과유량을 산정하는 문제를 다룬다. 서론에 제시된 설계유형중 B에 해당되며, B-1에서와 마찬가지로 기본 지배방정식은 식 (4)로 표현되는 펌프동력을 산정하는 식이다. 관마찰계수 f 를 식 (1)로 표현하여 전개하면, 지형이 경사져 있는 경우 펌프를 작동시킬 때 펌프동력을 구하는 산정식은 다음과 같이 구해진다.

$$P = \rho L \frac{\pi}{4} D^2 V \left(\alpha R_D^\beta \frac{V^2}{2D} - ig \right) \quad (10)$$

식 (10)을 전개하여 미지수인 유속이 포함된 레이놀즈수에 관하여 표현하면 다음과 같다.

$$R_D = R_0 \left(1 + \frac{\pi}{4} \frac{N^2 R_D}{J^3} \right)^{\frac{1}{3+\beta}} \quad (11)$$

여기서 무차원수 J 와 N 은 식 (6)과 (9)에 제시된 바와 같고, R_0 는 수평관($i=0$) 조건에서 계산되는 R_D 를 의미하며, 식 (5)에 의해서 산정된다. 식 (9)에 의해 산정되는 무차원수 N 은 경사 i 의 절대치를 이용하여야 되나, N^2 에서는 오히려 경사 i 의 부호가 부활된다. 즉, 관로가 역구배로 놓여있을 때 N^2 은 음의 수치를 갖는다.

식 (11)에 R_0 에 대한 R_D 의 증감률 $\eta = R_D/R_0$ 를 도입하고, 다음의 식 (12)와 같은 조합 무차원수 N_J 를 이용하면 식 (13)과 같이 증감률 η 를 구하는 음해법 산정식이 구해진다.

$$N_J = \frac{R_0 N^2}{J^3} = \frac{R_0 \nu \rho g D L i}{P} \quad (12)$$

$$\eta = \left(1 + \frac{\pi}{4} \eta N_J \right)^{\frac{1}{3+\beta}} \quad (13)$$

식 (13)은 음해법 산정식이지만 구하고자 하는 η 가 N_J 와 β 만의 함수이므로 간단한 형태의 양해법 산정식 개발이 가능하다. 식 (13)에 여러 범위의 N_J 를 적용하고, 표 4에 제시되어 있는 여러 가지 β 값을 대입하여 산정된 결과의 분포곡선을 회귀분석함으로써 양해법 산정식이 개발되었으며, 그 형태는 다음과 같다.

$$\eta = \begin{cases} -\frac{1.27}{N_J} & N_J \leq -6 \\ (0.059N_J^2 - 0.315N_J + 1)^{-1} & -6 < N_J \leq 0 \\ aN_J^2 + bN_J + 1 & 0 < N_J \leq 6 \\ c\sqrt{N_J} + d & 6 < N_J \end{cases} \quad (14)$$

식 (14)에서 a, b, c, d는 β 만의 함수이며, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a &= -0.0072\beta - 0.0092 \\ b &= -0.151\beta + 0.263 \\ c &= -1.446\beta + 0.823 \\ d &= 2.583\beta + 0.217 \end{aligned}$$

여기서 β 는 관종과 관의 크기에 따라 표 4에 의해서 주어진다.

이상과 같이 구하고자 하는 관경 레이놀즈수의 증감을 η 는 관의 종류와 관의 크기(대, 중, 소형관) 결정으로 표 4에 의해서 주어지는 계수 β 와 주어진 조건으로 결정되는 무차원수 N_J 로부터 산출될 수 있으며, 이로써 경사진 지형에 설치된 단일관로에 펌프동력이 작용하는 경우에 대해서도 관내 통과유량을 양해법으로 바로 산정할 수 있다.

6. 동력경사관의 관경 산정

본 절에서는 관의 종류, 관내 통과유량, 관의 길이, 관로경사와 펌프동력 등이 주어져 있는 상용관의 적정 관경을 산정하는 문제를 다룬다. 유량 산정에서와 마찬가지로 기본 지배방정식은 식 (4)로 표현되는 펌프동력을 산정하는 식이며, 관마찰계수 f 를 식 (1)로 표현하면, 지형이 경사져 있는 경우 펌프를 작동시킬 때 펌프동력을 구하는 산정식은 다음과 같이 구해진다.

$$P = \rho L Q \left[a R_D^\beta \frac{V^2}{2D} - ig \right] \quad (15)$$

식 (15)에 식 (3)을 대입하여 무차원 관계식으로 유도하면 다음과 같다.

$$S = \left[\frac{\omega}{2} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2+\beta} S_0^{-\zeta} \right]^{\frac{1}{5+\beta-\zeta}} T^{\frac{-5}{5+\beta-\zeta}} \quad (16)$$

여기서 S는 관경레이놀즈수 R_D 에 역비례하는 무차원수로서 식 (17)로 표현되고, S_0 는 기준관경에 의한 S로서 $D = D_0 = 1\text{m}$ 인 경우이며 기지의 값이다. 즉, $S_0 = D_0\nu/Q$ 이다.

$$S = \frac{\nu D}{Q} \quad (17)$$

또한, 식 (16)에서 ω , ζ 와 β 의 수치는 표 4에 제시된 바와 같고, T는 펌프동력 P, 유량 Q와 관로경사 i를 사용한 무차원수로서 다음의 식 (18)에 제시된 바와 같다.

$$T = \frac{1}{\nu} \left(\frac{PQ^2}{\rho L} + Q^3 gi \right)^{\frac{1}{5}} \quad (18)$$

이상과 같이 구하고자 하는 관경을 포함하는 무차원수 S는 관의 종류와 관의 크기(대, 중, 소형관) 결정으로 표 4에 의해서 주어지는 계수 ω , ζ , β 와 주어진 조건으로 결정되는 무차원수 T로부터 산출될 수 있으며, 이로써 경사진 지형에 설치된 단일관로에 펌프동력이 작용하는 경우에 대해서 적정관경을 양해법으로 바로 산정할 수 있다.

7. 결론 및 토의

본 연구에서 도출된 지수형 상용관 마찰계수 근사식은 Colebrook 수집자료의 재분석을 통하여 이루어졌으며, 그 형태는 $f = aR_D^\beta$ 으로 표현된다. a 와 β 는 관종과 관경에 따라 변이하는 수치로서 각 관종에 대하여 관경의 함수로 유추했으며, 이를 단일관로 설계시 두가지 이상적인 경우 즉, 수평관에 펌프가 작동하는 경우(B-1)와 경사관에 펌프가 작동치 않는 경우(B-2)에 대하여 적용함으로써 유량을 산출하는 양해법 산정식을 도출하였다. 또한 β 를 관종과 관경의 구간에 따

라 고정된 수치로 취하여 α 를 재산정하였으며, 이를 단일관로 설계시 경사관에 펌프동력이 작동하는 경우 유량을 산출하는 설계유형 B와 관경을 산출하는 설계유형 C에 적용하여 양해법 산정식을 도출하였다.

본고에서 도출한 두 가지 상용관 마찰계수 근사식은 모두 Colebrook이 수집한 대부분의 관측자료와 잘 일치하고 있음을 확인하였다. 또한 본고에서 도출한 상용관 마찰계수 근사식을 적용하여 유추한 상용관로의 양해법 설계식은 무차원수의 이용으로 반복과정을 거치지 않고 관로 설계시 요구되는 해를 바로 구할 수 있게 되었으며, 계산과정도 상당히 간편해졌다.

이상의 연구결과는 Colebrook이 수집한 관측자료에 기초하여 개발된 마찰계수 분포로부터 유추한 것이기 때문에 현재는 인발관, 역청주철관, 연철관에만 한정되어 적용이 가능하다. 그러나 향후 추가로 새로운 자료의 취득 또는 실험에 의한 관측이 이루어지면 본 연구 결과를 토대로 광범위한 적용이 가능해지리라 판단된다.

감사의 글

본 연구는 1995년도 아주대학교 공동연구기기 구입에 따른 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사를 표한다.

참고 문헌

유동훈 (1995a). “복합면 마찰계수.” 대한토목학회논문집, 제15권, 제3호, pp. 633-644.
 유동훈 (1995b). “균일조도관의 양해법 설계 기준식.” 한국수자원학회지, 제28권, 제5호, pp. 175-189.
 유동훈, 강찬수 (1996). “균일조도 동력경사관의 양해법 설계.” 한국수자원학회지, 제29권, 제3호, pp. 163-175.
 유동훈, 강찬수 (1997). “동력경사 상용관의 양해법 설계.” 한국수자원학회지, 제30권, 제5호, pp.

495-501.
 유동훈, 원유승 (1995). “상용관 마찰계수.” 대한토목학회논문집, 제15권, 제6호, pp. 1593-1606.
 Colebrook, C.F. (1938). “Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws.” *J. Inst. Civil Eng.*, London, Vol. 11, pp. 133-156.
 HR Wallingford and Barr, D.I.H. (1998). *Tables for the hydraulic design of pipes, sewers, and channels*. 7th Edition, Thomas Telford.
 Li, W.H. (1974). “Direct determination of pipe size.” *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 44, No. 6, pp. 567-575.
 Moody, L.F. (1944). “Friction factors for pipe flow.” *Trans. ASME*. Vol. 66, pp. 671-684.
 Nikuradse, J. (1933). “Strömungsgesetze in rauhen Röhren.” *Ver. Dtsch. Ing. Forsch.*, No. 361.
 Simon, A.L. (1986). *Hydraulics*. John Wiley and Sons.
 Streeter, V.L. and Wylie, E.B. (1979). *Fluid Mechanics*. 7th Edition, Mcgraw-Hill.
 Swamee, P.K. and Jain, A.K. (1976), “Explicit equations for pipe-flow problems.” *J. of Hydraulic Div.*, ASCE, pp. 657-664.
 Von Bernuth, R.D. and Wilson, T. (1989). “Friction factors for small diameter plastic pipe.” *J. of Hydraulic Eng.*, Vol. 115, No. 2, pp. 183-192.
 Williams, G.S. and Hazen, A. (1933). *Hydraulic Tables*. John Wiley and Sons, Inc.
 (논문번호:98-031/접수:1998.06.05/심사완료:1998.08.24)