

충격파 모의를 위한 이차원 유한체적 비정상 흐름 모형 Two-Dimensional Finite-Volume Unsteady-Flow Model for Shocks

이 길 성* / 이 성 태**

Lee, Kil Seong / Lee, Sung-Tae

Abstract

The height and speed of the shock wave are critical data in flood-control operations or in the design of channel walls and bridges along rivers with high flow velocities. Therefore, a numerical model is needed for simulating flow discontinuity over a wide range of conditions. In this study, a Godunov-type finite-volume model is developed that employs the shallow water equation as a governing equation. As a Riemann solver Roe(1981)'s one is used. The model employs the modified MUSCL for handling the unstructured grids in this research. This model that adopts the explicit method for time integration calculates time step size automatically. The model is applied to the traditional two dimensional dam break problems, two hydraulic dam break model simulations, and a steady state simulation in a curved channel. Conclusions of this research are as follows : 1) The finite volume method can be combined with the Godunov-type method that is useful for modeling shocks. Hence, the finite volume method is suitable for modeling shocks. 2) The finite volume model combined with the modified MUSCL is successful in modeling shocks. Therefore, modified MUSCL is proved to be valid.

Keywords : shock wave, shallow water equation, Godunov-type scheme, finite volume method, modified MUSCL, unstructured grids

요 지

충격파의 높이나 속도는 홍수제어조작이나 수로벽과 빠른 유속을 가지는 하천에서 교량의 설계에 중요한 자료가 된다. 따라서 광범위한 조건에서 흐름의 불연속면을 모의할 수 있는 수치모형이 요구된다. 본 연구에서는 천수방정식을 지배방정식으로 한 Godunov 형 유한체적법 모형을 개발하였다. Riemann 해법으로 Roe(1981)의 해법이 사용된다. 이 모형은 본 연구에서 비구조적격자(unstructured grids)를 사용하기 위해 개발된 수정 MUSCL을 도입하였다. 양해법을 쓰는 본 모형은 시간간격을 자동 계산한다. 개발된 모형을 전형적인 이차원 댐 붕괴파 모의, 수리모형 실험에서 행해진 붕괴파 모의, 그리고 수리모형 실험에서 행해진 만곡수로에서의 정상상태 모의 등에 적용하였다. 그 적용결과에 의해 다음과 같이 결론을 내었다. 1) 유한체적법은, 충격파 모의를 위한 수치해석 기법인 Godunov 형 방법과 잘 결합될 수 있기 때문에 충격파를 모의하기에 적당한 방법이다. 2) 수정 MUSCL과 결합된 유한체적법 모형이 충격파를 잘 포착함으로써 수정 MUSCL의 적용성이 입증되었다.

핵심용어 : 충격파, 천수방정식, Godunov형 방법, 유한체적법, 수정 MUSCL, 비구조적격자

* 서울대학교 공과대학 토목공학과 교수

** 서울대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

1. 서론

유역에서의 흐름에는 부드럽고 연속적인 흐름과 불연속적인 흐름이 함께 존재한다. 예를 들면, 하천에서 홍수터로 물이 흐를 때나 그 반대의 경우 흐름이 크게 변할 수 있다. 이는 공간적인 예를 든 것이고 시간적인 예를 들면, 이상 홍수 사상(extreme flood events)에 의해 제방이나 댐이 붕괴할 때 단파가 생성되고 형성된 단파는 하류로 이동한다. 그리고 배수갑문을 갑자기 열거나 닫는 상황에서도 흐름의 급격한 변화를 볼 수 있는데 개폐시간이 길더라도 수로가 길고 마찰손실이 적다면 가파른 단파가 생성된다. 이런 흐름의 급격한 변화 또는 불연속을 충격파(shocks, shock wave)라고 부를 수 있다. 이 충격파의 높이나 속도는 홍수제어 조작(flood-control operation)이나 수로벽과 빠른 유속을 가지는 하천에서의 교량의 설계에 중요한 자료가 된다. 따라서 광범위한 조건에서 흐름 불연속면을 모의할 수 있는 수치모형이 요구된다.

국내에서의 연구는 주로 1차원으로 이루어져 Lee와 Lee(1989)는 Teton 댐의 붕괴 자료를 이용해 HEC-1, DAMBRK, SMPDBK의 범용 프로그램을 서로 비교하였으며 윤성용(1989)과 신흥섭(1990)은 유한차분법으로 댐붕괴를 모의하였고 한건연 등(1996a, 1996b)은 유한요소법으로 댐붕괴를 모의하였다. 국외에서의 연구는 주로 2차원으로 이루어진다. Katopodes와 Strelkoff(1978)은 움직이는 격자(moving grid)와 함께 특성곡선법을 사용하여 이차원 댐 붕괴를 모의하였다. Fennema와 Chaudhry(1989)는 Beam-Warming 음해법을 사용하여 습한 바닥(수심이 존재하는 상태)과 마른 바닥(수심이 존재하지 않는 상태)으로의 댐 붕괴파를 모의하였다. Fennema와 Chaudhry(1990)는 이차 정도 양해 차분법인 MacCormack 방법과 Gabutti 기법으로 이차원 댐 붕괴, 수로 축소부를 통과하는 홍수파의 전파를 모의하고 비교했다. Alcrudo와 Garcia-Navarro(1993)는 이차원 댐 붕괴, 경사가 도수 그리고 원형 댐 붕괴를 모의하기 위해서 근사적 Riemann 해법을 사용한 유한체적법 모형을 제안하였다. Zhao 등(1994, 1996)은 근사적 Riemann 해법을 사용한 유한체적법 모형 RBFVM-2D를 제시했다. Shettar와 Murthy(1996)은 분기수로에서의 수면현상을 정확히 모의하기 위해 $k-\epsilon$ 난류모형과 결합한 MacCormack 유한체적법 모형을 제시했다.

본 논문에서는 충격파의 모의에 중점을 둔 이차원 수평 흐름 모형(프로그램 언어: 표준 C)을 제시한다. 이차원 수평 흐름 과정은 수심적분을 거친 천수방정식에 의해 기술된다. 이 모형은 Roe(1981)의 근사적 Riemann 해법이 포함된 유한체적법을 이용한다. 기존에는 유한차분법(FDM)이나 유한요소법(FEM)으로 흐름모형이 만들어지곤 했는데 유한체적법(FVM)도 흐름모형의 개발을 위한 기법으로 자리를 잡고 있다. 최근 30년 동안 유한체적법은 항상 효율적인 방법중에 하나였다(Tan, 1992). 비정상 모형이나 정상흐름 모의도 가능하다. 보통, 충격파를 모의하는 모형들은 충격파를 정확히 모의하는 것 이외에 연속적인 영역 모의의 정확성을 떨어뜨리지 않는 데에도 목적을 두고 있다. 이 모형도 연속적인 영역 모의의 정확성을 떨어뜨리지 않는다.

본 연구에서 개발한 모형의 특징은 다음과 같다.

(1) 모의할 수 있는 흐름상태는 상류나 사류의 흐름을 포함해서 점면류인 연속적인 흐름은 물론 급면류인 충격파 등이다. 이들이 동시에 나타나는 경우에도 모의 가능하다.

(2) 공간적으로 이차원 수평 흐름 현상을 모의하는 이차원 모형이다.

(3) 시간적으로 변하는 비정상 양해법 모형이며 시간간격은 자동적으로 계산된다.

(4) 공간적으로 이차의 정도를 추구하고 시간적으로도 이차의 정도를 추구하고 있다.

(5) 유한체적법을 이용했기 때문에 비구조적격자(unstructured grids)에도 적용될 수 있다. 원래 비구조적격자란 요소 또는 유한체적이 불룩한 임의의 다각형이 가능한 것을 말하는데 본 모형은 사각형만 가능하다(사각형으로도 복잡한 지형을 표현하는데 부족함이 없다). 이는 프로그램 작성상 편의를 위해서 그렇게 된 것이며 사용한 기법의 이론은 임의의 다각형에 대한 것이다.

(6) 유한체적법에 의한 이산화 식은 적분형 공식이기 때문에 질량과 운동량이 보존된다.

(7) 고려할 수 있는 경계조건으로는 폐경계 조건(land boundary condition)과 개경계 조건(open boundary condition) 등이다. 폐경계로는 내부경계(internal boundary)와 외곽경계(external boundary)를 처리할 수 있다. 개경계로는 수위고정조건, 유량고정조건 등을 포함한다.

(8) 바닥경사와 바닥마찰을 고려할 수 있다.

(9) Wetting과 drying을 고려할 수 있다.

본 연구에서는 개발된 모형을 전형적인 이차원 댐 붕괴과 모의, 수리모형 실험에서 행해진 붕괴과 모의, 그리고 수리모형 실험에서 행해진 만곡수로에서의 정상상태 모의 등에 적용하였다.

2. 이론적 배경

2.1 지배방정식

지배방정식은 수심적분 이차원 천수방정식이다. 이로써 이차원 수평 흐름을 모의할 수 있다. 천수방정식은 질량 보존식, 운동량 보존식으로 구성되어 있다. 천수방정식의 보존형을 벡터형식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial y} = \mathbf{b}(\mathbf{q}) \quad (1)$$

여기서 각 벡터들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= [h, hu, hv]^T \\ \mathbf{f}(\mathbf{q}) &= [hu, hu^2, + gh^2/2, huvw]^T \\ \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= [hv, huv, hv^2, + gh^2/2]^T \\ \mathbf{b}(\mathbf{q}) &= [0, gh(S_{0x} - S_{fx}), gh(S_{0y} - S_{fy})] \end{aligned}$$

여기서 h, u, v 는 각각 수심, x 방향 유속, y 방향 유속이고 S_0, S_f 는 각각 바닥경사와 마찰경사이다.

2.2 유한체적법 모형

유한체적법 이산화 과정은 다음과 같다.

- (1) 문제 영역을 유한체적으로 나눈다.
- (2) 각 유한체적의 꼭지점이 어떤 좌표를 갖는지 알아낸다.
- (3) 각 유한체적에 대해 적분형 보존방정식을 구성한다. 각각의 적분형 보존방정식은 상미분 방정식이다. 이제 본 연구의 지배방정식을 이용하여 유한체적법 모형을 구성한다. 지배방정식 (1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial y} + \mathbf{b}(\mathbf{q}) \quad (2)$$

각 벡터는 앞에서 정의한 것과 같다. 이제 유한체적 (Σ_i , 그림 1)에 대해 이를 적분하여 적분형 보존식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \int \int_{\Sigma_i} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} d\sigma &= - \oint_{\Gamma} (\mathbf{f}(\mathbf{q}), \mathbf{g}(\mathbf{q})) \cdot \mathbf{n} ds \\ &+ \int \int_{\Sigma_i} \mathbf{b}(\mathbf{q}) d\sigma \end{aligned} \quad (3)$$

유한체적(Σ_i)의 경계인 Γ 는 직선부인 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_m$ 로 이루어진 것이므로 다음과 같다. 또한 ds 는 유한체적경계의 적분자, $d\sigma$ 는 유한체적자체의 적분자이다.

$$\begin{aligned} \int \int_{\Sigma_i} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} d\sigma &= - \sum_{j=1}^m (\mathbf{f}(\mathbf{q}_j), \mathbf{g}(\mathbf{q}_j)) \cdot \mathbf{n}_j \cdot L_j \\ &+ \int \int_{\Sigma_i} \mathbf{b}(\mathbf{q}) d\sigma \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 L_j 는 Γ_j 의 길이이다. 그리고 $(\mathbf{f}(\mathbf{q}), \mathbf{g}(\mathbf{q})) \cdot \mathbf{n}$ 은 다음 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} f_1(q_1) & g_1(q_1) \\ f_2(q_2) & g_2(q_2) \\ f_3(q_3) & g_3(q_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi_j \\ \sin \phi_j \end{bmatrix} \quad (5)$$

이의 계산에는 위의 식 그대로 $\mathbf{n} = [\cos \phi_j, \sin \phi_j]^T$ 을 흐름변수 $f_1, \dots, f_3, g_1, \dots, g_3$ 에 직접 적용하는 방법(Alcrudo와 Garcia-Navarro, 1993)과 \mathbf{n} 을 보존변수 q_1, \dots, q_3 에 먼저 적용한 후에, 나중에 역변환하는 방법(Zhao 등, 1994, 1996)이 있다. 본 연구는 후자의 방법을 사용한다. 후자의 방법을 사용한 Zhao 등(1994, 1996)은 변환행렬 $\mathbf{T}(\phi)$ 을 도입한 다음의 관계를 이용했다.

$$\begin{aligned} (\mathbf{f}, \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{T}(\phi)^{-1} \mathbf{f}[\mathbf{T}(\phi) \mathbf{q}] \\ &= \mathbf{T}(\phi)^{-1} \mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 변환행렬 $\mathbf{T}(\phi)$ 는 다음 식과 같다.

$$\mathbf{T}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (7)$$

이는 \mathbf{n} 이 보존변수 q_1, \dots, q_3 에 서로 다르게 적용됨을

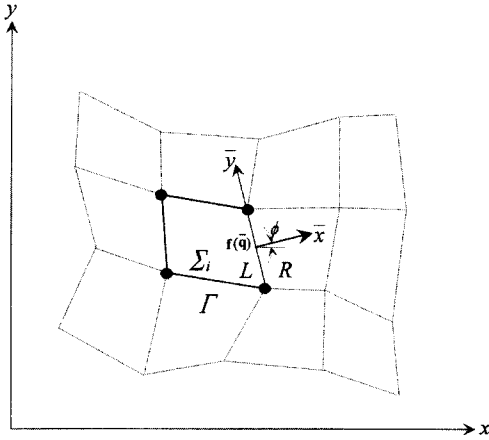


그림 1. 유한체적 Σ_i 의 기하

보여준다. 보존벡터 $\mathbf{q} ([q_1, \dots, q_3]^T)$ 는 원래의 x, y 좌표계에서의 벡터이고 $\bar{\mathbf{q}}$ 는 유한체적 변의 중심을 지나는 법선벡터를 새 좌표계의 x 축으로 봤을 때 만들어진 벡터이다. 새 좌표계는 \bar{x}, \bar{y} 로 표시된다(그림 1).

이상의 과정을 거쳐 식 (3)은 아래와 같이 유도된다.

$$A_i \frac{d\mathbf{q}}{dt} = - \sum_{j=1}^m \mathbf{T}(\phi_j)^{-1} \mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}) L_j + A_i \mathbf{b}(\mathbf{q}) \quad (8)$$

식 (8)의 양변을 유한체적(그림 1)의 면적인 A_i 로 나누면 다음 식과 같다.

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = - \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^m \mathbf{T}(\phi_j)^{-1} \mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}) L_j + \mathbf{b}(\mathbf{q}) \quad (9)$$

여기서 m 은 변의 수로서 본 모형은 사각형 유한체적에 대해 구성되었으므로 4의 값을 가진다. $A_i, L_j,$

$\mathbf{T}(\phi)$ 를 구할 때는 유한체적의 꼭지점 좌표를 이용하여 구한다. 생성항 $\mathbf{b}(\mathbf{q})$ 는 유한체적 꼭지점의 공간적 좌표와 바닥 성질에 의해서 구할 수 있다.

$\bar{\mathbf{q}}$ 가 새 좌표계 \bar{x}, \bar{y} (그림 1에서 나타난 좌표축이다.)에서의 보존벡터이므로 흐름 $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}})$ 는 \bar{x} 축의 원점에서의 흐름이다. 흐름 $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}})$ 를 구하는 것은 일차원 Riemann 문제를 푸는 것과 같다. 일차원 Riemann 문제는 다음과 같은 일차원 쌍곡선형 방정

식인

$$\bar{\mathbf{q}}_t + [\mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}})]_{\bar{x}} = 0 \quad (10)$$

과 특별한 초기조건인

$$\bar{\mathbf{q}} = \begin{cases} \bar{\mathbf{q}}_L & \bar{x} < 0 \\ \bar{\mathbf{q}}_R & \bar{x} > 0 \end{cases} \quad (11)$$

로 이루어지는 초기치 문제이다. 여기서 t 는 시간변수이다.

원하는 시간에서의 보존변수의 값을 알기 위해서는 시간적분을 해야 한다. 이를 위해서 2차 Runge-Kutta 법을 써서 시간축차를 행한다. 2차 Runge-Kutta 법을 사용하면 시간적으로 2차 정도 모의가 가능해진다. 본 연구의 모형은 Nujic(1995)의 방법을 사용하였다. Nujic(1995)의 시간축차 방법은 아래와 같다.

제 1 단계 : 아래의 predictor 식을 이용한다.

$$q^p = q^n + f(q^n) \Delta t \quad (12)$$

제 2 단계 : 아래의 corrector 식을 이용한다.

$$q^{n+1} = \frac{q^n + q^p}{2} + f(q^p) \frac{\Delta t}{2} \quad (13)$$

유한체적의 수만큼 얻어진 상미분 방정식 (9)를 위의 방법으로 각각 독립적으로 풀어서 보존변수 벡터 \mathbf{q} 를 다음 시간의 값으로 갱신한다. Δt 는 해석영역 전부에서 CFL 조건을 만족시키는 값으로서 코드내에서 계산한다(Δt 자동계산).

2.3 Roe의 근사적 Riemann 해법(Roe's approximate Riemann solver)

식 (10), (11)의 Riemann 문제의 해는 불연속적이며 수치해석을 할 때에는 특별한 처리가 필요하다. Godunov 형 방법(Roe, 1981; Alcrudo 와 Garcia-Navarro, 1993; Zhao 등, 1996)에서는 이를 바로 수치적으로 풀이하는 근사적 Riemann 해법(approximate Riemann solver)을 이용하였으며 이로 인해 복잡한 문제의 풀이가 가능하게 되었다. 본 연구에서는 근사적 Riemann 해법을 구하는 데 있어

서 계산시간이 길지만 정확한 해를 내는 Roe의 방법을 이용하였다. 아래의 Roe의 방법은 Alcrudo와 Garcia-Navarro(1993)가 유도한 것이다.

$$\mathbf{f}_{LR} = \frac{1}{2}(\mathbf{f}_L + \mathbf{f}_R) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \alpha_j |\bar{\lambda}_j| \boldsymbol{\gamma}_j \quad (14)$$

여기서, $\bar{\lambda}_1 = \bar{u} + \bar{c}$; $\bar{\lambda}_2 = \bar{u}$; $\bar{\lambda}_3 = \bar{u} - \bar{c}$

$$\boldsymbol{\gamma}_1 = [1, \bar{u} + \bar{c}, \bar{v}]^T; \quad \boldsymbol{\gamma}_2 = [0, 0, \bar{c}]^T;$$

$$\boldsymbol{\gamma}_3 = [1, \bar{u} - \bar{c}, \bar{v}]^T$$

$$\alpha_1 = -\frac{\Delta h}{2} - \frac{\Delta hu - \bar{u}\Delta h}{2c};$$

$$\alpha_2 = -\frac{\Delta hu - \bar{u}\Delta h}{2c}; \quad \alpha_3 = -\Delta h - \alpha_1$$

c 는 파속으로서 \sqrt{gh} 이다. L 과 R 은 그림 1에서 정의된 것과 같이 Riemann 문제가 풀어지는 유한체적의 접촉면에서 식 (9)가 적용되는 유한체적 쪽을 L , 인접한 유한체적 쪽을 R 이라고 한다. 윗줄()은 Roe의 평균값이다.

2.4 수정 MUSCL(modified MUSCL)

수정 MUSCL을 사용하면 공간적으로 2차 정도 모의가 가능하게 된다. 충격과 포착기법을 사용하면서 부드러운(smooth=continuous) 영역을 고차의 정도로 모의하고 불연속면 주위에 과도한 점성효과나 과도한 분산효과가 일어나지 않게 하는 수치기법을 정확성과 정밀도가 높다고 해서 고정밀 기법(high resolution method)이라고 한다. 고정밀 기법은 부드러운 영역에서는 작은 양의 점성을 주고 불연속면 주위에서는 상대적으로 많은 양의 점성을 주는 비선형적인 방법을 사용한다. 이 방법을 위해서 많은 흐름 제한자와 경사 제한자가 개발되었는데 이들 제한자를 사용하는 방법을 MUSCL(Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Laws)(Van Leer, 1973; 1974; 1977a; 1977b; 1979)이라고 한다. MUSCL의 제한자는 직선의 기울기를 주변의 변수 값으로서 구하면서 max, min 따위의 함수를 이용해서 접촉면에서의 값을 U_L 과 U_R 사이에 자동적으로 있게 한다.

위에서 보듯이, MUSCL의 기본개념이 이차원적으로 개발된 것이기 때문에 이차원 문제에서는 계산격자

가 직사각형으로 구성되어 있다면 이것을 사용할 수 있다. 그러므로 물리영역이 비정형경계를 가지는 문제에서 이 MUSCL을 사용하기 위해서는 계단형격자의 구성이나 좌표변환기법의 사용이 요구된다. 바로 MUSCL이 구조적격자에만 적용할 수 있다는 얘기가 된다. 그래서 본 연구에서는 MUSCL을 비구조적격자에도 사용할 수 있도록 수정하였다. 수정된 방법을 수정 MUSCL(modified MUSCL)이라 명명하였다. 수정 MUSCL은 다음과 같은 단계적인 알고리즘을 사용하여 MUSCL의 제한자와 비슷한 역할을 한다.

(1) 유한체적의 중심을 지나는 평면을 주변의 변수 값(사변형 요소일 때는 4임)으로 구한다. 최소 제곱법이 사용된다.

(2) 이 평면에 의해서 유한체적의 접촉면에서의 값을 구한다.

(3) 접촉면에서의 값이 U_L 과 U_R 사이에 있도록 조정한다.

비구조적격자의 구성과 이 방법의 사용은 비정형경계를 가진 문제에서 계단형격자 구성이나 좌표변환 과정을 생략하면서 마치 MUSCL을 사용하는 것과 같은 효과를 내며 아래에 그 실제의 적용에서 그 효과를 보이게 될 것이다.

3. 적용과 결과 및 고찰

모형의 검증은 일차원 댐 붕괴와 모의를 통해서 실시하였다. 일차원 댐 붕괴와 문제는 정확해를 구할 수 있기 때문에 일차원 댐 붕괴와 모의가 검증의 수단이었다. 본 모형은 일차원 문제에서 충격파를 잘 모의하였다. 이상으로써 검증이 잘되었다고 결론을 내리고 2차원문제로의 적용에 들어갔다.

3.1 전형적인 이차원 댐 붕괴와

폭 200 m, 길이 200 m의 등폭 수로에서 중간에 위치한, 상류와 하류의 물을 분리하고 있는 수문이 갑자기 열리는 것이다. 양측 수로 벽에는 마찰이 존재하지 않는다. 여기서 수문은 전부 열리는 것이 아니고 전체 수문 폭에서 95 m부터 170 m까지의 부분만 갑자기 열리는 것이다. 이로써 댐 붕괴와는 이차원적 거동을 한다.

두 가지의 조건에서 모의하였는데 첫번째 조건은 상류수심 10 m, 하류수심 5 m이고 두번째 조건은 상류수심 10 m, 하류수심 0 m이다. 첫번째 경우의 수치 해석 결과는 그림 2와 그림 3에서 볼 수 있다. 그림 2

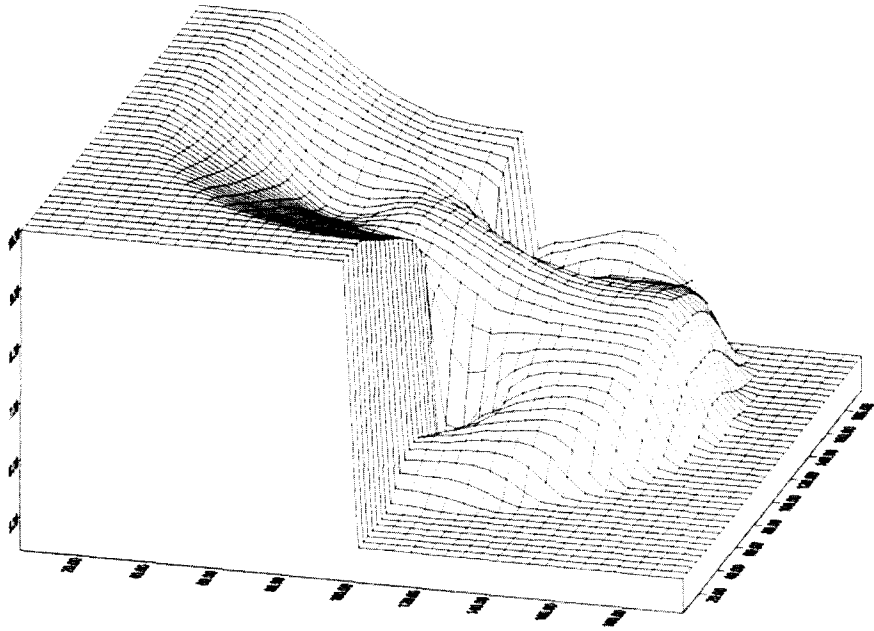


그림 2. 습한 바닥으로의 이차원 전파의 7.2 초 후의 수심 상태

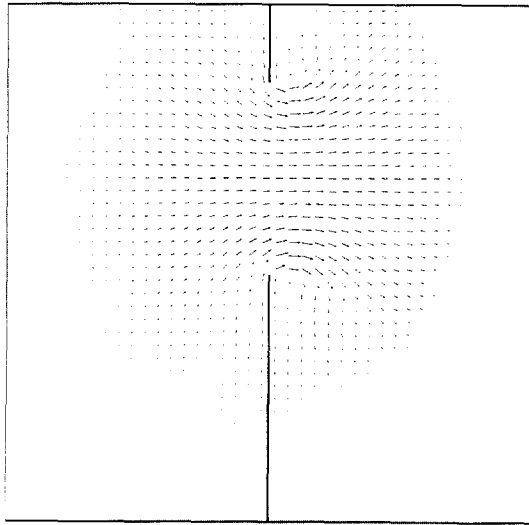


그림 3. 습한 바닥으로의 이차원 전파의 7.2 초 후의 유속 상태(최대 유속: 5.98 m/s)

는 7.2 초 후의 수심 상태이고 그림 3은 유속의 상태이다. 두번째 경우의 수치해석 결과는 그림 4와 그림 5에서 볼 수 있다. 그림 4는 7.2 초 후의 수심 상태이고 그림 5는 유속의 상태이다. 일차원 댐붕괴 문제

에서, 하류수심이 존재하는 경우에는 충격파가 형성되며 하류수심이 존재하지 않는 경우에는 충격파가 생기지 않고 흐름 방향으로 수심이 매끄럽게 퍼져 있는 것을 발견할 수 있다. 본 이차원 문제에서도 하류수심이 5 m인 경우 충격파가 형성되며 하류수심이 0 m인 경우에는 그렇지 않았다. 기존의 연구와 비교를 했을 때, 하류수심 5 m의 경우는 Alerudo와 Garcia-Navarro(1993)의 결과와 비슷하고 하류수심 0 m의 경우는 Fennema와 Chaudhry(1989)의 결과와 비슷함을 발견했다.

3.2 축소-확대 수로에서의 댐 붕괴파

이 문제는 Bellos 등(1992)의 축소-확대 수로에서의 댐 붕괴파 모의이다. 그들은 이차원적인 파의 거동을 실험하기 위해 가로 21.20 m, 세로 1.40 m의 축소-확대 수로를 제작했다. 이 수로의 제원은 그림 6과 같다. 수문이 위치한 곳은 수로의 축소부이다. 이 수문이 갑자기 열릴 때 생기는 파의 거동을 살핀다. 수문 상류 수심은 15 cm부터 30 cm까지, 수문 하류 수심은 0.0 cm부터 10.1 cm까지 다양하다. 마른 하류 바닥(수심 0.0 cm) 실험에서는 바닥의 기울기를 0.000, 0.002, 0.004, 0.008, 0.010로 실험하고 습한 하류 바

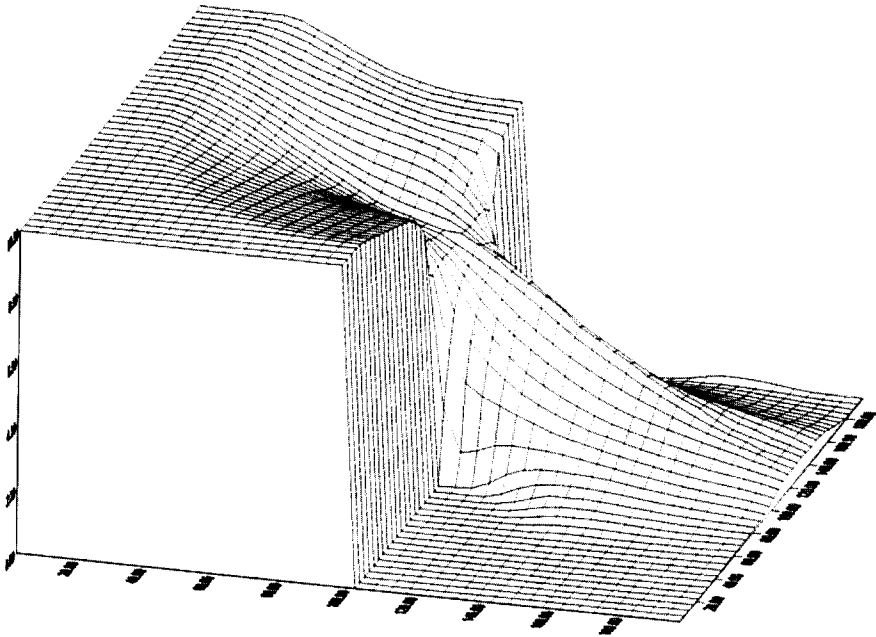


그림 4. 마른 바닥으로의 이차원 전파의 7.2 초 후의 수심 상태

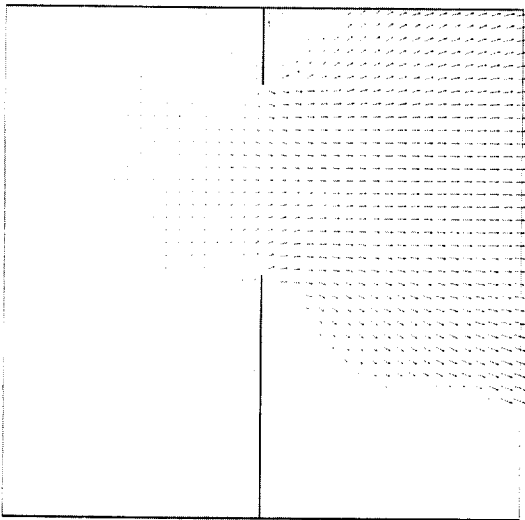


그림 5. 마른 바닥으로의 이차원 전파의 7.2 초 후의 유속 상태(최대 유속: 18.34 m/s)

탁(수심 > 0.0 cm) 실험에서는 바닥의 기울기를 0.000으로만 하였다.

그들은 이전에 개발한 수치모형으로 이 실험결과와 비교해서 그들이 개발한 모형의 검증을 하였다. 수치

기법은 이차 정도 양해법인 MacCormack 방법이다. 사용한 격자는 40×40 이다. 그리고 사용한 Manning 조도계수는 0.012이다.

본 모형은 기울기가 0.008인 마른 수로에서의 댐 붕괴와 모의문제를 수치해석하였다. 댐 상류부의 수위는, 수문이 있는 곳의 바닥을 0.0 m라 할 때, 0.3 m이다. 사용한 격자는 불균일한 간격의 159×9 격자이다. 사용한 조도계수는 0.012이다. 실험자료로서 각 지점의 수심변화를 기록한 것이 있는데 이를 수치모의 결과와 비교하였다. 그 비교결과는 그림 7(a)~(d)(수위가 아니고 수심의 곡선)에 나타나 있다. 실험결과와 일치하는 것을 볼 수 있다.

3.3 만곡수로에서의 댐 붕괴파

기존에는 직선수로에 대한 실험이 주로 행해졌다. 그러나 자연하천은 직선인 부분이 거의 없고 굴곡된 부분을 많이 가진다. 실제로 미국의 Idaho에 있는 Teton Dam의 붕괴(1976년 6월 5일 발생)는 만곡수로에서 중요한 수위의 상승이 나타남을 예측하고 있다. 댐 하류부의 내·외측 제방 현장조사에 의하면 양쪽 제방에서의 수위가 15.2 m의 차이가 발생하였다. Miller(1988), Miller와 Chaudhry(1989), Bell 등

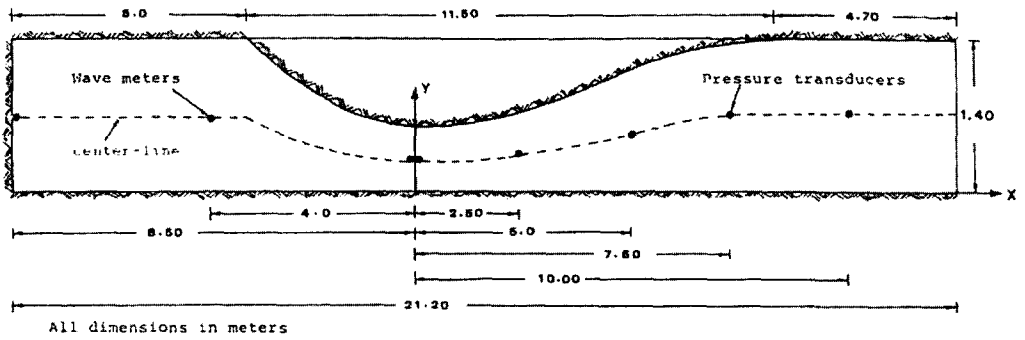


그림 6. 축소-확대 수로의 제원 (Bellos 등(1992)에서)

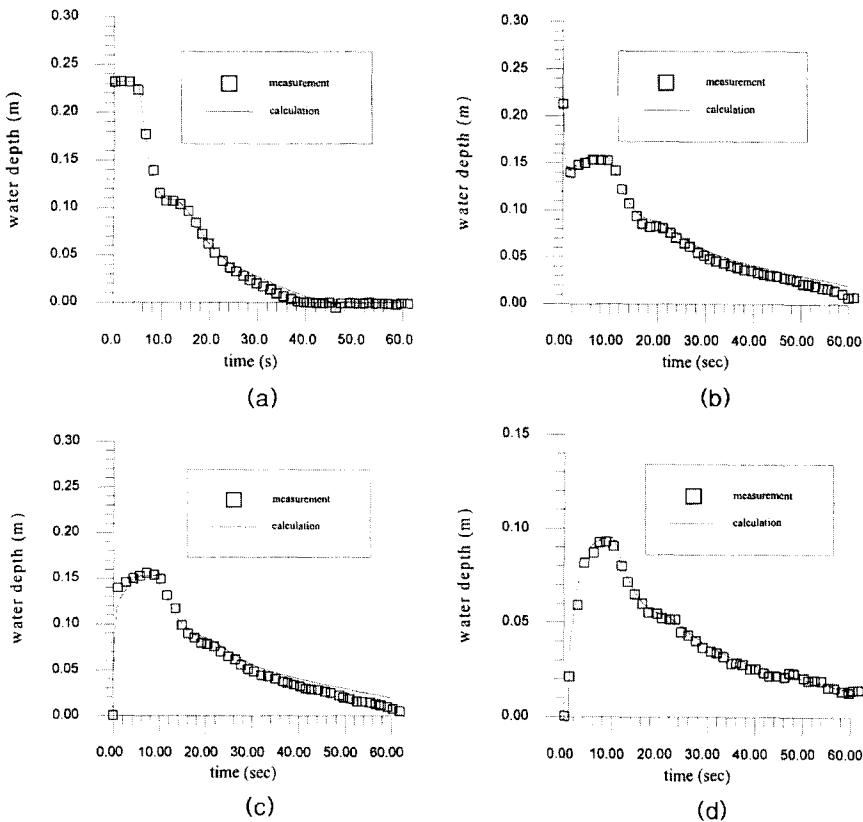


그림 7. (a) 0 m 지점 수심변화, (b) 8.5-0.0 m 지점 수심변화
(c) 8.5+0.0 m 지점 수심변화, (d) 11.0 m 지점 수심변화

(1992)이 댐 붕괴의 현장자료가 이런 복잡한 문제 때문에 수치모형의 검증에 사용되는 것에 이의를 제기하고 내·외측 수로에서의 중요한 수위차가 생기는 만곡수로에 대해 실험을 함으로써 만곡수로에서의 댐 붕괴

파에 대한 자료를 구축했다. 이 세 실험은 거의 같은 것으로 Albrook Hydraulic Laboratory에서 행해진 것이다.

Bell 등은 이 실험을 위해서 수문 위치의 상류 부

분으로 가로 2.29 m, 세로 3.66 m의 저수지 부분을 만들고 하류 부분으로 두 개의 직선수로와 한 개의 곡선수로를 구성했다. 수로의 폭은 0.3 m이다. 첫번째 직선부는 4.32 m이고 두번째 직선부는 3.74 m이며 곡선부의 내측반경은 0.92 m, 외측반경은 1.22 m이

다. 수로의 조도계수로 0.0165, 0.040이 사용되었으며 마른 만곡수로와 습한 만곡수로에 대해서 실험이 행해졌다. 저수지 부분의 6 곳과 수로의 5 곳(station 1, 2, 4, 6, 8)의 수심을 측정하였는데, 저수지 부분에는 압력측정 장치로, 수로 부분에는 비디오 카메라로 수

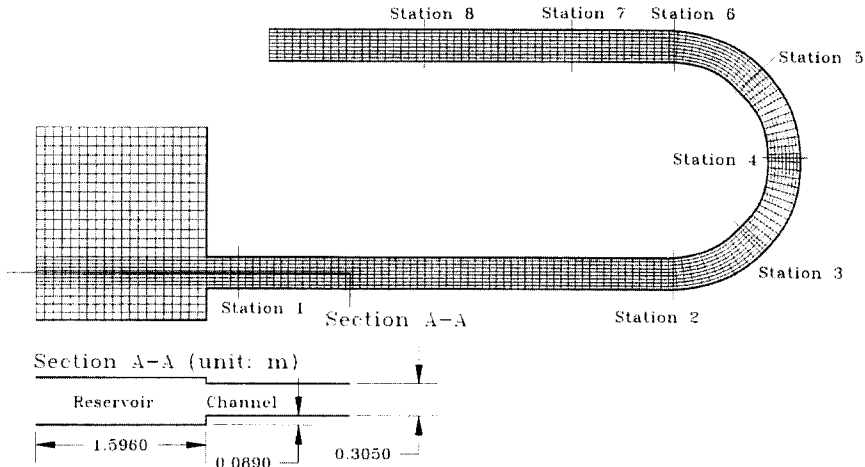
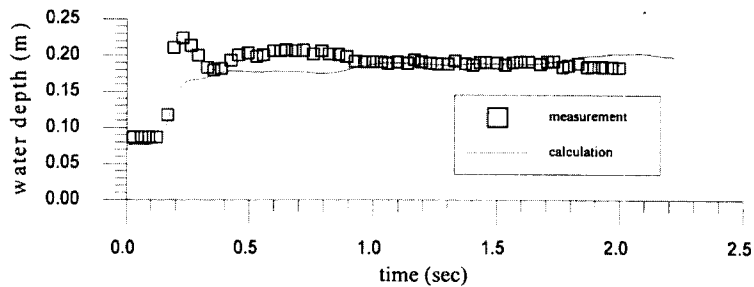
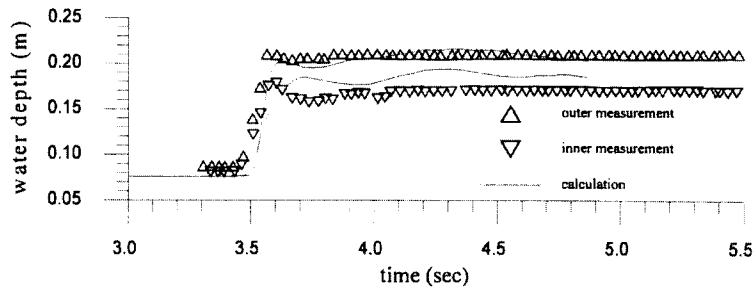


그림 8. 만곡수로의 계산격자, 부분단면, 그리고 측정지점



(a)



(b)

그림 9. (a) station 1에서의 수심변화
(b) station 4에서의 수심변화

심을 측정하였다. 만곡부의 세 곳(station 3, 4, 5)의 평면적인 profile을 얻기 위해 비디오 카메라를 설치해 찍었다. 비디오 카메라가 찍은 영상을 나중에 디지털 분석을 거쳐서 수심자료를 얻었다.

저수지는 원래 가로 2.29 m, 세로 3.66 m인데 본 연구에서는 일정수심이 유지될 것이라 생각되는 부분을 계산영역의 경계로 취급하기로 해서 계산시의 저수지의 크기는 가로 1.596 m, 세로 1.814 m이다. 조도계수는 수문 하류 부분인 만곡수로의 조도계수와 같게 하였다. 저수지의 표고를 -0.089 m로 수로의 표고를 0 m로 하였다. 만곡수로의 계산격자는 그림 8과 같다. 요소의 수는 2025 개고 절점의 수는 2238 개다. 그림 9(a)~(b)에서 습한 만곡수로에의 댐 붕괴와 모의결과를 볼 수 있다. 실험결과와 잘 맞는 것을 볼 수 있다.

3.4 만곡 수로에서의 정상 흐름

Kuipers와 Vreugdenhil(1973)은 그들의 보고서에서 Delft Hydraulic Laboratory에서 시행된 만곡수로에서의 정상흐름 측정결과를 수치모형의 결과와 비교하였다. 만곡수로는 폭이 1.7 m이며 길이 6.12 m의 직선수로에 이어 반지름 4.25 m의 반원형 수로와 길이 6.29 m인 직선수로가 연결된 것이다. 상류경계로 유입되는 유량은 $0.187 \text{ m}^3/\text{s}$, 하류경계에서는 수심이 0.18 m로 유지된다. 수로바닥의 경사는 없으며

Chezy 계수(Manning 계수 대신 사용)는 $57 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ 이다. 이를 수치모의하기 위해서 그들은 엇갈린 격자계에서 Leendertse(1967)의 기법을 이용해 유한차분모형을 구성하였다. 와(eddy) 등을 모의하기 위한 난류모형으로는 0-equation이 사용되었다. 불규칙한 형상은 계단형격자로 처리하였다. 이남주(1996)는 Kuipers와 Vreugdenhil처럼 Leendertse 기법을 사용하여 유한차분모형을 구성하였다. 난류모형은 2-equation 모형인 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였다. 그는 불규칙한 형상을 고려하기 위해 계단형격자 대신에 직교 좌표변환 기법에 의한 계산격자를 사용하였다.

본 연구에서는 이를 모의하기 위해 요소 수가 190 개, 절점 수가 234 개인 격자를 구성하였다. 그림 10은 정상상태에 도달한 후의 내측과 외측의 수심 상태이다. Kuipers와 Vreugdenhil의 실험결과와 그들의 차분모형의 수치해석 결과, 이남주의 수치모형 결과, 본 모형의 수치해석 결과를 비교한 것이다. Kuipers와 Vreugdenhil의 실험결과에 근접하는 순서를 나열하면 이남주의 모형, 본 연구의 모형, Kuipers와 Vreugdenhil의 모형 순이다. 그림 11은 유속 크기의 contour plot이다. 처음 직선수로와 만곡수로에서 내측 부분에서 유속이 크고 나중 직선수로에서는 외측 부분에서 유속이 큼을 알 수 있다.

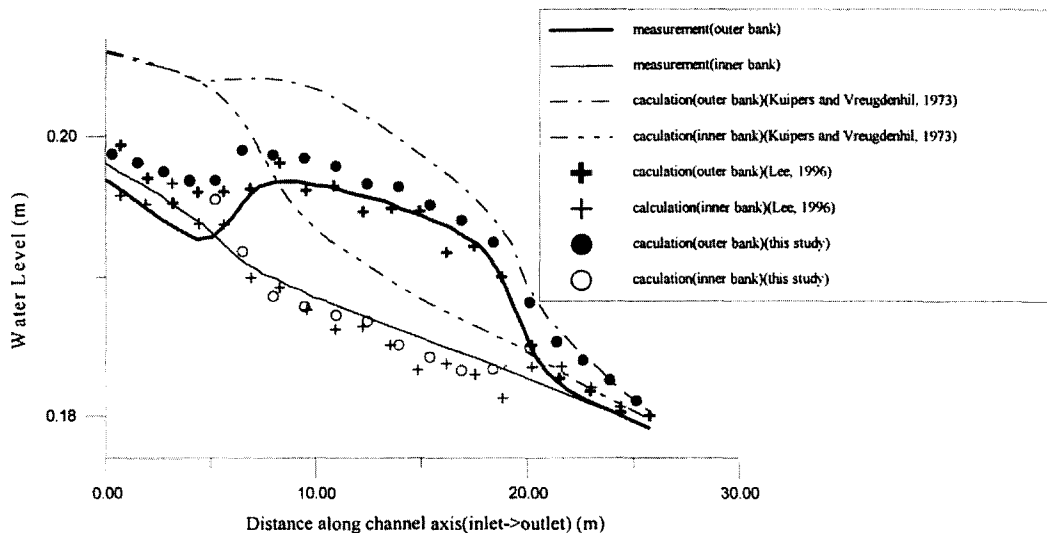


그림 10. 수로 중심선을 따른 수심 분포
(inner bank: 우안에서 1.7 m 떨어진 곳, outer bank: 좌안에서 1.7 m 떨어진 곳)

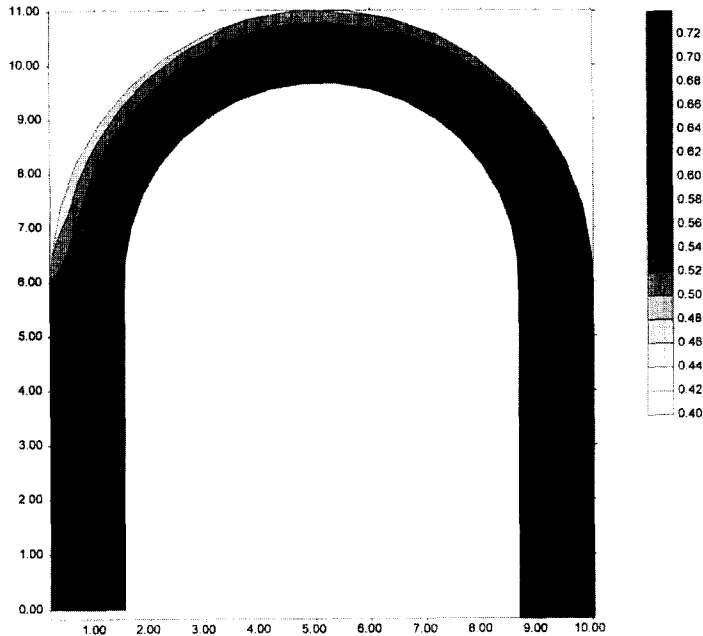


그림 11. 유속 크기의 contour plot

4. 결 론

충격파의 높이나 속도는 홍수 제어 조작이나 수로벽과 빠른 유속을 가지는 하천에서의 교량의 설계에 중요한 자료가 된다. 따라서 광범위한 조건에서 흐름 불연속면을 모의할 수 있는 수치모형이 요구된다. 본 연구에서는 비구조적격자를 쓰는 이차 정도 모형으로서 천수방정식을 지배 방정식으로 한 Godunov 형 유한체적법 모형을 개발하였다. 개발된 모형을 전형적인 일·이차원 댐 붕괴파 모의, 수리모형 실험에서 행해진 붕괴파 모의, 그리고 수리모형 실험에서 행해진 만곡수로에서의 정상상태 모의 등에 적용하였다. 그 결과에 의해 다음과 같이 결론을 내었다.

(1) 유한체적법은 충격파 모의를 위한 수치해석 기법인 Godunov 형 방법과 잘 결합될 수 있기 때문에 유한체적법은 충격파를 모의하기에 적당한 방법이다.

(2) 비구조적격자에 적용할 수 있는 수정 MUSCL과 결합된 유한체적법 모형이 충격파를 잘 포착함으로써 수정 MUSCL의 적용성이 입증되었다.

감사의 글

본 연구는 1997년도 동부문화재단의 학술연구비 지원

에 의한 연구결과로서 지원당국에 깊이 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 신홍섭 (1990). 댐파괴파 수치모형에서의 속처리기법. 공학석사학위논문, 서울대학교.
- 윤성용 (1989). 순간적인 댐 파괴파에 따른 홍수파의 해석. 공학석사학위논문, 서울대학교.
- 이남주 (1996). 좌표변환에 의한 이차원 유사이동모형의 개발 및 적용. 공학박사학위논문, 서울대학교.
- 한건연, 박재홍, 이종태 (1996a). "개수로내의 점변 및 급변 부정류에 대한 유한요소해석: I. 이론 및 수치안정성 해석." 한국수자원학회지, 제29권, 제6호, pp. 167-178.
- 한건연, 박재홍, 이을래 (1996b). "개수로내의 점변 및 급변 부정류에 대한 유한요소해석: II. 적용예." 한국수자원학회지, 제30권, 제1호, pp. 35-44.
- Alcrudo, F. and Garcia-Navarro, P. (1993). "A high-resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 16, pp. 489-505.

- Bell, S.W., Elliot, R.C., and Chaudhry, M.H. (1992). "Experimental results of two-dimensional dam-break flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 30, pp. 225-252.
- Bellos, C.V., Soulis, J.V., and Sakkas, J.G. (1992). "Experimental investigation of two-dimensional dam-break induced flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 30, pp. 47-63.
- Fennema, R.J., and Chaudhry, M.H. (1989). "Implicit methods for two-dimensional unsteady free-surface flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 27, pp. 321-332.
- Fennema, R.J., and Chaudhry, M.H. (1990). "Explicit methods for 2-D transient free-surface flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 116, pp. 1013-1034.
- Hicks, F.E., and Steffler, P.M. (1997). "One-dimensional dam-break solutions for variable width channels." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 123, pp. 464-468.
- Katopodes, N. and Strelkoff, T. (1978). "Computing two-dimensional dam-break flood waves." *Journal of the Hydraulics Division*, HY9, pp. 1269-1288.
- Kuipers, J. and Vreugdenhil, C.B. (1973). *Calculation of two-dimensional horizontal flow*. Delft Hydraulic Lab.
- Lee, C., Lee, K.S. (1989). "Comparative evaluation of dam-break models," *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 22, 323-330.
- Leendertse, J.J.(1967). *Aspect of a computational model for long-period water-wave propagation*. RAND Memorandum RM 5294, The Rand Cooperation.
- Miller, S.D. (1988). *Investigation of dam-break flows*, Thesis presented to Washington State University, Pullman Wash., in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.
- Miller, S.D., and Chaudhry, M.H. (1989). "Dam-break flows in curved channel." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 115, pp. 1465-1478.
- Nujic, M. (1995). "Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 33, pp. 101-111.
- Roe, P.L. (1981). "Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes." *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, pp. 357-372.
- Shettar, A.S., and Murthy, K.K. (1996). "A numerical study of division of flow in open channels." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 34, pp. 651-675.
- Tan, W. (1992). *Shallow water hydrodynamics*. Elsevier.
- Van Leer, B. (1973). "Towards the ultimate conservative difference scheme I." *Springer lecture notes in physics*, Vol. 18, pp. 163-168.
- Van Leer, B. (1974). "Towards the ultimate conservative difference scheme II." *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 361-370.
- Van Leer, B. (1977a). "Towards the ultimate conservative difference scheme III." *Journal of Computational Physics*, Vol. 23, pp. 263-275.
- Van Leer, B. (1977b). "Towards the ultimate conservative difference scheme IV." *Journal of Computational Physics*, Vol. 23, pp. 276-299.
- Van Leer, B. (1979). "Towards the ultimate conservative difference scheme V." *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, pp. 101-136.
- Zhao D.H., Shen, H.W., Lai, J.S., and Tabois III, G.Q. (1996). "Approximate Riemann solvers in FVM for 2D hydraulic shock wave modeling." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 122, pp. 692-702.
- Zhao, D.H., Shen, H.W., Tabois III, G.Q., Lai, J.S., and Tan, W. (1994). "Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 120, pp. 868-883.

<최종본 접수일 : 1998년 4월 9일>