

## 확장형 환경사방정식을 이용한 Ebersole형 파랑변형 모형 Ebersole-Type Wave Transformation Model Using Extended Mild-Slope Equations

정 신 택\* / 이 창 훈\*\*

Jeong, Shin Taek / Lee, Changhoon

---

### Abstract

Following the approach of Ebersole (1985), water wave transformation is predicted using the eikonal equation and transport equation for wave energy which are reduced from the extended mild-slope equation of Massel (1993), and also the irrotationality of wave number vectors. The higher-order bottom effect terms, i.e., squared bottom slope and bottom curvature, are neglected in the study of Ebersole but are included in the present study. It was expected that, if these terms are included in this study, the approach would give more accurate solution in the case of rapidly varying topography. But, the expectation was frustrated. It is probably because, in the case of rapidly varying topography, the diffraction effect which is included in the eikonal equation does not work well and thus the solution is deteriorated.

*keywords:* higher-order bottom effects, eikonal equation, transport equation for wave energy, numerical experiment.

---

### 요 지

Ebersole(1985)의 접근법을 사용하여 Massel(1993)의 확장형 환경사방정식에서 유도되는 eikonal 식과 파랑 에너지전송식과 또한 파수의 비회전성을 이용하여 파랑변형을 예측하였다. 환경사방정식에 무시되었으나 확장형 환경사방정식에 고려된 고차의 수심변화 효과, 즉 수심경사의 제곱 및 수심의 곡률이 고려되면 수심변화가 심한 경우에 더 정확한 해석이 될 것이라는 예측이 수치실험 결과 제대로 나타나지 않았다. 이는 수심변화가 심한 경우 eikonal 식에서 고려된 회절의 효과가 제대로 반영되지 않아서 해석결과에 오류가 발생하는 것이 아닌가 판단된다.

**핵심용어 :** 고차의 수심효과, eikonal 식, 파랑에너지전송식, 파수의 비회전성, 수치실험.

---

\* 원광대학교 공과대학 토목환경공학과 조교수

Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Wonkwang Univ., Iksan, Chonbuk 570-749, Korea

\*\* 한국해양연구소 연안·항만공학연구센터 선임연구원

Senior Researcher, Coastal and Harbour Engrg. Research Center, Korea Ocean Research and Development Inst., Ansan, Kyonggi 425-170, Korea

## 1. 서 론

심해에서 생성된 파가 천해로 전파해 오면서 해저 지형 및 흐름에 의해 파가 변형한다. 이러한 파랑의 변형인 천수, 굴절, 회절, 반사, 부서짐을 예측하기 위하여 여러 가지 형태의 수치모형이 개발되었으며, 또한 이러한 수치모형의 검증을 위하여 수행된 수리모형 실험결과(Ito와 Tanimoto, 1972; Berkhoff 등, 1982)가 보고되었다.

흐름의 영향을 무시하고 파랑의 굴절 및 천수효과만을 고려한 Stokes 파의 수치모형의 경우 초기에는 파향선법을 이용하였다. 이 때까지는 구조물 또는 수중 단덕의 앞·뒤에서 발생하는 회절현상에 대해서는 따로 분리하여 고려해야 하는 번거로움이 있었다. 그러나, 환경사방정식(Berkhoff, 1972)이 개발된 이후, 굴절과 회절을 동시에 고려할 수 있게 되어 파랑변형 연구에 이 모형이 많이 사용되고 있다. 이 식은 이상유체의 지배방정식인 Laplace 방정식과 바닥 및 선형의 수면경계조건을 사용하여 바다에서부터 수면까지 적분하여 만든 수평면상의 2차원 식으로, 해석면 경사가 완만하다는 가정 하에 유도되었다. 즉,  $|\nabla h|/kh \ll 1$  ( $\nabla$ 은 수평 미분연산자,  $h$ 는 수심,  $k$ 는 파수이다.)라고 가정하여 환경사방정식을 유도하는 과정에서 고차의 수심변화 효과, 즉 수심경사의 제곱의 항( $O(\nabla h)^2$ )과 수심의 곡률의 항( $O(\nabla^2 h)$ )을 무시하였다. 그러나, 환경사의 가정은 실제로 그렇게 엄격한 편은 아니며, 이 식은 보통의 조건에 대해 공학적인 측면에서는 충분한 정도로 파랑변형을 예측할 수 있다.

Berkhoff가 개발한 환경사방정식은 타원형 식으로서 계산결과가 모든 경계조건에 영향을 받게 되므로 행렬식이 생기게 된다. 이를 푸는데 자료저장량이 많고 계산시간이 긴 문제점이 있다. 이를 극복하는 방법으로서 타원형 식을 사용하지 않고 포물선형 식(Radder, 1979; Booij, 1981; Kirby, 1986) 또는 쌍곡선형 식(Smith와 Sprinks, 1975; Nishimura 등, 1983; Copeland, 1985; Radder와 Dingemans, 1985; Kubo 등, 1992; Lee, 1994)을 사용하기도 한다. 포물선형 식에 의한 해법은 타원형 식이나 쌍곡선형 식에 의한 해법에 비하여 자료저장량이 적고 계산시간이 짧아서 경제적인 반면 파향선이 미리 지정된 주 방향에 비하여 크게 다르거나 파의 반사가 큰 경우 계산결과가 정확하지 않은 단점이 있다. 쌍곡선형 식에 의한 해

법은 외해에서 입사파의 에너지를 생성하여 관심영역에 그 효과가 다 미칠때까지 시간에 따라(time dependent) 해석하는 방법으로서 타원형 식에 의한 해법에 비하여 대체로 계산시간이 짧고 또한 경계에 임의의 반사조건을 지정할 수 있는 유연성이 있어 항내정온도해석 등에 많이 쓰이고 있다. 그런데 타원형, 쌍곡선형, 포물선형 식 가운데 어느 식을 사용하더라도 공간격자간격이 파장의 1/8 이하로 충분히 작아야 하므로 실제 넓은 지역에서 파랑변형을 해석할 수 없는 문제점이 있다. 이를 극복하는 방법으로서 Ebersole(1985)은 환경사방정식에서 유도되는 eikonal 식과 파랑에너지전송식과 또한 파수의 비회전성을 이용하여 외해에서부터 관심영역까지 전진해 가면서 해석하는 방법을 고안하였다. 이 방법은 공간적인 위상에 대한 정보가 요구되지 않아 격자간격이 파수에 비하여 작을 필요가 없는 장점이 있다. 반면, eikonal 식에서 위상함수의 절대값을 구할 때 파랑에너지의 확산을 의미하는 회절의 효과를 고려하게 되는데 이 효과가 예민하여 실제 지형에 적용할 때 제대로 된 계산결과를 얻지 못하는 문제점이 있다. 또한 Ebersole의 방법은 반사파를 해석하지 못하는 문제점이 있다.

최근 급경사 또는 사면(Ripple)이 존재하는 지역에서 고차의 수심변화 효과를 고려한 파랑변형모형을 사용하는 경우 모형의 정밀도가 향상됨이 밝혀졌다. Massel(1993)과 Chamberlain와 Porter(1995)가 Galerkin-eigenfunction 방법을 사용하여 Berkhoff의 타원형 환경사방정식을 확장하였으며, Suh 등(1997)은 Green 정리와 Lagrangian 공식을 사용하여 각각 Smith와 Sprinks, Radder와 Dingemans의 두 쌍곡선형 환경사방정식을 확장하였다. 또한 Lee와 Park(1997)은 체적속의 정의와 선형 파랑식의 특성을 이용하여 Copeland의 쌍곡선형 환경사방정식을 확장하였다. Chandrasekera와 Cheung(1997)은 Chamberlain과 Porter의 식에 복합요소법을 사용하여 고차의 수심변화 효과를 연구한 바 있다. 확장형 환경사방정식이 환경사방정식에 비하여 더 정확하다는 사실을 증명하기 위해 여러 연구자들(Massel; Chamberlain과 Porter; Suh 등; Lee와 Park)은 수심의 변화가 심한 지역이나 사면에서 파랑의 반사가 얼마나 발생하는지를 실험하였다. 그런데, 확장형 환경사방정식의 우수성이 파랑의 반사 뿐만 아니라 파랑의 굴절에도 있을 수 있다는 사실이 밝혀졌다(이창훈과 윤성범, 1999). 즉, 고차의 수심변화 효과가 위상함수의

절대값에 영향을 주고 이 값에 따라 파랑의 굴절이 완경사방정식의 경우에 비하여 다른 결과를 야기시킨다는 것이다.

본 연구에서는 Ebersole의 방법을 사용하여 Massel의 확장형 완경사방정식으로부터 유도되는 eikonal 식과 파랑에너지전송식과 또한 파수의 비회전성을 사용하여 파랑변형을 예측하였다. 제2장에서 지배방정식을 유도하였다. 제3장에서 수치해석법에 대해서 설명한 뒤 수치실험으로서 수평면상 1차원의 경우 Booij(1983)의 경사진 바닥을 전파하는 경우에 수치실험하였고, 수평면상 2차원의 경우 Ito와 Tanimoto의 수중둔덕과 Berkhoff 등의 수중둔덕과 Chandrasekera와 Cheung의 수중둔덕의 세가지 경우에 수치실험하였다. 제4장에서 본 연구의 내용을 요약하고 향후 연구의 가능성을 언급하였다.

## 2. 지배방정식의 유도

Massel(1993)이 유도한 확장형 완경사방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + k^2 CC_g \phi - \omega^2 \{ R_1 (\nabla h)^2 + R_2 \nabla^2 h \} \phi = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$R_1 = \frac{1}{\cosh^2 kh} (W_1 I_1 + W_2 I_2 + W_3 I_3 + W_4 I_4 + W_5 I_5 + W_6) \quad (2)$$

$$R_2 = \frac{1}{\cosh^2 kh} (U_1 I_1 + U_2 I_2 + U_3 I_3) \quad (3)$$

이며,  $\phi(x, y)$ 는 평균해수면에서의 속도 포텐셜에 시간조화항을 제외한 값이고,  $C = \omega/k$ 와  $C_g = (\omega/k)(1 + 2kh/\sinh 2kh)/2$ 는 각각 파의 위상속도와 군속도이고,  $k$ 는 파수이고,  $\omega$ 는 각주파수이다. 파수  $k$ 는 다음과 같은 선형의 분산관계에 있다.

$$\omega^2 = g k \tanh kh \quad (4)$$

식 (2)와 식 (3)에 있는  $W_i, U_i, I_i$ 는 파의 주기와 수심에 따라 결정되는 값으로서 Suh 등(1997)은 Massel의 유도과정 중의 오류를 수정하여 그들의 부록에 실었다. 식 (1)에서 교차의 수심효과인  $(\nabla h)^2$

과  $\nabla^2 h$ 를 무시하면 Berkhoff(1972)의 완경사방정식이 된다.

기하광학기법을 사용하면 파랑식으로부터 eikonal 식과 에너지전송식을 얻을 수 있다. 식 (1)의 속도포텐셜 함수  $\phi$ 를 파랑식의 선형성을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = -i \frac{g}{\omega} a e^{iS} \quad (5)$$

여기서,  $a(x, y)$ 는 수면변위의 진폭,  $S(x, y)$ 는 위상 함수,  $g$ 는 중력가속도,  $i = \sqrt{-1}$ 이다. 식 (5)를 식 (1)에 대입하여 정리하면, 실수부와 허수부에서 각각 다음과 같은 두개의 식을 얻을 수 있다.

$$|\nabla S|^2 = k^2 + \frac{1}{a CC_g} (\nabla \cdot (CC_g \nabla a)) - \frac{\omega^2}{CC_g} \{ R_1 (\nabla h)^2 + R_2 \nabla^2 h \} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot (a^2 CC_g \nabla S) = 0 \quad (7)$$

식 (6)은 eikonal 식으로서 파랑의 공간적인 위상에 대한 정보를 나타낸다. 즉, 위상함수의 절대값  $|\nabla S|$ 을 결정하는 인자에는 파수  $k$ (우변의 첫째 항) 뿐만 아니라 파랑에너지의 확산을 표현하는 파의 회절(우변의 둘째 항)과 교차의 수심변화 효과(우변의 셋째 항)가 있다. 식 (7)은 파랑에너지전송식으로서 파랑에너지(진폭의 제곱에 비례한다.)에 대한 정보를 나타낸다.

일반적으로 접선벡터(Gradient)의 회전(Curl)은 0이므로 위상함수의 비회전성을 의미하는 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \times (\nabla S) = 0 \quad (8)$$

본 연구에서는 식 (6)~식 (8)을 기본방정식으로 사용하여 해를 구하였다. 즉, 식 (6)을 사용하여 위상함수의 절대값  $|\nabla S|$ 을 추정하고, 식 (8)을 사용하여 파향각  $(\theta)$ 을 추정하고, 식 (7)을 사용하여 파의 진폭  $(a)$ 을 추정하였다.

## 3. 수치해석

3.1절에서는 수치실험방법에 대해서 자세히 설명하였다. 그리고, 3.2절에서는 수평면상 1차원 수치실험에로

서 경사면 위를 전파하는 파랑(Booij, 1983)의 경우에 수치실험을 하였고, 수평면상 2차원 수치실험으로서 수평면에 환경사의 원형 둔덕이 있는 바다 위를 전파하는 파랑(Ito와 Tanimoto, 1972)과 완만한 경사면에 환경사의 타원형 둔덕이 있는 바다 위를 전파하는 파랑(Berkhoff 등, 1982)과 수평면에 급경사의 원형 둔덕이 있는 바다 위를 전파하는 파랑(Chandrasekera와 Cheung, 1997)의 세가지 경우에 수치실험하여 엄밀해 또는 수리모형실험결과와 비교하였다.

### 3.1 수치실험 방법

파랑이  $x$  축과  $\theta$  의 각도로 전파하는 경우 식 (7), (8)을 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(a^2 CC_g |\nabla S| \cos \theta) + \frac{\partial}{\partial y}(a^2 CC_g |\nabla S| \sin \theta) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(|\nabla S| \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial y}(|\nabla S| \cos \theta) = 0 \quad (10)$$

계산과정을 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다 (Ebersole, 1985; 채장원 등, 1989). ① 외해에서 입사파의 주기( $T = 2\pi/b$ )와 진폭( $a_o$ )과 파향각( $\theta_o$ )이 주어지면, 외해경계에서 천해쪽 관심 지점의 파향각( $\theta$ )을 다음과 같은 Snell의 법칙을 사용하여 추정한다.

$$k \sin \theta = k_o \sin \theta_o \quad (11)$$

② 천수계수( $K_s$ )와 굴절계수( $K_r$ )를 이용하여 그 지점에서의 파의 진폭( $a$ )을 다음과 같이 추정한다.

$$a = a_o K_s K_r \quad (12)$$

여기서

$$K_s = \sqrt{\frac{(C_g)_o}{C_g}} \quad (13)$$

$$K_r = \sqrt{\frac{\cos \theta_o}{\cos \theta}} \quad (14)$$

③ 식 (6)을 사용하여 위상함수의 절댓값( $|\nabla S|$ )을 추정한다. ④ 식 (10)을 사용하여 파향각( $\theta$ )을 계산한

다. ⑤ 식 (9)를 사용하여 진폭( $a$ )을 계산한다. 이전 단계에서 추정된 값과 현 단계에서 추정된 값 사이에 오차가 크면 ③, ④, ⑤ 과정을 반복하여 수행한다.

기본방정식 (8), (9), (10)을  $x$  축 방향으로는  $O((\Delta x)^3)$ 의 차분오차를 갖는 전방차분법,  $y$  축 방향으로는  $O((\Delta y)^3)$ 의 차분오차를 갖는 중앙차분법을 사용하여 차분하였다. 이때 원점은 천해 쪽에 두고,  $x$  축은 천해에서 외해 쪽으로,  $y$  축은  $x$  축에 대하여 반시계방향으로  $90^\circ$  회전하여 결정하였다. 계산은 외해에서 천해 쪽으로 파랑의 진행방향으로 실시하되 각 열에 대하여 반복계산을 하여 해를 구하였다. 식 (6)에서 파랑의 회절효과가 크거나 수심변화가 큰 경우 위상함수의 절댓값( $|\nabla S|$ )이 음수가 되는 경우도 발생한다. 이는 실제 파랑 현상에 배치되는 것이므로, 차분시 격자간격을 가능한 한 크게 하여 그 값이 항상 양수가 되게 하였다.

### 3.2 수치실험예

Booij(1983)는 수심이 다른 수평면 사이에 경사면을 두어 그 경사면의 폭을 달리하면서 경사면 위로 전파하는 파랑의 반사를 환경사방정식이 얼마나 잘 예측하는지 수치실험하였다. 그는 환경사방정식의 정확성을 비교하기 위하여 유한요소법을 사용하여 Laplace 방정식을 해석한 수치모형을 사용하였다. 본 연구에서 Booij의 수치실험과 같은 조건에서 수치실험을 하였다. 그런데, 본 연구에서 사용하는 환경사방정식과 확장형 환경사방정식은 파랑의 반사를 해석하지 못하기 때문에 파랑의 반사 대신 천수 현상을 비교하였다. 비교의 척도로서 Lee와 Park(1997)의 유한요소법에 의한 수치실험결과와 천수계수를 사용하였다. 수치실험에 사용된 단면을 Fig. 1에 나타내었다. 파랑은 수심이  $0.6m$ 인 수평면에서부터 경사면을 지나 수심이  $0.2m$ 인 수평면까지 전파한다. 경사면의 폭  $b$  ( $0.1m \leq b \leq 10m$ )를 바꿔가면서 격자망을 작성하였다. 격자간격은 경사면의 폭  $b$ 의  $1/6$ 로 하였으며, 입사파의 주기는  $2$ 초로 하였다.

경사면 폭의 변화에 따른 무차원파고의 계산결과와 이에 대응되는 유한요소 결과와 천수계수( $K_s = 1.187$ )를 Fig. 2에 보였다. 경사면의 폭이  $2.0m$  이상인 경우(즉, 경사도가  $1:5$ 보다 완만한 경우)는 경사면에서의 반사가 작기 때문에 환경사방정식과 확장형 환경사방정식에 의한 해법이 똑같이 정확한 결과를 내

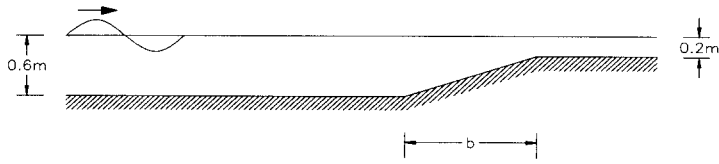


Fig. 1. Computational domain for numerical test of waves over a plane slope.

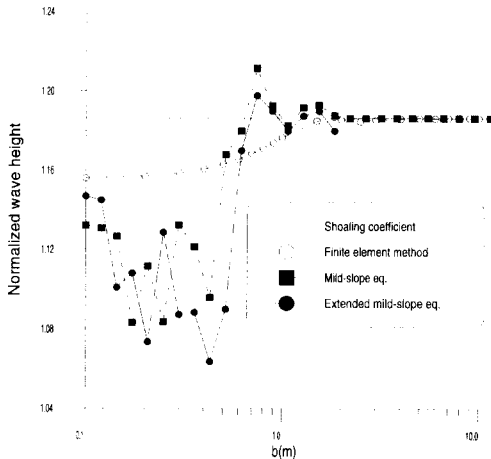


Fig. 2. Calculated wave heights versus width of a plane slope.

었다. 반면 경사면의 폭이 2.0 m보다 작을수록 경사면에서의 반사가 커지고, 따라서 완경사방정식과 확장형 완경사방정식에 의한 두 해법 모두가 제대로 정확한 결과를 내지 못했다. 그러나, 경사면에서의 반사로 인하여 경사면을 통과하는 파랑에너지가 감소하는 경향은 두 모형식의 결과에서 잘 나타났다.

Ito와 Tanimoto(1972)는 수심이  $h_1 = 0.15 m$ 인 바닥 위에 반지름이 0.8 m, 중심점에서의 수심이  $h_2 = 0.05 m$ 인 원형의 수중 둔덕 위를 파랑이 전파하는 경우에 수리모형실험을 하였다. Fig. 3에 실험장치가 도시되어 있으며, 파형경사가 0.026, 파장이 0.4 m, 주기가 0.51095초인 규칙파를 입사하였다. 수심  $h$ 는 둔덕의 중심으로부터의 거리  $r$ 의 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$h = 3.3 - 3.25 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{3.25}\right)^2} \quad (15)$$

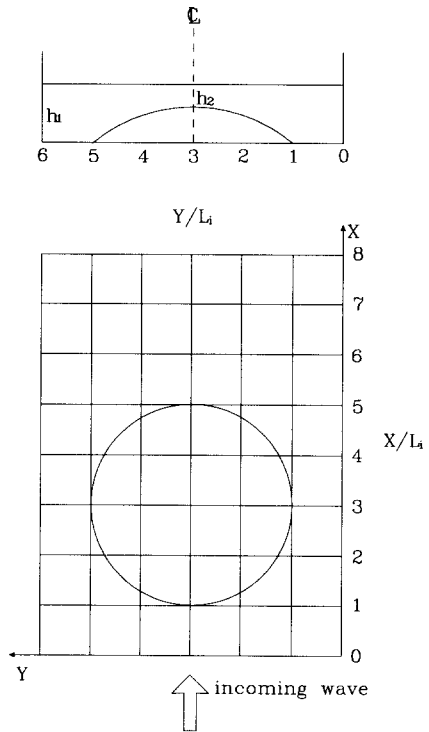


Fig. 3. Bottom topography for the experiment of Ito and Tanimoto (1972).

둔덕에서 고차의 수심변화 효과를 살펴보면 수심의 곡률항은  $\nabla^2 h = \{2 - (r/3.25)^2\} \{1 - (r/3.25)^2\}^{-3/2} / 3.25$  로서  $r = 0 m$ 에서 최소값으로서  $0.6154 m^{-1}$  이고  $r = 0.8 m$ 에서 최대값으로서  $0.6554 m^{-1}$  이다. 그리고, 수심경사의 제곱항은  $|\nabla h|^2 = (r/3.25)^2 / \{1 - (r/3.25)^2\}$  로서  $r = 0$ 에서 최소값으로서 0이고  $r = R$ 에서 최대값으로서 0.0645이다. 수치실험시 격자간격은  $\Delta x = \Delta y = 0.1 m$  하고 격자망은  $43 \times 45$  개로 구성하였다. 계산결과와 수리모형실험결과를 Fig. 4

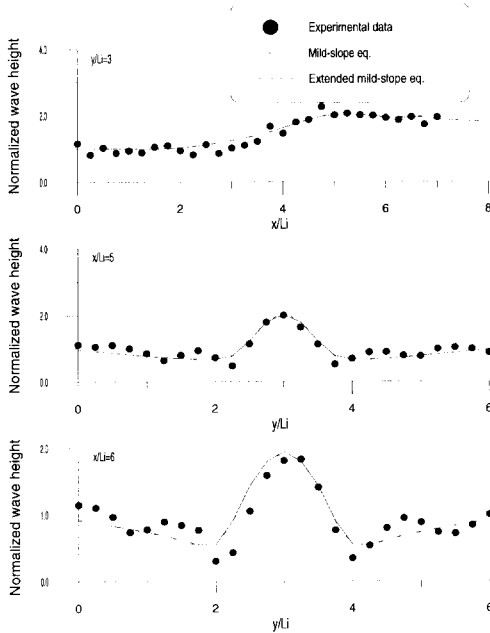


Fig. 4. Comparison of calculated wave heights to the experimental data of Ito and Tanimoto (1972).

에 도시하였다. 완경사방정식과 확장형 완경사방정식을 사용한 두 결과는 서로 차이가 거의 없고 둘다 수리모형실험결과와 일치하였다. 이는 수리모형실험을 수행한 수심의 경사 및 곡률이 작기 때문인 것으로 판단된다.

포물선형 완경사방정식의 적용성을 검토하기 위하여 Berkhoff 등(1982)은 1:50의 경사면에 타원형의 수중 둔덕을 설치한 다음 규칙파가 +20° 꺾이여 진파해 들어갈때의 파랑의 거동을 수리실험하였다. 파랑은 경사면과 둔덕을 따라 친수, 굴절, 회절이 동시에 발생하고 또한 둔덕 위에서는 수심이 알아지면서 파랑간의 비선형성으로 인하여 파장이 길어지고 파속이 증가하는 현상도 발생하였다. 이 실험 결과는 이후 완경사방정식의 정확도를 시험하는데 자주 이용되었다. 특히 선형의 완경사방정식에 3차의 Stokes파의 비선형 분산항을 고려함으로써 둔덕 위에서 파랑간의 비선형 현상을 정확히 재현할 수 있었다(Kirby와 Dalrymple, 1984). Fig. 5에 수리모형실험에 사용된 지형과 측정된 단면을 도시하였다. 경사면에 직각방향으로 변환한 좌표 ( $x'$ ,  $y'$ )는 다음과 같다.

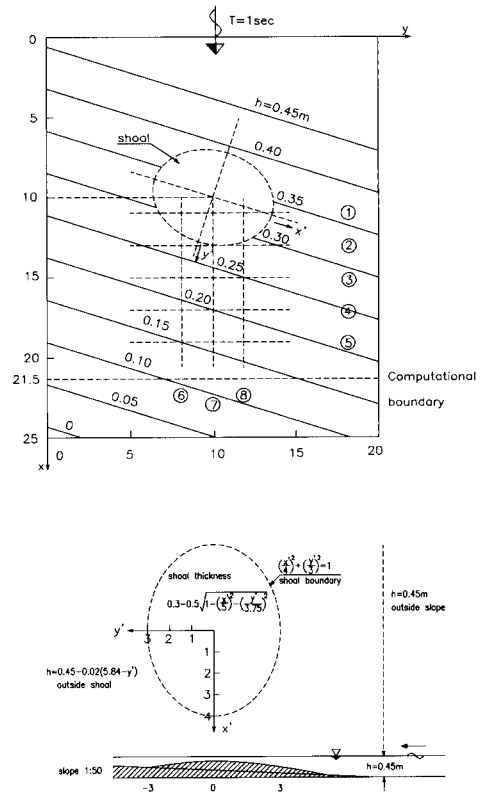


Fig. 5. Bottom topography for the experiment of Berkhoff et al.(1982).

$$\begin{aligned} x' &= (x-10) \cos 20^\circ - (y-10) \sin 20^\circ \\ y' &= (x-10) \sin 20^\circ + (y-10) \cos 20^\circ \end{aligned} \quad (16)$$

$(x, y) = (10 \text{ m}, 10 \text{ m})$ 는 둔덕의 중심의 좌표이다. 둔덕의 경계선의 좌표는 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{x'}{3}\right)^2 + \left(\frac{y'}{4}\right)^2 = 1 \quad (17)$$

경사면의 수심  $h_s$ 는 다음과 같고

$$h_s = \begin{cases} 0.45, & x' < -5.82 \\ 0.45 - 0.02(5.82 + x'), & x' \geq -5.82 \end{cases} \quad (18)$$

둔덕에서의 수심은 다음과 같다.

$$h = h_s - 0.5 \sqrt{1 - \left(\frac{x'}{3.75}\right)^2 - \left(\frac{y'}{5}\right)^2} + 0.3 \quad (19)$$

입사파의 주기는 1초이고, 파고는 0.0464 m로 하였다. 둔덕의 하류에 y 축과 나란하게 5개의 단면(즉, section 1,2,3,4,5)을 따라 파고를 측정하였고, x 축과 나란하게 3개의 단면(즉, section 6,7,8)을 따라 파고를 측정하였다. 수치실험시 격자간격은  $\Delta x = \Delta y = 0.25\text{ m}$ 로 하고 격자망은  $100 \times 100$ 개로 구성하였다.

Fig. 6에 도시된 결과에 의하면 추가된 항에 의한 효과가 별로 없는 것으로 나타났다. 이는 둔덕 밖의 저면 경사가 1:50으로 작고, 또한 둔덕 내의 바닥 경사

및 곡률의 변화도 작기 때문인 것으로 판단된다.

Chandrasekera와 Cheung(1997)은 확장형 환경사 방정식을 지배방정식으로 하여 수립한 복합요소모형으로 원형의 수중 둔덕 위를 전파하는 파랑에 대하여 수치실험을 하였다. 수치실험에 사용한 수심  $h$ 는 둔덕의 중심으로부터의 거리  $r$ 의 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$h = h_o - b \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (20)$$

여기서  $R$ 은 둔덕의 반지름,  $h_o$ 는 일정 수심, 그리고  $b$ 는 둔덕의 높이이다. 둔덕에서 고차의 수심변화 효과

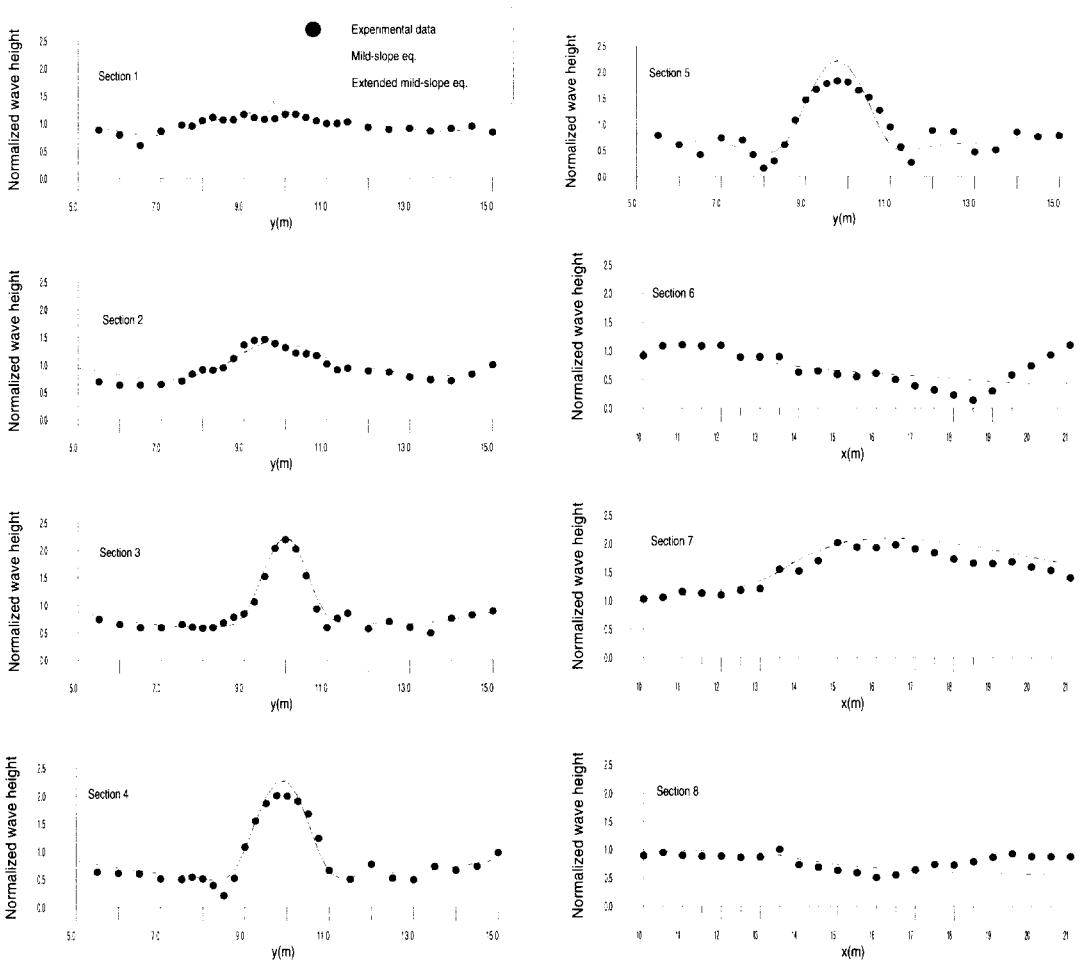


Fig. 6. Comparison of calculated wave heights to the experimental data of Berkhoff et al. (1982).

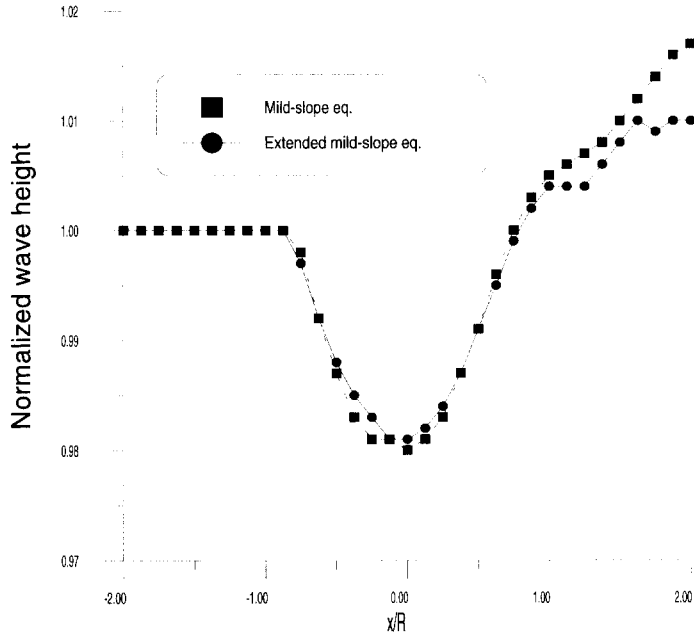


Fig. 7. Calculated wave heights along the center line of a circular shoal of Chandrasekera and Cheung (1997).

를 살펴보면 수심의 곡률항은  $\nabla^2 h = 4b/R^2$ 로 그 값이 일정하고, 수심경사의 제곱항은  $|\nabla h|^2 = 4b^2 r^2/R^4$ 로서  $r=0$ 에서 0이고  $r=R$ 에서  $4b^2/R^2$ 이다. 본 연구에서는  $b/R = 0.15$ ,  $b/h_o = 0.3$ ,  $kh_o = 3.0$ 의 경우에 대하여 수치실험을 실시하였으며, 그 결과를 Fig. 7에 도시하였다. 수치실험결과를 살펴보면 둔덕이 시작되는 지점부터 중심까지는 파고가 감소하고 중심을 지나서는 파고가 증가하는 현상이 두 모형식에서 모두 나타났고 두 결과 사이에는 크게 차이가 나지 않았다.

#### 4. 결론

본 연구에서 Massel(1993)이 유도한 확장형 완경사 방정식으로부터 유도되는 eikonal 식과 파랑에너지전송 식과 또한 파수의 비회전성을 사용하여 파랑변형을 예측하였다. Massel의 식에는 고차의 수심변화 효과, 즉 수심경사의 제곱의 항과 수심의 곡률의 항이 포함되어 있어서 수심변화가 심하거나 그 변화가 규칙적으로 반복되는 지형에서 파랑변형 현상을 정확히 예측하는 것으로 알려져 있다.

본 연구에서 사용하는 파랑변형해석법을 검증하기 위하여 수평면상 1,2차원 수치실험을 하였다. 먼저 수평면상 1차원 수치실험에로서 경사면을 통과하는 파랑의 천수변형 현상을 실험한 결과 경사면의 경사가 완만한 경우 천수변형현상이 제대로 재현되었으나 경사가 급한 경우 경사면으로부터의 반사가 커서 완경사방정식과 확장형 완경사방정식의 두 모형식 모두가 파랑변형 현상을 정확히 재현하지 못하였다. 그러나, 반사가 클수록 경사면을 통과하는 파랑에너지가 감소하는 경향은 두 모형식에서 모두 나타났다. 수평면상 2차원 수치실험 예로서 원형의 수중 둔덕 또는 타원형의 수중 둔덕위를 전파하는 파랑의 변형을 실험한 결과 수심의 변화가 작은 경우 두 모형식이 대등하게 정확한 결과를 내었으나 수심의 변화가 큰 경우, 특히 파랑의 반사가 심한 경우, 두 모형식이 정확한 결과를 내지 못하였다.

본 연구의 연구동기는 고차의 수심변화 효과를 Ebersole 형태의 파랑식에 고려할 경우 수심변화가 큰 경우에 이 효과가 고려된 수치결과가 고려되지 않은 수치결과에 비하여 더 정확하리라는 것을 보이려는 것이었다. 그런데, 이러한 예측이 본 연구에서는 나타나지 않고 수심의 변화가 심한 경우에 고차의 수심변화



효과를 고려하나 하지 않거나에 관계없이 Ebersole 형태의 파랑변형해석법 자체에 문제점이 있는 것으로 드러났다. 이는 Ebersole 형태의 해석법에서 eikonal 식을 사용하여 파랑의 회절효과를 고려하는데 수심의 변화가 심한 경우 파랑의 회절효과가 제대로 반영되지 않아서 수치해석결과에 오류가 생기는 것으로 판단된다. 또한, Ebersole 형태의 해석법에서는 파랑의 반사를 해석할 수 없기 때문에 파랑의 반사가 심한 지형에도 수치해석결과에 오류가 발생하였다.

Ebersole 형태의 파랑해석법의 장점은 계산시 격자간격이 충분히 커도 파랑해석이 제대로 된다는 것이다. 계산영역이 큰 경우 이 장점으로 인하여 Ebersole 형태의 해석법이 파랑해석에서 유일한 것일 수 있다. 장차 수심의 변화가 심한 경우에도 정확한 해석이 되도록 Ebersole 형태의 해석법을 개선할 필요가 있다.

### 감사의 글

본 논문의 첫 번째 저자는 1997년도 원광대학교의 교비지원을 받았으며 연구에 지원에 감사드립니다.

### 참고 문헌

이창훈, 윤성범. (1999). "고차의 수심변화 효과가 파랑의 굴절에 미치는 영향." 대한토목학회논문집 (계재가).

채장원, 정신택, 염기대, 안수환. (1989). "흐름이 존재하는 완경사 해역에서의 파랑변형 이론적 고찰." 한국해안·해양공학회지, 제1권, 제1호, pp. 1-7.

Berkhoff, J.C.W. (1972). "Computation of combined refraction-diffraction." *Proc. of 13th Int. Conf. on Coastal Eng.*, pp. 471-490.

Berkhoff, J.C.W., Booy, N. and Radder, A.C. (1982). "Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves." *Coastal Eng.*, 6, pp. 255-279.

Booij, N. (1981). *Gravity Waves on Water with Non uniform Depth and Current*, Ph.D. Dissertation, Delft Univ. of Technology.

Booij, N. (1983). "A note on the accuracy of the mild slope equation." *Coastal Eng.*, 7, pp. 191-203.

Chamberlain, P.G. and Porter, D. (1995). "The

modified mild-slope equation." *J. of Fluid Mech.*, 291, pp. 393-407.

Chandrasekera, N.C. and Cheung, K.F. (1997). "Extended linear refraction-diffraction model." *J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 123, pp. 280-286.

Copeland, G.J.M. (1985). "A practical alternative to the mild-slope wave equation." *Coastal Eng.*, 9, pp. 125-149.

Ebersole, B.A. (1985). "Refraction-diffraction model for linear water waves." *J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.* 111, pp. 939-953.

Ito, Y. and Tanimoto, K. (1972). "A method of numerical analysis of wave propagation -application to wave diffraction and refraction-." *Proc. of 13th Int. Conf. on Coastal Eng.*, pp. 503-522.

Kirby, J.T. (1986). "Rational approximations in the parabolic approximation method for water waves." *Coastal Eng.*, 10, pp. 355-378.

Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1984). "Verification of a parabolic equation for propagation of weakly-nonlinear waves." *Coastal Eng.*, 8, pp. 219-232.

Kubo, Y., Kotake, Y., Isobe, M. and Watanabe, A. (1992). "Time-dependent mild slope equation for random waves." *Proc. of 23rd Int. Conf. on Coastal Eng.*, pp. 419-431.

Lee, C. (1994). *A Study of Time-dependent Mild-slope Equations*. Ph.D. Dissertation, Univ. of Delaware.

Lee, C. and Park, W.S. (1997). "Extended Copeland-type wave equations for rapidly varying topography." *J. of Korean Society of Civil Eng.*, 17(2-2), pp. 157-164.

Massel, S.R. (1993). "Extended refraction-diffraction equation for surface waves." *Coastal Eng.*, 19, pp. 97-126.

Nishimura, H., Maruyama, K. and Hirakuchi, H. (1983). "Wave field analysis by finite difference method." *Proc. of 30th Japanese Conf. on Coastal Eng.*, pp. 123-127 (in

- Japanese).
- Radder, A.C. (1979). "On the parabolic equation method for water-wave propagation." *J. of Fluid Mech.*, 95, pp. 159-176.
- Radder, A.C. and Dingemans, M.W. (1985). "Canonical equations for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves." *Wave Motion*, 7, pp. 473-485.
- Smith, R. and Sprinks, T. (1975). "Scattering of surface waves by a conical island." *J. of Fluid Mech.*, 72, pp. 373-384.
- Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S. (1997). "Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography." *Coastal Eng.*, 32, pp. 92-118.
- (논문번호:98-015/접수:1998.03.10/심사완료:1998.12.05)