

< 논 문 >

# 회전운동을 고려한 Cutout이 있는 복합재료 원통셀의 구조진동해석 및 최적설계

## Study on Structural Vibration Analysis and Design Optimization of Rotating Composite Cylindrical Shells with Cutout

이 영 신\* · 김 영 완\*\*

Young-Shin Lee and Young-Wann Kim

(1998년 1월 19일 접수 ; 1998년 3월 13일 심사완료)

**Key Words** : Rotating Cylindrical Shell(회전 원통셀), Frequency Equation(진동수방정식), Circumferential Vibration Mode(원주방향 진동모드), Axial Vibration Mode(축방향 진동모드), Beam Function(빔함수)

### ABSTRACT

The free vibration analysis and design optimization of the rotating composite cylindrical shells with a rectangular cutout are investigated by theoretical method. The Love's thin shell theory is used to derive the frequency equation. The theoretical results are obtained by application of the energy method employing the Rayleigh-Ritz procedure. The used circumferential vibration modes are trigonometric functions, the axial modes are the beam modal functions chosen to satisfy the prescribed boundary conditions. To check the validity, the theoretical results are compared with experimental, FEM and other theoretical results.

#### 기 호 설 명

$a$  : 길이방향 개구부의 크기  
 $\bar{N}_{\phi c}$  : 원심력에 의한 원주방향 초기인장력  
 $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}$  : 각 방향 최대진폭  
 $T_s, T_c, T_t$  : 원통셀, 개구부 및 전체 운동에너지  
 $U_s, U_c, U_t$  : 원통셀, 개구부 및 전체 변형에너지  
 $W_s, W_c, W_t$  : 원통셀, 개구부 및 전체 한 일

$\epsilon_{\phi c}$  : 원심력에 의한 원주방향 변형률  
 $\phi_0$  : 원주방향 개구부의 크기  
 $\Psi(x)$  : 빔모드함수  
 $\Omega$  : 회전속도  
 $\omega_{mn}$  : 각 진동모드에서의 각진동수

### 1. 서 론

원통셀은 항공기, 우주선, 잠수함, 미사일 및 원자로 등에 널리 이용되고 있는 구조 요소로서 이들 구조물은 다양한 형태의 동적 하중을 받을 수 있으며, 구조물들이 동적 하중을 받으면 진동, 파

\* 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

\*\* 여수대학교 기계공학과

괴 또는 좌굴 등이 발생할 수 있다. 따라서 이런 구조물의 진동특성을 분석함으로써 동적 하중으로 인해 발생할 수 있는 공진 등과 같은 구조물의 동적 거동을 분석함으로써 보다 좋은 구조설계에 이용될 수 있다. 특히 셀 구조물은 가스터어빈 엔진의 로터(rotor) 시스템이나, 전기모터, 로터리 킬른 및 원심분리기 등과 같은 회전기계 장치류에 중요하게 응용되고 있는 구조 요소로서 이러한 회전하는 셀 구조물들은 재료의 강도에 의해 설계된 속도보다 훨씬 더 낮은 속도에서 피로크랙을 유발하는 경우가 있다. 이러한 시스템에 대하여 신뢰성이나 안정성 있는 구조물로 설계하기 위해서는 진동특성 연구가 필요하다. 한편 섬유강화 복합재료는 금속재료에 비해 큰 강성 대 중량 비, 큰 강도 대 중량 비등의 뛰어난 기계적 성질 때문에 최근 경량화가 요구되는 항공기 및 우주비행 구조물에 많이 이용되고 있는 실정이다. 복합재료의 이러한 기계적 특성을 이용하여 구조물의 두께를 보다 얇게 할 수 있다는 커다란 이점이 있으나, 이러한 얇은 구조물이 동적 하중을 받으면서 나타날 수 있는 여러 가지 문제점을 예측할 수 있어야 한다. 이런 구조물들은 실용 상태에서는 노즐의 설치, 센서의 설치 등으로 인한 개구부의 존재 및 창문 등에 의해 필연적으로 셀 구조물에 다양한 형태의 개구부가 존재하게 된다. 이런 개구부를 갖는 구조물은 기하학적 불연속으로 인해 강성저하를 일으키게 되므로 개구부가 없는 구조물에 비해 정적 하중 특히, 동적 하중을 받음으로써 더욱 쉽게 구조물이 파괴될 수 있어 진동특성을 분석하여 개구부를 갖는 원통셀에 대한 동적 특성을 예측할 수 있어야 한다.

회전하는 원통셀에 대한 연구는 비교적 많이 수행되어졌다. Igawa 등<sup>(1)</sup>은 전단변형을 고려하여 회전하는 이방성 셀에 대한 자유진동을 연구하였고, 이들은 또한 회전하는 원통셀에 대해 유한요소법을 이용하여 강제진동연구를 하였다. Lam과 Loy<sup>(2)</sup>는 등방성 재료로 다층 적층된 원통셀에 대해 Love 셀이론을 적용하여 해를 제시하였다. Igawa와 Endo<sup>(3)</sup>는 비틀림, 외압 또는 축방향 압축력을 받는 회전하는 이방성 원통셀에 대해 Hamilton원리를 적용하여 지배방정식을 유도하고, Galerkin법을 이용하여 진동해석을 수행하였다. Lam과 Loy<sup>(4)</sup>는 여러 가지 셀이론을 이용하여 GFRP복합재료 원통셀에 대해 회전에 따른

진동특성을 연구하였다. Rand와 Starvsky<sup>(5)</sup>는 회전하는 복합재료 원통셀에 대해 Galerkin법을 이용하여 회전을 함으로써 나타나는 응답과 고유진동수를 찾아냈다. Hu등<sup>(6)</sup>은 회전하는 cross-ply로 대칭 적층된 복합재료 원통셀에 대해 급수전개를 이용하여 회전속도, 적층방법 등에 따른 진동연구를 하였다. 그리고 이영신과 김영완<sup>(7)</sup>은 회전하는 혼합적층 원통셀에 대해 비선형 진동해석을 하였으며, Ritz-Galerkin 법을 적용하여 비선형 진동수방정식을 유도하여 가진진폭의 크기에 따른 비선형성을 연구하였다.

개구부를 갖는 원통셀의 진동해석에 대한 기존의 연구는 거의 없는 실정이다. 개구부를 갖는 원통셀에 대한 연구로는 Toda와 Komatsu<sup>(8)</sup>는 실험을 이용하여 원형개구부를 갖는 원통셀에 대해 진동해석을 하였으며, Bicos와 Springer<sup>(9)</sup>는 유한요소법을 이용하여 원형개구부를 갖는 복합재료판 및 원통판넬에 대한 진동특성을 연구하였다. 또한 이들<sup>(10)</sup>은 유한요소법을 이용하여 원형개구부를 갖는 복합재료판 및 원통판넬에 대한 보다 많은 예를 제시하였다.

앞에서 제시된 것처럼 대부분의 연구는 개구부와 회전을 동시에 고려한 경우는 거의 없는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 사각개구부를 갖는 외팔형 복합재료 원통셀에 대해 사각개구부 주위에서의 변위거동은 셀의 변위거동에 지배를 받는다는 가정을 하였다. 고려된 셀에 대해 Love의 셀이론을 적용하여, 에너지법과 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 진동수방정식을 이론적으로 유도하였고, 사각개구부를 갖는 회전 복합재료 원통셀에 대해 고유진동수를 최대도 할 수 있는 적층각에 대한 최적해를 제시하였다.

## 2. 수 식 화

본 연구에서 고려한 사각개구부를 갖는 회전하는 원통셀에 대한 형상을 Fig. 1에 제시하였다. 여기서  $R, L$ 과  $h$ 는 각각 셀의 반경, 길이 및 두께를 나타내며,  $\Omega$ 는 회전속도를 나타낸다. 각 방향에 대한 변위 성분을  $u, v, w$ 로 표현하였으며,  $u$ 는 축방향,  $v$ 는 원주방향,  $w$ 는 수직방향에 대한 변위 성분이다. 그리고 복합재료 원통셀은 축방향의 길이  $a$ , 원주방향으로는 개구각(cutout angle)  $\phi$ ,의 사각개구부가 셀의 중앙에 위치하고

있으며,  $x_i, \phi_i (i=1,2)$ 는 개구부의 크기를 좌표계로 표현한 것이다.

고려된 복합재료 원통셀은 얇은 셸이기 때문에 평면응력상태라 가정할 수 있어 원통셀에 대한 변형에너지를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [N_x \epsilon_x + N_\phi \epsilon_\phi + N_{x\phi} \epsilon_{x\phi} + M_x \chi_x + M_\phi \chi_\phi + M_{x\phi} \chi_{x\phi}] R dx d\phi \quad (1)$$

여기서  $\epsilon_i, \chi_i (i=x, \phi, x\phi)$ 는 각 방향에 대한 변형을 및 곡률을 나타낸다. 그리고 합응력 및 합모멘트를 나타내는  $N_i, M_i (i=x, \phi, x\phi)$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \chi \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 계수  $A, B$ 와  $D$ 는 복합재료 적층재에 대한 신장강성계수, 연성강성계수 및 굽힘강성계수를 각각 나타낸다. 본 연구에서 고려된 복합재료는 모두 대칭 적층된 원통셀만을 고려하기 때문에 연성강성계수  $B$ 는 소거된다. 따라서 복합재료 원통셀에 대한 변형에너지는 복합재료에 대한 강성계수  $A, D$ 를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [A_{11} \epsilon_x^2 + 2A_{12} \epsilon_x \epsilon_\phi + A_{22} \epsilon_\phi^2 + A_{66} \epsilon_{x\phi}^2 + D_{11} \chi_x^2 + 2D_{12} \chi_x \chi_\phi + D_{22} \chi_\phi^2 + D_{66} \chi_{x\phi}^2] R dx d\phi \quad (3)$$

Love의 셸이론으로부터 각 방향에 대한 변형을  $\epsilon_i$  및 곡률  $\chi_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= u_{,x} \\ \epsilon_\phi &= \frac{1}{R} (v_{,\phi} + w) \\ \epsilon_{x\phi} &= \frac{u_{,\phi}}{R} + v_{,x} \\ \chi_x &= -w_{,xx} \\ \chi_\phi &= -\frac{1}{R^2} (w_{,\phi\phi} - v_{,\phi}) \\ \chi_{x\phi} &= -\frac{1}{R} (2w_{,x\phi} - v_{,x}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $(,)$  공간에 대한 미분을 나타낸다.

한편 개구부는 셸의 거동에 따른다고 가정을 하면, 사각개구부에 대한 변형에너지는 원통셀에 대해 개구부에 해당되는 영역의 에너지가 개구부에 대한 에너지가 되므로 셸의 에너지식을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

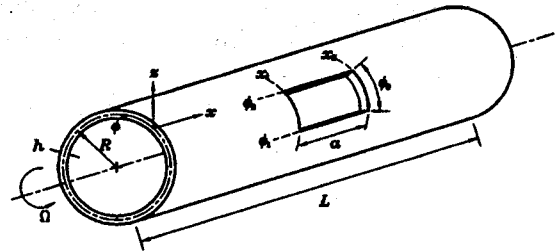


Fig. 1 Coordinate system for the rotating cylindrical shell with a rectangular cutout

$$U_c = \frac{1}{2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{x_1}^{x_2} [A_{11} \epsilon_x^2 + 2A_{12} \epsilon_x \epsilon_\phi + A_{22} \epsilon_\phi^2 + A_{66} \epsilon_{x\phi}^2 + D_{11} \chi_x^2 + 2D_{12} \chi_x \chi_\phi + D_{22} \chi_\phi^2 + D_{66} \chi_{x\phi}^2] R dx d\phi \quad (5)$$

한편 회전속도  $\Omega$ 에 의해 회전하는 원통셀에 대한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_s = \frac{1}{2} \rho_t \int_0^{2\pi} \int_0^L [\dot{u}^2 + (\dot{v} + R\Omega + w\Omega)^2 + (\dot{w} - \Omega v)^2] R dx d\phi \quad (6)$$

$$\rho_t = \sum_{k=1}^N \rho_k h_k \quad (6a)$$

여기서  $(\dot{\cdot})$ 는 시간에 대한 미분을 나타내며,  $\rho_k$ 와  $h_k$ 는 각각  $(k)$ 번째층에 대한 밀도 및 두께이다. 또한 사각개구부에 대한 운동에너지는 변형에너지와 같이 셸의 거동에 의해 지배를 받게 되므로 다음과 같이 정의된다.

$$T_c = \frac{1}{2} \rho_t \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{x_1}^{x_2} [\dot{u}^2 + (\dot{v} + R\Omega + w\Omega)^2 + (\dot{w} - \Omega v)^2] R dx d\phi \quad (7)$$

다음으로 회전에 의한 구조물의 한 일(work done)을 정의해야 한다. 먼저 셸에 대한 한 일은 다음과 같다.

$$W_s = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \bar{N}_{\phi c} \epsilon_{\phi c}^2 R dx d\phi \quad (8)$$

$$\epsilon_{\phi c}^2 = \frac{1}{R^2} [u_{,\phi}^2 + (v_{,\phi} + w)^2 + (w_{,\phi} - v)^2] \quad (8a)$$

여기서  $\bar{N}_{\phi c}$ 와  $\epsilon_{\phi c}$ 는 각각 원심력에 의한 원주방향 초기인장력과 원주방향 변형률을 나타내며, 원주방향 초기인장력은  $\rho_t \Omega^2 R^2$ 로 정의 된다.

그리고 개구부에 대해 한 일은 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$W_c = \frac{1}{2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{x_1}^{x_2} \bar{N}_{\phi c} \epsilon^2_{\phi c} R dx d\phi \quad (9)$$

고려된 셀의 양단의 경계조건을 만족하는 축방향 모드에 대해 본 연구에서는 빔모드함수가 이용되었으며, 다음과 같이 일반식으로 표현된다.

$$\Psi(x) = \left( \cosh \frac{\lambda_m}{L} x - \cos \frac{\lambda_m}{L} x \right) - \sigma_m \left( \sinh \frac{\lambda_m}{L} x - \sin \frac{\lambda_m}{L} x \right) \quad (10)$$

여기서 계수  $\sigma_m$ 는 경계조건으로 부터 결정될 계수이며,  $\lambda_m$ 는 축방향 진동모드에 관계된 계수로 정수일 필요는 없다. 회전하는 복합재료 원통셀에 대해 여러 가지 경계조건을 포함시킬 수 있는 변위식은 다음과 같이 일반적인 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x, \phi, t) &= U_{mn}(L/\lambda_m)\Psi'(x) \times (\cos n\phi \cos \omega_{mn}t - \sin n\phi \sin \omega_{mn}t) \\ v(x, \phi, t) &= V_{mn}\Psi(x)(\sin n\phi \cos \omega_{mn}t + \cos n\phi \sin \omega_{mn}t) \\ w(x, \phi, t) &= W_{mn}\Psi(x)(\cos n\phi \cos \omega_{mn}t - \sin n\phi \sin \omega_{mn}t) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $U_{mn}, V_{mn}$ 과  $W_{mn}$ 은 각 방향으로의 진폭을 나타내며,  $n$ 는 원주방향 반파수, 그리고  $\omega_{mn}$ 은 각 진동모드( $mn$ )에서의 각진동수를 표시한다. 본 연구에서 고려된 경계조건은 셀의 한 단은 고정되었으며, 타 단은 자유인 고정-자유 경계조건이 고려되었다. 고정 경계조건은 횡방향변위 및 회전을, 자유 경계조건은 굽힘모멘트와 횡전단력을 허용하지 않는다. 따라서 이와 같은 조건을 고려된 축방향 모드함수로 표현하면, 다음과 같이 각각의 경계조건에 대하여 쓸 수 있다.

$$\text{고정경계조건(C)} \quad \Psi = \Psi' = 0 \quad (12)$$

$$\text{자유경계조건(F)} \quad \Psi'' = \Psi''' = 0 \quad (13)$$

본 연구에서 고려된 일단 고정, 타단 자유인 경계조건을 만족하는 축방향 모드함수와 축방향 진동모드를 나타내는 특성방정식은 다음과 같다.

$$\text{특성방정식} : \cos \lambda_m \cosh \lambda_m + 1 = 0 \quad (14)$$

$$\sigma_m = \frac{\cosh \lambda_m + \cos \lambda_m}{\sinh \lambda_m + \sin \lambda_m} \quad (15)$$

경계조건을 만족하는 가정된 변위식을 이용하여 유도된 에너지식에 대입하여 적분을 취하면 모든 에너지식이 진폭항으로 정리된다.

사각개구부를 갖는 복합재료 원통셀에 대해 사각개구부 주위에서의 변위거동은 셀의 변위거동에 지배를 받는다는 기본 가정을 하였다. 따라서 사각개구부를 갖는 복합재료 원통셀에 대한 총변형에너지 및 운동에너지는 개구부 영역내에 있는 원통셀의 에너지를 제거시킴으로써 개구부를 갖는 원통셀에 대한 총에너지를 얻을 수 있다. 이와 같이 얻어진 에너지 표현식을 Rayleigh-Ritz법 (16)을 적용하면 개구부를 갖는 회전하는 복합재료 원통셀에 대한 진동수방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X_i} (T_i - U_i - W) &= 0, \\ X_i &= U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} \\ T_i &= T_s - T_c \\ U_i &= U_s - U_c \\ W_i &= W_s - W_c \end{aligned} \quad (16)$$

결과적으로 사각개구부를 갖는 회전하는 복합재료 원통셀에 대한 진동수방정식은 다음과 같이 행렬 형태로 이루어 진다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} \\ - \omega_{mn}^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} \\ - \omega_{mn} \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & \bar{M}_{13} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \bar{M}_{23} \\ \bar{M}_{31} & \bar{M}_{32} & \bar{M}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $K_{ij}, M_{ij}, \bar{M}_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 3$ )는 강성, 질량 및 Coriolis요소이다.

식 (17)는 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

여기서 계수  $C_{ij}$ 는 식 (17)의 각 요소를 합한 형태를 갖는다. 식 (18)이 유용해를 얻기 위해서는 식 (18)의 행렬식이 다음과 같이 0이 되어야 한다.

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

식 (19)을 전개하면 사각개구부가 있는 회전 복합재료 원통셀에 대한 진동수방정식을 다음과 같이 대수방정식 형태로 얻을 수 있다.

$$\alpha_6 \omega_{mn}^6 + \alpha_4 \omega_{mn}^4 + \alpha_3 \omega_{mn}^3 + \alpha_2 \omega_{mn}^2 + \alpha_1 \omega_{mn} + \alpha_0 = 0 \quad (20)$$

회전하지 않는 복합재료 원통셀에 대해서는  $\Omega=0$ 이기 때문에 식 (20)에서 각진동수  $\omega_{mn}$ 의 우함수는 나타나지 않는다. 식 (20)의 근은 양(positive)의 근 3개와 음(negative)의 근 3개, 총 6개로 구성이 되며, 이 때 가장 작은 양/음의 값이 고려된 계의 고유진동수가 된다. 여기서 가장 작은 양의 값은 원통셀의 회전 반대방향으로 이동하는 진동모드(후퇴파 : backward wave)에 대한 진동수로서 후퇴파 진동수라 하며, 가장 작은 음의 값은 원통셀의 회전방향으로 이동하는 진동모드(전진파 : forward wave)에 대한 진동수로서 전진파진동수라 한다. 만일 원통셀이 회전을 하지 않는다면 이들의 값은 서로 같게 된다.

### 3. 수치결과 및 토의

#### 3.1 해의 검증

본 해의 정확도를 검증하기 위해 먼저 고정-자유 경계조건을 갖는 외팔형 등방성(연강)원통셀에 대해 개구부가 있는 경우와 없는 경우에 대해 유한요소해석 및 실험을 통한 결과와 비교하였다.

유한요소해석에서는 상용코드인 ANSYS가 이용되었으며, 실험방법은 가장 일반적으로 사용되고 있는 충격가진방법을 이용하여 결과를 얻었다. 여기서 원통셀의 길이는 500 mm, 반경은 104.5 mm, 두께는 3 mm이며, 개구부의 크기는  $0.1L \times 30^\circ$ 이다. Table 1에서는 등방성원통셀에 대한 진동해석결과와 유한요소결과 및 실험결과를 4가지 진동모드에 대해 고유진동수를 제시하였다. 표에서 나타난 것처럼 전반적으로 유한요소해석결과와 진동수의 차이는 개구부가 있는 경우와 없는 경우 모두에 대해 6%미만으로 서로 잘 일치하고 있다. 또한 실험과 본 해석해와의 차이는 (1,2)의 진동모드에서 10%의 차이를 보이고 있으며, 이와 같이 차이가 보다 크게 나는 현상은 실험시 고정부분에 대한 정확한 경계조건을 구현할 수 없기 때

**Table 1** Frequency comparison with experimental, FEM, and theoretical results for the isotropic cylindrical shell without/with a cutout (Unit : Hz)

Mode shape ( <i>m, n</i> )*	Without cutout			With cutout		
	Exp.	FEM	Theory	Exp.	FEM	Theory
(1,2)	292	309	323	285	307	317
(1,3)	550	541	544	534	540	530
(1,4)	995	1008	1010	965	1007	988
(2,3)	865	881	937	840	861	913

\*(*m, n*): Axial and circumferential wave number

**Table 2** Non-dimensional frequency parameters for a rotating composite cylindrical shell without cutout ( $h/R=0.002, L/R=1$ )

$\Omega$ (rev/s)	<i>m</i> =1 n	Ref.(4)-Sanders theory		Present-Love theory	
		Backward	Forward	Backward	Forward
0.4	1	1.061862	1.060705	1.061850	1.060693
	2	0.804695	0.803414	0.804691	0.803410
	3	0.598913	0.597760	0.598912	0.597759
	4	0.450657	0.449663	0.450658	0.449664
	5	0.345718	0.344864	0.345719	0.344866
	6	0.271198	0.270459	0.271200	0.270461
	7	0.218017	0.217370	0.218020	0.217373
1.0	1	1.062727	1.059836	1.062716	1.059825
	2	0.805665	0.802463	0.805660	0.802457
	3	0.599817	0.596934	0.599814	0.596931
	4	0.451509	0.449023	0.451506	0.449019
	5	0.346587	0.344452	0.346583	0.344448
	6	0.272188	0.270340	0.272182	0.270334
	7	0.219257	0.217639	0.219248	0.217631

**Table 3** Composite material properties

$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
139.4	8.35	3.1	0.268	1542

문으로 판단된다.

한편 회전하는 복합재료원통셀에 대한 해의 유용성을 검토하기 위해 Lam 과 Loy<sup>(4)</sup>가 제시한 진동수 매개변수  $\bar{\omega} = \omega \sqrt{\rho R^2 / E_2}$ 를 비교하여 Table 2에 제시하였다. 이용한 복합재료는 glass/epoxy이며 적층방법은 각 층의 두께가 동일한  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$  3적층이다. 표로부터 본 해가 Lam 등<sup>(4)</sup>의 결과보다 약간 작은 값을 보여 주고 있으나, 전반적으로 서로 잘 일치한다.

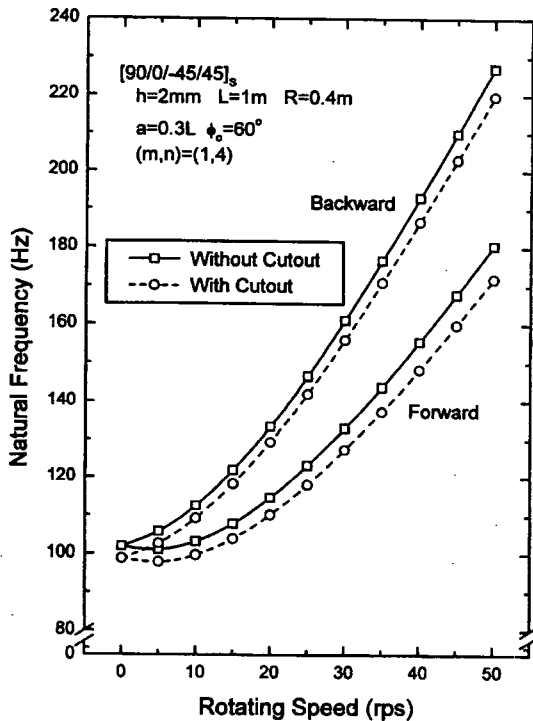
**3.2 진동해석**

복합재료로 적층된 원통셀에 대한 수치예를 Fig. 2~Fig. 6까지 제시하였다. 여기서 사용된 복합재료는 탄소섬유복합재료(T300/LY556/HY917)

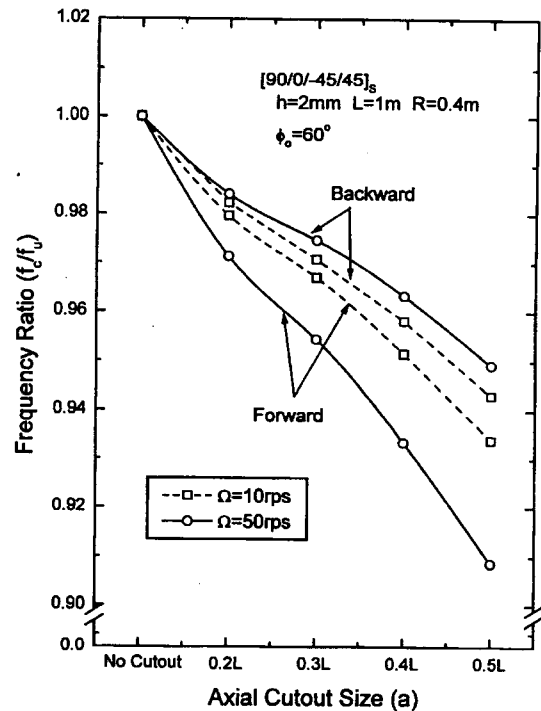
로 재료특성은 Table 3에 제시하였으며, 고려된 셀의 두께는 2 mm, 적층방법은  $[90^\circ/0^\circ/\mp 45^\circ]_s$  대칭적층을 채택하였다.

Fig. 2는 개구부의 길이방향크기  $a$ 가  $0.3L$ , 원주방향크기  $\phi_0$ 가  $60^\circ$  인 사각개구부를 갖는 복합재료원통셀에 대해 회전속도변화에 따른 진동수거동을 나타내고 있다. 고려된 진동모드는 (1,4)로써 회전하지 않는 원통셀의 기본진동수가 나타나는 모드이다. 그림에 나타난 것처럼 모든 회전속도에 대해 개구부가 존재함으로써 진동수는 감소를 하며, 회전속도가 커질수록 개구부를 갖는 원통셀의 진동수는 개구부가 없는 원통셀의 진동수보다 더욱 작은 진동수를 갖는다.

Fig. 3에서는 원주방향 개구부의 크기가  $\phi_0 = 60^\circ$  인 사각개구부에 대해 길이방향 개구부의 크기를 변화시켰을 때 회전하는 원통셀에 대한 진동특성을 나타내고 있다. 이 때 진동수비는 개구부를 갖는 회전원통셀의 진동수( $f_c$ )에 대해 개구부를 갖지 않는 회전원통셀의 진동수( $f_u$ )로 나눈



**Fig. 2** Natural frequencies for the rotating composite cylindrical shell with/without a rectangular cutout



**Fig. 3** Effect of axial cutout size on frequency of the rotating composite cylindrical shell with a rectangular cutout

값이다. 그림에서 나타난 것처럼 길이방향 개구부가 커질수록 진동수는 감소를 하며, 회전속도가 커질수록 개구부의 크기에 매우 민감하게 진동수가 변하고 있으며, 후퇴파 진동수보다 전진파 진동수가 개구부의 크기에 보다 민감한 반응을 하는 것으로 나타났다.

Fig. 4에서는 앞의 회전하는 원통셸에 대해 길이방향 개구부의 크기를  $0.3L$ 로 고정하고 원주방향 개구부의 크기를 변화시켰을 때 나타나는 진동거동을 보여 주고 있다. 그림에 나타난 것처럼 길이방향 개구부의 크기변화에 따른 진동수변화보다는 원주방향 개구부 크기변화에 따른 진동수변화가 작게 나타나고 있다. 또한 Fig. 3에 나타난 것처럼 개구부의 크기가 커질수록 진동수감소가 크게 나타났으나, 특히 회전속도가 클수록 그 차이는 더욱 크게 나타난다.

Fig. 5는  $0.2L \times 60^\circ$ 의 사각개구부를 갖는 복합재료원통셸에 대해 셸의 길이 대 반경비( $L/R$ )의 변화에 따른 진동수거동을 보여 주고 있다. 그림에 나타난 것처럼 모든 회전속도에 대해 회전

을 하지않는 셸의 경우와 같이  $L/R$ 비가 작을수록 진동수는 크게 나타났으며,  $L/R$ 비가 커질수록 진동수는 급격히 감소를 하여 일정비 이상이 되면 진동수는 거의 같은 값으로 접근을 한다. 그리고  $L/R$ 비가 클수록 회전속도의 영향이 더욱 크게 나타나서 전진파와 후퇴파간의 차이는 더욱 커지고 있다. 반면에  $L/R$ 비가 작을수록 회전속도의 영향은 매우 작아 전진파와 후퇴파진동수가 거의 같게 나타나고 있다.

Fig. 6에서는 원통셸의 반경 대 두께 비( $R/h$ )의 변화에 따른 진동수거동을 보여 주고 있다. 그림에서 처럼  $R/h$ 비가 커질수록 진동수는 급격히 감소하여 어느비 이상이 되면 일정한 값으로 접근을 한다. 그리고 작은  $R/h$ 비 보다 큰  $R/h$ 비에서 회전속도의 영향이 크게 나타나고 있어 얇은 셸일수록 회전의 영향을 크게 받는다.

### 3.3 최적설계

본 과정에서는 회전속도  $\Omega = 30$  rps이며, 사각

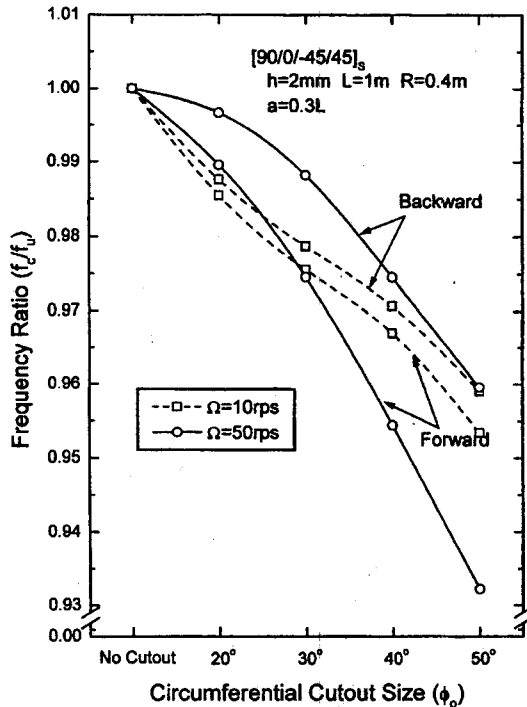


Fig. 4 Effect of circumferential cutout size on frequency of the rotating composite cylindrical shell with a rectangular cutout

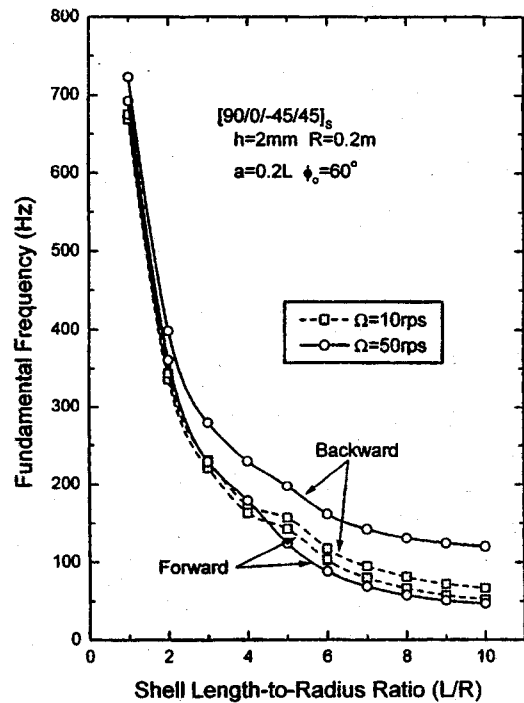


Fig. 5 Fundamental frequencies of the rotating composite cylindrical shell with a rectangular cutout for the various shell length-to-radius ratio

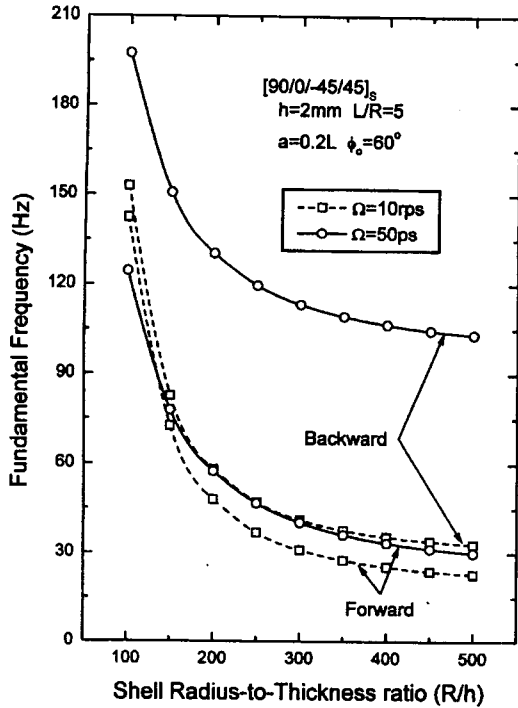


Fig. 6 Fundamental frequencies of the rotating composite cylindrical shell with a rectangular cutout for the various shell radius-to-thickness ratio

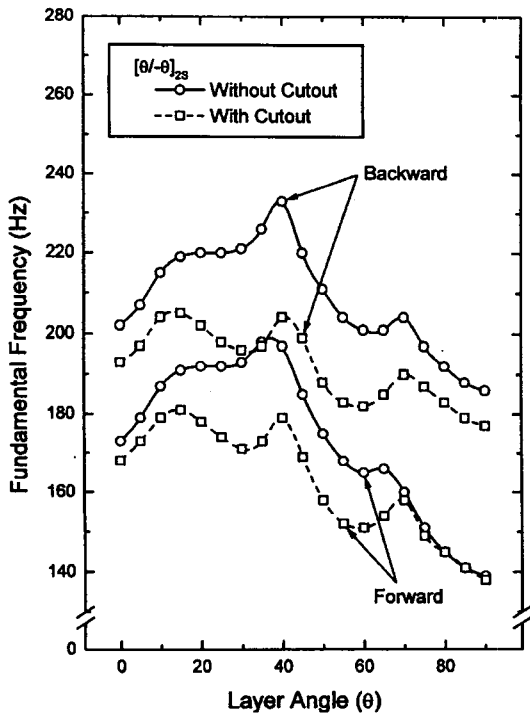


Fig. 7 Frequency variation with layer angle  $\theta$  for the rotating cylindrical shell with  $[\pm\theta]_{2s}$  stacking sequence

개구부의 크기가  $0.4L \times 60^\circ$  이고, 셸의 두께가 2mm, 반경은 200mm, 길이는 600mm인 외팔형 원통셸에 대해 고유진동수를 최대 할 수 있는 적층각에 대한 최적화를 수행하였다.

Fig. 7은  $[\pm\theta]_{2s}$  을 갖는 원통셸에 대해 개구부가 있는 경우와 없는 경우에 대해 적층각  $\theta$ 의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 보여 주고 있다. 그림에 나타난 것처럼 전반적으로 모든 경우에 대해 적층각이  $40^\circ$ 인 곳에서 가장 큰 진동수를 갖는다. 부분적으로 적층각이  $10^\circ$ 인 곳에서도 큰 진동수가 나타나는 것을 볼 수 있으며  $90^\circ$ 로만 적층한 경우가 가장 작은 진동수를 갖는다.

한편 Fig. 8 에서는  $[90^\circ/0^\circ/\mp\theta]_s$  로 적층된 경우 개구부의 유무에 관계없이 적층각이  $20^\circ$  부근에서 가장 큰 진동수를 보여 주고 있으며, 앞의  $[\pm\theta]_{2s}$  와 마찬가지로 적층각인  $90^\circ$ 로 된 경우 가장 작은 진동수를 갖는다. Fig. 7 과 8 에서 나타난 것처럼 적층방법에 따라 최고의 진동수를 갖는 적층각이 다르게 나타나고 있어 효과적인 적층을 위해서는 각각의 적층방법에 대해 최적의 적층각을 선정하여야 한다.

한편 Fig. 9 에서는  $[90^\circ/0^\circ/\mp 40^\circ]_s$  로 적층된

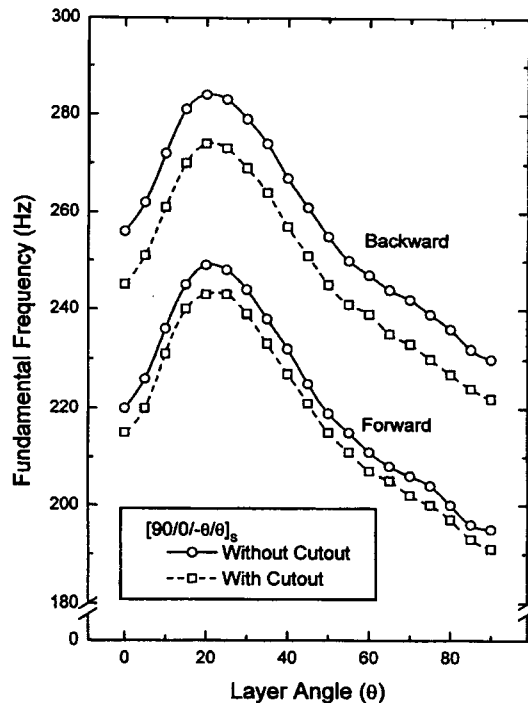


Fig. 8 Frequency variation with layer angle  $\theta$  for the rotating cylindrical shell with  $[90^\circ/0^\circ/\mp\theta]_s$  stacking sequence



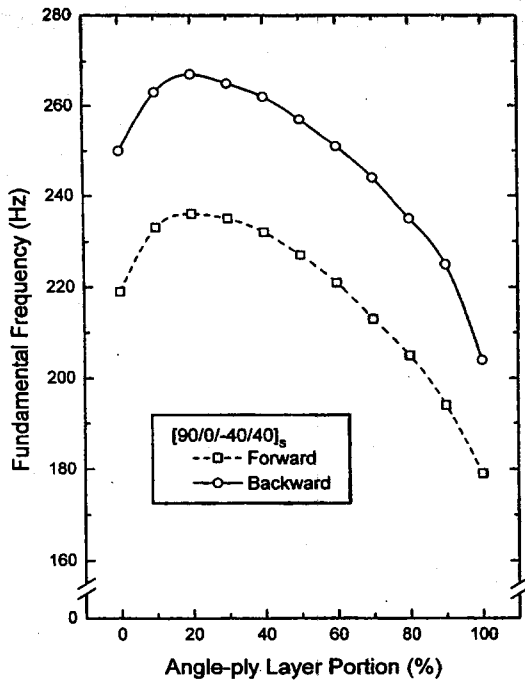


Fig. 9 Effect of composite portion of  $(\pm 40^\circ)$ -layer on frequency for the rotating cylindrical shell with  $[90^\circ/0^\circ/\pm 40^\circ]_s$  stacking sequence

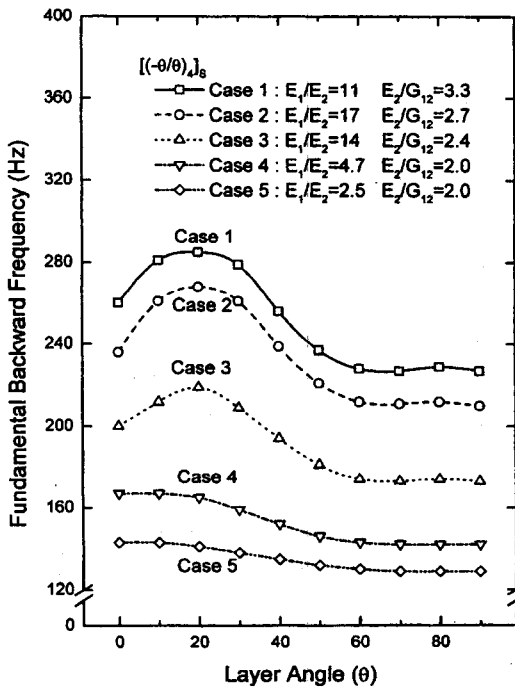


Fig. 10 Effect of material properties on frequency for the rotating cylindrical shells with  $[90^\circ/0^\circ/(\pm \theta^\circ)]_s$  stacking sequence

경우 개구부를 갖는 회전원통셸에 대해 전체 적층층에 angle-ply 적층양에 따른 진동수의 변화를 보여 주고 있다. 그림에 나타난 것처럼 angle-ply 적층양이 20%인 부근에서 후퇴파 및 전진파에 대해 가장 큰 고유진동수를 갖는다. 모든 적층을 angle-ply로만 적층한 경우에는 가장 작은 고유진동수값을 가지며, 모든 적층을 cross-ply로만 한 경우에는 angle-ply 적층양이 60%이상인 곳보다는 큰 진동수를 가진다. 이와 같이 각각의 적층에 대해 angle-ply 적층양을 적절히 조절함으로써 최적의 적층을 구현할 수 있다.

Fig. 10에서는  $[90^\circ/0^\circ/(\pm \theta^\circ)]_s$ 로 16적층된 경우 개구부를 갖는 회전원통셸에 대해 복합재료의 물성 즉, 직교이방성( $E_1/E_2$ ,  $E_2/G_{12}$ )에 따라 후퇴파 고유진동수의 변화를 나타냈다. 그림에 제시된 것처럼 최대고유진동수를 갖는 적층각은 직교이방성이 큰 Case 1, 2, 3인 경우  $20^\circ$  부근에서 나타났으나, 직교이방성이 비교적 작은 Case 4, 5인 경우에는 최적의 적층각이  $0^\circ \sim 20^\circ$  부근으로 직교이방성이 큰 재료에 비해 넓게 분포됨을 알 수 있다.

반면에 Fig. 11에서는  $[(\pm \theta^\circ)]_s$ 의 angle-ply

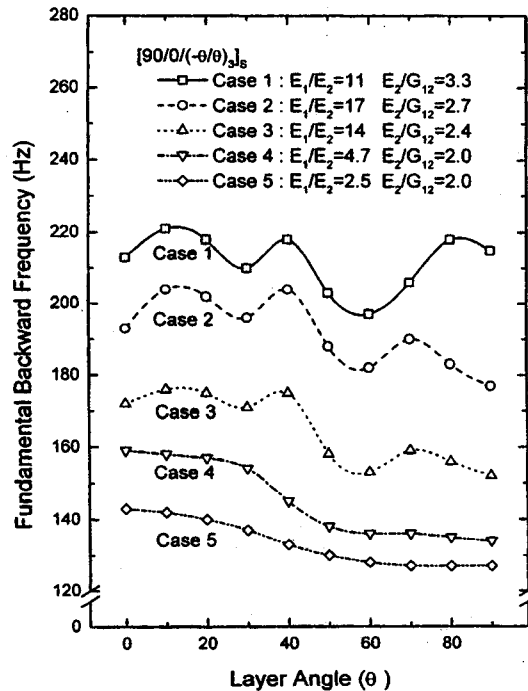


Fig. 11 Effect of material properties on frequency for the rotating cylindrical shells with  $[(\pm \theta^\circ)]_s$  stacking sequence

로 16적층된 경우에 대한 해석결과를 제시하였다. 그림에 나타난 것처럼 직교이방성이 비교적 작은 Case 4, 5의 경우는 Fig. 10에 제시된 양상과 같이 최대고유진동수를 갖는 적층각은  $0^\circ \sim 20^\circ$  으로 분포되어 나타났으나, 직교이방성이 큰 Case 1, 2, 3인 경우에는 여러 적층각에서 비교적 큰 진동수가 나타나고 있다. 전반적으로 적층각이  $10^\circ, 40^\circ$  에서 최적의 적층각을 갖으나 ( $E_1/E_2, E_2/G_{12}$ )비가 큰 Case 1인 경우에는 적층각  $80^\circ$  에서도 큰 고유진동수를 보여 주고 있다. Fig. 10과 11에서 나타난 것처럼 직교이방성이 클수록 고유진동수는 적층각에 민감하게 작용하는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 사각개구부를 갖고 회전을 하는 복합재료 원통셀에 대한 진동해석을 이론적으로 수행하여 실험과 유한요소해석과 비교적 잘 일치 하였으며, 수치예로 부터 몇가지 결론을 얻었다.

(1) 사각개구부가 존재함으로써 진동수는 감소를 하며, 사각개구부가 클 수록 회전속도의 영향을 크게 받는다.

(2) 셀의 길이 대 반경비, 셀의 반경 대 길이비가 클 수록 회전속도의 영향은 크게 나타난다.

(3) Cross-ply와 angle-ply로 적층한 경우 angle-ply만으로 적층한 경우보다 큰 진동수를 얻을 수 있으며, 순수cross-ply만으로 적층한 경우보다 angle-ply 적층의 적절한 양에 대해서 큰 진동수를 얻을 수 있다.

(4) 복합재료의 직교이방성이 클수록 고유진동수는 적층각에 민감하게 작용한다.

#### 후 기

본 연구는 1995년도 한국학술진흥재단의 자유공모과제 연구비(01-E-0297)에 의해 수행되었으며, 지원에 깊이 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

(1) Igawa, H., Saito, T. and Endo, M., 1993,

Free Vibration of Rotating Anisotropic Shells of Revolution, *JSME Trans., Series C*, Vol. 59, No. 566, pp. 3052~3057.

(2) Lam, K.Y. and Loy, C.T., 1995, Free Vibrations of a Rotating Multi-layered Cylindrical Shell, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 32, No. 5, pp. 647~663.

(3) Igawa, H. and Endo, M., 1995, Free Vibration and Buckling Rotating Prestressed Anisotropic Cylindrical Shells, 일본기계학회논문집(C편), 제 61 권, 제 587 호, pp. 119~126.

(4) Lam, K.Y. and Loy, C.T., 1995, Analysis of Rotating Laminated Cylindrical Shells by Different Thin Shell Theories, *J. of Sound and Vibration*, Vol. 186, No. 1, pp. 23~35.

(5) Rand, O. and Stavsky, Y., 1996, Response and Eigenfrequencies of Rotating Composite Cylindrical Shells, *J. of Sound and Vibration*, Vol. 192, No. 1, pp. 65~77.

(6) Hu, J., Suzuki, K., and Shikanai, G., 1996, Vibration Analysis of Rotating Thin Laminated Composite Circular Cylindrical Shell, 일본기계학회논문집(C편), 제 62 권, 제 599 호, pp. 33~39.

(7) 이영신, 김영완, 1996, 회전하는 금속-복합재료 혼합적층 원통셀의 진동해석, 대한기계학회논문집, 제 20(A) 권, 제 3 호, pp. 968~977.

(8) Toda, S. and Komatsu, K., 1977, Vibrations of Circular Cylindrical Shells with Cutouts, *J. of Sound and Vibration*, Vol. 52, No. 4, pp. 497~510.

(9) Bicos, A.S. and Springer, G.S., 1989, Vibrational Characteristics of Composite Panels with Cutouts, *AIAA J.*, Vol. 27, No. 8, pp. 1116~1122.

(10) Bicos, A.S. and Springer, G.S., 1989, Analysis of Free Damped Vibration of Laminated Composite Plates and Shells, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 25, No. 2, pp. 129~149.