

< 논 문 >

# 100,000 rpm 운전용 원심분리기 로터-베어링 시스템의 회전체동역학 해석

## Rotordynamics of a Centrifuge Rotor-Bearing System for 100,000 rpm Operation

이 안 성\* · 김 영 철\* · 박 종 권\*

An Sung Lee, Young Cheol Kim and Jong Kweon Park

(1998년 1월 13일 접수 : 1998년 2월 21일 심사완료)

**Key Words** : Rotordynamics(회전체동역학), Centrifuge(원심분리기), Flexible Shaft(유연축), Critical Speed(위험속도), Separation Margin(분리여유), Unbalance Response(불균형응답), Guide Bearing(안내 베어링)

### ABSTRACT

A rotordynamic analysis is performed with a centrifuge rotor-bearing system for the rating speed of 100,000 rpm. The system is composed of a centrifuge rotor(or simply the rotor), flexible shaft, motor rotor and shaft, and two support rolling element bearings of the motor shaft. Design goals are to achieve wide separation margins of critical speeds and favorable unbalance responses of the rotor at the associated critical speeds. The latter requirements are especially important as the system crosses multiple numbers of critical speeds and as the system may not have enough separation margins around the rating speed. As the system adopts an extra-flexible shaft, it is shown that the rotor has satisfactory small unbalance responses over higher criticals while having an unsatisfactory large one at the first critical. To suppress this a bumper ring or guide bearing needs to be installed at a suitable location of the flexible shaft. It is also shown that even with the flexible shaft the dynamics of the motor must be incorporated into the full system model to accurately identify the fourth critical speed, which is close to the rating speed, and higher ones. The analysis is based on the finite element method.

### 1. 서 론

원심분리기는 밀도차를 이용하여 혼합물로부터 특정의 물질을 분리·정제시키기 위해 사용되는

회전기계로, 다양한 실험실 및 산업계에서 널리 사용되고 있다. 특히, 미세분자나 세포분리를 위해서는 60,000 rpm 이상에서 운전되는 초고속 원심분리기가 사용된다. 이와 같은 고속에서 안전운전과 함께 우수한 분리성능을 보장하기 위해서는, 원심분리기 로터-베어링 시스템의 상세한 회전체 동역학 설계해석이 필수적으로 요구된다.

\* 정회원, 한국기계연구원

초고속 원심분리기는, 고속에서 원심분리기 로터의 질량중심이 회전축에 가능한 근접토록 하거나 또는 고차모드에서 로터를 가능한 한 절점에 위치토록 하기 위해, 로터의 크기에 비해 강성이 매우 낮은 초 유연축을 채택하고 있다. 이것은, 정격속도에 도달하기까지 로터가 몇 개의 위험속도를 통과하게 됨에 따라, 위험속도에서 불균형응답을 효과적으로 최소화하기 위한 중요한 설계개념이다.

Laura 외<sup>(1)</sup>는 끝단에 집중질량을 갖는 균일 외팔보의 고유진동수와 모드형상을 회전관성의 고려 없이 해석하였다. 그 결과는 질량비,  $M_C / M_B$  (집중질량과 보질량의 비율), 로 나타내어 졌으며, 질량비가 1에 접근함에 따라 2차와 그 이상의 고차모드에서 집중질량은 중립축에 근접하는 것으로 밝혀진다. 이러한 유용한 결과는  $M_C / M_B \gg 1$  일 때 더욱 명백해진다. Bhat와 Wagner<sup>(2)</sup>는 Laura 외<sup>(1)</sup>와 같은 형상의 문제에 회전관성 효과와 함께 집중질량 중심과 보 부착지점과의 축간 어긋남 (axial offset)을 고려하여 해석하였다. 실제 기계에 좀더 가까운 모델로는 Huang<sup>(3)</sup>가 오버형 (overhung) 디스크를 갖는 두개 강제베어링 지지 균일축의 선회고유진동수를 3차까지 해석하였다. 이제까지 살펴본 연구들은 모두 해석적 엄밀해를 얻기 위해 여러 가지 단순 가정하에 수행되었다. 그러나 실제 기계에서 축은 균일하지도 한쪽 끝이 외팔지지 되어 있지도 않으며, 베어링은 무한 강

성을 갖고 있지 않다. 한편, Lee 외<sup>(4)</sup>는 보다 실제적인 해석을 위해 유한요소모델을 이용하여 정격속도 80,000 rpm 초고속 원심분리기 로터-베어링 시스템의 회전체동역학 설계해석을 수행하였다.

본 논문에서는 정격속도 100,000 rpm 초고속 원심분리기의 회전체동역학 상세설계해석이 수행된다. 설계목표는 충분한 위험속도 분리여유와 해당 위험속도에서 원심분리기 로터의 양호한 불균형응답특성을 얻는 것이다. 모터의 모델이 전체 시스템 모델에 포함되어지며, 해석모델 정식화에는 유한요소법<sup>(5-7)</sup>이 적용된다.

## 2. 유한요소 모델링과 해석절차

Fig. 1에는 초고속 원심분리기 로터-베어링 시스템의 개략도가 나타나 있다. 시스템은 원심분리기 로터(이후 간단히 로터로 지칭), 유연축, 모터 로터와 축, 그리고 2개의 모터 축 지지 구름베어링으로 구성된다. 길이 175 mm, 외경 5 mm인 유연축의 한쪽 끝은 모터에 직접 그리고 다른 한쪽 끝은 어댑터에 연결되며, 테이퍼진 유연축의 압입 방식을 채택하고 있다. 로터는 어댑터를 통해 유연축에 연결된다. 시스템의 등가 유한요소모델이 Fig. 2에 보여지고 있으며, 집중질량의 관성, 축의 물성, 그리고 베어링의 강성 값들은 Table 1에 정리되어 있다. 축요소를 모델링하기 위해 사용된

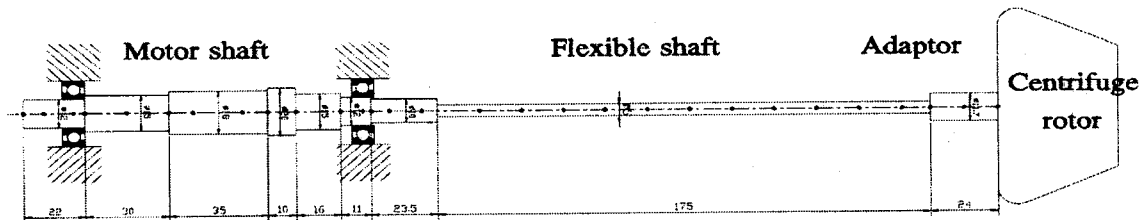


Fig. 1 A schematic of the ultra-centrifuge rotor-bearing system

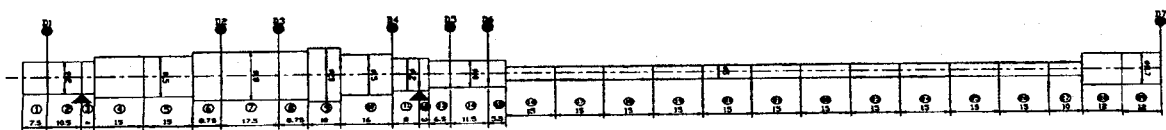


Fig. 2 A finite element model of the ultra-centrifuge rotor-bearing system

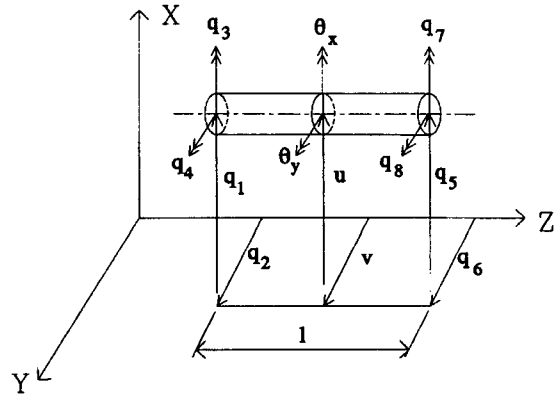
**Table 1** Lumped disk inertias, shaft material properties, and bearing stiffnesses for the FE Model.

Lumped disk inertia $m$ (kg), $I_p$ & $I_t$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^3$ )		Shaft material property	
Centrifuge rotor (D7)	$m = 4.55$ $I_p = 1.03 \times 10^{-2}$ $I_t = 1.32 \times 10^{-2}$	$E = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ $\rho = 7833 \text{ kg/m}^3$	
D1	$m = 1.97 \times 10^{-2}$ $I_p = 1.34 \times 10^{-6}$ $I_t = 9.26 \times 10^{-7}$		
D2, D3	$m = 5.79 \times 10^{-2}$ $I_p = 9.76 \times 10^{-6}$ $I_t = 6.36 \times 10^{-6}$		
D4	$m = 3.60 \times 10^{-3}$ $I_p = 1.93 \times 10^{-7}$ $I_t = 1.01 \times 10^{-7}$	Bearing stiffness ( $K_{xx} = K_{yy}$ , N/m)	
D5	$m = 1.45 \times 10^{-2}$ $I_p = 7.67 \times 10^{-7}$ $I_t = 5.16 \times 10^{-7}$	In board	Out board
D6	$m = 2.31 \times 10^{-2}$ $I_p = 1.56 \times 10^{-6}$ $I_t = 1.01 \times 10^{-6}$	$5.0 \times 10'$	$5.0 \times 10'$

좌표계가 Fig. 3에 나타나 있으며, 각 절점에서의 자유도는 4이다. 모델링에 필요한 시스템 구성요소의 기본 수학적 유한요소블럭, 즉, 축요소의 관성 및 강성행렬, 디스크의 관성행렬, 베어링의 강성 및 감쇠행렬, 그리고 불균형 가진벡터가 유도되었다<sup>(7)</sup>. 본 모델에서 모터축, 유연축, 어댑터는 각각 15, 12, 그리고 2개의 축요소로 모델링된다. 로터는 하나의 등가 집중디스크로 모델링되어지며, 모터 축에는 5개의 집중 디스크가 부가된다. 전체 시스템의 요소블럭들은 두개의 요소가 조립될 때 공동 스테이션에서 해당 일반화된 변위가 일치하고, 해당 일반화된 힘은 더해진다는 인식하에 조립된다. 결과적으로 얻어지는 전체 원심분리기 로터-베어링 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (1)$$

여기서,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 일반화된 전체 관성,



**Fig. 3** Coordinate system of a shaft element

감쇠, 그리고 강성행렬이며,  $\{q\}$ 와  $\{Q\}$ 는 각각 일반화된 전체 변위 및 힘벡터를 나타낸다. 자이로스코픽 요소는  $[C]$ 에 포함되어진다. 자유진동해석을 위해 식 (1)은 다음의 상태공간 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_1 \end{Bmatrix}, \quad \text{with} \quad \begin{cases} q_1 = \{q\} \\ q_2 = \{\dot{q}_1\} \end{cases} \quad (2)$$

여기서,  $[A]$ 는 다음의 시스템 동특성행렬 (Dynamic Matrix)로 정의된다.

$$[A] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (3)$$

시스템의 고유치 및 고유벡터는 동특성행렬로부터 계산되어진다.

불균형응답해석은 다음의 일반화된 불균형가진력과 가정해를 식 (1)에 대입하여 유도된다.

$$\{Q\} = \Omega^2 \{U_c\} \cos \Omega t + \Omega^2 \{U_s\} \sin \Omega t \quad (4)$$

$$\{q\} = \{a\} \cos \Omega t + \{b\} \sin \Omega t \quad (5)$$

여기서,  $\{U_c\}$ 와  $\{U_s\}$ 는 일반화된 불균형계수이다. 그리고 최종적으로 식 (1, 2, 4, 5)로부터 다음의 불균형응답 방정식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} [K] - \Omega^2 [M] & \Omega [C] \\ -\Omega [C] & [K] - \Omega^2 [M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (a) \\ (b) \end{Bmatrix} = \Omega^2 \begin{Bmatrix} (U_c) \\ (U_s) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

불균형응답해의 계수벡터 {a}와 {b}는 식 (6)으로부터 계산된다.

### 3. 결과 및 검토

#### 3.1 모드해석

시스템의 비감쇠 선회고유진동수(undamped whirl natural frequency)는 Fig. 4의 캠벨선도(Campbell diagram)에 회전속도의 함수로 나타나 있다. 시스템은 정격속도 100,000 rpm에 도달할 때까지 3개의 위험속도를 통과하고 있음을 알 수 있다. 10,000~1,000,000 rpm의 회전속도 범위 내에서 보다 상세하게 그려진 전진 선회고유진동

수(forward whirl natural frequency)가 Fig. 5에 보여지고 있다. Fig. 5로부터 2차와 3차, 3차와 4차, 4차와 5차, 그리고 5차와 6차의 고차 선회고유진동수 짝이 특정 주파수에 서로 접근하다가 다시 멀어지는 커브-비어링(curve veering) 현상이 나타남을 볼 수 있다. 처음 3개 위험속도에서의 비감쇠 모드형상과 그 다음 3개 위험속도에서의 모드형상이 각각 Fig. 6과 Fig. 7에 나타나 있다. 로터는 첫 번째 위험속도에서 매우 큰 변위 모드 특성을 갖는 반면, 나머지 고차 위험속도에서는 작은 변위 모드특성을 가짐을 볼 수 있다. 이러한 고차 위험속도에서의 유용한 결과는 앞서 언급된 초유연축의 채택에 기인한 것이다. 1차, 2차, 3차

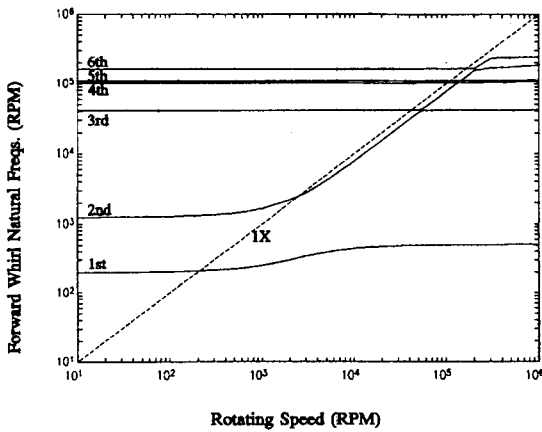


Fig. 4 Forward whirl natural frequencies as a function of rotating speed

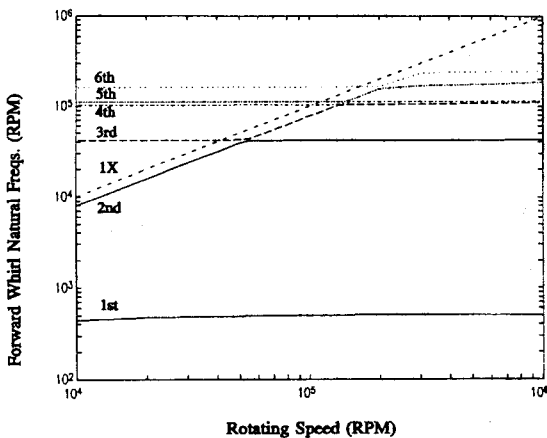


Fig. 5 Detailed forward whirl natural frequencies as a function of rotating speed

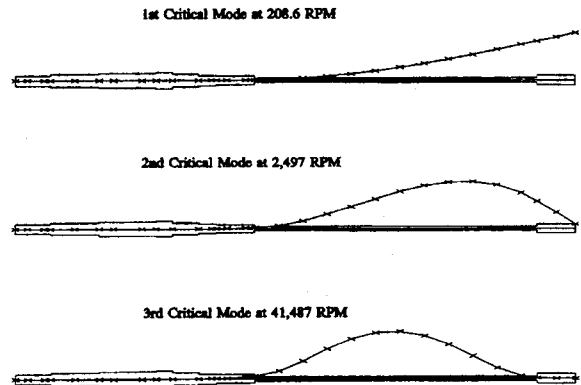


Fig. 6 Undamped mode shapes at the first three criticals

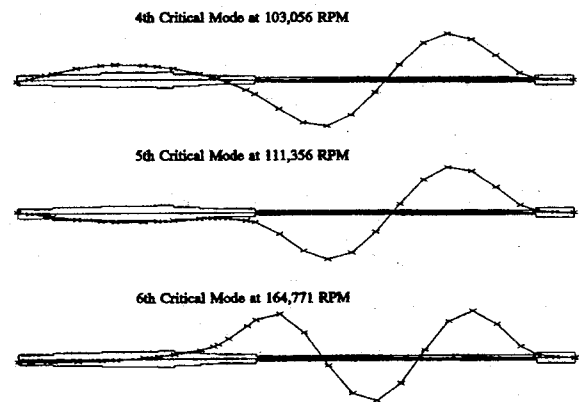


Fig. 7 Undamped mode shapes at the next three criticals

위험속도는 각각 208.6, 2,497, 그리고 41,487 rpm 이다. 그러나 4차와 5차 위험속도는 103,056과 111,356 rpm으로, 단순한 위험속도 분리여유의 관점에서 볼 때 정격속도로부터 충분한 여유를 제공하지 않는 것을 알 수 있다. 지지 구름베어링의 5% 감쇠(즉,  $D_B \cdot \Omega = 0.05 \cdot K_B$ )를 고려한 경우의 해석결과가 Table 2에 정리되어 있다. 예상대로, 구름베어링의 감쇠가 매우 작기 때문에 감쇠 위험속도는 실질적으로 비감쇠의 결과와 같다.

한편, 오버형(외팔보형) 축소모델에 대해서도 해석을 수행하였으며, 이는 유연축이 모터 축과 연결점에서 무한강체의 경계에 연결된다고 가정한 것이다. Table 2에서 오버형 축소모델은 3차 위험속도까지는 적절한 해석결과를 제공해 주는 반면, 그 이상의 고차에서는 그렇지 못한 것으로 나타나고 있다. 그러므로, 본 논문의 100,000 rpm용 설계 원심분리기의 동적거동을 정확히 예측하기 위해서는, 모터 축의 동역학을 포함하는 전체 시스템 모델이 고려되어야 함을 알 수 있다.

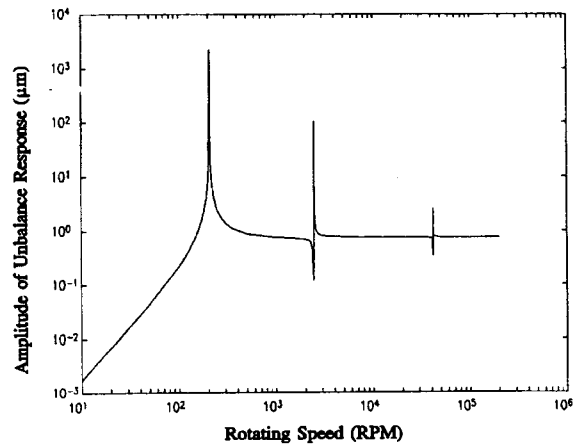
**3.2 불균형응답해석**

불균형응답해석은 로터에  $U = 3.421 \text{ g} \cdot \text{mm}$  (ISO G 6.3에 해당)의 불균형을 적용하여 수행

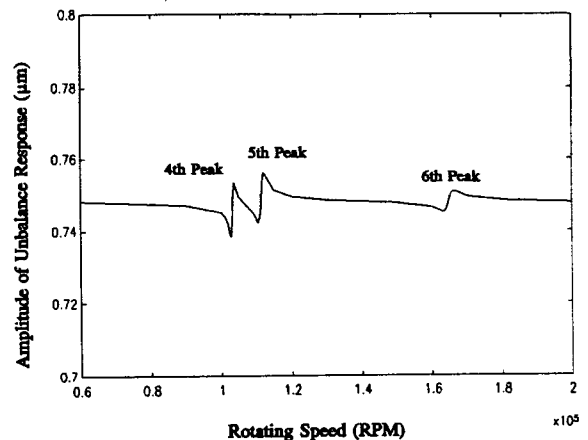
**Table 2** Critical speeds of the system.

	Full model		Overhung reduced model
	Undamped Freq. (RPM)	Damped (5%) Freq. (RPM)	Freq. (RPM)
1st Critical	208.6	208.6 ( $\delta = 9.65 \times 10^{-5}$ )	212.3
2nd Critical	2,497	2,497 ( $\delta = 5.53 \times 10^{-5}$ )	2,528
3rd Critical	41,487	41,487 ( $\delta = 1.00 \times 10^{-3}$ )	43,544
4th Critical	103,056	103,096 ( $\delta = 2.39 \times 10^{-2}$ )	119,182
5th Critical	111,356	111,363 ( $\delta = 4.14 \times 10^{-2}$ )	232,537
6th Critical	164,771	164,800 ( $\delta = 5.52 \times 10^{-2}$ )	

되었다. 지지 베어링의 5% 감쇠를 고려하여 얻어진 원심분리기 로터에서의 불균형응답이 Fig. 8에 200,000 rpm의 운전속도까지 나타나 있다. 3개의 확인한 공진피크가 처음 3개의 위험속도에서 관찰된다. 각 위험속도에서의 진폭이 Table 3에 주어져 있으며, 처음 3개 위험속도에서의 진폭은 각각 2,235, 102.6, 그리고 2.5  $\mu\text{m}$ 으로 첫 번째 공진진폭은 명확히 위험한 수준에 이르고 있다. 4차에서 6차 위험속도까지의 로터 불균형응답 진폭이 Fig. 9에 확대되어 나타나 있으며, 그 크기는 모두 1  $\mu\text{m}$ 이하임을 알 수 있다. 4차와 5차 위험속도에서 불균형응답이 극히 작음에 따라, 앞서 언급되었던 이들 속도에서의 분리여유 부족은 전혀 문제가 되지 않는 것으로 판단된다.



**Fig. 8** Overall unbalance response of the rotor up to 200,000 rpm



**Fig. 9** Unbalance response of the rotor at a speed range of 60,000 to 200,000 rpm

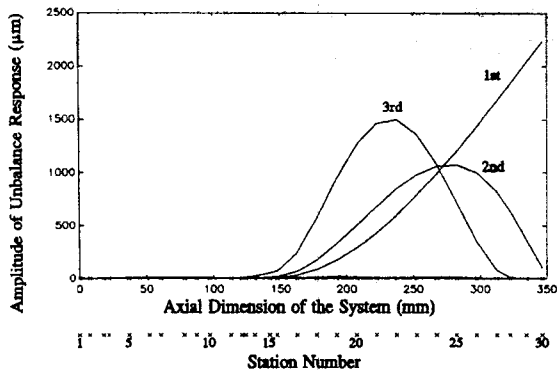


Fig. 10 Unbalance responses at the three criticals along the shaft stations

Table 3 Unbalance response of the centrifuge rotor at each critical speed.

	Amplitude of unbalance response at the rotor ( $\mu\text{m}$ )
1st Critical	2,235
2nd Critical	102.6
3rd Critical	2.50
4th Critical	0.753
5th Critical	0.756
6th Critical	0.751

Table 4 Maximum unbalance response of the system at each critical speed.

Critical speed	Amplitude of maximum unbalance response ( $\mu\text{m}$ )	Occurring station number
1st Critical	2,235	30
2nd Critical	1,074	25
3rd Critical	1,497	22
4th Critical	13.98	19
5th Critical	13.13	19
6th Critical	5.76	25

한편, 각 위험속도에서 시스템 전체의 불균형응답 결과가 시스템의 축 스테이션을 따라 Fig. 10에 보여지고 있으며, 아울러 각 위험속도에서 최대 불균형응답 진폭치와 발생 스테이션이 Table 4에 정리되어 있다. 2차와 3차 위험속도에서 로터의 불균형응답 진폭은 낮으나, 각각 유연축의 25번과 22번 스테이션에서 불균형응답 진폭이 최대 1,074과 1,497  $\mu\text{m}$ 로 매우 높은 것을 알 수 있다. 이러한 점에 유의하면서 1차 위험속도에서 로터의 높은 불균형응답을 제어하기 위해, 시스템의 스테이션 27번 위치에 유연축과 1,000  $\mu\text{m}$  정도의 반경방향 간극을 갖는 범퍼링(bumper ring) 또는 안내베어링을 설치하도록 제안된다. 한편, Fig. 8로부터 1차 위험속도에서 진폭이 크게 증폭되는 속도구간이 매우 좁고 모터가 충분히 빠르게 가속될 것이기 때문에, 유연축의 안내베어링에 대한 러빙(rubbing) 현상은 짧게 일어나 별 문제가 되지 않을 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

초고속 원심분리기의 회전체동역학 상세 설계해석을 정격속도 100,000 rpm에 대해서 수행하였다. 모델링에는 유한요소법을 적용하였으며, 전체 시스템 모델과 함께 오버형 축소모델이 고려되었다. 해석결과, 축소모델이 3차 위험속도까지는 적절한 위험속도 결과를 제공하나, 그 이상의 고차에서는 그렇지 못한 것으로 밝혀졌다. 따라서, 본 논문의 100,000 rpm용 설계 원심분리기의 동적거동을 정확히 예측하기 위해서는, 모터 축의 동역학을 포함하는 전체 시스템 모델이 고려되어야 함을 알 수 있다.

모드 해석결과, 시스템은 정격속도에 도달하기 까지 3개의 위험속도를 통과하며, 첫 번째 위험속도에서 원심분리기 로터는 큰 변위의 모드특성을 가지나, 다른 고차 위험속도에서는 작은 변위의 모드특성을 갖는 것으로 밝혀졌다. 고차 위험속도에서의 이러한 유용한 모드특성은 길이 175 mm, 외경 5 mm의 초 유연축을 시스템에 도입한 결과이다.

불균형응답 해석결과, 원심분리기 로터는 1차 위험속도에서 위험한 수준의 높은 불균형응답 진폭을 갖으며, 2차와 3차 위험속도에서 로터에서의 불균형응답 진폭은 충분히 작지만 유연축의 일부

구간에서는 매우 높은 것으로 밝혀졌다. 따라서, 2, 3차 위험속도에서의 이러한 문제점을 고려하면서 1차 위험속도에서 로터의 높은 불균형응답을 해결하기 위해, 시스템의 스테이션 27번 위치에 유연축과 1,000  $\mu\text{m}$  정도의 반경방향 간극을 갖는 범퍼링 또는 안내베어링을 설치하도록 제안된다.

한편, 원심분리기 로터는 4차에서 6차까지의 위험속도에서 모두 1  $\mu\text{m}$ 이하의 불균형응답 진폭을 갖으며, 따라서 4차와 5차 위험속도에서의 분리여유 부족은 실질적으로 전혀 문제가 되지 않는다. 향후, 시작품 원심분리기의 시험을 통해 동특성 설계해석 결과를 검증할 것이다.

### 참고 문헌

- (1) Laura, P. A. A., Pombo, J. L., and Susemihl, E. A., 1974, "A Note on the Vibrations of a Clamped-Free Beam with a Mass at the Free End," *Journal of Sound And Vibration*, Vol. 37, No. 2, pp. 161~168.
- (2) Bhat, B. R. and Wagner, H., 1976, "Natural Frequencies of a Uniform Cantilever with a Tip Mass Slendar in the Axial Direction," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 45, No. 2, pp. 304~307.
- (3) Huang, T. C. and Huang, F. C., 1967, "On Precession and Critical Speeds of Two-Bearing Machines with Overhung Weight," *ASME Trans., Journal of Engineering for Industry*, pp. 713~718.
- (4) Lee, A. S., Kim, Y. C., and Park, J. K., 1996, "The Rotordynamics Design of an Ultra-Centrifuge Rotor-Bearing System," *Proceedings of Pacific Conference on Manufacturing '96*, Seoul, Korea, pp. 281~285.
- (5) Zorzi, E. S. and Nelson, H. D., 1977, "Finite Element Simulation of Rotor-Bearing Systems with Internal Damping," *ASME Trans., Journal of Engineering for Power*, pp. 71~77.
- (6) Lalanne, M. and Ferraris, G., 1990, *Rotor-dynamics Prediction in Engineering*, John Wiley and Sons.
- (7) 박종권, 이안성 외, 1996, 초고속 원심분리시스템의 설계 및 제작기술 연구, 한국기계연구원 연구보고서 BSM 051-367.M.