

< 논 문 >

변형률 모드시험방법의 특성 및 응용

Characteristics and Applications of a Strain Modal Testing Method

차 주 환* · 하 태 희** · 이 건 명***

Ju-Hwan Cha, Tae-Heui Ha and Gun-Myung Lee

(1997년 11월 6일 접수 : 1998년 1월 17일 심사완료)

Key Words : Modal Testing(모드시험), Modal Parameter(모드매개변수), Strain Gauge(스트레인 게이지), Strain Frequency Response Function(변형률 주파수응답함수), Prediction of Strain Response(변형률응답의 예측)

ABSTRACT

A strain modal testing method has been applied to a cantilever beam to investigate the characteristics of the method. By applying the method to an analytical and an experimental system, it was shown that accurate modal parameters can be estimated from strain frequency response functions using a current modal parameter extraction algorithm. The modal parameters estimated by the method are more accurate than those by the conventional method which uses accelerometers when the tested system is of light weight. The method can be used to predict strain responses and excitation forces for given excitation forces and responses, respectively. Cracks on a structure can be detected by measuring strain FRFs and comparing them with the original ones.

1. 서 론

모드시험(modal testing)은 시스템의 동적 특성을 규명하기 위한 목적으로 행하여지는 실험적인 방법이다. 이 시험에서는 대상 시스템을 가진 하며 가진력과 응답을 측정 한 후, 이 측정 데이터로부터 모드매개변수를 추출한다. 기존의 모드시험에서는 측정하는 응답형태로서 변위, 속도, 가속도 등을 주로 사용하였으며 이 방법에 관한 연구가 많이 수행되어 왔다⁽¹⁻³⁾.

변형률과 응력도 시스템의 중요한 응답이며, 특히 반복 하중에 의한 피로파괴 가능성이 많은 시스템이나 동적 하중을 받는 구조물의 설계 및 해석시 주 관심대상이 된다. 그러나 변형률 모드시험방법은 많이 활용되고 있지 않으며, 이 방법에 관한 연구 역시 부진한 편이다^(4,5).

스트레인게이지를 이용한 변형률 모드시험방법은 스트레인게이지의 가격이 저렴하고 주변장치가 간단하며, 사용이 간편하기 때문에 기존의 모드시험방법의 하나의 대안이 될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 변형률 모드시험방법의 특성을 고찰하기 위하여 다음과 같은 과정으로 연구를 수행하였다. 기존의 모드해석 프로그램을 변형률 모드해석에 적용할 수 있는지를 확인하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그리고 외팔보를 충격해머를 사

* 경상대학교 대학원

** 한국전력공사

*** 정회원, 경상대학교 항공기부품기술연구센터

용하여 가진하며 가속도계와 스트레인게이지를 사용하여 변위 주파수응답함수와 변형률 주파수응답함수를 각각 측정하였다. 이렇게 측정한 주파수응답함수로 부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 구하고 이론적인 값과 비교함으로써 변형률 모드시험방법의 특성에 대해 고찰하였다. 또 변형률 주파수응답함수를 이용한 변형률 응답과 가진력의 예측, 크랙의 탐지등을 통하여 이 방법의 활용 가능성에 대해 고찰하였다.

2. 이론적 배경

시스템의 가진점 k 와 응답점 j 사이의 변위 주파수응답함수(Displacement Frequency Response Function : DFRF) $H_{jk}(\omega)$ 와 변형률 주파수응답함수(Strain Frequency Response Function : SFRF) $S_{jk}(\omega)$ 는 다음과 같다⁽⁶⁾.

$$H_{jk}(\omega) = \sum_r \frac{r\phi_j \cdot r\phi_k}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} \quad (1)$$

$$S_{jk}(\omega) = \sum_r \frac{r\epsilon_j \cdot r\phi_k}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} \quad (2)$$

이때, ω_r 과 ζ_r 은 모드 r 의 고유진동수와 감쇠비를, $r\phi_k$ 는 모드 r 의 변위 모드형(displacement mode shape)으로 k 점에서의 성분을, 그리고 $r\epsilon_j$ 는 모드 r 의 변형률 모드형(strain mode shape)으로 j 점에서의 성분을 각각 나타낸다.

식 (1)을 식 (2)와 비교해 보면 DFRF와 SFRF는 유사한 식으로 표현됨을 알 수 있다. 각 모드의 고유진동수와 감쇠비는 두 주파수응답함수에서 동일하고, 모드상수만이 서로 다른 값을 갖는다. 식 (2)로부터 가진점 (k)을 고정시키고 여러 응답점에서 SFRF를 측정하면 $r\phi_k$ 는 모든 SFRF에서 공통이므로 모드상수는 $r\epsilon_j$, 즉 변형률 모드형에 비례한다. 반대로 응답점을 고정시키고 가진점을 변화시키며 SFRF를 측정하면 모드상수는 변위 모드형에 비례한다.

따라서, DFRF로부터 모드매개변수를 추출하는 기존의 모드해석 프로그램인 complex exponential method⁽⁷⁾를 이용하여 SFRF로부터 모드매개변수를 구할 수 있고, 변위 모드형뿐만 아니라 변형률

모드형도 구할 수 있음을 알 수 있다.

3. 시뮬레이션

기존의 모드해석 프로그램을 변형률 모드시험방법에 적용할 수 있는지를 알아보기 위하여 간단한 외팔보의 DFRF와 SFRF를 이론적으로 구하고, 이로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 구한 모드매개변수를 이론적인 값과 각각 비교를 해보았다. 그리고 SFRF를 이용하여 주어진 가진력에 대한 변형률 응답을 예측하는 방법에 대해서도 고찰하였다.

3.1 모드해석

길이(L) 270 mm, 폭 35 mm, 두께 1.5 mm인 304계열의 스테인레스(stainless)외팔보에 대하여 가진점과 응답점을 변화시키며 이론적인 주파수응답을 구하였다. 시스템의 지지부에서 $x=10$ mm, 60 mm, 110 mm, 160 mm, 210 mm, 260 mm 떨어진 점을 각각 1, 2, 3, 4, 5, 6번점으로 하여 가진점과 응답점으로 사용하였고, DFRF와 SFRF를 계산하여 Fig. 1과 Fig. 2에 나타내었다. 이론적인 DFRF와 SFRF를 계산하는데 처음 5개 모드만을 포함하였고, 각 모드에 대한 감쇠비는 0.01을 사용하였다. Fig. 1은 이론적으로 구한 DFRF와 이로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 추정하고 이들 모드매개변수로 부터 합성된 DFRF를 함께 나타내고 있는데 두 FRF가 정확하게 일치하고 있다. Fig. 2는 이론적으로 구한 SFRF와 추정한 모드매개변수로 부터

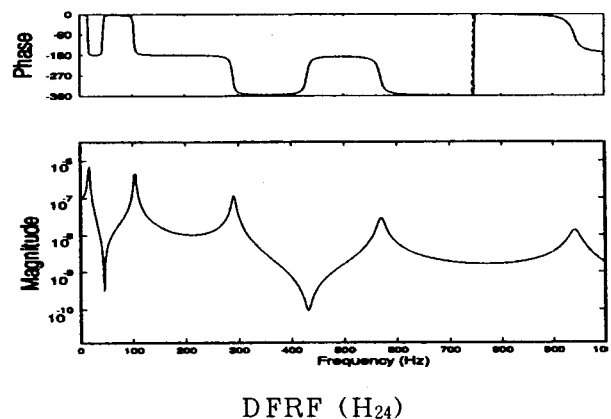
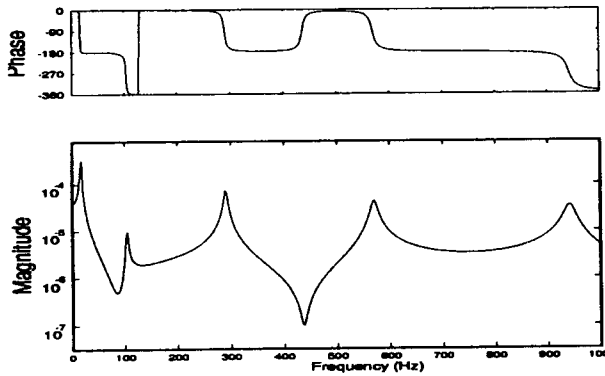


Fig. 1 Displacement frequency response function of the simulated cantilever beam



SFRF (S₂₄)

Fig. 2 Strain frequency response function of the simulated cantilever beam

Table 1 Theoretical and estimated modal parameters

Mode	Theoretical values		Estimated values	
	Freq. (Hz)	Damping (%)	Freq. (Hz)	Damping (%)
1	16.566	1.0000	16.565	1.0077
2	103.819	1.0000	103.820	1.9954
3	290.697	1.0000	290.694	0.9948
4	569.651	1.0000	569.620	1.0000
5	941.674	1.0000	941.692	0.9999

합성된 SFRF를 나타내고 있다. 역시 정확하게 일치하고 있다. Table 1은 이론적인 모드매개변수와 SFRF로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 추정된 결과를 나타내고 있다. 정확한 모드매개변수가 추정되었음을 알 수 있다. 이 결과로부터 DFRF에 사용된 모드해석 프로그램을 SFRF에도 그대로 사용할 수 있음을 알 수 있다.

3.2 변형률 예측

대상 시스템으로부터 측정된 SFRF를 사용하여 임의의 가진력에 대한 변형률 응답을 예측할 수 있는지를 알아보기 위해 계단하중(step force)이 작용하는 간단한 경우를 고찰 하였다.

외팔보가 $x = x_v$ 에서 $F_0 \cdot u(t)$ ($u(t)$ 는 단위 계단함수)의 힘을 받고, 초기 조건이 영일때 계의 응답은 다음과 같다⁽⁶⁾.

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \cdot q_r(t) \quad (3)$$

윗 식에서

$$q_r(t) = \frac{Y_r(x_v) F_0}{\rho A L M_r \omega_r^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta_r^2}} e^{-\zeta_r \omega_r t} \times \cos(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} t - \phi_r) \right] \quad (4)$$

이고, $\phi_r = \tan^{-1} \frac{\zeta_r}{\sqrt{1-\zeta_r^2}}$ 이다.

따라서, 계단하중에 대한 변형률 응답은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon(x, t) &= h \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \\ &= h \sum_{r=1}^{\infty} \dot{Y}_r(x) \cdot q_r(t) \end{aligned} \quad (5)$$

한편, SFRF를 역푸리에 변환(inverse Fourier transform)하여 변형률 충격응답함수를 구하고, 이 충격응답함수와 가진력을 대합적분(convolution integral)함으로써 변형률 응답을 구한다. 변형률 충격응답함수를 $g(t)$ 라 하고, 가진력을 $F(t)$ 라 하면 변형률 응답은 다음과 같이 된다.

$$\epsilon(x, t) = \int_0^t F(t-\tau) \cdot g(\tau) d\tau \quad (6)$$

앞에서 사용한 외팔보의 계단하중에 대한 변형률 응답을 식 (5)에서의 이론적인 방법과 식 (6)에서의 수치적인 방법으로 계산하여 Fig. 3에서 비교하고 있다. 두 가지 방법으로 구한 변형률 응답이 정확하게 일치함을 알 수 있다. 따라서 이 결과로부터 변형률 모드시험에서 측정된 SFRF를 사용하여 임의의 가진력에 대한 변형률 응답을 예측할 수 있음을 알 수 있다.

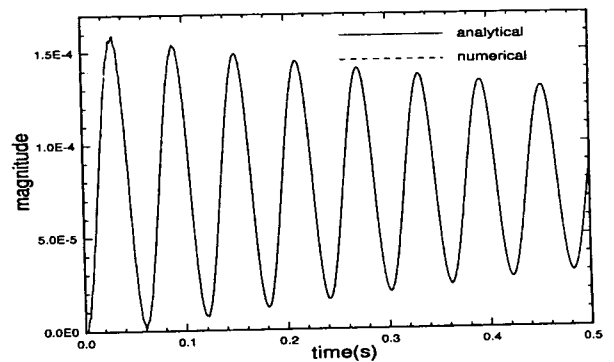


Fig. 3 Comparison of the analytical and numerical strain responses for a step force

4. 실험

앞 장에서 사용된 스테인레스 외팔보에 대하여 변형률 모드시험방법을 실험적으로 수행하였다. 충격해머를 사용하여 가진하고, 응답신호는 가속도계(PCB, 303A02)와 스트레인게이지(EA-06-125AD-120)를 사용하여 측정하였다. 실험 주파수 범위는 0-1000 Hz, 주파수응답데이터의 주파수 간격은 2.5 Hz이다. 가진신호와 응답신호의 측정에는 FFT analyzer (Ono sokki, CF-350)를 사용하였다.

변형률 예측은 충격하중과 가진기 가진에 대하여 실시하였고, 가진기 신호중 swept sine wave에 대하여 가진력 예측을 하였다. 그리고 변형률 모드시험방법의 응용 예로서 크랙의 탐지에 대해 실험을 하였다.

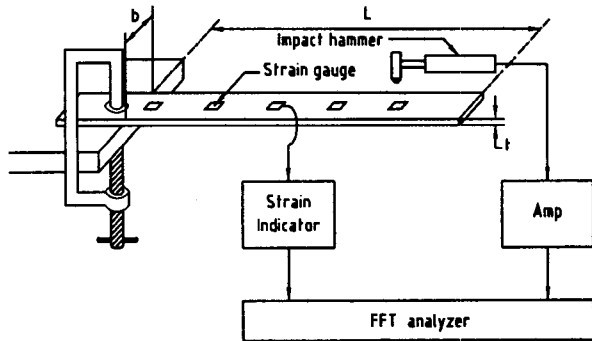
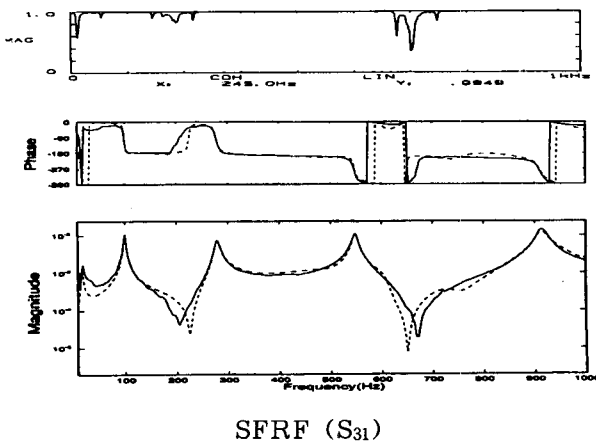


Fig. 4 Schematic diagram of the experimental setup

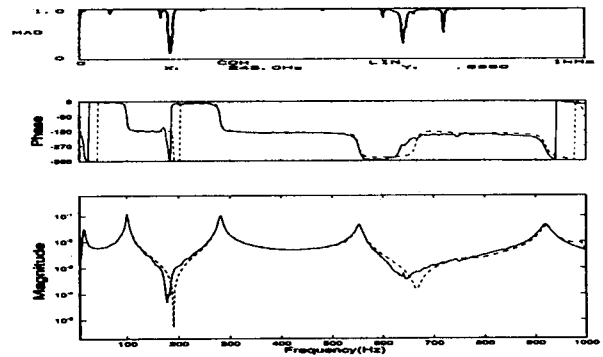


SFRF (S₃₁)

Fig. 5 Comparison of the measured and synthesized SFRFs of the cantilever beam

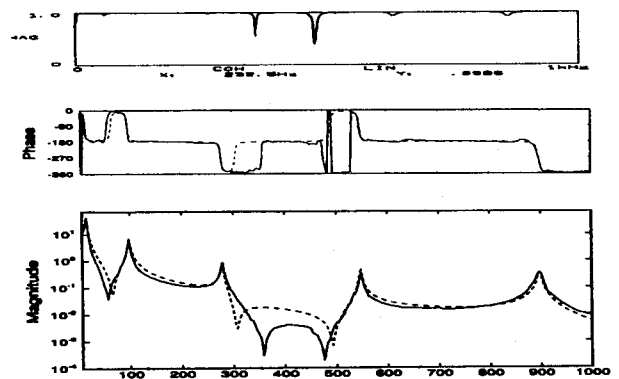
4.1 모드해석

Fig. 4는 충격해머에 의한 가진을 받는 외팔보의 SFRF를 측정하는 실험장치 구성도를 나타내고 있다. DFRF는 스트레인게이지 대신 가속도계를 부착하여 측정하였다. 전술한 방법으로 측정된 SFRF와 DFRF로부터 모드해석 프로그램을 사용하여 모드매개변수를 구하고, 이로부터 합성한 SFRF와 DFRF를 각각 Figs. 5, 6, 7, 8에 나타내었다. Fig. 5는 가진점을 변화시키고 응답점을 고정하여 측정한 SFRF를, Fig. 6은 가진점을 고정시키고 응답점을 변화시켜 측정한 SFRF를 나타내고 있다. Fig. 7은 가진점을 변화시키고 응답점을 고정하여 측정한 DFRF를, Fig. 8은 가진점을 고정시키고 응답점을 변화시켜 측정한 DFRF



SFRF (S₅₄)

Fig. 6 Comparison of the measured and synthesized SFRFs of the cantilever beam



DFRF (H₃₄)

Fig. 7 Comparison of the measured and synthesized DFRFs of the cantilever beam

를 나타내고 있다. 각 그림의 실선은 측정된 주파수 응답함수이고, 점선은 실험적으로 구한 주파수 응답함수를 모드해석하여 합성한 주파수 응답함수이다. 이때 사용된 모드매개변수는 가진점을 변화시키거나 응답점을 변화시키며 측정된 여러개의 주파수 응답함수를 동시에 모드해석(global fitting)하여 구한 값이다.

스트레인게이지를 사용하여 측정된 SFRF는 합성한 SFRF와 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 정확한 모드매개변수가 추정되었음을 의미한다. 그러나 가속도계를 사용하여 측정된 DFRF는 가진점을 변화시키고, 응답점을 고정시켰을 경우에만 합성한 DFRF와 일치하고, 가속도계를 옮겨다니면서 측정된 DFRF와 합성한 DFRF는 잘 일치하지 않는다. 이는 외팔보의 질량을 무시할 수 없기 때문에 가속도계를 부착한 위치에 대하여 시스템의 특성이 변화한 결과라고 판단된다. 그러나 측정된 주파수 응답함수의 코히어런스는 가속도계를 사용한 경우가 스트레인게이지를 사용한 경우보다 훨씬 좋게 나타난다. 실험적으로 측정된 SFRF를 모드해석하여 추출한 모드매개변수를 Table 2에, DFRF를 모드해석하여 추출한 모드매개변수를 Table 3에 각각 나타내었다. 응답점을 고정한 경우와 가진점을 고정한 경우의 모드매개변수는 거의 같은 값을 갖는다. 그러나 가속도계를 사용하였을 때 두 경우의 감쇠비는 많은 차이를 보이고 있다. 또 가속도계를 사용하였을 때의 고유진동수가 스트레인게이지를 사용하였을 때 보다 작은 값을 나타낸다. 이것은 가속도계의 부가질량 때문이라고 판단된다.

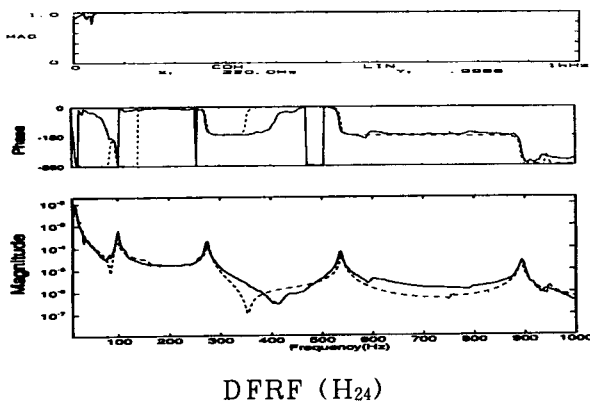


Fig. 8 Comparison of the measured and synthesized DFRFs of the cantilever beam

앞에서 측정된 주파수 응답함수들로부터 변위 모드형과 변형률 모드형을 얻을 수 있다. 스트레인게이지를 사용하여 측정된 변위 모드형과 이론적으로 구한 변위 모드형을 Fig. 9에, 가속도계를 사용하여, 가진점을 고정시키고 응답점을 변화시켜 측정된 변위 모드형과 이론적으로 구한 변위 모드형을 Fig. 10에 나타내었다. 스트레인게이지를 사용하였을 때의 모드형이 이론적인 모드형과 더 잘 일치하고 있다. 이로부터 가속도계의 질량을 무시할 수 없는 경량인 시스템의 모드시험에는 변형률 모드시험이 더 적합함을 알 수 있다.

4.2 변형률 예측

변형률 예측은 충격하중과 가진기를 이용한 swept sine wave가진에 대하여 수행하였다. 장치 구성도는 충격하중의 경우 Fig. 4와 동일하며, 가진기의 경우 충격해머 대신에 6번점에 가진기를

Table 2 Estimated modal parameters from experimental results with strain gauges

Mode	Response point fixed		Excitation point fixed	
	Freq. (Hz)	Damping (%)	Freq. (Hz)	Damping (%)
1	15.861	9.3406	16.065	8.8791
2	99.320	1.4055	100.547	1.5402
3	278.207	1.4794	281.600	0.9322
4	548.027	0.8592	553.001	0.8603
5	911.907	1.0869	920.666	0.8865

Table 3 Estimated modal parameters from experimental results with accelerometers

Mode	Response point fixed		Excitation point fixed	
	Freq. (Hz)	Damping (%)	Freq. (Hz)	Damping (%)
1	15.434	10.3435	15.520	3.8641
2	98.419	2.3440	99.002	0.9122
3	278.975	0.6686	278.718	0.6450
4	546.967	0.3658	542.473	0.4837
5	897.498	0.3270	898.523	0.2739

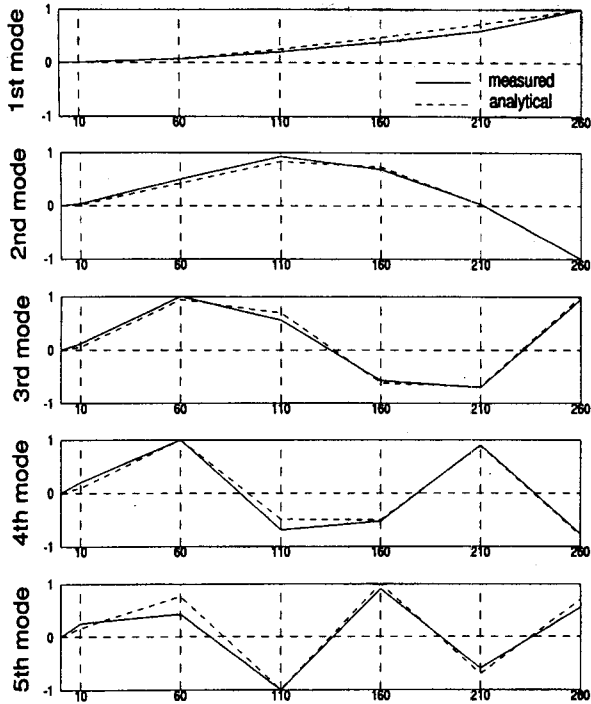


Fig. 9 Comparison of the measured and analytical displacement mode shapes when strain gauges are used

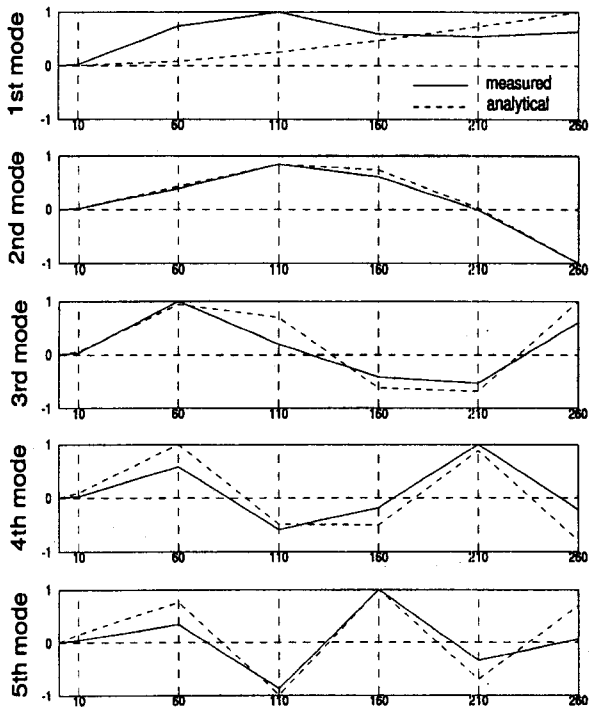


Fig. 10 Comparison of the measured and analytical displacement mode shapes when accelerometers are used

부착하여 가진신호를 가하였다. 이때 각각 2번 점에서 응답을 측정하였다. 각각의 가진신호와 응답신호를 FFT 분석기로써 측정된 후, 다시 동일한 가진점과 응답점에서 구한 SFRF를 푸리에 역변환하여 변형률 충격응답함수를 구하고 이 값을 각각의 가진신호와 대합적분하였다. 충격하중에 의한 변형률 응답을 Fig. 11에, swept sine wave에 의한 변형률 응답을 Fig. 12에 각각 나타내었다. 점선은 실험으로 측정된 응답이고 실선은 예측한 응답이다. 결과는 정확하게 잘 일치하고 있다.

충격하중을 사용하는 경우에는 분석기에서 측정할 때 exponential window를 사용함으로써 인하여 측정된 SFRF에 감쇠가 증가하게 된다. 따라서 SFRF를 푸리에 역변환하여 구한 변형률 충격응답함수에도 감쇠가 증가하게 된다. 측정된 충격응답함수 $g(t)$ 와 실제 충격응답함수 $g_s(t)$ 사이의 관계는 다음과 같다⁽⁸⁾.

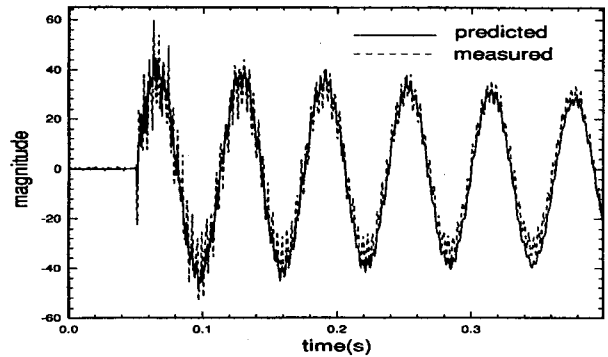


Fig. 11 Comparison of the measured and predicted strain responses for an impulse force.

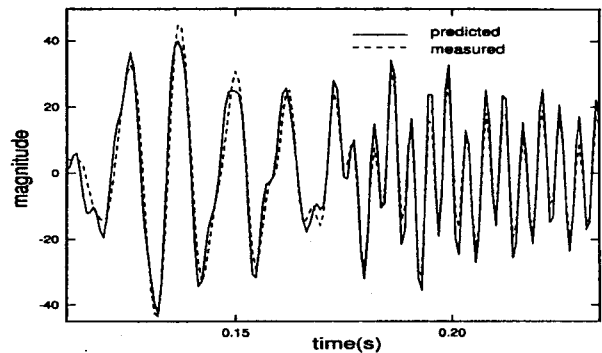


Fig. 12 Comparison of the measured and predicted strain responses for a swept sine wave force.

$$g(t) = e^{-t/\tau} g_i(t) \quad (7)$$

이때 $e^{-t/\tau}$ 는 exponential window에서 사용한 window 함수이다. 위 식을 사용하여 측정된 충격 응답함수로부터 실제 충격응답함수를 구할 수 있다.

4.3 가진력 예측

가진력 예측의 경우도 가진점과 응답점을 변형을 예측에서와 동일한 점을 사용하였다. 먼저 FFT 분석기를 사용하여 가진점과 응답점에서의 가진신호와 응답신호, 그리고 SFRF를 측정하였다. 응답신호를 푸리에 변화시키고 이 값을 SFRF로 나누어 가진신호의 푸리에 변환을 구한 후, 이를 다시 푸리에 역변환하여 가진력을 구하였다. 이렇게 예측한 가진력과 측정된 가진력을 Fig. 13에 각각 나타내었다. 이 그림으로부터 가진력이 정확하게 예측되었음을 알 수 있다.

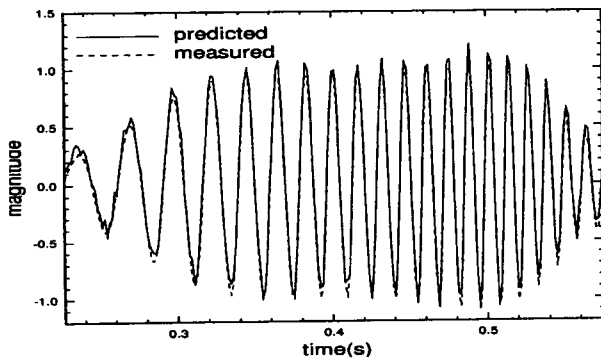


Fig. 13 Comparison of the measured and predicted forces for a swept sine wave force

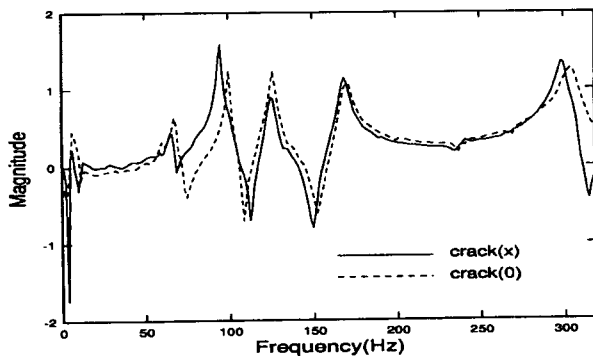


Fig. 14 Comparison of the SFRFs of the plate with and without a crack

4.4 크랙탐지에의 활용

가로 28 cm, 세로 28 cm, 두께 1.6 mm의 S41 탄소강 평판에 길이 3 cm, 폭 1 mm의 인위적인 크랙을 주어 인접한 지점에 스트레인게이지를 부착하여 SFRF를 측정된 후, 크랙을 주기전의 SFRF와 비교하여 Fig. 14에 나타내었다.

크랙이 생겼을 경우의 SFRF의 변화를 쉽게 확인할 수 있었다. 따라서, 동적하중을 받는 구조물의 위험부위에 스트레인게이지를 부착하고, 주기적으로 SFRF를 측정함으로써 크랙 발생여부를 확인할 수 있으리라 생각된다.

5. 결 론

본 논문에서는 스트레인게이지를 사용한 변형률 모드시험방법의 특성을 고찰하기 위하여 외팔보에 대한 시뮬레이션과 실험을 수행하였다. 해석적으로 구한 SFRF로부터 기존의 모드해석 프로그램을 사용하여 정확한 모드매개변수를 추출할 수 있었고, 변위 모드형뿐만 아니라 변형률 모드형도 구할 수 있었다.

충격해머와 스트레인게이지를 이용하여 측정된 SFRF의 코히어런스는 가속도계를 이용한 DFRF의 코히어런스에 비하여 낮은 값을 갖는다. 그럼에도 불구하고 측정된 SFRF와 추정된 모드매개변수로부터 합성한 SFRF는 잘 일치하였고, 이는 정확한 모드매개변수가 추정되었음을 의미한다. 또한 측정된 SFRF로부터 구한 변위 모드형과 변형률 모드형은 이론적인 결과와 잘 일치하였다.

가진점을 고정시키고 가속도계의 위치를 변화시켜가며 DFRF를 측정된 경우에는 가속도계의 위치에 따라서 가속도계의 질량으로 인하여 시스템의 특성이 조금씩 변화하기 때문에 정확한 모드해석을 하기가 어려웠다. 그러나 스트레인게이지를 사용하였을 경우에는 가진점 고정이나 응답점 고정과 관계없이 정확한 모드해석을 할 수 있었다. 이로부터 소형, 경량인 시스템의 모드시험에는 가속도계를 사용하는 것보다 스트레인게이지를 사용하는 것이 적합함을 알 수 있다.

SFRF를 이용하여 가진력으로부터 변형률 응답을, 그리고 변형률 응답으로부터 가진력을 각각 예측할 수 있음을 보였다. 그리고 SFRF와 모드매개변수의 변화를 관찰함으로써 크랙의 발생 여

부등 시스템의 상태를 진단하는데 활용할 수 있음을 보였다. 이상의 결과로 미루어 볼 때 변형률 모드시험방법은 비교적 가볍고 정교한 시스템의 모드시험에 적합하다고 생각된다. 변형률 모드시험방법에 대한 연구가 많이 이루어진다면 이 방법은 기존의 모드시험방법에 대한 하나의 대안이 될 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문 연구비 (961-1002-011-1) 지원으로 수행되었으며 지원에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Ewins, D. J., 1984, Modal Testing : Theory and Practice, J. Wiley, London.
- (2) Harris, C. M., 1987, Shock and Vibration Handbook, McGraw-Hill, Inc, 17-1, 21-1.
- (3) Meirovitch, L., 1986, Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill, Inc, pp. 204 ~ 237.
- (4) Yam, L. H., and Leung, T. P., and Li, D. B., and Xue, K. Z., 1996, "Theoretical and Experimental Study of Modal Strain Analysis," Journal of Sound and Vibration, Vol. 191, No. 2, pp. 251 ~ 260.
- (5) Bernasconi, O., and Ewins, D. J., 1989, "Modal strain/stress field," The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 4, No. 2, pp. 68 ~ 76.
- (6) 하태희, 1996, "스트레인게이지를 이용한 변형률 모드시험방법의 특성," 경상대학교 석사학위 논문.
- (7) 이진명, 1992, "PC용 모드해석프로그램의 개발," 경상대학교, 생산기술연구소 논문집 8, pp. 127 ~ 131.
- (8) Fladung, W., and Rost, R., 1997, "Application and Correction of the Exponential Window for Frequency Response Functions," Mechanical System and Signal Processing, Vol. 11, No. 1, pp. 23 ~ 36.