

〈논 문〉

다층 압전 필름의 전극 패턴 최적화를 통한 2차원 구조물에서의 모달 변환기 구현

Design of Modal Transducer in 2D Structure Using Multi-Layered PVDF Films Based on Electrode Pattern Optimization

유정규* · 김지철** · 김승조***

Jung-Kyu Ryou, Jichul Kim and Seung Jo Kim

(1998년 2월 28일 접수 ; 1998년 5월 15일 심사완료)

Key Words : Distributed Modal Transducer (분포형 모달 감지기), Spillover (스필오버), Finite Element Method (유한요소법), Vibration Control (진동 제어), Genetic Algorithm (유전자 알고리즘)

ABSTRACT

A method based on finite element discretization is developed for optimizing the polarization profile of PVDF film to create the modal transducer for specific modes. Using this concept, one can design the modal transducer in two-dimensional structure having arbitrary geometry and boundary conditions. As a practical means for implementing this polarization profile without repoling the PVDF film, the polarization profile is approximated by optimizing electrode patterns, lamination angles, and poling directions of the multi-layered PVDF transducer. This corresponds to the approximation of a continuous function using discrete values. The electrode pattern of each PVDF layer is optimized by deciding the electrode of each finite element to be used or not. Genetic algorithm, suitable for discrete problems, is used as an optimization scheme. For the optimization of each layers lamination angle, the continuous lamination angle is encoded into discrete value using binary 5 bit string. For the experimental demonstration, a modal sensor for first and second modes of cantilevered composite plate is designed using two layers of PVDF films. The actuator is designed based on the criterion of minimizing the system energy in the control modes under a given initial condition. Experimental results show that the signals from residual modes are successfully reduced using the optimized multi-layered PVDF sensor. Using discrete LQG control law, the modal peaks of first and second modes are reduced in the amount of 12 dB and 4 dB, respectively.

1. 서 론

* 국방과학연구소

** 서울대학교 대학원 항공우주공학과

*** 정회원, 서울대학교 공과대학 항공우주공학과

최근 들어 구조물의 진동 제어에 필요한 감지기 및 작동기로서 압전 재료는 그 효용성을 인정

받고 있다. 이 중 얇고 유연한 형태의 압전 필름은 분포형 변환기에 실용적으로 활용 가능하다.

구조물의 진동제어 시 하드 웨어의 한계 및 모델링의 오차를 고려하여 특정한 몇 개의 모드만을 제어하게 되는데, 이 때 비제어 모드에 의한 스피얼 오버가 진동 제어 폐회로 시스템의 불안정을 유발시킬 수 있다⁽¹⁾. 스피얼오버에 의한 역효과를 극복하기 위하여 공간 영역에서의 모달 감지기 개념이 도입되었다⁽²⁾. 모달 감지기를 사용하는 경우 제어 모드로부터의 신호만을 감지하게 되므로 관측 스피얼오버를 방지할 수 있다.

구조물의 진동을 감지하거나 구조물을 작동시키는데 사용되는 변환기는 이산형과 분포형으로 나눌 수 있다. 이산형 변환기를 이용하여 모달 감지기를 구현하기 위해서는 많은 양의 신호 처리가 필요한데 이는 신호의 위상 지연을 수반하게 된다. 이러한 위상 지연은 제어 시스템의 강건성을 해치게 된다. 반면 분포형 변환기(distributed transducer)는 피측정 구조물에 대하여 알고 있는 구조 특성을 최대한 반영하여 공간 상에서 신호처리를 행한다는 측면에서 이산형 변환기에 비해 장점을 가지고 있다.

Lee⁽³⁾는 압전 필름을 이용한 분포형 변환기의 개념을 정립하고 구조물의 모드 형상간의 직교성을 이용하여 1차원 구조물에서 분포형 모달 감지기를 구현할 수 있음을 실증하였다. 같은 개념을 2차원 구조물로 확장하기 위해서는 직교성을 만족하는 분극강도분포(polarization profile)를 구하는 과정이 필요하다⁽⁴⁾, 해석적인 방법으로는 구조물의 형상 및 경계 조건이 복잡해지는 경우 구현이 쉽지 않다. Ryou 등⁽⁵⁾은 압전 필름의 전극 형상 및 적층각을 최적화하여 2차원 구조물에서 모달 감지기를 근사화하였다.

본 연구에서는 임의의 형상 및 경계 조건을 갖는 2차원 구조물에서의 모달 감지기 구현을 위해 요구되는 분극강도분포를 유한요소법을 이용하여 구하는 방법을 제시하였고, 압전 필름을 재분극(repoling)하지 않고도 다층 압전 필름 각 층의 전극 형상 및 적층각을 최적화하여 모달 감지기를 근사화할 수 있음을 실험적으로 확인하였다.

2. 유한 요소법을 이용한 모달 감지기 설계

2.1 2차원 구조물에서의 모달 감지기

2차원 구조물의 표면에 위치한 압전 감지기에 유도되는 전하량 q 는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$q(t) = -z \int_S p(x, y) \left[\bar{e}_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \bar{e}_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\bar{e}_{36} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] dS \quad (1)$$

여기서 \bar{e}_{ij} 는 xy 좌표계에서의 압전 상수, S 는 유효 전극의 면적이고 $p(x, y)$ 는 압전 필름의 분극강도분포이다. $w(x, y, t)$ 는 수직 방향 변위이고, z 는 중립면에서 압전 감지기의 중심면까지의 수직거리이다. 수직 방향 변위 $w(x, y, t)$ 를 모드 좌표계로 표현하면 식 (2)와 같다. 여기서 $\phi_k(x, y)$ 는 구조물의 k 번째 모드 형상이고 $\eta_k(t)$ 는 k 번째 모드 좌표이다.

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(x, y) \eta_k(t) \quad (2)$$

따라서 k 번째 모드 형상으로 변형이 발생하였을 때 유도되는 전하량 q_k 는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} q_k(t) &= -z \int_S p \left[\bar{e}_{31} \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial x^2} + \bar{e}_{32} \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial y^2} + 2\bar{e}_{36} \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial x \partial y} \right] dS \\ &= -z \int_S p(x, y) f_k(x, y) dS \end{aligned} \quad (3)$$

위 식에서 압전 감지기의 분극강도분포 $p(x, y)$ 를 $k \neq j$ 인 모든 $f_k(x, y)$ 에 직교하도록 설계하면 j 번째 모드에 대한 모달 감지기를 얻을 수 있다. 간단한 형상과 경계 조건을 가진 2차원 구조물의 경우 모달 감지기를 구현하기 위해 필요한 분극강도분포 $p(x, y)$ 를 해석적인 방법을 통해 구할 수 있으나 구조물의 형상과 경계 조건이 복잡한 경우는 모드 형상의 해석적인 해가 존재하지 않고, 직교성을 만족하는 함수도 구하기가 쉽지 않다. 따라서 해석적인 방법을 통한 모달 감지기의 설계에는 한계가 있다.

2.2 구조물의 유한 요소 모델

임의의 형상 및 경계 조건을 갖는 2차원 구조물에서 모달 감지기 구현을 위해 필요한 분극강도분포를 구하기 위해 유한요소법을 도입하였다. 복잡한 적층판 및 압전 변환기로 구성된 2차원 평판 구조물을 4개의 절점을 갖는 사각형 Kirchhoff 평판 요소를 이용하여 모델링하였다. 각 절점 당 1개의 수직 변위와 2개의 회전각(w, θ_x, θ_y)을 자유

도로 고려하였고, 압전 층의 분극 강도 분포는 각 요소마다 일정한 값 ($P^{(e)}$)을 갖도록 모델링하였다.

평판 요소 내에서의 변위는 다음과 같이 각 절점에서의 자유도를 이용하여 보간된다.

$$w(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 f_i w_i + \sum_{i=1}^4 g_i \theta_{xi} + \sum_{i=1}^4 h_i \theta_{yi} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} f_i(\xi, \eta) &= \frac{1}{8}(\xi\xi_i + 1)(\eta\eta_i + 1)(2 + \eta\eta_i + \xi\xi_i - \xi^2 - \eta^2) \\ g_i(\xi, \eta) &= \frac{b}{16}\eta_i(\xi\xi_i + 1)(\eta\eta_i + 1)(\eta\eta_i - 1) \\ h_i(\xi, \eta) &= \frac{-a}{16}\xi_i(\xi\xi_i + 1)^2(\xi\xi_i - 1)(\eta\eta_i + 1) \end{aligned} \quad (5)$$

위식에서 (ξ_i, η_i) 는 i 번째 절점의 좌표이다. xz, yz 평면에서의 곡률과 xy 평면에서의 비틀림은 다음과 같이 보간하여 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 g_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h_i}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 g_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 h_i}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} & -2\frac{\partial^2 g_i}{\partial x \partial y} & -2\frac{\partial^2 h_i}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (6)$$

식 (6)으로부터 압전 감지기에서 발생하는 전하량을 나타내는 식 (1)은 다음과 같이 이산화된다.

$$\begin{aligned} q &= z \sum_e \int_{S^{(e)}} \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} & -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{Bmatrix} \bar{e}_{31} \\ \bar{e}_{32} \\ \bar{e}_{36} \end{Bmatrix} p(x, y) dS^{(e)} \\ &= \sum_e \mathbf{U}^{(e)T} \left[z \int_S \mathbf{B}^{(e)T} \mathbf{e} dS \right] \mathbf{P}^{(e)} \\ &\equiv \sum_e \mathbf{U}^{(e)T} \mathbf{Q}^{(e)} \mathbf{P}^{(e)} \equiv \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{P} \end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서 위 첨자 e 는 해당 요소를 나타내고, $\mathbf{P} = [P^{(1)} P^{(2)} \dots P^{(n)}]$ 는 각 요소의 분극 강도를 원소로 가지는 벡터이다. 모드 좌표계로의 변환을 통해 식 (7)은 다음과 같이 각각의 모드에 의해 유도되는 전하들의 합으로 표현된다. 자유도 벡터 \mathbf{U} 를 모드 좌표계로 변환함에 있어 진동 특성에 중요한 영향을 미치는 N 개의 저차 모드만을 고려하는 모드 축약 기법(modal reduction)을

사용하였다.

$$q(t) = \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{P} = \sum_{k=1}^N [\phi_k^T \mathbf{Q} \mathbf{P}] \eta_k(t) \quad (8)$$

다음과 같이 k 번째 모드에 의해 유도되는 전하 q_k 를 정의하자.

$$q_k = \phi_k^T \mathbf{Q} \mathbf{P} \quad (9)$$

식 (8)은 다음과 같이 행렬의 형태로 나타낼 수 있다.

$$q(t) = \sum_{k=1}^N q_k \eta_k(t) = \mathbf{B}_s^T \boldsymbol{\eta}_R \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{B}_s = [q_1, \dots, q_N]^T$, $\boldsymbol{\eta}_R = [\eta_1, \dots, \eta_n]$ 은 모드 좌표이고 아래 첨자 R 은 모드 축약을, 아래 첨자 S 는 감지기를 의미한다.

압전 감지기과 작동기 사이에는 상반관계(reciprocity)가 성립하여⁽³⁾, 특정 감지기에서 k 번째 모드에 의해 발생하는 전하량이 q_k 라면 이 감지기를 작동기로 사용하였을 때 k 번째 모드에 대한 단위 전압당 작동력도 q_k 이다. 따라서 모달 좌표계에서 구조물의 운동 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_R + \mathbf{c}_R \dot{\boldsymbol{\eta}}_R + \mathbf{A}_R \boldsymbol{\eta}_R = \mathbf{B}_a V_a \quad (11)$$

위 식에서 $\mathbf{c}_R = \text{diag}(2\zeta_1 \omega_1, \dots, 2\zeta_N \omega_N)$ 이고, $\mathbf{A}_R = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_N^2)$ 이다. $\mathbf{B}_a = [q_1, \dots, q_N]^T$ 는 식 (9) 및 압전 필름의 상반관계에 의해 정의되는 단위 전압 당 모달 작동력 벡터이고, V_a 는 압전 작동기에 가해지는 전압 신호이다.

2.3 분극강도분포의 최적화

고려하는 N 개의 모드 중 j 번째 모드로부터의 신호만을 감지하는 모달 감지기로 작동하기 위해 요구되는 분극강도분포 \mathbf{P} 를 구하는 문제는 다음과 같은 구속된 최적화 문제로 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & |q_j|^2 = q_j^T q_j \\ & = \mathbf{P}^T \mathbf{Q}^T \phi_j \phi_j^T \mathbf{Q} \mathbf{P} \\ \text{subject to} \quad & \Phi_R^T \mathbf{Q} \mathbf{P} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

위 식에서 $\Phi_R = [\phi_1, \dots, \phi_N]$ 은 j 번째 모드 벡터만을 제외한 $N-1$ 개의 모드 벡터로 이루어진 모달 행렬

이다. 그런데, 식 (12)의 구속 조건을 만족하는 분극강도분포 \mathbf{P} 는 행렬 $\Phi_R^T \mathbf{Q}$ 의 영공간(null space) 안에 존재하게 되므로 \mathbf{P} 는 식 (13)과 같이 영공간 기저의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^m \phi_i \alpha_i = \Psi \alpha \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} m &= \dim(N(\Phi_R^T \mathbf{Q})) \\ \Psi &= [\phi_1, \dots, \phi_m] = \text{basis of } N(\Phi_R^T \mathbf{Q}) \\ \alpha &= [\alpha_1, \dots, \alpha_m] \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)과 같이 \mathbf{P} 를 표현하면 \mathbf{P} 는 항상 식 (12)의 구속조건을 만족하게 되므로 구속조건이 있는 최적화 문제 (12)을 식 (15)와 같은 구속조건이 없는 최적화 문제로 변환할 수 있게 된다.

$$\text{maximize } \alpha^T \Psi^T \mathbf{Q}^T \phi_j \phi_j^T \mathbf{Q} \Psi \alpha \quad (15)$$

여기서 $\mathbf{P} = \Psi \alpha$ 의 크기에 제한을 두지 않으면 위 최적화 문제에서 α 의 크기가 증가할수록 목적함수의 값도 증가하므로 다음과 같은 제한 조건을 둔다.

$$\|\mathbf{P}\|^2 = \alpha^T \Psi^T \Psi \alpha = 1 \quad (16)$$

식 (15)와 식 (16)으로 이루어진 구속 조건이 있는 최적화 문제의 해를 구하기 위하여 라그랑지 함수(Lagrange function)를 도입하면 다음과 같다.

$$H(\alpha, \lambda) = \frac{1}{2} (\alpha^T \Psi^T \mathbf{Q}^T \phi_j \phi_j^T \mathbf{Q} \Psi \alpha) + \lambda (-\alpha^T \Psi^T \Psi \alpha + 1) \quad (17)$$

위 식에서 λ 는 라그랑지 곱수(Lagrange multiplier)이고, 식 전개에 용이성을 위하여 원래 목적 함수에 1/2을 곱하였다. 일차 필요 조건에 의해

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \alpha^T \Psi^T \mathbf{Q}^T \phi_j \phi_j^T \mathbf{Q} \Psi - \lambda \alpha^T \Psi^T \Psi = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = -\alpha^T \Psi^T \Psi \alpha + 1 = 0 \quad (19)$$

식 (18)을 전치한 후 정리하면 다음과 같다.

$$(\Psi^T \mathbf{Q}^T \phi_j \phi_j^T \mathbf{Q} \Psi) \alpha = \lambda (\Psi^T \Psi) \alpha \quad (20)$$

따라서 λ 는 위 고유치 문제를 풀어서 얻을 수 있

는 고유치이고, α 는 해당 고유 벡터이다.

식 (18)에 α 를 곱한 후 식 (19)를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\alpha^T \Psi^T \mathbf{Q}^T \phi_j \phi_j^T \mathbf{Q} \Psi \alpha = \lambda \alpha^T \Psi^T \Psi \alpha = \lambda \quad (21)$$

식 (20)과 (21)로부터 식 (15)의 최적화 문제는 식 (20)으로 표현되는 고유치 문제의 최대 고유치 λ_{\max} 를 구하는 문제로 생각할 수 있고, λ_{\max} 에 해당하는 고유 벡터 α_{\max} 가 이 최적화 문제의 해이다.

식 (13)으로부터 식 (12)로 표현되는 최적화 문제의 해, 즉 j 번째 모드에 대한 모달 감지기로 작동하기 위해 요구되는 분극강도분포 \mathbf{P} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{P} = \Psi \alpha_{\max} \quad (22)$$

이와 같이 유한요소법을 이용하면 임의의 형상 및 경계 조건을 갖는 2차원 구조물에서 모달 감지기 구현을 위해 필요한 분극강도분포를 계산할 수 있다.

3. 다층 압전 필름을 이용한 모달 감지기의 근사화

2장에서 제안한 방법을 실제 구조물에 적용하려면 압전 감지기가 식 (22)에 의해 계산된 분극강도분포를 갖도록 압전 필름을 재분극(repoling)하는 과정이 필요하게 되는데, 이는 실제 구현하기가 쉽지 않다. 본 연구에서는 2차원 구조물에서 모달 감지기를 구현할 수 있는 실용적인 방법으로 일정한 분극강도분포를 가지는 다층 압전 필름 각 층의 유효전극패턴 및 적층각을 최적화하여 모달 감지기를 근사화하는 방법을 제안하였다. 이는 수학적으로 연속적인 값을 가지는 함수를 몇 개의 이산화된 값으로 근사화하는 과정으로 설명할 수 있다.

단층 압전 필름의 경우 유효 전극 부위에서는 분극 강도가 1, 전극이 없는 영역에서는 분극 강도가 0이므로 유효 전극 형상의 최적화란 결국 (1, 0)의 이산화된 값을 이용하여 실제 모달 감지기를 구현하기 위해 요구되는 분극강도분포를 근사화하는 것이다.

다층 압전 변환기의 경우는 단층 압전 변환기의

경우와 달리 전극 패턴과 적층각 뿐만 아니라 각 층의 분극 방향(poling direction)이 중요한 설계 변수로 작용하게 된다. 예를 들어 두 층의 전극 패턴과 적층각이 같을 경우 분극 방향이 서로 같다면 단층인 경우 발생하는 전하량의 두 배가 발생하지만 분극 방향이 서로 다르다면 발생하는 전하는 서로 상쇄된다. 즉 분극 방향이 같은 경우는 (2, 1, 0)의 이산화된 분극 강도 분포를 이용하여 모달 감지기를 근사화하는 것이고, 분극 방향이 다른 경우는 마찬가지로 (1, 0, -1)의 극화 분포를 이용하여 모달 감지기를 근사화하는 것이 되어 (1, 0) 두 값만을 이용하는 단층 변환기의 경우보다 더욱 성능이 향상된 모달 감지기를 설계할 수 있다.

모달 감지기의 근사화에 있어서 다층의 효과 및 분극 방향의 효과를 알아보기 위하여 $[\pm 45^\circ]$ s로 적층된 외팔 평판에 대한 4차 모달 감지기를 설계하였다. 단층 압전 필름을 이용한 경우(SP), 분극 방향이 같은 두 층의 압전 필름을 이용한 경우(SPP), 분극 방향이 다른 두 층의 압전 필름을 이용한 경우(SPN) 각각에 대하여 적층각은 0° 로 고정하고 각 층의 전극 형상을 최적화하여 성능을 비교하였다.

4차 모달 감지기의 경우 4번째 모드에 의해 유도되는 전하량은 최대화하고 다른 모드에 의해 유도되는 전하량은 최소화하여야 하므로 다음과 같은 성능 지수를 선정하였다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \frac{|q_4|}{\max(|q_k|)} \\ & \text{where} \quad k = 1, \dots, N, \quad k \neq 4 \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 q_k 는 식 (9)에서 정의한 k 번째 모드에 의해 유도되는 전하량이고, 모드 축약기법을 적용하여 저차의 5개 모드만을 고려하였다.

식 (23)의 성능 지수를 최대화하는 압전 변환기 각 층의 전극 패턴을 결정하는 일, 즉 각 유한 요소 내의 전극 조각의 유무를 결정하는 문제는 이산화된 문제이므로 이런 문제에 적합한 유전자 알고리즘⁽⁶⁾을 이용하여 최적화를 수행하였다.

Fig. 1은 2장에서 설명한 방법을 통해 구한 4차 모달 감지기를 구현하기 위해 요구되는 분극강도분포이다.

Fig. 2 (a), (b), (c)는 각각 4차 모달 감지기를 단층(SP) 및 다층(SPP, SPN) 압전 필름의 전극 형상 최적화를 통해 근사화한 결과이다. 비교를 위해 Fig. 1의 분극강도분포를 등고선도

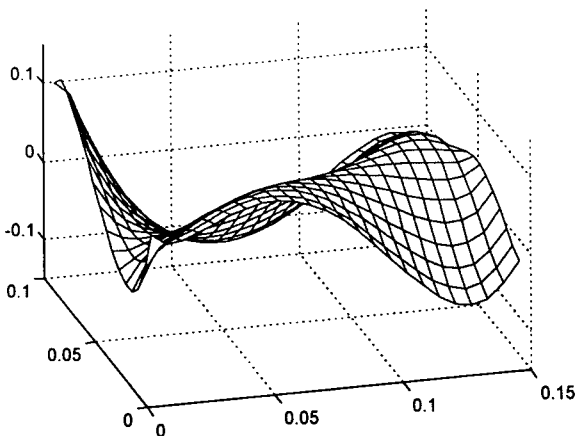


Fig. 1 Polarization profile for 4th mode sensor

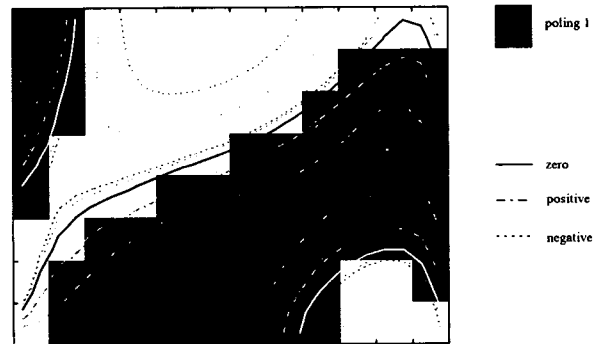


Fig. 2 (a) Optimized electrode pattern for 4th mode sensor (SP)

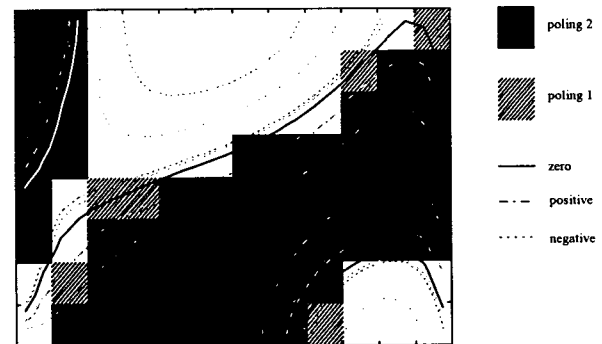


Fig. 2 (b) Optimized electrode pattern for 4th mode sensor (SPP)

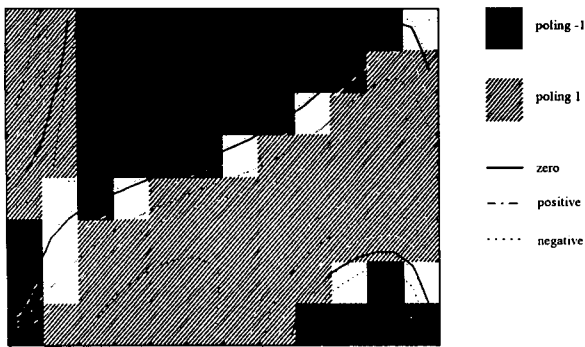


Fig. 2 (c) Optimized electrode pattern for 4th mode sensor (SPN)

(contour)로 함께 표시하였다.

최적화된 전극 형상을 살펴보면, SP의 경우, 유효 전극이 양의 분극강도분포가 필요한 곳에 집중적으로 분포하여 있음을 알 수 있다. SPP의 경우도 비슷한 형상을 보이나, 상대적으로 큰 양의 분극강도가 필요한 부분에는 두 층 모두 유효전극이고, 상대적으로 작은 양의 분극강도가 필요한 곳에는 하나의 층만 유효전극으로 남아 있다. SPN의 경우는 1의 분극 강도를 갖는 압전 필름층의 유효전극은 주로 음의 분극강도가 필요한 부분에 집중되어 있고, +1의 분극 강도를 갖는 층의 유효전극은 SP의 경우와 비슷한 형상으로 분포해 있다.

Table 1은 각 모드에 의해 유도되는 전하량 및 최적화된 성능 지수를 각각의 감지기 형상에 대하여 나타낸 것이다. 위 표에서 SPN의 경우 4차 모드로부터의 신호가 다른 모드로부터의 신호보다 약 11배 큼을 알 수 있다. SPN이 SPP보다 좋은 성능을 나타내는 데, 이는 4차 모달 감지기를 위

Table 1 Performance index and induced charge of optimized 4th mode sensors

| | SP | SPP | SPN |
|-------------------|------------|------------|------------|
| 1st mode | -1.6088e-4 | 3.5137e-4 | -3.4587e-5 |
| 2nd mode | 2.7488e-4 | 4.1560e-4 | 6.6927e-5 |
| 3rd mode | 5.6768e-4 | -9.6412e-4 | 2.2909e-4 |
| 4th mode | -1.9699e-3 | -3.6753e-3 | 2.5303e-3 |
| 5th mode | 5.6638e-4 | 9.6005e-4 | -2.2812e-4 |
| Performance Index | 3.47 | 3.81 | 11.05 |

해 요구되는 분극강도분포가 양의 값과 음의 값이 비슷한 양으로 분포되어 있어 모달 감지기의 근사화에 두 개의 양의 값 (2, 1, 0)을 이용하는 SPP보다 각각 한 개의 양의 값 및 음의 값을 이용하는 SPN이 더 효율적이기 때문이다.

이상의 결과로부터 단층 압전 필름을 이용하여 모달 감지기를 구현하는 것보다 다층 압전 필름을 이용하는 것이 더 효율적임을 알 수 있고, 이 경우 각 층의 분극 방향 또한 중요한 설계 변수로서 작용함을 알 수 있다.

4. 감지기 및 작동기의 설계

시편의 제작을 위해 $[\pm 45^\circ]$ s로 적층된 기본 구조물의 양쪽에 각각 두 층으로 이루어진 압전 감지기와 작동기가 부착되어 있는 경우에 대해 각 층의 전극 패턴 및 적층각의 최적화를 수행하였다. 구조물의 형상은 Fig. 3과 같다

4.1 감지기의 설계

유한요소법으로 구한 구조물의 1차부터 5차까지 다섯 모드의 고유 진동수는 각각 12.9 Hz, 60.6 Hz, 78.9 Hz, 179.2 Hz, 208.8 Hz이다. 구조물의 2차와 3차 고유 진동수가 매우 근접해 있으므로 시간 영역에서의 필터로는 3차 모드부터의 신호를 위상의 변화 없이 최소화하는데 어려움이 따른다. 따라서 본 연구에서는 제어 모드인 1차 모드와 2차 모드부터의 신호를 최대화 하고 비제어 모드인 3차 모드부터 5차 모드까지의 신호를 최소화하는 분포형 모달 감지기를 설계하였다. 즉 압전 필름 각 층의 전극 형상 및 적층각을 최적화하

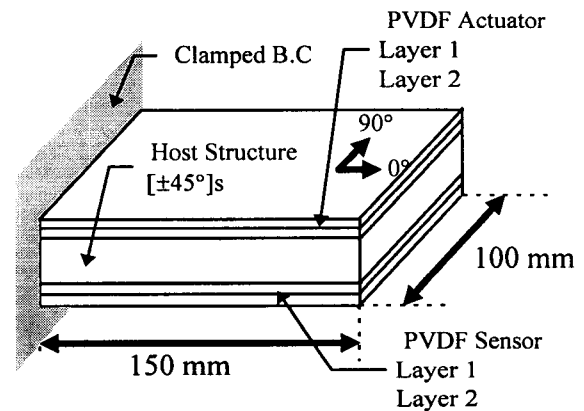


Fig. 3 Construction of specimen

여 다음의 성능 지수를 최대화하였다.

$$J_{sensor} = \frac{\min(\Phi_C^T QP)}{\max(\Phi_U^T QP)} \quad (24)$$

여기서 $\Phi_C^T QP$, $\Phi_U^T QP$ 는 각각 제어 모드들과 비 제어 모드들에 의해 유도되는 전하량이다.

4.2 작동기의 설계

작동기 설계 시에는 제어 모드인 1차와 2차 모드만을 고려한다. 시스템의 제어 모드가 갖는 에너지를 최소화하기 위하여 작동기의 성능 지수를 아래와 같이 선정하였다.

$$J_{actuator} = \left[\sum_{k=\text{control modes}} E_0^k \right] / \int_0^\infty (\dot{\eta}_c^T \dot{\eta}_c + \eta_c^T A_c \eta_c + \rho V_a^T V_a) dt \quad (25)$$

위 식에서 E_0^k 는 k 번째 모드의 초기 에너지이고, V_a 는 제어 입력, ρ 는 제어 입력에 대한 가중치이다. 이 가중치는 작동기 설계 결과에 영향을 미치지 않는다. 초기 에너지의 제어 모드별 비율을 변화시켜 특정 제어 모드의 작동력을 조절할 수 있다.

4.3 최적화 방법

압전 변환기 각 층의 전극 형상 및 적층각의 최적화에는 유전자 알고리즘을 이용하였다. 전극 형상의 결정은 문제 자체가 전극의 유무를 결정하는 이산화된 문제이므로 유전자 알고리즘과 같은 최적화 기법이 적절하나, 각 층의 적층각의 결정은

이산화된 문제가 아니므로 전극 패턴의 최적화와 동시에 적층각의 최적화를 수행하기 위해서 적층각의 이산화가 필요하다. 따라서 가능한 $-90^\circ \sim +90^\circ$ 사이의 연속적인 적층각을 2^5 개의 이산화된 값으로 바꾸어 유전자 알고리즘을 적용하였다. 적층각을 5° 간격으로 나눌 경우 36가지 경우가 있으나 5개의 비트로 표현할 수 있는 적층각은 32가지 경우 뿐이므로 -70° 에서 $+70^\circ$ 까지만 5° 간격으로 나누고 나머지는 10° 간격으로 나누어 표현하였다. Table 2에 각각의 적층각 및 이산화된 값을 나타내었다. 각 층은 96 (12×8)개의 전극 조각으로 이루어져 있고 적층각은 위에서 설명한 방법대로 5개의 비트로 표현하였으므로 각 층마다의 101개씩의 설계 변수가 필요하게 된다.

4.4 설계 결과

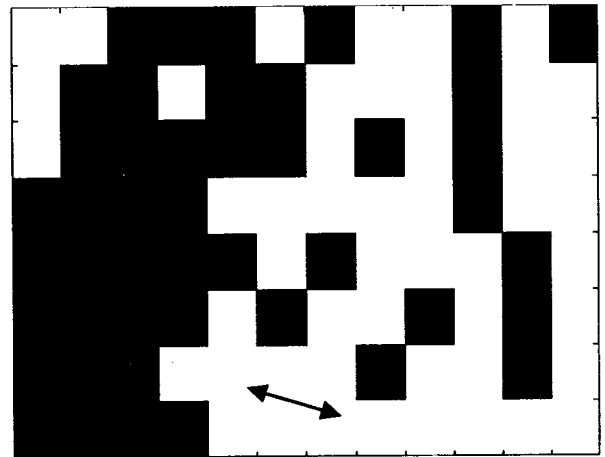


Fig. 4 (a) Electrode pattern of SPP layer 1

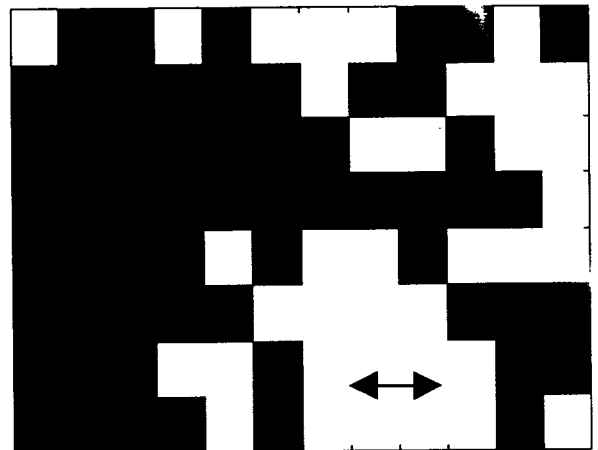


Fig. 4 (b) Electrode pattern of SPP layer 2

Table 2 Binary string representation of lamination angle

| Lamination Angle | Binary String |
|------------------|---------------|
| -90° | 00000 |
| -80° | 00001 |
| : | : |
| 0° | 10000 |
| 5° | 10001 |
| 10° | 10010 |
| : | : |
| 80° | 11111 |

Table 3 Optimized lamination angle and resulting induced charge of two-layer sensor

| | Poling direction | | Lamination angle | | Induced charge | | | | |
|-----|------------------|---------|------------------|------------|----------------|------------|------------|-------------------|--|
| | layer 1 | layer 1 | 1st | 2nd | 3rd | 4th | 5th | Performance index | |
| | layer 2 | layer 2 | | | | | | | |
| SPP | + | -15° | -4.7541e-4 | 6.0953e-4 | 2.3893e-6 | -8.9009e-8 | 2.5787e-6 | 184.36 | |
| | + | -0° | | | | | | | |
| SP2 | + | -15° | -5.3867e-4 | 9.3584e-4 | 7.1588e-5 | 6.3716e-6 | -1.4420e-4 | 3.74 | |
| SPN | + | 35° | -2.7604e-4 | -2.8562e-4 | 4.2089e-8 | 1.8455e-6 | -4.1661e-6 | 66.26 | |
| | - | 0° | | | | | | | |

본 연구에서는 여러 층의 압전 변환기를 병렬로 연결하여 단일 변환기로 사용하였다. 변환기 두 층의 분극 방향이 서로 같은 경우(감지기의 경우 SPP, 작동기의 경우 APP로 표시)와 분극 방향이 서로 다른 경우(감지기의 경우 SPN, 작동기의

경우 APN으로 표시)에 대해 각각 전극 패턴과 적층각을 최적화하였다. 다층 변환기의 성능을 단층만을 사용하여 최적화된 변환기 두 장으로 구성된 변환기와 비교 평가하였다.(감지기와 작동기 각각 SP2, AP2로 표시)

압전 감지기의 최적화된 적층각과 모드별 유도 전하량을 Table 3에 수록하였고, SPP의 경우 최적화된 전극 패턴을 Fig. 4에 나타내었다. 전극 패턴 그림에서 왼쪽이 고정 지지된 변이다. Table 3에서 제어 모드와 비제어 모드에 의해 유도되는 전하량의 차별성을 볼 수 있다. SPP가 SPN보다 나은 성능을 보이는 이유는 3장에서 설명하였듯이 모달 감지기를 구현하기 위해 요구되는 연속적인 분극 강도를 이산화된 값으로 근사화함에 있어서 이 경우 SPP가 더욱 효율적이기 때문이다. 또한 SPP가 SP2보다 더욱 나은 성능을 보이는 것으로부터, 다층 변환기의 성능은 단순히 단층으로 설계된 변환기를 적층하여 다층으로 만드는 것이 상임을 알 수 있다.

압전 작동기의 최적화된 적층각과 작동기 설계시 고려한 제어 모드의 모드별 작동력을 Table 4에 수록하였고, APP의 경우 최적화된 전극 패턴

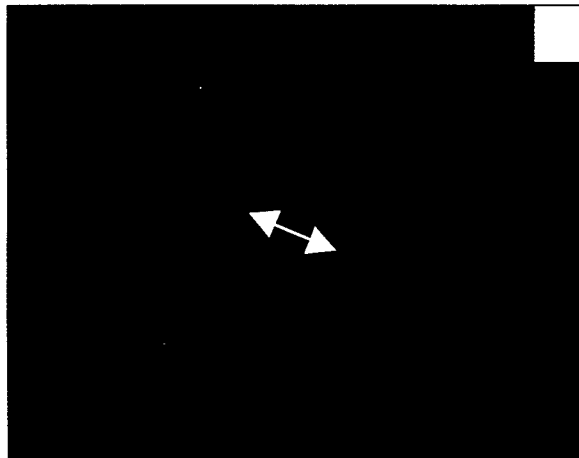


Fig. 5 (a) Electrode pattern of APP layer 1

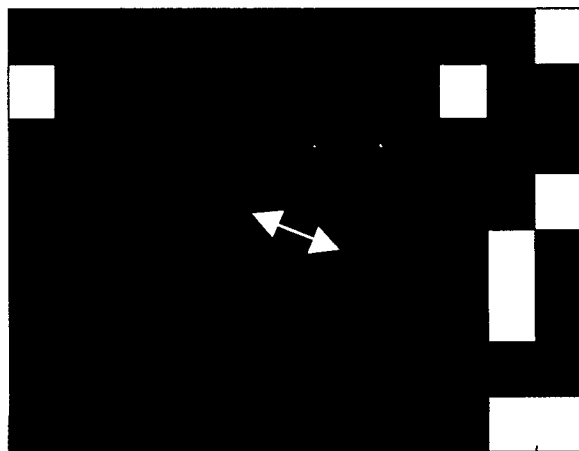


Fig. 5 (b) Electrode pattern of APP layer 2

Table 4 Optimized lamination angle and resulting modal force of two-layer actuator

| | Poling direction | | Lamination angle | | Modal force | |
|-----|------------------|---------|------------------|------------|-------------|--|
| | layer 1 | layer 1 | 1st | 2nd | | |
| | layer 2 | layer 2 | | | | |
| APP | + | -20° | 6.3630e-4 | -1.7477e-3 | | |
| | + | -20° | | | | |
| AP2 | + | -30° | 4.7224e-4 | -2.3001e-3 | | |
| APN | + | 65° | 2.9945e-4 | 8.1910e-4 | | |
| | - | -20° | | | | |

을 Fig. 5에 나타내었다. Table 4의 설계 결과 중 1차 모드에 대해 가장 큰 작동력을 가지고 있는 APP를 작동기로 선정하였다.

5. 제어 환경의 모델링 및 제어기의 설계

제어기를 포함하는 전체 시스템의 구성은 Fig. 6과 같다. 이득이 $1/C_a$ 인 전하 증폭기를 통하여 나타나는 감지기 출력 신호, y_{ca} 는 식 (10)으로부터 다음과 같다.

$$y_{ca} = (1/C_a)B_f^T \eta_R \quad (26)$$

고전압 증폭기의 이득을 K_a , 저역 통과 필터의 상태 변수를 각각 x_{fi} , x_{fo} 라 하고 필터의 시스템 행렬을 A_f , B_f , C_f 라 하면 제어기를 제외한 전체 시스템의 방정식은 아래와 같이 상태 공간형으로 표현된다.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_R \\ \dot{\eta}_R \\ \dot{x}_{fi} \\ \dot{x}_{fo} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ -\Lambda_R & c_R & 0 & K_a B_a C_f & 0 \\ 1/C_a B_f B_f^T & 0 & A_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_f & 0 \\ 0 & C_f & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_f \end{bmatrix} V_a \quad (27)$$

시스템의 상태 변수 z 를 공칭부(nominal plant) 상태 변수 z_c 와 비제어 모드의 상태 변수 z_u 로 구분하고 식 (27)을 다시 쓰면 식 (28), (29)와 같다.

$$\dot{z}_c = \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_c \\ \dot{\eta}_c \\ \dot{x}_{fi} \\ \dot{x}_{fo} \end{bmatrix} = A_c z_c + B_c V_a \quad (28)$$

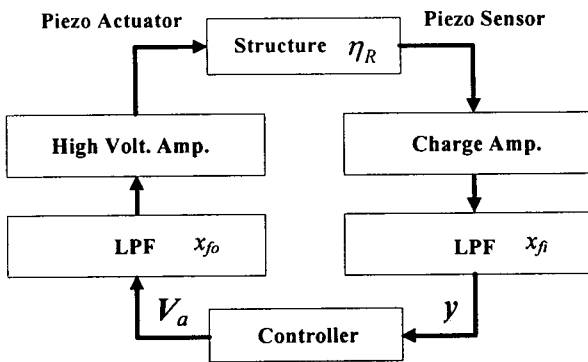


Fig. 6 Block diagram for the total system

$$y = C_c z_c + C_u z_u \quad (29)$$

여기에서 아래 첨자, c와 u는 각각 제어 모드와 비제어 모드를 나타낸다. 제어기 설계를 위하여 공칭부를 이산화하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} z_c(k+1) &= \Phi_c(T_s)z_c(k) + \Gamma_c V_a(k) \\ y(k) &= C_c z_c(k) \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 $\Phi_c(T_s)$ 는 이산화된 상태 천이 행렬이고 T_s 는 샘플링 시간이다.

이산형 LQG기법⁽⁷⁾을 이용하여 아래와 같이 제어기를 설계하였다.

$$\begin{aligned} \bar{z}_c(k+1) &= (\Phi_c(T_s) - \Phi_c(T_s)K_f C_c - \Gamma_c K_c) \bar{z}_c(k) \\ &\quad + \Phi_c(T_s)K_f y(k) \\ V_a(k) &= -K_c \bar{z}_c(k) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 \bar{z}_c 는 추정된 공칭부의 상태 변수, K_f 는 칼만 필터의 이득이고, K_c 는 LQR의 이득이다.

6. 실험

6.1 실험 구성

최적화된 다층 압전 감지기 및 작동기의 성능과 이를 포함하는 전체 구조물의 진동 특성을 실험을 통하여 확인하였다. 사용된 전하 증폭기의 이득은 10^8 Volt/Farad 이고 저역 통과 필터의 차단 주파수는 100 Hz 이다. 압전 감지기 신호는 제어기 앞에 위치한 AD 변환기에서 초당 5000번 샘플링 하였다. 제어기를 통해 나오는 제어 입력 신호는 ± 4 Volt 로 제한하였고, 이 신호를 이득이 100 Volt/Volt 인 고전압 증폭기를 통하여 압전 작동기에 가하였다.

충격 해머에서 얻은 힘과 감지기에서 얻은 신호를 고속 푸리에 변환기에서 처리하여 전달함수를 얻었다.

6.2 실험 결과 및 검토

Fig. 7은 실험을 통해 얻은 다층 압전 감지기 및 작동기의 전달 함수이다. 제어 모드인 1차와 2차 모드로부터의 신호와 비제어 모드로 부터의 신호는 15 dB 정도의 차이를 보이고 있다. 따라서 본 감지기를 이용하면 비제어 모드에 의한 관측 스피로버를 최소화할 수 있다. 다층 압전 작동기

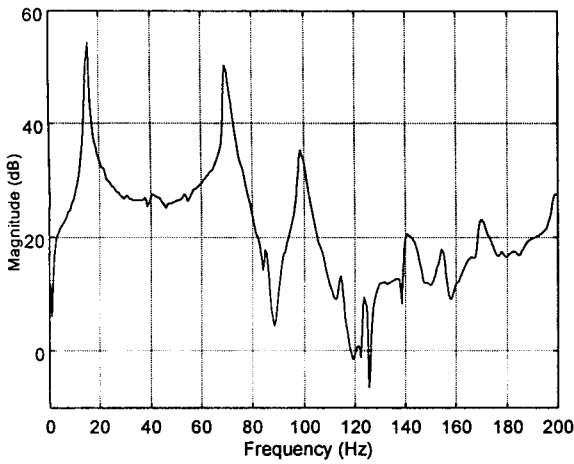


Fig. 7 (a) Open-loop transfer function of optimized sensor, SPP

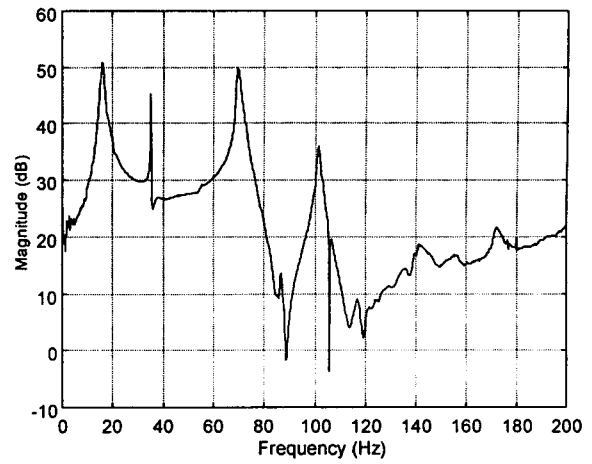


Fig. 8 Closed-loop transfer function of the integrated structure

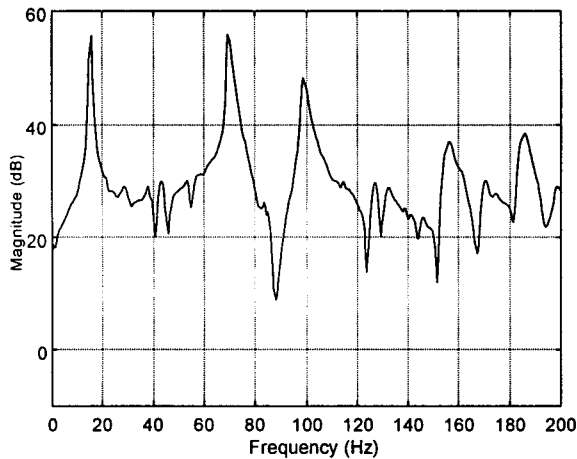


Fig. 7 (b) Open-loop transfer function of optimized actuator, APP

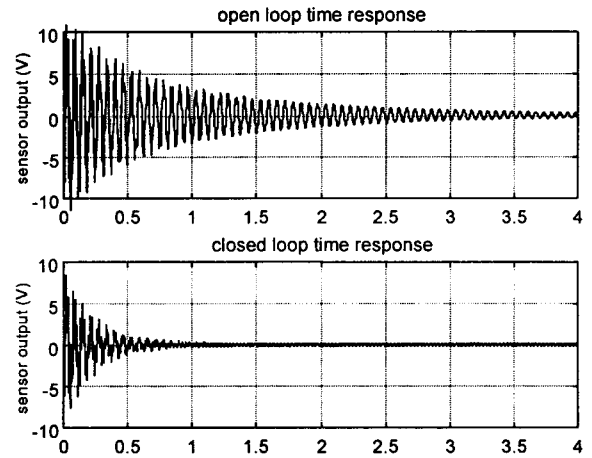


Fig. 9 Open & closed-loop time response of integrated structure

의 전달 함수를 보면 제어 모드인 1차와 2차 모드를 효과적으로 가진할 수 있을 뿐만 아니라 비제어 모드에 대해서도 상당한 크기의 작동력을 가지고 있음을 알 수 있다. 하지만 함께 사용되는 모달 감지기에 의해 비제어 모드에 의한 불안정성은 억제된다.

Fig. 8은 제어를 수행하였을 때의 폐회로 전달 함수이고, Fig. 9는 개회로와 폐회로의 시간응답이다. Fig. 7 (a)의 개회로 전달함수와 비교하면 제어에 의한 진동 감소 효과를 확인할 수 있다. 1차와 2차 모드 진동에 대한 제어효과는 각각 12 dB와 4 dB이다.

7. 결 론

임의의 형상 및 경계 조건을 갖는 2차원 구조물에서의 모달 감지기 구현을 위해 요구되는 분극강도분포를 유한요소법을 이용하여 구하는 방법을 제시하였다. 일정한 분극강도분포를 가지는 압전 필름을 이용하여 재분극(repoling)없이 실제 구조물에 모달 감지기를 구현할 수 있는 실용적인 방법으로서 다층 압전 필름 각 층의 전극 형상 및 적층각의 최적화를 통한 모달 감지기의 근사화를

제시하였다. 이는 수학적으로 연속적인 값을 갖는 함수를 이산화된 값으로 근사화하는 과정으로 설명할 수 있다.

위의 개념을 실험적으로 확인하기 위하여 복합재 적층판의 진동 제어를 위한 다층 압전 감지기 및 작동기를 설계하였다. 감지기는 비제어 모드에 의한 관측 스펙트럼을 최소화 하도록 설계하였고, 작동기는 제어 모드에 대한 작동력을 최대화 하도록 설계하였다. 전극 패턴 및 적층각의 최적화에는 유전자 알고리즘을 사용하였고, 이를 위해 적층각을 32개의 값으로 이산화 하였다.

설계된 감지기와 작동기의 성능을 실험적으로 확인하였다. 제작된 감지기를 이용하여 제어 모드로부터의 신호를 비제어 모드에 의한 신호로부터 차별화하여 얻을 수 있었다. 압전 변환기를 포함한 일체 구조물의 실시간 진동제어 효과를 실험적으로 확인하였다.

참 고 문 헌

- (1) M. J. Balas, 1978, "Feedback Control of Flexible Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 23, No. 4, pp. 673~679.
- (2) L. Meirovitch and H. Baruh, 1985, "The Implementation of Modal Filters for Control of Structures," Journal of Guidance and Control, Vol. 8, No. 6, pp. 707~716.
- (3) C.-K. Lee, 1992, "Piezoelectric Laminates: Theory and Experiments for Distributed Sensors and Actuators," Intelligent Structural Systems, edited by H. S. Tzou and G. L. Anderson, Kluwer Academic Publishers, pp. 75~167.
- (4) H. S. Tzou, J. P. Zhong, and J. J. Hollkamp, 1994, Spatially Distributed Orthogonal Piezoelectric Shell Actuators : Theory and Application, Journal of Sound and Vibration, Vol. 177, No. 3, pp. 363~378.
- (5) J.-K. Ryou, K.-Y. Park, and S.-J. Kim, Electrode Pattern Design of Piezoelectric Sensors and Actuators Using Genetic Algorithms, AIAA Journal, Vol. 36, No. 2, pp. 227~233.
- (6) D.E. Goldberg, 1989, Genetic Algorithm in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley.
- (7) J.M. Maciejowski, 1989, Multivariable Feedback Design, Addison-Wesley.