한국소음진동공학회지 제 8 권 제 4 호, pp. 623~631, 1998

〈논 문〉

점지지된 복합재료 외팔 사각판의 자유진동에 관한 실험적 연구

An Experimental Study on the Free Vibration of the Cantilever Composite Rectangular Plates with Point Supports

이 영 신* · 최 명 환** · 류 충 현***

Young-Shin Lee, Myoung-Hwan Choi and Chung-Hyun Ryu

(1998년 2월 13일 접수 : 1998년 6월 8일 심사완료)

Key Words : Free Vibration(자유진동), Composite Plate(복합재료판), Node Pattern(노드패턴) Point Support (점지지)

ABSTRACT

The free vibration analyses of the isotropic and composite(CFRP, GFRP) rectangular plates with point supports at the free edge and middle position are performed. The natural frequencies and nodal patterns of plates with point supports are experimentally determined by impact testing using an impact hammer. To compare and verify these experimental results, the finite element analysis is also carried out. The effect of the point support position, the number of point supports, and the anisotropic parameters on the natural frequencies and nodal patterns of cantilevered rectangular plates are investigated.

1. 서 론

복합재료는 비강성 및 비강도가 높은 특성 때문에 경량구조물 설계에서 활용되고 있다. 또한 섬유강화 복합재료 구조물은 섬유방향각과 적층 시퀀스에 따라서 그 기계적 특성이 달라지므로 원하는 특성을 갖도록 조절할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

복합재료 판은 많이 사용되는 구조재 중의 하나이며, 등방성 재료와는 다른 특성을 가지고 있기 때문에 많은 연구자들에 의해서 연구되어 왔다. 따라서 복합재료 판의 진동특성이 적층각과 적층 시퀀스에 따라 어떻게 변화되는지를 예측하는 것은 구조물의 설계에서 공진으로 인한 파손 등 안전성을 평가하는데 꼭 필요한 것이다.

특히 점지지된 판의 진동은 기둥으로 지지된 평판, 컴퓨터의 회로기판, 항공기나 선박의 바닥판을 포함하여 산업이나 토목 구조물 등의 실제적인 문제를 해석하는데 적용할 수 있기 때문에 관심의 대상이 되어 왔다. 외팔형 판이 점지지 되면 지지점에서 변위가 발생하지 않기 때문에 고유진동수 및 모드형상을 변화시키므로 점지지의 개수나 지지위치 등 점지지의 영향을 고찰할 필요가 있다.

Lee[1~2]는 복합재료 및 혼합적층 삼각판과 사각판의 자유진동해석을 실험과 유한요소법으로 연구하였으며, Kerstens[3]는 임의의 개수의 점지지를 갖는 사각판의 진동에 대해 모드구속법을 이용하여 연구하였고, Bapat[4]는 내부에 점지지된 판의 진

* 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과
** 정회원, 충남대학교 대학원 기계설계공학과
*** 충남대학교 대학원 기계설계공학과

동해석을 가상적 비균일 Winkler 기초에 의해 지지되어 있다고 가정하는 새로운 방법을 제시하였다. Gorman[5]은 단을 따라 대칭으로 점지지된 사각판의 자유진동해석을 중첩법을 이용하여 연구하였고, Saliba[6]는 두 개의 지지점이 단을 따라 대칭으로 점지지된 외팔 사각판의 자유진동을 중첩법에 의하여 연구하였다. Narita[7]는 외팔 사각판이 하나의 점지지를 가질 때, 종횡비나 지지점의 위치에 따른 진동해석을 Lagrange 승수법을 이용하여 연구하였다. Kim[8]등은 점지지를 갖고 여러 가지 경계조건을 조합한 등방성 사각판과 직교이방성 사각판의 진동해석을 수행하였고, Ichinomiya[9] 등은 탄성 점지지된 복합재료 사각판의 정상상태 응답을 Ritz법을 이용해 연구하였다.

본 논문에서는 주파수분석기를 이용한 모드해석 실험을 통하여 자유단 경계 혹은 내부에 점지지를 갖는 등방성 재료인 알루미늄 및 탄소섬유보강 복합재료와 유리섬유보강 복합재료의 외팔판에 대한 자유진동 거동을 연구하였다. 실험을 통하여 고유진동수와 모드형상의 노드패턴을 구하였고, 복합재료의 적층각 및 이방성매개변수 그리고 점지지의 개수나 위치 등의 영향을 고찰하였다. 또한 실험결과의 비교/검토를 위해서 상용 유한요소 프로그램(ANSYS)[10]을 이용한 해석을 수행하였다.

2. 실 험

2.1 실험시편 및 장치

점지지된 복합재료 외팔 사각판의 진동실험을 위한 실험시편은 탄소섬유강화 플라스틱(Carbon Fiber Reinforced Plastic: CFRP)과 유리섬유강화 플라스틱(Glass Fiber Reinforced Plastic: GFRP) 복합재료이다. 이들 시편은 T300 탄소섬유와 E-유리섬유 프리프레그를 사용하여 적층한 후 압력 686 kPa, 120℃의 환경으로 90분동안 오토크레이브(autoclave)에서 성형하여 제작하였다. 점지지 된 외팔 사각판의 실험모델에 대한 기하학적 형상 및 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 그림에서 × 표시는 판이 점지지 되는 위치를 나타내며, x 방향으로 $a/2$ 와 a이고, y방향으로 0, $b/2$와 b인 점이다. 본 논문에서 연구된 여러 가지 경우를 Table 1에 정리하였다. 모든 경우는 $x=0$인 사

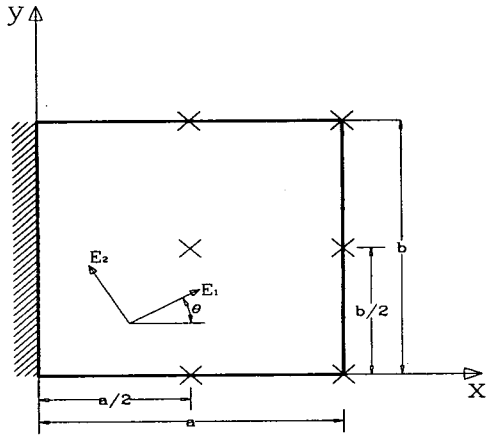


Fig. 1 The geometry configuration and fiber orientation angle of the composite cantilever plate with various point supports

Table 1 Various cases of the considered boundary condition on rectangular plates

Case of boundary condition	Description	Schematic diagram	Remark
CF	Cantilever plate		Exp. FEM
F1	1 point support at $x = a$	×	Exp. FEM
F2	2 point supports at $x = a$	× ×	Exp. FEM
F3	3 point supports at $x = a$	× ×	Exp. FEM
FS	simply supported at $x = a$	SS	Exp. FEM
M1	1 point support at $x = a/2$	×	Exp. FEM
M2	2 point supports at $x = a/2$	× ×	Exp. FEM
M3	3 point supports at $x = a/2$	× ×	Exp. FEM
MS	simply supported at $x = a/2$	SS	Exp. FEM

× : Point support symbol
SS : Simple support symbol

Table 2 Stacking sequence and thickness of test specimens

Material	Stacking sequence	Thickness h (mm)
Aluminum	-	2.8
CFRP	$[0°]_{20}$	2.8
	$[45°]_{20}$	2.9
GFRP	$[0°]_{20}$	2.3
	$[45°]_{20}$	3.3

각판의 단은 고정 경계조건을 사용하였으며, CF는 외팔 사각판을 나타낸다. 또한, $x=a/2$과 a일 때 M1, F1은 $y=b/2$에서 한 점 지지된 경우, M2, F2는 $y=0$과 b 두 점에서 지지된 경우 그리고, M3, F3은 $y=0$, $b/2$ 그리고 b 세 점에서 지지된 경우이다. MS와 FS는 $x=0$에서 고정, $x=a/2$, a에서 단순지지 경계조건을 나타내며 이상의 모든 경우는 실험과 유한요소법으로 연구되었다.

실험에 사용된 복합재료 시편에 대한 적층각 및 적층수 그리고 전체두께 등에 대한 정보를 Table 2에 나타내었다. 시편은 CFRP와 GFRP이며, 적층각은 [0°]와 [45°]로 각각 20 적층되었다.

외팔판의 점지지 경계조건을 구현하기 위한 장치들을 설계/제작하였으며, Fig. 2는 본 실험에서 사용된 점지지용 지그를 나타낸다. 각 지지점은 M10 볼트의 끝을 둥글게 가공하여 지지면적을 최소화하였으며 이를 아래/위로 체결하여 지지점에서의 변위만 구속하고, 회전은 허용하는 조건을 구현하였다. 또한 이 고정장치는 방진댐퍼를 갖는 1000 mm × 800 mm × 100 mm의 강체구조물 위에 체결하였다.

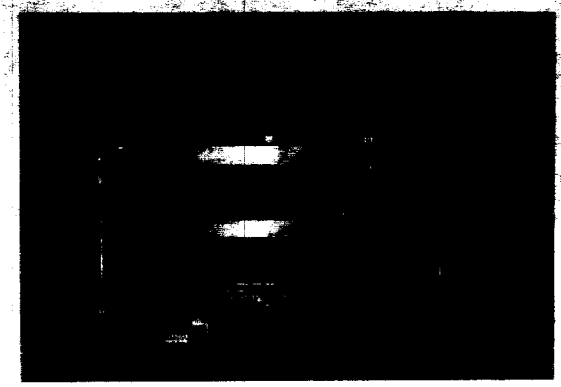


Fig. 2 The photograph of point support equipments

진동실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진법을 사용하여 수행하였으며, 고유진동수를 구하기 위하여 두 개의 채널을 갖는 주파수분석기(Fast Fourier Transformer: FFT)를 사용하였다. Fig. 3에는 점지지된 외팔판의 진동실험을 위한 실험의 개략도를 나타내었다. 점지지된 복합재료 외팔판의 주파수 분석을 위한 입력신호는 충격해머(PCB 086B03 SN 1983)로 가진하였고, 응답신호는 가속도계(PCB A352B18 SN 3984)를 사용하여 얻었다. 입력과 응답신호는 power unit를 사용하여 증폭하였고, 가속도계는 왁스를 사용하여 시편에 부착하였다.

2.2 실험방법

점지지된 복합재료 외팔판의 고유진동수 및 모드형상을 결정하기 위한 실험은 충격가진법에 의한 주파수분석으로 수행되었다. 실험에 앞서 모드형상을 결정하기 위한 가진점을 x와 y방향으로 시편에 표시하고, 시편을 고정지그에 고정한 다음, 주파

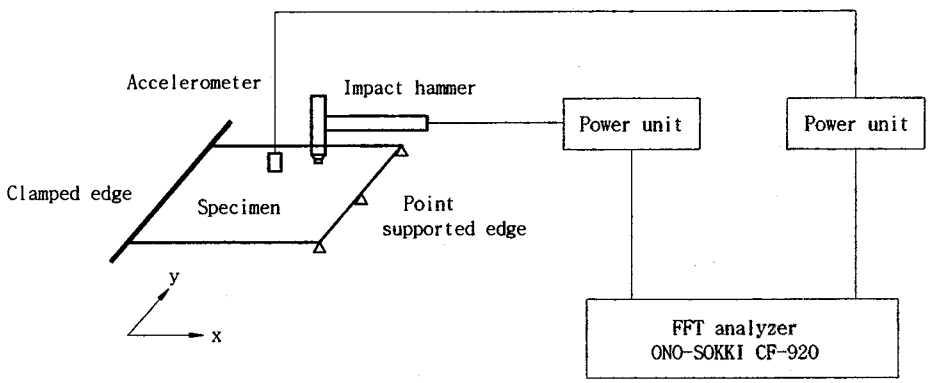


Fig. 3 The schematic diagram of the experimental equipments

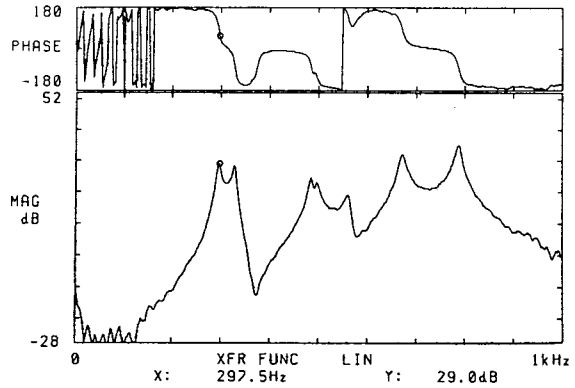


Fig. 4 The frequency response function of $[0°]_{20}$ CFRP plate on the case F3

수분석기에서 진동수의 측정범위와 센서의 민감도 및 증폭 범위를 세팅한다.

충격가진법에서는 충격해머에 의한 가진이 입력신호로 들어가고, 가속도계의 응답신호가 주파수분석기에 입력되어 전달함수의 피크(peak)응답이 일어나고 위상각(phase angle)이 바뀌는 곳에서 고유진동수를 결정한다. 이때 주파수응답곡선은 신호의 오차를 줄이기 위하여 같은 점을 8회 가진하여 이들을 평균하여 얻었다. Fig. 4는 실험결과의 하나로서 자유단($x = a$)에 3개의 점지지를 갖는 CFRP $[0°]_{20}$ 판에 대한 주파수 응답곡선 (Frequency Response Function : FRF)을 나타내었다.

각각의 고유진동수에 해당하는 모드에서의 모드형상을 결정하기 위해서는 시편을 가진하여 상대변위를 얻고자 하는 가진점을 결정해야 하고, 주파수응답곡선에서 고유진동수를 구해야 한다. 실험을 통하여 점지지된 복합재료 외팔판의 모드형상을 얻기 위하여 길이방향(x)과 넓이방향(y)으로 6×7 point의 가진점을 이용하였다. 모드형상은 변위가 발생하지 않는 절선(node line)을 여러 차례의 실험과 유한요소해석에 의해 구한 후 이를 피하여 가속도계를 부착하고, 각 절점을 가진하여 주파수응답곡선의 허수부(imaginary part)에서 상대변위를 결정하고, 이들을 연결하여 결정하였다.

3. 유한요소해석

실험 결과의 비교/검증를 위해서 상용유한요소 프로그램인 ANSYS 코드를 이용한 해석을 수행하였다.

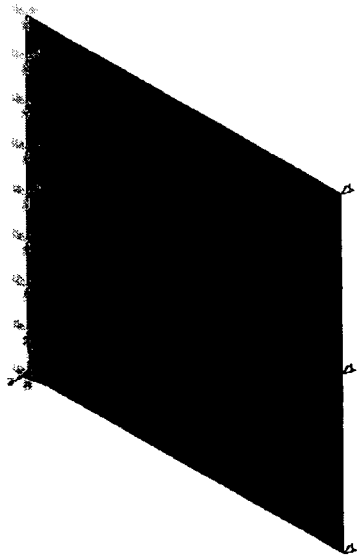


Fig. 5 The finite element model of the rectangular plate on the case F3

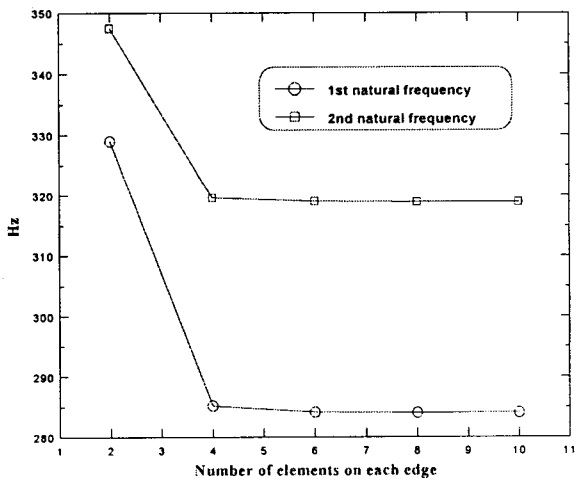


Fig. 6 Convergence test of the finite element modelling

Fig. 5는 복합재료 외팔판의 자유단에 3점이 지지된 경우의 유한요소 모델을 나타낸다. 유한요소 모델링에 사용된 요소는 8 절점으로 구성된 적층 셸요소(shell 99)이고, 각 절점당 병진변위인 U_x, U_y, U_z와 회전변위인 ROT_x, ROT_y, ROT_z의 6자유도를 갖는다. 모든 모델에 대하여 8 × 8의 메쉬를 생성하였고, 이때 모델의 전체 요소수는 64개, 절점수는 225개이고, 총 자유도(degree of

freedom : DOF)는 1245이다.

유한요소 해석에서 경계조건은 Fig. 5에서와 같이 판의 한쪽 단은 완전고정으로 변위와 회전의 모든 자유도를 고정하였고, 점지지 되는 부분은 지지점의 횡방향 변위(U_z) 만을 고정하고, 회전은 허용하는 것으로 하였다.

유한요소 모델의 수렴성 검증을 위해 요소수에 따른 진동수를 Fig. 6에 나타내었다. 사각판의 메쉬가 2 × 2인 경우에서 10 × 10인 경우까지 고찰되었으며 4 × 4인 경우에서부터 수렴하는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 고려된 8 × 8메쉬는 충분히 해에 수렴한다.

4. 결과 및 고찰

실험을 통하여 점지지된 복합재료 외팔판의 고유진동수와 모드형상을 결정하였고, 결과들은 유한요소 해석결과와 비교/고찰하였다. 유한요소 해석에 사용된 등방성 재료인 알루미늄 및 복합재료 시편인 CFRP와 GFRP에 대한 기계적 물성치를 Table 3에 나타내었다. 표에서 알루미늄의 물성치는 일반적으로 널리 사용되는 값을 사용하였고, 복합재료의 물성치는 단일방향$[0°]_{20}$, $[90°]_{20}$시편의 3점 굽힘시험(three point bending)을 통하여 결정한 값이다. 폭에 비해 두께가 얇은 판(h/a = 0.0115 ~ 0.0165)은 평면응력상태로 고려할 수 있으므로 두께방향의 물성치인 E_3, ν_{13}, ν_{23}, G_{13} 그리고 G_{23}는 무시한다.

실험과 유한요소 해석을 통한 결과들은 시편들의 두께가 일정하지 않기 때문에 결과들의 상호비교를 위하여 무차원화된 진동수 매개변수(non-dimensional frequency parameter)로 나타내었고, 이들 매개변수는 다음과 같이 복합재료 판의 크기, 물성치 그리고 고유진동수를 사용함으로서 정의된다.

$$\lambda = \omega a^2\sqrt{\rho h/D_{11}} \qquad (1)$$

여기서 λ는 무차원화된 진동수매개변수이고, ω는 각진동수 그리고 D_{11}은 모든 층의 섬유방향이 x축과 일치할 때의 굽힘강성, $D_{11} = \dfrac{E_1 h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})}$ 이다. 여기서 λ은 섬유방향의 탄성계수이고, ω는 판의 두께 그리고 D_{11}는 h 방향에 응력이 작용할 때 j 방향 횡변형률에 대한 프와송비이다.

실험과 유한요소해석 결과의 비교를 위하여 등방성 재료인 알루미늄 판에 대한 진동해석을 수행하였다. 자유단($x=a$)에 점지지가 없는 경우, 점지지를 각각 1, 2, 3개를 갖는 경우와 단순지지된 경우의 해석 결과를 Table 4에 나타내었다. 표에서 오차는 실험결과를 기준으로 하여 백분률로 표시한 것으로서, 유한요소해석 결과와의 차를 나타낸다. 처음 5차까지의 고유진동수에 대하여 자유단 점지지의 개수가 증가함에 따라서 오차가 약간 증가하

Table 3 Material properties of the laminated composite plates

Material	Aluminum	CFRP	GFRP
a, b (cm)	20.00	20.00	20.00
ρ (kg/m³)	2770.00	1480.00	1780.00
E1 (GPa)	72.40	106.20	34.64
E2 (GPa)	72.40	6.86	7.18
G12 (GPa)	28.00	3.57	3.82
ν12	0.30	0.33	0.26

Table 4 Non-dimensional frequency parameters (λ) of the isotropic aluminum plate with various point supports at $x=a$

Case of boundary condition		Mode sequence number				
		1st	2nd	3rd	4th	5th
CF	FEM	3.47	8.55	21.44	27.37	31.38
	Exp.	3.46	8.72	21.51	29.33	31.29
	Error(%)*	-0.29	1.95	-0.33	-6.68	0.29
F1	FEM	8.55	12.23	25.80	31.41	41.08
	Exp.	8.72	12.64	25.87	31.29	43.02
	Error(%)*	1.95	3.24	0.27	-0.38	4.51
F2	FEM	11.44	20.43	22.16	42.70	47.90
	Exp.	12.15	21.21	23.16	42.64	44.67
	Error(%)*	5.84	3.68	4.32	-0.14	-7.23
F3	FEM	15.07	20.43	39.68	46.82	47.76
	Exp.	15.49	21.21	42.12	47.98	49.79
	Error(%)*	2.71	3.68	5.79	2.42	4.08
FS	FEM	15.14	20.36	38.81	49.20	55.64
	Exp.	14.50	20.31	40.32	46.99	54.83
	Error(%)*	-4.41	-0.25	3.75	-4.70	-1.48

* : $\text{Error}(\%) = \dfrac{\text{Exp.} - FEM}{\text{Exp.}} \times 100$

는 경향을 보였으나, 전체적으로 최대 7.23 %의 오차를 보여 실험과 유한요소해석 결과는 비교적 잘 일치하는 것으로 평가할 수 있다.

Table 5에는 GFRP 복합재료 외팔판의 자유단이 점지지 되었을 때의 실험과 유한요소해석에 의한 진동수 매개변수를 5차 모드까지 나타내었다. 실험 결과는 유한요소해석 결과보다 약간 낮은 값을 보였으나, 서로 잘 일치하였다. 실험결과를 기준으로 비교할 때 섬유 방향각이 [0°]에서 [45°]로 증가하면 모든 점지지 조건에서 진동수는 낮아졌으며, 예상되는 바와 같이 점지지의 증가에 따라서 진동수는 증가하고 특히 3개의 점지지가 되면 기본진동수는 크게 증가하였다. 이것은 자유단의 세 점을 지지하는 것이 외팔판의 1차 진동모드의 진폭을 크게 제한하고, 자유단쪽 단순지지에 가까운 거동을 보여 진동수를 높이기 때문이다.

Fig. 7은 $[0°]_{20}$ 적층된 CFRP 복합재료 외팔판

Table 5 Non-dimensional frequency parameters (λ) of the rectangular $[0°]_{20}$ and $[45°]_{20}$ GFRP composite plate with various point supports at $x=a$

Stacking sequence	Case of boundary condition		Mode sequence number				
			1st	2nd	3rd	4th	5th
$[0°]_{20}$	CF	FEM	3.51	5.70	13.69	22.58	25.14
		Exp.	3.30	5.54	15.23	20.88	24.39
	F1	FEM	5.70	8.43	19.14	25.02	27.24
		Exp.	6.07	8.95	19.70	24.60	28.01
	F2	FEM	6.98	14.93	19.12	27.25	29.34
		Exp.	7.46	15.23	18.75	28.22	29.61
	F3	FEM	14.27	14.94	24.10	27.31	35.20
		Exp.	13.95	15.97	25.77	31.31	37.06
	FS	FEM	15.54	17.11	24.58	40.34	51.87
		Exp.	14.91	17.21	26.41	44.48	52.14
$[45°]_{20}$	CF	FEM	2.07	5.81	12.83	15.75	22.25
		Exp.	1.93	5.35	11.58	15.59	19.23
	F1	FEM	5.79	7.36	15.06	20.49	27.14
		Exp.	5.79	6.90	14.92	18.41	24.87
	F2	FEM	7.16	12.70	13.95	23.83	33.06
		Exp.	6.83	11.88	13.21	23.75	30.29
	F3	FEM	9.17	13.31	22.88	29.07	34.45
		Exp.	8.61	12.92	22.57	27.02	31.47
	FS	FEM	9.28	13.57	25.27	31.64	38.53
		Exp.	8.61	12.77	24.05	33.85	42.46

의 자유단 점지지에 따른 진동수 매개변수의 영향을 나타내었다. 점지지된 판의 진동수는 외팔판과 자유단이 단순지지된 판의 진동수 사이에 있으며, 기본진동수에 있어서 점지지 2개까지는 외팔판의 진동수보다 약간 증가하였으나, 3개의 점지지에서는 단순지지에 가까워 졌다. 또한 고차 모드인 4차와 5차 진동수는 점지지의 영향이 미소하여, 단순지지 보다는 외팔판의 진동수에 가까운 결과를 보였다. 이는 고차 모드로 갈수록 모드 형상이 복잡해지므로 3개의 점지지는 완전한 단순지지 조건과

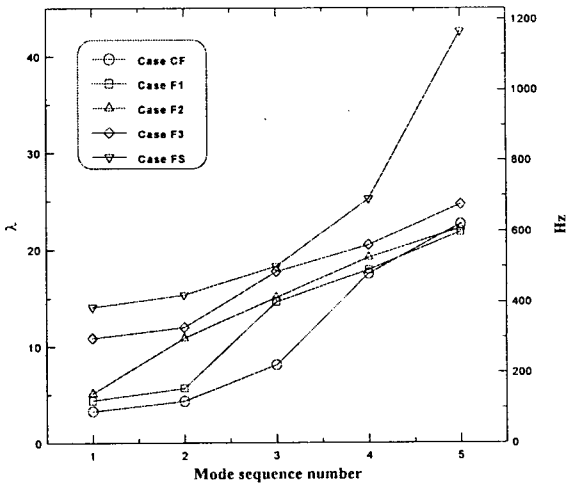


Fig. 7 The experimental non-dimensional frequency parameters (λ) of $[0°]_{20}$ CFRP plate with various point supports at $x=a$

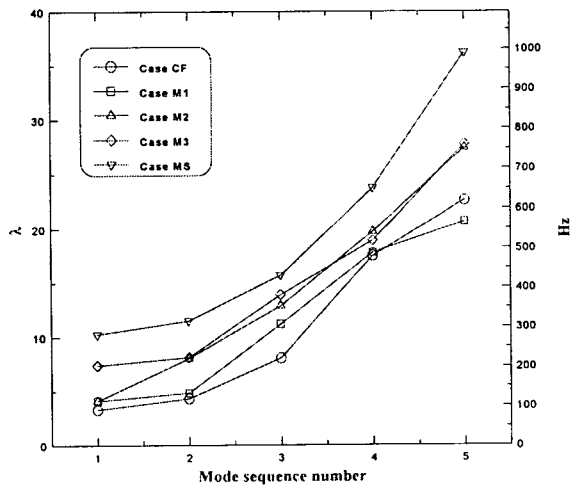


Fig. 8 The experimental non-dimensional frequency parameters(λ) of $[0°]_{20}$ CFRP plate with various point supports at $x=a/2$

차이가 있음을 나타낸다.

적층각 $[0°]_{20}$의 CFRP 외팔 복합재료 판의 중앙인 $x=a/2$ 지점에 y방향 점지지 개수의 변화에 따른 진동수 매개변수의 영향을 Fig. 8에 나타내었다. 자유단에 점지지를 갖는 경우와 유사하게 기본진동수가 1, 2개의 점지지를 가질 때는 외팔판의 경우에 근사하나, 세 개의 점지지를 갖는 경우 진동수가 크게 증가하였다. 또한 중앙에 2개와 3개의 점지지를 가질 때 기본진동수는 큰 차이를 보이지만, 2차 이상의 모드에서는 거의 유사한 진동수를 보였다. 그리고 중앙에 하나의 점지지를 갖는 경우 외팔판의 진동수에 근접하지만 5차 진동수는 오히려 낮게 나타났다.

Fig. 9은 $[45°]_{20}$ 적층된 GFRP 외팔 복합재료 판의 중앙부분을 점지지한 경우의 진동수 매개변수를 나타낸다. 점지지가 많아짐에 따라 진동수는 증가하고, 고차모드로 갈수록 점지지의 개수에 따른 진동수의 차이가 크게 나타났다. 또한 특이하게 한 개의 점지지를 갖는 경우 기본진동수가 두개의 점지지를 갖는 경우의 진동수보다 약간 높은 결과를 보였다.

지지점이 없는 외팔판과 1개의 지지점을 갖고 지지위치가 다른 $[0°]_{20}$과 $[45°]_{20}$ CFRP 판의 진동수 매개변수를 Fig. 10에 나타내었다. 섬유각에 상관없이 자유단의 점지지가 중앙 위치의 점지지보다 더 높은 진동수를 갖으나 [45°]인 경우에는 2차 모드에서 중앙 위치의 점지지가 자유단의 점지지보다 높은 진동수를 갖는다. [0°] CFRP 판은 3차 모드에서 점지지의 영향이 크게 나타나며 [45°] CFRP 판은 기본진동수에서 점지지의 영향이 크게 나타났다.

복합재료의 섬유각에 따른 진동수의 영향을 단일방향 CFRP 복합재료 외팔판에 대해 FEM 해석결과를 Fig. 11에 제시하였다. $[0°]_{20}$과 $[45°]_{20}$ CFRP판은 Table 2에서 알 수 있듯이 섬유각에 따라 두께가 다르다. 그러나 Fig. 11에서는 판의 두께가 일정한 것으로 가정하여 해석하였다. 기본 진동수는 섬유각이 증가함에 따라 감소하며 모드에 따라 선형적으로 증가한다. 이는 섬유각이 증가함에 따라 판의 강성이 작아짐을 나타낸다. 2차 모드

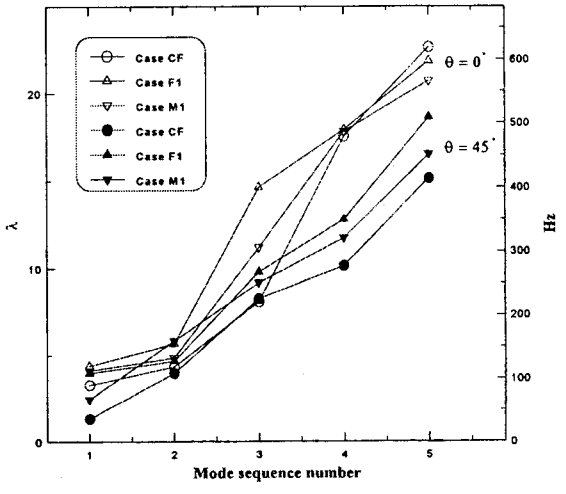


Fig. 10 The experimental non-dimensional frequency parameters(λ) of $[0°]_{20}$ and $[45°]_{20}$ CFRP composite plates

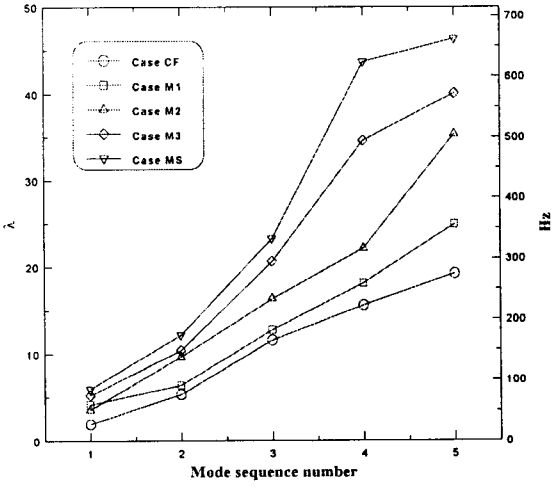


Fig. 9 The experimental non-dimensional frequency parameters(λ) of $[45°]_{20}$ GFRP plate with various point supports at $x=a/2$

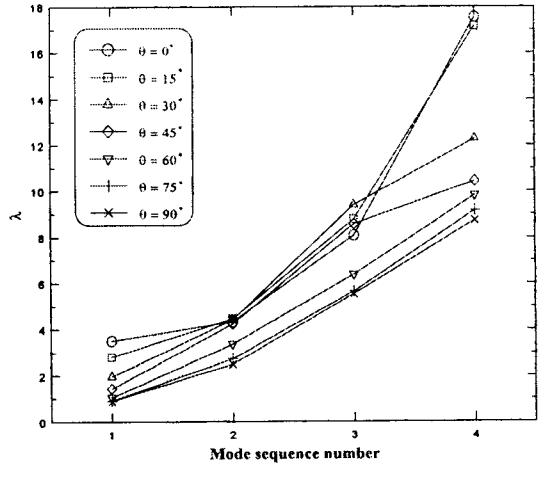


Fig. 11 The effects of fiber orientation angle (θ) of cantilever CFRP composite plate by FEM

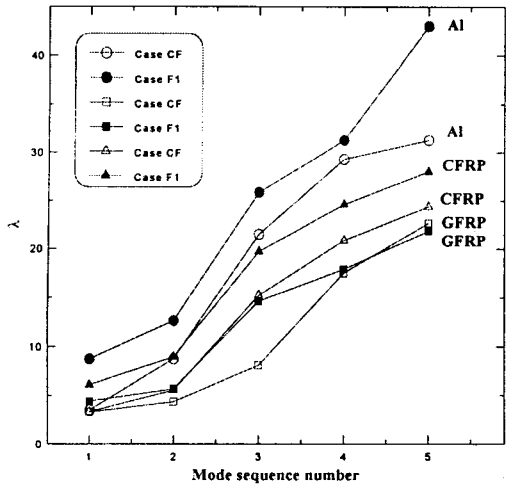
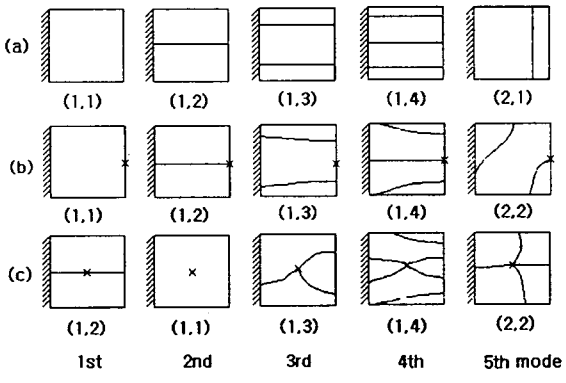


Fig. 12 The experimental non-dimensional frequency parameters(λ) of alumi -num, $[0°]_{20}$ CFRP and $[0°]_{20}$ GFRP plate

의 경우 섬유각이 0°~45°에서 섬유각의 영향이 매우 작으며 3차 모드인 경우에는 섬유각이 30°일 때 가장 높은 진동수를 갖는다. 또한 4차 모드에서 섬유각의 영향이 매우 크게 나타난다.

Fig. 12은 자유단에 한 점지지된 알루미늄 판과 [0°] 단일방향 복합재료(CFRP, GFRP)판의 진동수 매개변수를 나타내었다. 각 경우에 대한 재료에 따른 진동수는 모든 차수에서 CFRP 판이 가장 작고, GFRP, 알루미늄 판의 순서이다. 그리고 복합재료가 갖는 특성인 직교이방성은 E_1/E_2로 정의되는데 CFRP와 GFRP는 각각 15.48과 4.82를 갖는다. 2차 모드를 제외한 저차와 고차모드의 진동수는 직교이방성이 커짐에 따라 점지지의 영향이 작아진다.

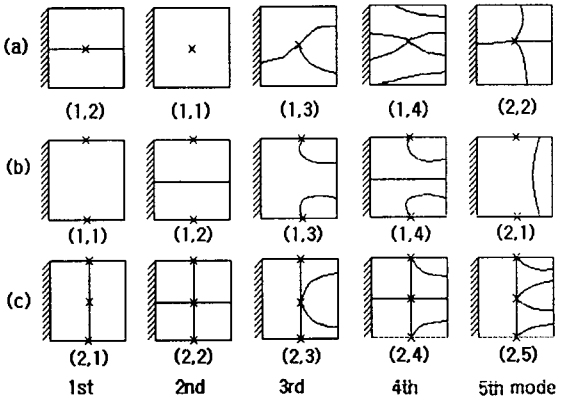


(a) Case CF (b) Case F1 (c) Case M1

Fig. 13 The experimental node patterns of the $[0°]_{20}$ CFRP plate

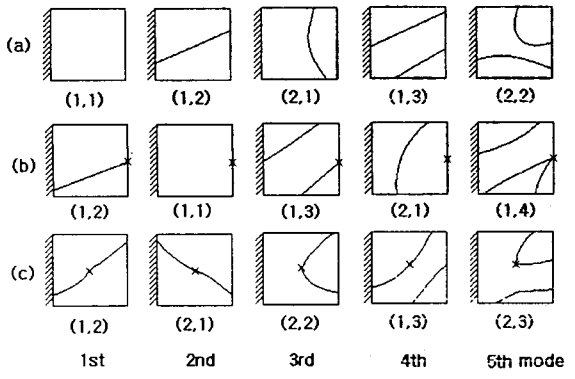
점지지를 갖는 복합재료 외팔판의 진동실험을 통하여 각 모드에서의 진동수에 해당하는 모드형상을 결정하였다. 결과들은 판에서 변위가 발생하지 않는 선으로 표현된 노드패턴(node pattern)으로 나타내었고, 실험된 많은 시편에 대한 절선들이 결정되었다. 본 논문에서는 점지지의 위치와 개수 그리고 섬유방향각에 따른 결과를 Figs. 13 ~ 15에 나타내었다.

Fig. 13은 실험에 의한 $[0°]_{20}$ CFRP 복합재료 외팔판이 자유단에 1개의 점지지를 가질 때와 중앙에 1개의 점지지를 가질 때의 진동모드에 따른 노드패턴을 나타낸다. 점지지가 없는 외팔판의 경우 (a), 섬유 방향각의 영향으로 4차 모드까지는 y방향 모드가 나타나고 5차에서 x방향 2차 모드가 나타났다. 자유단의 중앙에 하나의 지지점이 있을 때 (b), 2차와 4차 모드는 점지지가 없는 경우의 절선과 일치하는 점이고, 5차 진동수에서 외팔판의 경우와 다르게(2,2) 모드가 나타났다. 판의 중앙에 하나의 점지지를 가질 때(c), 절선은 중앙 지지점을 기준으로 분산되어 나타나며, 자유단이 점지지될 때와 비교하여 1차와 2차 모드가 바뀌어 (1,2) 모드가 기본진동수로 나타났다. 이들 노드패턴으로부터 점지지는 외팔판의 1차 굽힘모드의 진폭을 크게 줄일 수 있고, 판 중앙의 점지지는 기본진동수의 모드순서를 바꾸며, 노드패턴에 큰 변화를 주었다. Fig. 14는 $[0°]_{20}$ CFRP 외팔 복합재료 판이 중앙에 점지지를 가질 때 지지점의 개수에 따른 진동모드를 나타내었다. 2개의 점지지를 가질 때(b), 진동모드는 외팔판의 경우와 동일하나 노드패턴은 지지점을 기점으로 하여 자유단쪽 섬유방향을 따라 발생하였다. 특히 판의 중앙부분에 세 점이 지지



(a) Case M1 (b) Case M2 (c) Case M3

Fig. 14 The experimental node patterns of the $[0°]_{20}$ CFRP plate with various point supports at $x=a/2$



(a) Case CF (b) Case F1 (c) Case M1

Fig. 15 The experimental node patterns of the $[45°]_{20}$ CFRP plate

되면 모든 모드는 x방향 2차의 반파수를 갖고, 자유단쪽에서의 노드패턴이 크게 형성되었다.

Fig. 15은 $[45°]_{20}$ CFRP 외팔판에 대하여 한 개의 점지지를 가질 때 지지위치의 변화에 따른 영향을 보이는 진동모드를 나타내었다. 지지점에 따른 노드패턴의 변화는 [0°]와 유사하게 지지점을 중심으로 형성됨을 알 수 있고, 모든 절선은 섬유방향을 따라서 발생하므로 섬유방향각이 복합재료 판의 모드형상을 결정하는 주된 요인중의 하나임을 나타낸다.

5. 결 론

자유단의 경계와 중앙에 점지지된 복합재료 외팔판의 자유진동해석을 실험과 유한요소해석을 통하여 수행하였으며, 무차원화된 진동수매개변수 및 노드패턴으로 결과를 제시하였고, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 섬유방향각이 [0°]에서 [90°]로 증가하면 판의 기본 고유진동수는 낮아진다. 기본진동수에 대하여 [0°]의 복합재료 판의 경우 2개 이하의 점지지의 영향은 작지만, [45°]의 복합재료 판의 경우에는 1개의 점지지도 큰 영향을 나타낸다.

(2) 자유단쪽 점지지의 개수가 증가할수록 진동수는 증가하나, 직교이방성이 큰 [0°] CFRP판의 경우에는 고차로 갈수록 점지지의 영향이 작아지며, 같은 개수의 점지지에서 중앙점($x=a/2$)보다는 자유단($x=a$)을 지지는 것이 더 큰 진동수를 보였다.

(3) 모드형상에 있어서 점지지는 외팔판의 1차 굽힘모드의 진폭을 크게 줄여주고, 절선은 지지점을 중심으로 섬유방향각을 따라 나타났으며, 이는 섬유방향각이 복합재료 판의 모드형상을 결정하는 주된 요인중의 하나임을 나타낸다.

참 고 문 헌

(1) 이영신, 최명환, 1993, "외팔형 복합재료 및 혼합적층 삼각판의 자유진동해석", 한국소음진동공학회지, 제 3 권, 제 3 호, pp. 259~269

(2) 이영신, 최명환, 1994, "외팔형 복합재료 및 혼합적층 사각판의 자유진동해석", 대한기계학회논문집, 제 18 권, 제 8 호, pp. 1899~1909

(3) J.G.M. Kerstens, 1979, "Vibration of a Rectangular Plate Supported at an Arbitrary Number of Points", Journal of Sound and Vibration, Vol. 65, No. 4, pp. 493~504

(4) A.V. Bapat and S. Suryanarayan, 1992, "The Fictitious Foundation Approach to Vibration Analysis of Plates with Interior Point Supports", Journal of Sound and Vibration, Vol. 155, No. 2, pp. 325~341

(5) D. J. Gorman, 1980, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plates with Symmetrically Distributed Point Supports along the Edges", Journal of Sound and Vibration, Vol. 73, No. 4, pp. 563~574

(6) H.T. Saliba, 1984, "Free Vibration Analysis of Rectangular Cantilever Plates with Symmetrically Distributed Point Supports along the Edges", Journal of Sound and Vibration, Vol. 94, No. 3, pp. 381~395

(7) Y. Narita, 1985, "The Effect of Point Constraints on Transverse Vibration of Cantilever Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 102, No. 3, pp. 305~313

(8) C.S. Kim and S.M. Kickinson, 1987, "The Flexural Vibration of Rectangular Plates with Point Supports", Journal of Sound and Vibration, Vol. 117, No. 2, pp. 249~261

(9) O. Ichinomiya, Y. Narita and K. Maruyama, 1990, "Steady-State Response Analysis of Elastically Point-Supported Composite Rectangular Plates", JSME International Journal, Series Ⅲ, Vol. 33, No. 3, pp. 504~309

(10) Swanson Analysis Systems Inc., 1992, "ANSYS User's Manual : Volume Ⅲ Elements"