

< 논 문 >

# 유연 다물체 동역학을 이용한 포신-포탑시스템의 진동해석

## Gun System Vibration Analysis using Flexible Multibody Dynamics

김 성 수\* · 유 진 영\*\*

Sung-Soo Kim and Jin-Young You

(1997년 11월 24일 접수 ; 1998년 1월 8일 심사완료)

**Key Words** : Flexible Multibody Dynamics(유연 다물체 동역학), Recursive Formulation(순환공식), Switching Technique(전환기법), Joint Relative Coordinate(조인트 상대좌표계), Nodal Coordinate(절점좌표계), Modal Coordinate(모드좌표계), Turret-Gun System(포신-포탑 시스템)

### ABSTRACT

In order to find out relationship between hit probability and gun firing of a moving tank, a turret and flexible gun system model has been developed using a recursive flexible multibody dynamics. For a firing simulation model, nodal coordinates for a finite element model of a flexible gun have been employed to include transverse loads to the gun tube due to moving bullet and ballistic pressure. Modal coordinates are also used to represent the motion induced gun vibration before a firing occurs. An efficient switching technique from modal equations to nodal equations has been introduced for an entire gun firing simulation with a rotating turret.

### 1. 서 론

전차포 명중률은 탄자이동, 탄자 추진압력에 의한 포신의 횡방향 운동에 의한 포구 지향각과 횡속도에 의해 영향을 받고 있다. 이러한 포신의 횡운동에 관한 동특성을 체계적으로 연구하기 시작한 것은 Gay<sup>(1)</sup>로 포구에서 예측된 동적 특성이 실제 표적에서 나타나는 오차정도를 설명하는데 충분한 자료임을 밝혔다. Simkins<sup>(2)</sup>는 포신운동에 대한 지배방정식을 정립하였고, 탄자이동질량 등을 단일하중요소로 취급하여 유한요소법을 이용하여 해석하였다. Warken<sup>(3)</sup>은 탄자가 강내에서 이동하는 동안 불평형적으로 운동하는 포신운동을 해석하였다.

이러한 포신의 횡운동에 관한 연구는 고정된 포의 발사를 기준으로 포신과 탄자의 상호작용에 관한 규명과 포구지향각 및 횡속도가 명중률에 미치는 영향 분석에 국한되어 있다. 또한 유한요소 절점좌표계에 의한 포신만의 운동방정식을 이용하여 포신의 횡진동에 관한 연구들이 진행되었다. 하지만 전차의 기동중 사격에는 포신의 강제운동과 유연성에 의한 진동이 연성된 운동과 탄자와 포신의 상호작용들이 복합적으로 나타나므로, 그동안 개발되어온 포신모델로서는 해석의 한계가 있다.

그러므로 체계적인 명중률 향상을 위한 포신 설계를 위해서는 기동중 사격이 가능한 포신의 강제운동과 연성된 탄성변형 그리고 탄자이동, 추진압력, 강선포의 경우 탄자 회전의 효과를 고려한 새로운 포신모델이 필요하다.

본 논문에서는 이러한 기동중 사격 해석을 위해서, 강제운동과 포신 진동이 연성된 포신-포탑 운동

\* 정회원, 충남대학교 공과대학 메카트로닉스공학과

\*\* 충남대학교 공과대학 메카트로닉스공학과

방정식을 도출하였다. 기동중의 전차시스템에서 탄자가 강내를 이동할 때 포신에 미치는 영향을 고려하기 위해 절점좌표계를 사용하고, 순환공식<sup>(4,5)</sup>을 이용하여 포신-포탑 시스템 운동방정식을 유도하였다. 또한 해석의 효율성을 위하여, 기동중의 포신 및 포탑의 거동은 모드좌표를 이용한 운동방정식을 이용하고,<sup>(6)</sup> 기동중의 사격은 사격시작시 절점좌표 운동방정식으로 해석을 바꿔주는 전환기법을 도입하여, 전환기법을 사용한 경우와 절점좌표계를 이용한 경우를 비교하여 명중률에 미치는 영향을 고찰하였다.

## 2. 탄성체 포신 운동 방정식

### 2.1 탄성체 포신모델

포탑의 회전과 포신의 상하운동을 고려하기 위한 전차 모델을 Fig. 1과 같이 전차 몸체부분인 차체(chassis), 포탑(turret), 포신마운트(mount), 포신(gun)으로 구성할 수 있다.<sup>(7)</sup>

차체와 포탑은 회전조인트(revolute joint)로 연결되어 포신의 방위각을 조절할 수 있고, 포탑과 마운트도 회전조인트로 연결되어 포신의 고저를 조절할 수 있다. 그리고, 마운트와 포신사이의 상대운동의 고려하여 병진조인트(translational joint)로 연결하였다. 포신마운트와 포탑사이에는 포신고저장치로서 유압실린더가 있으므로 이를 TSDA(Translational spring damper actuator)로 모델링하고, 포신마운트와 포신사이의 주퇴복좌힘을 고려하기 위해 역시 TSDA로 모델링한다. 또한 포탑은 유압모터에 의한 치차를 통하여 선회하므로 전차차체와 포탑사이의 포탑선회장치는 회전력을 부가할 수 있는 RSDA(Rotational spring damper actuator)로 모델링한다.

포신의 강제운동과 연성된 변형 운동을 기술하기 위해서는 포신 내의 여러 점들의 절대 위치와 자세를 나타낼 일반좌표를 정의할 필요가 있다. Fig. 2

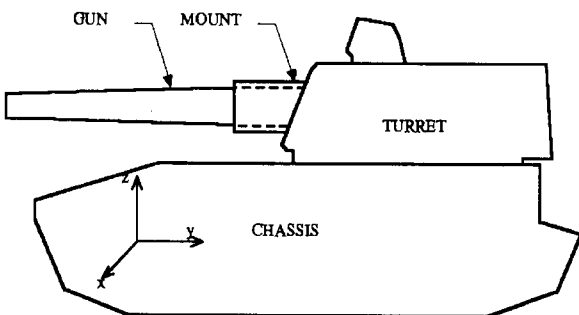


Fig. 1 Tank system

에서는 관성좌표계 X-Y-Z에서의 변형체의 일반좌표를 나타내기 위한 기구학적 관계가 도식적으로 나타나 있다.<sup>(6)</sup>

$x_i'-y_i'-z_i'$ 좌표계는 포신에 고정된 물체 기준좌표계로 관성좌표계에서의 포신의 위치와 자세를 나타내 포신의 강제운동을 기술할 수 있다. 또한 포신의 탄성적 변형은  $x_i'-y_i'-z_i'$ 좌표계에 대한 상대적인 탄성변위로 나타낸다. 그러므로 탄성체 포신의 운동을 기술하기 위해서는 관성좌표계에 관한 운동을 기술하는 직교좌표와 포신 기준좌표계에 대한 상대적 변형을 나타내는 변형좌표계가 필요하다.

따라서 포신 위의 임의의 한 점 p의 위치를 나타내기 위해 Fig. 2와 같이 물체 기준좌표계의 위치벡터와 물체 기준좌표계에서 표시된 p점의 위치벡터가 필요하며 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

$$r_i^p = r_i + A_i \rho'_{ij} = r_i + A_i (s'_{ij}^p + u'_{ij}^p) \quad (1)$$

여기서  $r_i$ 는 관성좌표계로부터 물체 기준좌표계까지의 거리이고,  $A_i$ 는 물체 기준 좌표계에서 관성좌표계로의 자세변환행렬,  $s'_{ij}^p$ 는 변형 전의 물체 기준좌표계로부터 점 p까지의 거리,  $u'_{ij}^p$ 는 변형에 기인하는 물체 기준좌표계에 대한 상대적인 변위이다.

탄성적 변위  $u'_{ij}^p$ 를 나타내기 위해, 포신을 긴 튜브로 구성된 3차원 보로 가정하여 Euler-Bernoulli 보이론을 적용시킬 수 있다. 수치해석적인 방법으로 포신을 해석하기 위해서 변형 변위장은 유한요소 방법을 이용한 3차원 보요소 절점 좌표의 보간함수로 나타낼 수 있으며 다음과 같이 표시된다.<sup>(8)</sup>

$$u'_{ij}^p = N_{ij} d_{ij} \quad (2)$$

여기서  $N_{ij}$ 는 포신에서의 요소 j의 형상함수이며,<sup>(9)</sup>  $d_{ij}$ 는 포신의 요소 j의 절점좌표를 나타낸다.

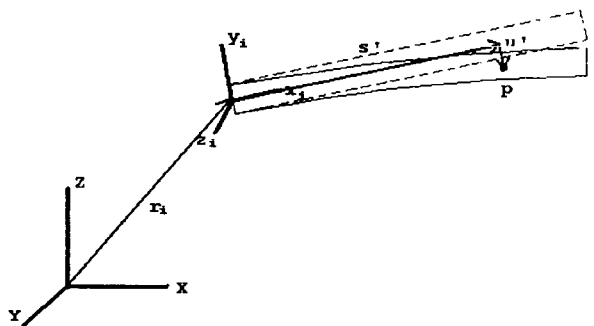


Fig. 2 Generalized coordinate of the ith deformable body

따라서 식 (1)은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\mathbf{r}^p = \mathbf{r}_i + \mathbf{A}(\mathbf{s}'_{ij} + \mathbf{N}_{ij}\mathbf{d}_{ij}) \quad (3)$$

### 2.2 탄성체 포신의 유한요소 운동방정식

탄성체 포신의 운동방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 적용한다.

(1) 변형률과 변형변위의 근사적인 선형관계식을 사용할 수 있도록 포신의 탄성변형은 물체 기준 좌표계에 대해 작은 변위와 회전을 갖는다.

(2) 응력과 변형률은 선형적인 훅의 법칙에 의해 표현된다.

(3) 탄성체 포신의 경계조건은 계의 운동 중에는 변하지 않는다. 또한 포신마운트와 고각 조정 액츄에이터의 접합부의 변형은 없는 것으로 가정한다.

(4) 발사시 탄자의 강내 이동에 대한 포신의 주퇴 피스톤 운동은 무시할 수 있다고 가정한다.

(5) 발사는 포신이 목표물을 겨냥하여 안정화된 후 매우 짧은 시간(6 ms)에 발사된다고 가정하여, 회전 또는 병진하는 포신좌표계 내에서 탄자이동에 의한 Coriolis힘은 무시한다.

물체 i의 요소 j에 대한 시간 t에서의 구속조건을 만족하는 가상변위에 의한, 가상일에 관한 유한요소 운동방정식은 식(4)와 같이 표현된다.<sup>(6)</sup>

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} \mu \delta \mathbf{r}^p \mathbf{r}''^p d\Omega + \int_{\Omega} \delta \mathbf{r}^p \mathbf{f}^p d\Omega \\ & + \int_{\sigma} \delta \mathbf{r}^p \mathbf{T}^p d\sigma = \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p \boldsymbol{\tau}^p d\Omega = \delta W_{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

- $\mu$  : Material density
- $\mathbf{r}''^p$  : Acceleration of point p
- $\mathbf{f}^p$  : Element force density of point p
- $\mathbf{T}^p$  : Surface traction at point p
- $\delta \mathbf{r}^p$  : Virtual displacement of point p
- $\boldsymbol{\tau}^p$  : Stress tensor at point p
- $\delta \boldsymbol{\varepsilon}^p$  : Strain field variation at point p
- $\Omega$  : Volume of the element before deformation occur
- $\sigma$  : Surface of the element before deformation occur
- $\delta W$  : Virtual work

점 p에 대한 가상변위  $\delta \mathbf{r}^p$ 는 식(3)에 변분

(variation)을 취하여 얻을 수 있고, 식 (3)을 두 번 미분하면 점 p에서의 가속도를 얻게 되어 이를 식 (4)에 대입하여 정리하면 식 (5)와 같이 물체 i의 한 개의 보요소 j에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & - [\delta \mathbf{r}_i^T, \delta \boldsymbol{\pi}_i^T, \delta \mathbf{d}_{ij}^T] \\ & \left\{ \mathbf{M}_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \\ \mathbf{d}_{ij} \end{bmatrix} + \mathbf{S}_{ij} - \mathbf{Q}_{ij} \right\} = \delta W_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 요소관성행렬  $\mathbf{M}_{ij}$ ,  $\mathbf{S}_{ij}$ ,  $\mathbf{Q}_{ij}$ 는 요소관성행렬, 운동에 기인하는 힘벡터, 외력에 의한 요소힘벡터를 의미하고,  $\mathbf{d}_{ij}$ 는 요소 j의 절점좌표계로  $6 \times 2$ 개의 좌표수를 갖는다. 식 (4)에서 변형에 의한 가상 내부일을 평가하면, 위에서 가정한 바와 같이 변형은 작기 때문에 선형적인 변형률과 변형과의 관계식과 선형 탄성이론에 의하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta W_{ij} & = \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p \boldsymbol{\tau}^p d\Omega = \delta \mathbf{d}_{ij}^T \mathbf{K}_{ij} \mathbf{d}_{ij} \\ & = [\delta \mathbf{r}_i^T, \delta \boldsymbol{\pi}_i^T, \delta \mathbf{d}_{ij}^T] \mathbf{U}_{ij} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{U}_{ij}$ 는 변형에 의한 탄성 복원력이고,  $\mathbf{K}_{ij}$ 는 element stiffness matrix이다.<sup>(10)</sup>

그러므로 식 (5)에 식 (6)을 대입하여 정리하면, 물체 i의 보요소 한 개의 유한요소운동방정식을 식 (7)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & [\delta \mathbf{r}_i^T, \delta \boldsymbol{\pi}_i^T, \delta \mathbf{d}_{ij}^T] \\ & \left\{ \mathbf{M}_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \\ \mathbf{d}_{ij} \end{bmatrix} + \mathbf{S}_{ij} - \mathbf{Q}_{ij} + \mathbf{U}_{ij} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

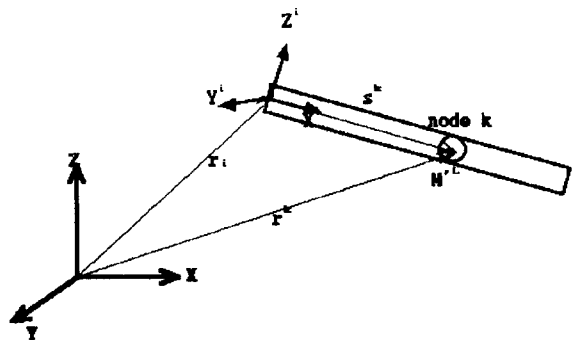


Fig. 3 Lumped mass element on a deformable body

### 2.3 집중질량요소 운동방정식

포신의 구성요소중 하나인 제연기와 포미장치를 집중질량요소(lumped mass element)로 모델링하기 위하여 Fig. 3과 같은 집중질량을 고려하도록 한다.

여기서 절점 번호 k는 집중질량이 첨가되는 절점의 위치번호이다.

절점 k에 대한 기구학적 위치는 다음과 같다.

$$r^k = r_i + A_i \rho^k = r_i + A_i (s'^k + d_{ij}^k) \quad (8)$$

여기서  $d_{ij}^k$ 는 집중질량이 위치한 절점좌표계로 6개의 좌표수를 갖는다.

집중질량에 관하여 가상일의 원리를 적용하면 다음과 같은 식을 만들 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta W_L &= \delta r^k T M_L \dot{r}^k - \delta r^k T F_L \quad (9) \\ &= [\delta r_i^T, \delta \pi_i^T, \delta d_{ij}^T] \left\{ M_{ij}^k \begin{bmatrix} \dot{r}_i \\ \dot{\omega}_i \\ \dot{d}_{ij} \end{bmatrix} + S_{ij}^k - Q_{ij}^k \right\} \end{aligned}$$

여기서  $M_L$ 은 집중 질량,  $F_L$ 은 집중질량의 자중에 의한 힘이다. 또한  $M_{ij}^k$ ,  $S_{ij}^k$ ,  $Q_{ij}^k$ 는 관성, 속도 연성 힘벡터 그리고 중력에 의한 힘벡터를 나타낸다.

### 2.4 탄성체 포신 운동방정식

식 (7)과 (9)를 이용하여 n개의 3차원 보요소로 구성된 포신에 대하여 각 요소에 대한 가상일을 더하면, 변분원리에 의한 포신의 탄성체 운동방정식을 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &[\delta r_i^T, \delta \pi_i^T, \delta d_i^T] \quad (10) \\ &\left\{ M_i \begin{bmatrix} \dot{r}_i \\ \dot{\omega}_i \\ \dot{d}_i \end{bmatrix} + S_i - Q_i + U_i \right\} = 0 \end{aligned}$$

위의 식을 평가하기 위해서는 유한요소 방법에서 요소관성행렬과 요소강성행렬을 대역행렬로 합성하는 과정이 필요하다. 여기서  $d_i$ 는 포신의 절점 좌표계로  $6 \times (n+1)$ 개의 좌표수를 갖는다.

### 2.5 포신에 작용하는 하중

포신과 탄자의 상호작용에 의해 포신에 가해지는 하중은 탄자의 이동질량에 의한 하중, 포신 곡률에 따른 포강의 상하면 면적 차에 작용하는 강내 압력에 의한 Bourdon 하중, 그리고 탄자질량중심의 편심에 의한 하중과 탄자 회전에 의한 하중으로 구분될 수 있다. 또한 포탄선회와 고저장치에 의한 포신

에 작용하는 힘과 포신자중에 의한 힘은 운동방정식 (4)에서  $f^p$ 로 이미 고려되었다. 또한 제연기에 의한 힘은 식 (9)에서  $F_L$ 로 이미 고려되었다.

**탄자 이동질량에 의한 하중.** Fig. 4와 같이 탄자가 강내에서 이동하는 동안 탄자의 임의의 위치 x에서 포신 내벽에 작용하는 집중하중은 식 (11)과 같다.<sup>(2)</sup> 이 때 포탄의 이동속도는 매우 빠르다고 가정하여 포신의 강체운동 즉 선회 및 고저, 그리고 주퇴운동과 연성되어 있지 않다고 가정한다.

$$\begin{aligned} q_{1y} &= -M_p (\ddot{y}_p(\chi, t) + g_y) \delta(\chi - x) \quad (11) \\ q_{1z} &= -M_p \ddot{z}_p(\chi, t) \delta(\chi - x) \end{aligned}$$

여기서  $M_p$ 는 탄자의 질량,  $g_y$ 는 중력가속도 성분이고,  $\ddot{y}_p$ 는 탄자의 수직 가속도,  $\ddot{z}_p$ 는 수평 가속도이다.

**Pressure Curvature 하중.** 포신이 휘어 있다고 가정하면 포강 중심축을 기준으로한 포강의 상하면 면적차이에 작용하는 강내압력에 의해 식 (12)와 같은 하중을 받게 되며 이를 Bourdon 하중이라고 한다.<sup>(3,11)</sup>

$$\begin{aligned} q_{2y} &= -A P(t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} H(\chi - x) \quad (12) \\ q_{2z} &= -A P(t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} H(\chi - x) \end{aligned}$$

여기서 A는 보의 단면적, P(t)는 면적에 따른 강내 압력이고, H(x)는 Heaviside unit step function, x(t)는 Fig. 4에서와 같이 탄자 이동거리를 나타낸다. **탄자질량중심의 편심에 의한 하중.** 약실압력에 의한 추진력은 포강의 중심축에 작용한다. 그러나 탄자의 질량중심이 포강의 중심축과 일치하지 않을 경우 모멘트 평형식에 의해 포신에 식 (13)과 같은 하중이 발생하게 된다.

$$\begin{aligned} q_{3y} &= \frac{AP(t)}{l_p} r_y \delta(\chi - x) \quad (13) \\ q_{3z} &= \frac{AP(t)}{l_p} r_z \delta(\chi - x) \end{aligned}$$

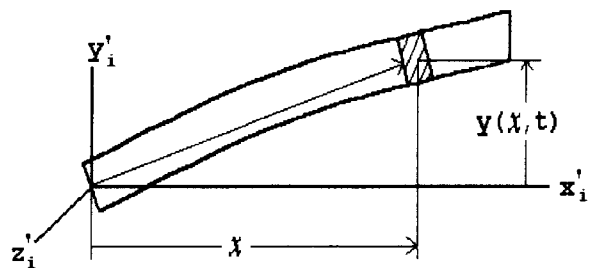


Fig. 4 Moving mass effect of the projectile

여기서,  $r_y$ 는 포강중심축에서 탄자 질량중심까지의 수직거리,  $r_z$ 는 포강중심축에서 탄자 질량중심까지의 수평거리,  $l_p$ 는 포탄의 길이이다.

**탄자 회전에 의한 하중.** 탄자가 포신의 강선을 따라 이동할 때, 탄자 질량중심의 회전에 따른 원심력에 의하여 포신에 식 (14)와 같은 하중이 발생하게 된다.

$$\begin{aligned} q_{4y} &= -M_p \ddot{r}_y \\ q_{4z} &= -M_p \ddot{r}_z \end{aligned} \quad (14)$$

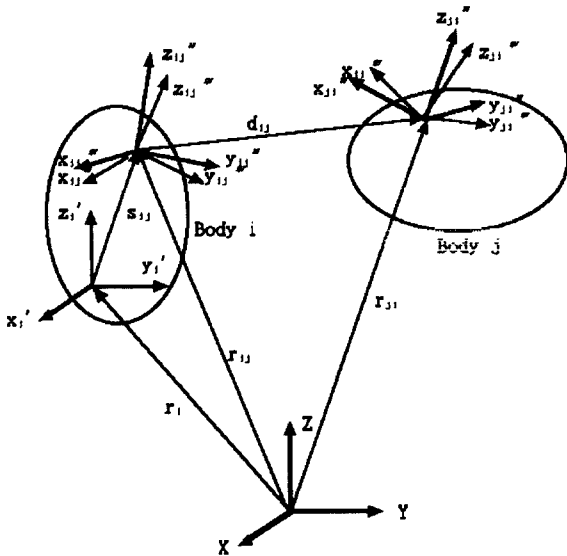
따라서, 포신 위의 임의의 점 p에 작용하는 탄자에 의한 하중은 위에서 정의한 하중들의 총합인 식 (15)를 식 (4)에 포함시킴으로써 나타낼 수 있다.

$$T^p = A_i q = A_i \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{i=1}^4 q_{iy} \\ \sum_{i=1}^4 q_{iz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 3. 순환 다물체 공식을 이용한 탄성체 포신-포탑 시스템 운동방정식

#### 3.1 순환공식을 이용한 탄성체 기구학

순차적으로 연결되어 있는 포신-포탑시스템의 순환적인 기구학 관계를 정의하기 위하여, Fig. 5는



- F : Global coordinate
- F' : Body reference frame due to undeformed body
- F'' : Joint reference frame (fixed)
- F''' : Body fixed reference frame due to deformation

Fig. 5 Adjacent flexible bodies

서로 상대 병진운동과 회전운동을 하는 연결된 2개의 탄성체를 나타내고 있다.<sup>(5)</sup>

좌표변환에 의하여 물체 j의 자세행렬과 위치는 식 (16), (17)과 같이 구할 수 있다.

$$A_j = A_i B_{ij}(d_i) C_{ij} D_{ij}(q_{ij}) C_{ji}^T B_{ji}^T(d_j) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} r_j &= r_i + A_i(s'_{ij} + u'_{ij}) + d_{ij}(A_{ij}, q_{ij}) \\ &\quad - A_j(s'_{ji} + u'_{ji}) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,  $A_i$ 는 관성좌표계에 대한 F' 좌표계의 자세행렬을 나타내고,  $B_{ij}$ 는 F''' 좌표계에서 F' 좌표계로의 변환좌표계에 관계된 자세변환이고,  $C_{ij}$ 는 F'' 좌표계에서 F''' 좌표계로의 자세 변환이고,  $d_{ij}$ 는 조인트사이의 거리이다.

물체 i와 j의 속도에 관한 상태 벡터 관계식은 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{Y}_j = \hat{Y}_i + A_{ij} \hat{d}_i + B_{ij} \hat{q}_{ij} - A_{ji} \hat{d}_j \quad (18)$$

$$\text{여기서 } \hat{Y}_i \equiv \begin{bmatrix} \dot{r}_i + \tilde{r}_i \omega_i \\ \omega_i \end{bmatrix}, B_{ij} \equiv \begin{bmatrix} \tilde{r}_{ij} H_{ij} + \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_{ij}} \\ H_{ij} \end{bmatrix},$$

$$A_{ji} \equiv \begin{bmatrix} A_j N_i^{ji} + \tilde{r}_{ji} A_j N_r^{ji} \\ A_j N_r^{ji} \end{bmatrix} \text{이다.}$$

또한 위에서 유도한 상태속도를 미분하면 식 (19)와 같은 상태 가속도 벡터를 나타낼 수 있다.

$$\hat{Y}_j = \hat{Y}_i + B_{ij} \hat{q}_{ij} + D_{ij} - A_{ji} \hat{d}_j - E_{ij} \quad (19)$$

Fig. 1에서 전차시스템의 순환 기구학해석을 위해서는 식 (16)과 (17)을 이용하여 전차차체로부터 시작하여 순환적으로 포신까지 각 물체의 자세와 물체 기준좌표계의 위치를 구할 수 있다. 마찬가지로 방법으로 식 (18)을 이용하여 각 물체의 속도를 순환적으로 구할 수 있다.<sup>(5)</sup>

#### 3.2 포신-포탑시스템 운동방정식

식 (10)에 나타난 탄성체 운동 방정식을 포신에 적용하여 강제 차체와 포탑의 가상일에 의한 운동방정식을 더하면 전체 시스템의 운동 방정식을 가상일의 형태로 유도할 수 있고 이를 상태 벡터 형식으로 나타내면 식 (20)과 같다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^2 \{ \delta \hat{Z}_i^T (\hat{M}_i \hat{Y}_i - \hat{Q}_i) \} \\ &+ \delta \hat{z}_3^T (\overline{M}_3^{mm} \hat{Y}_3 + \overline{M}_3^{md} \hat{d}_3 - \overline{Q}_3^d) \\ &+ \delta \hat{d}_3^T (\overline{M}_3^{dm} \hat{Y}_3 + \overline{M}_3^{dd} \hat{d}_3 - \overline{Q}_3^d) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

여기에 상태벡터로부터 유도된 상태 가상변위와 상태가속도벡터를 이용하여 포신으로부터 전차차체까지 역순환적으로 대입하여 정리하면 다음과 같이 조인트 상대좌표계와 절점좌표계로 표시되는 시스템 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$M \ddot{q} = P \quad (21)$$

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} M_3^{dd} & M_3^{dm} B_3 & M_3^{dm} B_2 & M_3^{dm} B_1 & M_3^{dm} \\ B_3^T K_3 B_3 & B_3^T K_3 B_2 & B_3^T K_3 B_1 & B_3^T K_3 & \\ & B_2^T K_2 B_2 & B_2^T K_2 B_1 & B_2^T K_2 & \\ symm & & B_1^T K_1 B_1 & B_1^T K_1 & \\ & & & & K_0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} Q_3^d - M_3^{dm} \sum_{i=1}^3 D_i \\ B_3^T (L_3 - K_3 \sum_{i=1}^3 D_i) \\ B_2^T (L_2 - K_2 \sum_{i=1}^2 D_i) \\ B_1^T (L_1 - K_1 D_1) \\ L_0 \end{bmatrix} \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{d}_3 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{Y}_0 \end{bmatrix}$$

$\ddot{Y}_0$ 은 차체의 6자유도 운동을 나타내며  $q_1 \sim q_3$ 는 포탑회전, 포신고저회전, 주퇴복좌운동의 상대좌표로 나타내며  $d_3$ 는 포신의 절점좌표를 나타낸다.

#### 4. 기동중 사격을 위한 운동방정식의 전환기법

기동중의 전차 사격 시뮬레이션에는 주로 두 가지 서로 다른 특성의 시뮬레이션으로 구성되어 있다. 전차의 기동시는 전체 거동에 관심이 있으며, 사격시는 매우 짧은 시간동안의 시뮬레이션이 수행되며 명중률 계산을 위한 포구이탈속도에 관심을 갖게 된다. 차체의 거동에 의한 포신 운동 및 탄자의 이동에 따른 횡방향 진동을 고려하기 위해서는 앞에서 설명한 절점좌표계에 의한 포신-포탑 운동방정식이 필수적이다. 하지만, 사격을 제외한 전체 거동만을 생각할 때에는 모드좌표를 이용한 전체의 거동해석이 보다 효율적이다. 따라서 기동중의 전차 운동은 모드좌표계와 조인트 상대좌표계를 이용한 포신-포탑시스템을 이용하여 해석하고 발사시는 절점좌표계와 조인트 상대좌표계를 사용한 운동방정식으로 전환하여 해석하는 운동방정식 전환기법을 개발하였다. 따라서 본 연구에서는 절점좌표 운동방정식과 함께 모드좌표 운동방정식도 개발하였다.

#### 4.1. 모드좌표 운동방정식

모드좌표 운동방정식은 식 (2)에서의 탄성적 변위  $u'^p$ 를 식 (22)와 같이 모드좌표를 이용함으로써 유도할 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$u'^p = \Psi^p a_i \quad (22)$$

여기서,  $\Psi^p$ 는 포신 전체의 변위장모드 중 절점 p에 해당하는 모드형상행렬이며  $a_i$ 는 물체 i의 모드좌표벡터를 나타낸다.

이를 이용해서 2.2절과 동일한 과정으로 식 (10)과 동일한 형태의 운동방정식을 유도할 수 있다. 단, 운동방정식의 계수행렬은 모드좌표계에서 정의된 값들을 갖는다.

#### 4.2. 운동방정식 전환기법

Fig. 6은 운동방정식 전환기법을 구현한 프로그램 구조의 도식적인 그림을 나타내고 있다.

발사시간을 정하면 프로그램상의 운동방정식의 수치적분이 수행되며 발사시 식 (23)과 같이 모드좌표계로부터 절점좌표계의 상태를 구한 후 절점좌표 프로그램을 호출하여 사격시간동안 해석프로그램을 수행한다.

$$\begin{aligned} d_{0i} &= \Psi a_i \\ \dot{d}_{0i} &= \Psi \dot{a}_i \end{aligned} \quad (23)$$

#### 5. 기동중 전차의 발사 시뮬레이션

위에서 유도한 운동방정식 및 전환기법을 이용하여 탄자운동을 고려한 탄성체 포신-포탑 해석프로그램을 PC에서 Fortran 77로 개발하였고, 적분기로는 LSODE(Livermore Solver for Ordinary Differential Equations)를 사용하였다.<sup>(12)</sup> Fig. 7에서와 같이 탄성체 포신은 7개의 서로 다른 단면적과 길이를 갖는 보요소로 구성되어있고, 포미장치

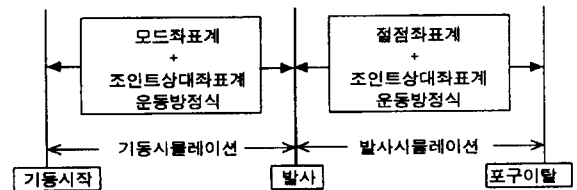


Fig. 6 Program implementation for switching technique

와 제연기를 집중질량으로 모델링하였으며, 강선효과를 고려하였다. 경계조건으로는 고정단 절점의 자유도를 구속하였다. 기동중 사격 시뮬레이션으로 포탑이 초기위치에서 1초간 30도를 회전하여 멈춘 뒤, 6 ms동안 사격을 하도록 하였다. 이 때 사격시간대 강내탄자속도와 강내약실압력 데이터가 Fig. 8에 나타나 있다.

해석방법으로는 앞에서 설명한 운동방정식 전환기법을 사용한 경우와 사용하지 않은 두 경우를 비교하였다. 전환기법을 이용하여 해석하는 경우는 위의 FEM model을 ANSYS를 이용하여 모달해석하여 모드데이터를 추출하였다. 이 때 사용한 모드는 첫 번째와 두 번째 진동모드이고, 각각의 주파수 값은 9.5559Hz, 34.5667Hz이다.

Fig. 9는 전차의 포탑이 회전할 때의 거대운동을 포신 끝단의 위치로 관성좌표계에서 나타낸 것이다. 절점좌표계로 전체 시스템을 해석한 경우와 전환기법을 이용하여 해석한 경우를 비교하였는데, 포탑의 회전에 의해 x, y평면에서 일어나는 거대운동은 일치하고 z방향의 자중에 의한 진동도 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 이로써 제시된 운동방정식의 타당성을 검증할 수 있었다.

Fig. 10과 11은 사격시 포신 끝단의 횡방향 변위와 속도를 나타내었다. Fig. 10의 발사시작순간

포미장

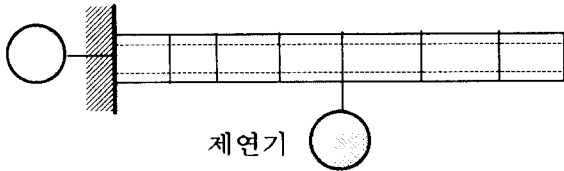


Fig. 7 A FEM model of the flexible gun

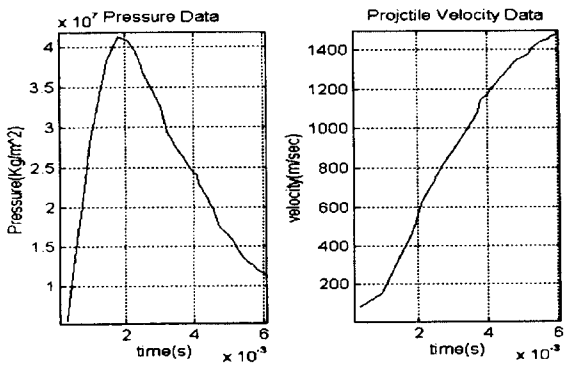


Fig. 8 Projectile input data for the gun firing

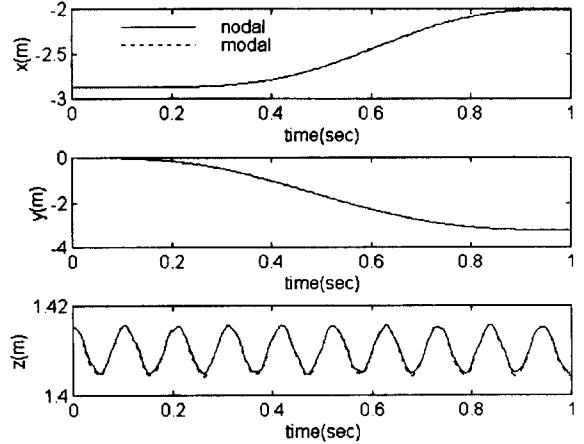


Fig. 9 Global displacement of the end of the gun

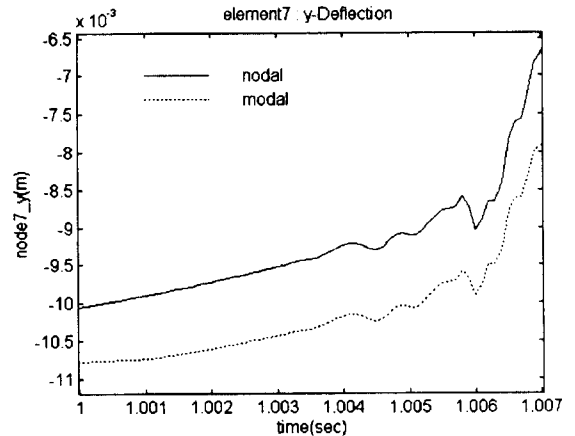


Fig. 10 Local y-deflection of the end of the gun

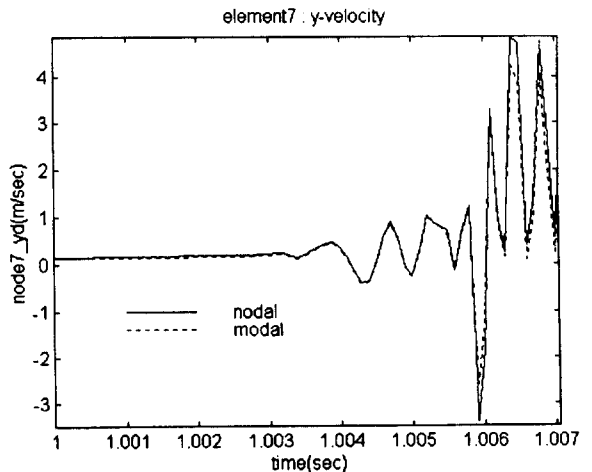


Fig. 11 Local y-velocity of the end of the gun

에서의 변위가 두 해석기법에 따라 0.75mm정도의 차이가 나서, 포구 이탈시에도 이 차이가 계속 유지되는 것을 알 수 있다. Fig. 11의 발사시작순간에서의 횡방향속도는 탄자가 강내를 이동하면서 발사가 이루어지는 구간에서 포구 이탈시까지 두 해석기법에서의 포신 횡방향 속도가 거의 일치하고 있다. 전환기법을 사용하지 않는 경우에는 포신의 탄성좌표계가 절점좌표계로 계속 해석되지만, 전환기법을 사용하는 경우에는 절점좌표계에서 모드좌표계로 운동방정식이 바뀌면서 시스템의 자유도가 변하므로 이에 따라 차이가 발생한다. 단, 초기조건상의 차이므로 포구 변위의 경우 더 이상 차이가 커지지 않고 계속 유지되고, 포구 횡방향 속도의 경우도 해석 경향이 일치하고 있다.

포신의 명중률해석에 중요한 영향을 미치는 탄자의 포구이탈시 포신 끝단에서의 횡방향 속도값을 살펴보면, 절점좌표계로 시스템을 해석한 경우는 -1.8546 m/sec, 전환기법을 이용하여 해석한 경우는 -1.2148 m/sec의 값을 갖는다. 이러한 전환기법을 사용하는데 따른 횡속도의 차이가 포구이탈 후 탄의 명중률에 얼마나 영향을 미치는가 살펴보기 위해 두 경우의 포탄의 탄착허용오차가 주어지고 다른 오차인자는 고려하지 않는다고 가정할 경우, 포구이탈 후 투사체의 운동(projectile motion)을 하는 탄자의 사격허용거리를 구할 수 있다. 탄착허용오차가 1m라고 할 경우 횡방향의 포구 이탈속도차이와 포구이탈시 탄자의 종방향 속도를 이용하여 계산하면 약 2300m의 사격허용거리가 나오는데 보통 전차간의 교전거리는 800~1200m가 가장 많으므로<sup>(14)</sup> 이 경우 전환기법의 유효성을 알 수 있다.

전환기법을 사용하는 이유는 전차의 기동시 효율적인 해석을 위한 것인데, 이를 알아보기 위해 해석 방법에 따른 소요시간을 펜티엄 133Hz PC에서 측정하여 Table 1에 나타내었다. 같은 시스템을 해석하는데 있어 전환기법을 사용하면 시뮬레이션에 사용된 모델에 관하여 해석시간이 약 38.8배로 단축되는 것을 알 수 있다.

Table 1 Elapsed time for switching technique

	Nodal coord	Switching technique	Ratio
Time(sec)	7872.69	202.84	38.8

## 6. 결 론

기동중 사격을 위한 포신모델을 위해 절점좌표계를 이용한 탄성체 포신의 운동방정식을 개발하였고,

순환공식을 이용하여 전차-포탄 시스템 운동방정식에 포함시켜 전체 시스템 운동방정식을 유도하였다. 또한 사격 외의 궤도차량이동이나, 포탄과 포신의 선회나 고저의 변화시에는 적분기로 계산하는데 시간이 많이 소요되고 있으므로, 사격을 제외한 전체 거동시 효율적인 해석을 위하여 모드좌표계를 이용한 전체의 거동해석 후 발사시는 절점좌표계와 조인트상대좌표계를 사용한 운동방정식으로 전환하는 운동방정식 전환기법을 개발하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 포탄이 회전할 때의 발사모델을 시뮬레이션하여, 전환기법에 따른 시스템의 거동 및 탄자의 포구이탈시 변위와 속도를 비교해 보았다.

본 논문에서 개발된 포신의 강내탄도에 의한 영향을 고려한 시스템 해석과 기동시 효율적인 해석을 위한 전환기법은 궤도차량과 합성된 시스템에서의 명중률 해석에 많은 도움이 되리라 생각한다.

## 참 고 문 헌

- (1) H. P. Gay and A. S. Elder, 1959, "The Lateral Motion of a Tank Gun and its Effect on the Accuracy of Fire", AD 217657.
- (2) T. E. Simkins, 1975, "Structural Response to Moving Projectile Mass by the Finite Element Method", WVT-TR-75044.
- (3) D. Wargen, K. Wolg, R. Heister, 1977, "Excitation of Gun Barrel Vibrations Caused by Projectile Unbalance and Barrel Curvature", Jour. of Ballistics, Vol. 10, No. 1.
- (4) S. S. Kim and E. J. Haug., 1988, "A Recursive Formulation for Dynamics of Flexible Multibody Systems, Part I: Open Loop Systems", J. of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 71, pp. 293~314.
- (5) H. J. Lai, E. J. Haug, S. S. Kim and D. S. Bae, 1991, "A Decoupled Flexible-Relative Coordinate Recursive Approach for Flexible Multibody Dynamics", J. of Numerical Methods in Engineering, Vol. 32-8.
- (6) S. C. Wu, E. J. Haug, and S. S. Kim, 1989, "A Variational Approach to Dynamics of Flexible Multibody Systems", Mechanics of Structures and Machines, International Journal, Vol. 17.



- (7) F. F. Tsai, F. C. Yang, D. S. Bae, E. J. Haug, 1985, *M109 Track Vehicle Modeling with DADS Track Superelements*, Technical Note 85-2, Center for Computer Aided Design, University of Iowa, Iowa City.
- (8) A. Shabana, and R.A. Wehage, 1989, *Dynamic Analysis of Large Scale Inertia-Variant Flexible Systems*, Technical Report No. 82-7, College of Engineering The University of Iowa, Iowa City.
- (9) J. S. Przemieniecki, 1968, *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGRAW-Hill.
- (10) Roy R. Craig, Jr., 1981, *Structural Dynamics*, John Wiley & Sons.
- (11) T. E. Simkins, 1968, "Traverse Response of Gun Tubes to Curvature-Induced Load Function", Benet Weapon Laboratory, NY.
- (12) A. C. Hindmarsh, 1983, "ODEPACK, A Systematized Collection of ODE Solvers", in *Scientific Computing*, R. S. Stepleman et al., North-Holland, Amsterdam.
- (13) 요미우리신문사, 1994, 최첨단 무기시리즈 2-기갑사단, 도서출판 자작나무.