

< 논 문 >

## 진동시험용 치구의 실험적 구조변경 설계

### Experimental Structural Dynamic Modification of Fixture for Vibration Testing

정 의 봉\* · 오 영 세\*\* · 김 준 엽\*\*\*

Weui-Bong Jeong, Young-Se Oh and Jun-Yeop Kim

(1997년 10월 23일 접수 ; 1997년 12월 9일 심사완료)

**Key Words** : Experimental Structural Dynamic Modification(실험적 구조변경 설계), Vibration Test Fixture(진동시험치구), Transfer Function Synthesis Method(전달함수합성법), Sensitivity Analysis(감도해석)

#### ABSTRACT

Vibration test fixture is used in random vibration control testing. The specified reference spectrum should be transmitted equally to the specimen attachment points on the fixture. In most practical cases, however, spectrum at each of specimen attachment points may be quite different from the specified reference spectrum because of the dynamic characteristics of vibration test fixture. This paper proposes the method of experimental dynamic modification of fixture system for vibration test so that the reference spectrum can be transmitted to the specimen attachment points without distortion. The stiffness of mounts of specimen and the thickness of fixture are considered as design variables. The frequency response functions of specimen used for input data are obtained from vibration testing, and the frequency response functions of fixture are obtained from finite element modeling. The sensitivities of frequency response functions at specimen attachment points to the mount stiffness are derived from synthesis method of transfer function. And the sensitivities to the thickness of fixture are also derived from finite element modeling. The presented method is verified by computer simulation and vibration testing.

#### 1. 서 론

최근 대부분의 진동시험규격들은 랜덤진동시험을 요구하고 있으며 환경진동시험 등의 경우에는 가진기와 시험물 사이에 에너지 전달매체로 진동시험

치구가 이용되어지고 있다. 시험규격에 정해진 기준 스펙트럼(reference spectrum)으로 가진된 가진력이 치구위에 설치될 여러 시험물 부착점들에 균일하게 전달되는 것이 가장 이상적이지만, 치구의 진동 특성으로 인하여 시험물 부착점마다 전달되는 진동 스펙트럼이 달라지게 된다<sup>(1~3)</sup>. 치구 진동특성의 영향을 최소화시키기 위하여 진동시험시 치구위에 제어가속도계를 설치하고 제어가속도계로부터 출력스펙트럼을 기준스펙트럼과 비교하여 그 차이를 최소화하기 위한 피드백제어에 관한 연구가 있다<sup>(4,5)</sup>. 최

\* 정회원, 부산대학교 기계공학부

\*\* 부산대학교 대학원

\*\*\* 정회원, 국방과학연구소 환경시험실

적 피드백계인은 최소자승법을 이용한 제어점에서의 최적기준스펙트럼<sup>(6)</sup>으로 제시되어 있다. 그러나 피드백제어를 수행하여도 시험물 부착점에서 응답스펙트럼이 차이가 있으면 모든 시험물 부착점을 기준스펙트럼으로 가지는 것은 불가능하여진다. 이와같은 문제점을 해결하기 위하여 Kim과 Jeong<sup>(7)</sup>은 치구의 유한요소해석시 반공진진동수의 감도해석을 이용하여 반공진진동수를 일치시키는 시도를 하였다. 또한 실험데이터를 이용하여 치구의 구조변경설계를 할 수 있는 응답예측법<sup>(8)</sup>을 제시하였다. 그러나 이와같은 방법들은 치구만에 대한 설계를 시도하였으며, 치구위에 마운트로 연결 장착된 시험물이 치구에 미치는 영향에 대해서는 고려하지 않았다. 진동시험치구의 형상은 평판 구조물을 기본으로 하는 비교적 간단한 형상으로 정확한 유한요소모델이 비교적 용이하지만, 시험물은 실제 완성품을 대상으로 하고 있으므로 형상이 복잡하여 정확한 유한요소모델에는 많은 노력이 필요하다. 따라서 시험물의 성능개선이 아니고 시험물이 주어진 상태에서 치구를 설계하기 위해서는 시험물의 동특성은 유한요소모델을 이용하는 것보다 진동시험을 이용하는 것이 바람직하다. 시험물의 마운트 연결점에서의 진동제어특성을 향상시키기 위하여 설계변경이 가능한 부분은 진동시험치구의 형상변화와 치구와 시험물을 연결하는 마운트의 동특성 변화를 고려할 수 있다.

따라서 본 논문에서 시험물은 자유상태의 진동시험에 의하여 마운트 연결점에서의 주파수응답함수를 구하고, 진동시험치구는 유한요소모델링으로 주파수응답함수를 구하는 것으로 가정한다. 그리고 유한요소모델로부터 치구의 두께변경에 따른 주파수응답함수의 감도해석과, 전달함수의 합성모델로부터 마운트의 동특성 변경에 따른 주파수응답함수의 감도해석법을 제시한다. 또한 랜덤진동제어특성의 향상을 위하여 시험물 부착점들에서의 가속도응답스펙트럼이 가능한 서로 같아지도록 치구의 두께변경과 마운트의 동특성 변경을 수행한다. 제안된 방법은 수치해석과 실험으로 타당성을 검증한다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 최적 치구제어를 위한 목적함수

가진기와 치구위에 시험물이 마운트로 결합된 진동시험계를 고려한다. 주파수  $\omega = \omega_i$ ,  $i=1, \dots, n_\omega$ 에서 치구위의 시험물 부착점  $S_j$ ,  $j=1, \dots, n_s$ 에서의 응답스펙트럼을  $H_j^S(\omega_i)$ , 진동시험규격에 주어진 기준스펙트럼을  $H_{ref}(\omega_i)$ 라 하자. 랜덤진동제어

시험시 치구위에 설치될 여러 시험물 부착점들에서의 응답스펙트럼을 가능한 일치시키므로서 피드백제어시 시험물 부착점들에서의 응답스펙트럼이 기준스펙트럼에 가까운 시험이 수행될 수 있으며, 이를 위한 목적함수는 Kim과 Jeong<sup>(6)</sup>에 의하여 다음과 같이 제안되어 있다.

$$J = n_s \cdot \sum_{i=1}^{n_\omega} H_{ref}^2(\omega_i) \cdot \left[ \frac{\sigma(\omega_i)}{\mu(\omega_i)} \right]^2 \quad (1)$$

여기서  $\mu(\omega_i)$ 는 제어전의 시험물 부착점 응답스펙트럼의 평균으로

$$\mu(\omega_i) = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{j=1}^{n_s} H_j^S(\omega_i) \quad (2)$$

이고,  $\sigma^2(\omega_i)$ 는 제어전의 시험물 부착점들에서의 응답스펙트럼의 분산으로

$$\sigma^2(\omega_i) = \frac{1}{n_s} \cdot \sum_{j=1}^{n_s} [H_j^S(\omega_i) - \mu(\omega_i)]^2 \quad (3)$$

이다. 기준스펙트럼이 관심주파수 영역에서  $H_{ref}(\omega_i) = H_{ref}$  로 일정한 크기의 스펙트럼을 갖는 경우가 대부분이며 이 때의 목적함수는 다음과 같다.

$$J = n_s \cdot H_{ref}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_\omega} \left[ \frac{\sigma(\omega_i)}{\mu(\omega_i)} \right]^2 \quad (4)$$

### 2.2 치구두께 변경에 의한 감도해석

진동시험치구는 일반적으로 평판형태의 모양을 가지고 있는 간단한 형상의 구조물이므로 유한요소모델링을 수행할 수 있다. 치구의 두께 변수를  $\{\gamma\}$ 라 하고, 유한요소모델에서 질량행렬을  $\{M(\gamma)\}$ , 강성행렬을  $\{K(\gamma)\}$ , 외력벡터를  $\{F(\omega)\}$ 라 하면 강제진동에서의 가속도응답스펙트럼  $\{G^F(\omega)\}$ 는

$$(\{M(\gamma)\} - \frac{1}{\omega^2} \{K(\gamma)\}) \{G^F(\gamma, \omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (5)$$

이다. 치구두께 설계변수  $\{\gamma\}$ 에 대하여 미분하면

$$\left( \frac{d\{M(\gamma)\}}{d\gamma} - \frac{1}{\omega^2} \frac{d\{K(\gamma)\}}{d\gamma} \right) \{G^F(\gamma, \omega)\} + (\{M(\gamma)\} - \frac{1}{\omega^2} \{K(\gamma)\}) \left\{ \frac{\partial G^F(\gamma, \omega)}{\partial \gamma} \right\} = \{0\} \quad (6)$$

이므로 치구두께변경에 의한 응답스펙트럼의 감도는 다음과 같다.

$$(\{M(\gamma)\} - \frac{1}{\omega^2} \{K(\gamma)\}) \frac{\partial \{G^F(\gamma, \omega)\}}{\partial \gamma}$$

$$= - \left[ \frac{d[M(\gamma)]}{d\gamma} - \frac{1}{\omega^2} \frac{d[K(\gamma)]}{d\gamma} \right] \quad (7)$$

$$([M(\gamma)] - \frac{1}{\omega^2} [K(\gamma)])^{-1} \{F(\omega)\}$$

여기서 질량행렬의 감도  $\frac{d[M(\gamma)]}{d\gamma}$  와 강성행렬의 감도  $\frac{d[K(\gamma)]}{d\gamma}$  는 유한요소해석시 노드정보와 요소행렬로부터 직접 구할 수 있다.

### 2.3 주파수응답함수의 합성

진동시험치구는 유한요소해석에 의하여 마운트의 연결점에서의 주파수응답함수  $G^F(\omega)$ 를 구하고, 시험물은 자유상태에서의 충격햄머 시험에 의하여 마운트의 연결점에서의 주파수응답함수  $G^S(\omega)$ 를 구한다. Fig. 1과 같이 마운트로 연결된 전체 진동시험계에 대한 마운트의 연결점에서의 응답을 예측할 수 있는 전달함수 합성법<sup>(9,10)</sup>은 다음과 같다.

진동시험치구-시험물 결합계에서 시험물의  $i$ 번째 마운트 연결점에서의 주파수응답함수  $H_i^S(\omega)$ 는

$$H_i^S = [G_{i1}^S \ G_{i2}^S \ \dots \ G_{in}^S] \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{Bmatrix}, i = 1, \dots, n \quad (8)$$

이다. 여기서,  $G_{ij}^S$ 는 시험물만에 대한 자유상태 진동시험시  $j$ 번째 마운트점 가진에 대한  $i$ 번째 마운트점의 주파수 응답함수이다. 그리고 시험물과 치구사이의  $i$ 번째 마운트의 전달력  $R_i(\omega)$ 는 다음의 연립방정식으로 주어진다.

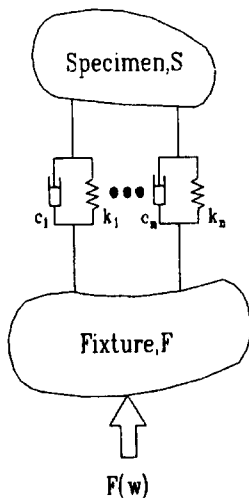


Fig. 1 Model of fixture and specimen

$$\begin{pmatrix} -\frac{\omega^2}{K_1 + j\omega C_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{\omega^2}{K_2 + j\omega C_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -\frac{\omega^2}{K_n + j\omega C_n} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11}^F & G_{12}^F & \dots & G_{1n}^F \\ G_{21}^F & G_{22}^F & \dots & G_{2n}^F \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}^F & G_{n2}^F & \dots & G_{nn}^F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11}^S & G_{12}^S & \dots & G_{1n}^S \\ G_{21}^S & G_{22}^S & \dots & G_{2n}^S \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}^S & G_{n2}^S & \dots & G_{nn}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} G_{1i}^F \\ G_{2i}^F \\ \vdots \\ G_{ni}^F \end{Bmatrix} \quad (9)$$

간단히

$$[L(\omega)]\{R(\omega)\} = -\{N(\omega)\}$$

로 표현한다. 여기서,  $k_i, c_i$ 는  $i$ 번째 마운트의 강성과 감쇠계수이고,  $G_{ij}^F$ 는 치구만에 대한  $j$ 번째 마운트점 가진에 대한  $i$ 번째 마운트점의 주파수응답함수이며,  $G_{ir}^F$ 는 치구만에 대하여 가진기 가진에 대한  $i$ 번째 마운트의 주파수응답함수이다.

### 2.4 시험물의 마운트특성 변경에 의한 감도해석

진동시험치구와 시험물을 연결하는 마운트 강성  $k$ 가 변하면 식 (9)에서 마운트전달력  $\{R(\omega)\}$ 이 변하게 되며 식 (8)의 시험물 주파수응답함수  $H_i^S(\omega)$ 도 변하게 된다. 식 (9)를  $i$ 번째 마운트의 강성  $k_i$ 로 미분하면

$$\frac{d[L]}{dk_i} \{R\} + [L] \left\{ \frac{dR}{dk_i} \right\} = 0 \quad (10)$$

이므로 마운트 강성  $k_i$ 변화에 대한 마운트전달력의 감도는 다음 연립방정식

$$[L] \left\{ \frac{dR}{dk_i} \right\} = - \frac{\omega^2}{(k_i + j\omega c_i)^2} [I_{ii}] \{R\} \quad (11)$$

으로부터 구할 수 있다. 여기서  $[I_{ii}]$ 는  $(i,i)$ 요소만 1이고 나머지 요소는 모두 0인 행렬이다.  $\left\{ \frac{dR}{dk_i} \right\}$ 가 구해지면 마운트 강성  $k_i$ 변화에 대한 시험물 마운트의 연결점의 감도는 식 (8)를 미분하여 다음식으로부터 구해진다.

$$\frac{dH_i^S}{dk_i} = [G_{i1}^S \ G_{i2}^S \ \dots \ G_{in}^S] \begin{Bmatrix} dR_1/dk_i \\ dR_2/dk_i \\ \vdots \\ dR_3/dk_i \end{Bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

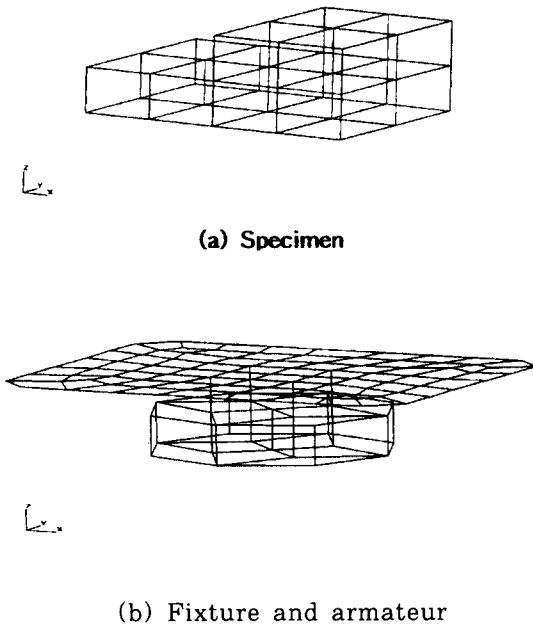


Fig. 2 Simulation model of vibration test system

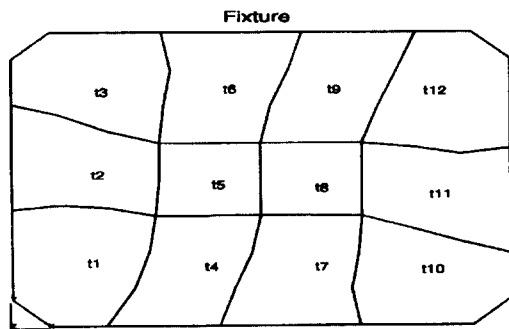


Fig. 3 Design variables for fixture modification

시험물 마운트의 연결점 주파수응답함수의 식 (7)로 주어지는 진동시험치구 두께에 대한 감도와 식 (12)로 주어지는 마운트 강성에 대한 감도가 주어지면 식 (4)의 목적함수에 대한 감도도 구할 수 있으며 설계변경이 가능하여진다. 본 논문에서는 최적설계기법의 하나인 Gauss-Newton 법을 이용하였다.

### 3. 수치해석 결과

수치해석 모델은 Fig. 2와 같이 가정하였다. 가진 기의 가진요소인 진동테이블(armateur)을 solid요

Table 1 Values of design variables

Design variables		Before modified	After modified
Stiffness of mount[N/m]	No. 1	$5.530 \times 10^6$	$4.321 \times 10^6$
	No. 2	$5.530 \times 10^6$	$6.084 \times 10^6$
	No. 3	$5.530 \times 10^6$	$6.127 \times 10^6$
	No. 4	$5.530 \times 10^6$	$4.198 \times 10^6$
Thickness of fixture(m)	No. 1	0.039	0.040
	No. 2	0.039	0.036
	No. 3	0.039	0.041
	No. 4	0.039	0.036
	No. 5	0.039	0.046
	No. 6	0.039	0.040
	No. 7	0.039	0.042
	No. 8	0.039	0.030
	No. 9	0.039	0.042
	No. 10	0.039	0.039
	No. 11	0.039	0.037
	No. 12	0.039	0.039

소로 가정하였고, 치구(fixture)는 평판요소로 가정 하였으며, 진동테이블과 치구사이에는 4개의 볼트로 체결된 것으로 생각하여 보요소를 고려하였다. 시험물(specimen)은 무게중심이 편심된 것으로 가정 하였으며 4곳의 마운트 연결점에서의 주파수응답함수를 구하기 위하여 solid요소로 모델링하였다. 설계 변경전의 마운트의 강성은  $5.53 \times 10^6$  N/m이었으며 진동시험치구의 두께는 모두 0.039 m로 가정하였다.

### 3.1 설계변경결과

시험물과 치구를 연결하는 4곳의 마운트강성과 Fig. 3과 같은 치구의 12부분에서의 두께를 설계변수로 선정하였다. 그리고 본 논문에서 제시한 감도 해석법을 이용하여 설계변경을 수행하였으며 설계변수의 수렴값을 Table 1에 나타냈다. Fig. 4는 설계변경전의 시험물 부착점들에서의 응답스펙트럼이고 Fig. 5는 설계변경후의 응답스펙트럼이다. 그림에서 알 수 있듯이 4점의 부착점들의 응답스펙트럼이 변경 후에 아주 잘 일치해 진 것을 알 수 있다. 300 Hz 미만의 저주파쪽에서는 마운트 강성의 영향이 주된 설계변화 인자로 작용하였고 300 Hz 이

상의 주파수 대역에서는 진동시험치구의 두께가 주된 설계변화 인자로 작용하였다.

### 3.2 최적기준입력스펙트럼을 이용한 제어결과

랜덤진동시험에서는 진동시험치구의 어느 한 점을 제어 가속도점으로 선정하여 피드백 제어를 한다. Kim과 Jeong<sup>(6)</sup>은 이 때 제어후의 시험물 연결점에서의 응답스펙트럼이 기준스펙트럼에 가장 일치하는 피드백 계인을 선정하기 위한 최적기준입력스펙트럼을 제안하였다. 최적기준스펙트럼에 의해 제어를 한 후의 응답스펙트럼을 Fig. 6과 Fig. 7에 나타냈다. Fig. 6은 설계변경전의 결과이고 Fig. 7은 설계변경후의 결과이다. 두 결과 모두 공진에 의한 과대시험은 나타나지 않는 것을 볼 수 있다. 그

러나 설계변경전은 반공진진동수로 인한 과소시험이 많이 발생하고 있으나 설계변경후에는 과소시험 주파수 구간이 많이 줄어들었음을 알 수 있다.

## 4. 실험 결과

### 4.1 실험장치 및 모델

실험장치 및 모델은 Fig. 8과 같다. 치구에 해당하는 평판은 두께 6 mm의 알루미늄판을 사용하였고 시험물로는 한 쪽의 두께가 두꺼운 사각보를 사용하였으며 시험물과 치구와의 마운트 연결점은 두 점으로 설정하였다. 평판모델은 한 쪽의 두께를 두 겹게 하여 연결점 두점의 응답이 서로 다르게 초기 설정하였다.

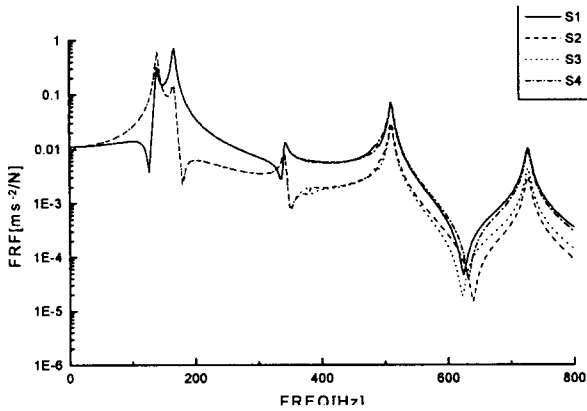


Fig. 4 Frequency response functions of specimen attachment points before modification

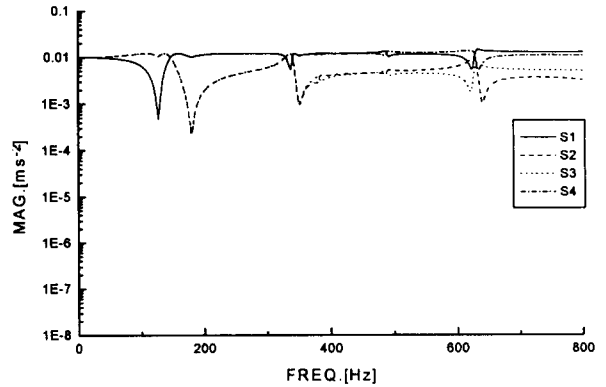


Fig. 6 Acceleration spectra controlled by optimal reference spectrum before modification

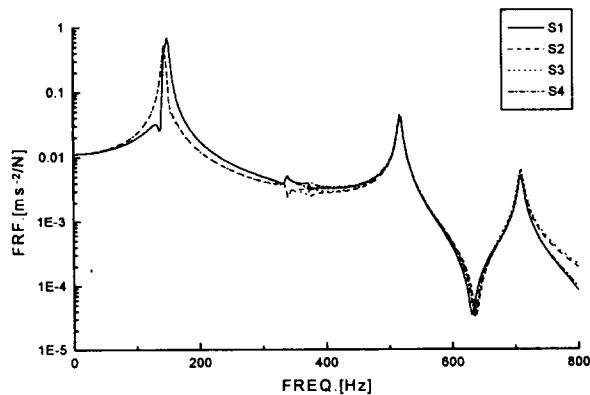


Fig. 5 Frequency response functions of specimen attachment points after modification

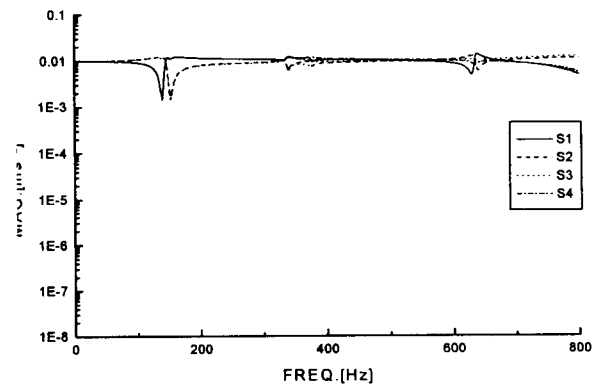


Fig. 7 Acceleration spectra controlled by optimal reference spectrum after modification

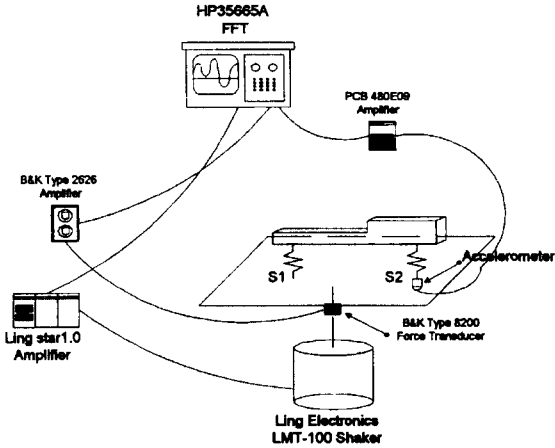


Fig. 8 Experimental model of vibration test system

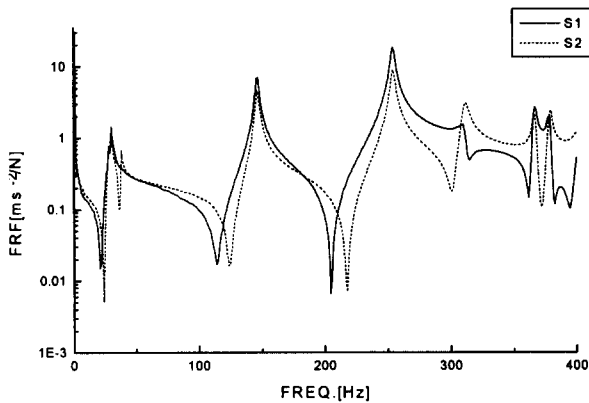


Fig. 9 Frequency response functions of specimen attachment points before modification

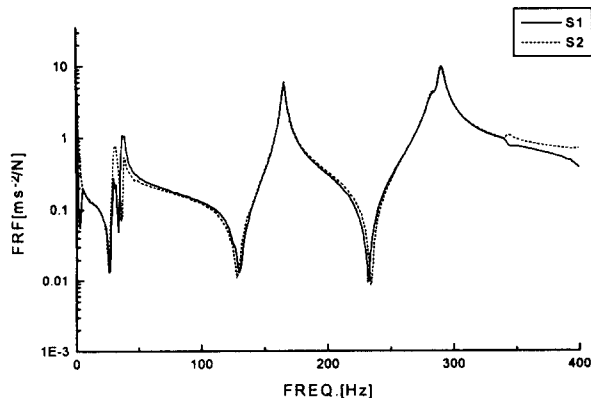


Fig. 10 Frequency response functions of specimen attachment points after modification

Table 2 Values of design variables

Design variables		Before modified	After modified
Stiffness of mount(N/m)	No. 1	$2.60 \times 10^4$	$3.42 \times 10^4$
	No. 2	$2.60 \times 10^4$	$2.26 \times 10^4$
Thickness of fixture(m)	No. 1	0.006	0.006
	No. 2	0.006	0.0075
	No. 3	0.006	0.006
	No. 4	0.006	0.007
	No. 5	0.006	0.008
	No. 6	0.006	0.009
	No. 7	0.006	0.006
	No. 8	0.012	0.012
	No. 9	0.006	0.009
	No. 10	0.006	0.006
	No. 11	0.006	0.006
	No. 12	0.006	0.0075

#### 4.2 설계변경 결과

연결점의 마운트 2개의 강성과 평판의 12개 부분의 두께를 설계변수로 사용하여 설계변경을 실시하였다. Table 2에 설계변경을 실시한 후의 최종 마운트강성과 변화한 두께를 나타냈다. 그리고 Fig. 9에 설계변경을 실시하기전 초기모델의 마운트연결점에서의 응답스펙트럼을 나타냈고 Fig. 10에는 설계변경후의 응답스펙트럼을 나타냈다. 그림에서 알 수 있듯이 설계변경후의 시험물부착점에서의 가속도스펙트럼이 잘 일치함을 알 수 있다.

#### 4.3 최적기준입력스펙트럼을 이용한 제어결과

최적기준스펙트럼에 의해 제어한 후의 응답스펙트럼을 Fig. 11과 Fig. 12에 나타냈다. Fig. 11은 설계변경전의 응답스펙트럼이고 Fig. 12는 설계변경후의 응답스펙트럼이다. 설계변경후의 결과가 설계변경전의 결과보다 반공진으로 인한 과소응답이 크게 줄어드는 것을 알 수 있다. 약간의 과소응답이 남아있는 것은 감도해석 예측결과와 실제 실험시의 반공진진동수 사이에 약간의 차이가 발생하여 완전한 반공진진동수의 제어가 이루어지지 못한 것으로 좀더 세심한 설계변경으로 해결할 수 있을 것으로 판단된다.

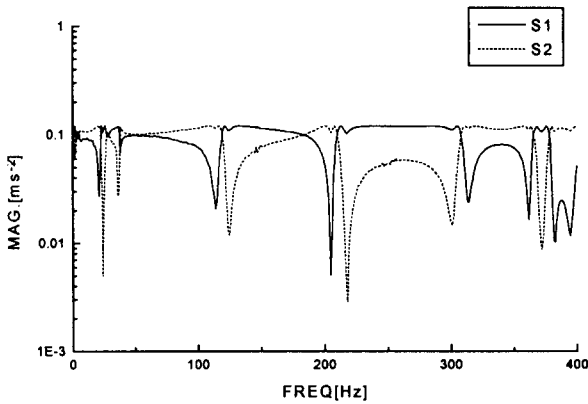


Fig. 11 Acceleration spectra controlled by optimal reference spectrum before modification

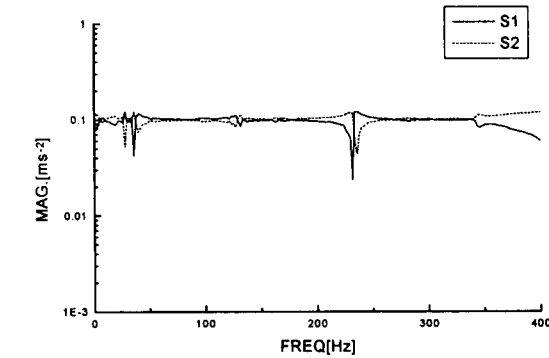


Fig. 12 Acceleration spectra controlled by optimal reference spectrum after modification

### 5. 결 론

- (1) 유한요소모델화된 치구의 두께변경에 따른 치구-시험물계의 응답스펙트럼의 감도해석법을 제시하였다.
- (2) 전달함수합성법을 기초로 하여 마운트특성변경에 따른 치구-시험물계의 응답스펙트럼의 감도해석법을 제시하였다.
- (3) 랜덤진동의 시험제어시 진동시험규격 스펙트럼에 잘 일치시킬 수 있는 치구의 구조와 마운트 특성의 동시변경설계법을 제안하였으며 수치해석과 실험으로 타당성을 검증하였다.
- (4) 제안한 방법을 이용하여 구조변경된 치구를

최적기준스펙트럼으로 제어한 결과 시험물 부착점들에서의 응답스펙트럼이 진동시험규격에 아주 잘 일치함을 알 수 있었다.

### 후 기

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME96-D-07)에 의하여 연구되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

- (1) Tomlinson, G.R. , 1979, "Force Distortion in Resonance Testing of Structures with Electrodynamic Vibration Exciter", J. of Sound and Vibration, 63(3), pp. 337~350.
- (2) Rao, D.K. , 1987, "Electrodynamic Interaction between a Resonating Structure and Exciter", Proc. 5th IMAC, pp. 1142~1150.
- (3) Olson, N.L. , 1986, "Using and Understanding Electrodynamic Shakers in Modal Application", Proc. 4th IMAC, pp. 1160~1167.
- (4) Brown, D.L. and Allemang, R.J. , 1989, "Experimental Study of Active Vibration Control of Flexible Structures Subject to Forced Vibration", Proc. 7th IMAC, pp. 926~933.
- (5) Harris, C.M. and Crede, C.E. , 1976, Shock and Vibration Handbook, 2nd Ed. McGraw-Hill, New York, pp. 27-1~27-14.
- (6) 김준엽, 정의봉, 1995, "랜덤진동제어에서 치구성능향상을 위한 기준스펙트럼의 최적화에 대한 연구", 대한기계학회논문집, 제 19 권, 제 1 호, pp. 284~291.
- (7) 김준엽, 정의봉, 1995, "환경진동시험제어에서 반공진진동수해석에 의한 치구의 구조변경설계", 한국소음진동공학회지, 제5권, 제4호, pp. 555~563.
- (8) 김준엽, 정의봉, 1996, "환경진동시험제어를 위한 치구의 실험적 구조변경설계", 한국소음진동공학회지, 제 6 권, 제 3 호, pp. 317~324
- (9) 長松昭男, 1985, "モード解析", 培風館.
- (10) 長松昭男, 大熊政明, 1990, 部分構造合成法, 培風館.