

<논 문>

# 저속 충격시 고차이론을 이용한 복합재료 판의 동적 특성

## Dynamic Characteristics of Composite Plates Based On a Higher Order Theory Under Low-Velocity Impact

심 동 진\* · 김 지 환\*\*

Dong Jin Shim and Ji-Hwan Kim

(1997년 9월 19일 접수 ; 1998년 1월 8일 심사완료)

**Key Words** : Composite Laminated Plates(복합재료 적층판), Higher Order Theory(고차이론), Low-Velocity Impact(저속충격), Shear Deformation Theory(전단 변형이론), Modified Hertz Law(수정된 헤르츠 법칙)

### ABSTRACT

The dynamic response of symmetric cross-ply and angle-ply composite laminated plates under impact loads is investigated using a higher order shear deformation theory. A modified Hertz law is used to predict the impact loads and a four node finite element is used to model the plate. By using a higher order shear deformation theory, the out-of-plane shear stresses, which can be a crucial factor in the failure of composite plates, are determined with significant accuracy. This is accomplished by using a stress recovery technique using the in-plane stresses. The results compared with previous investigations showed good agreement. It can be seen that this method of analyzing impact problems is more efficient than current three dimensional methods in terms of time and expense

### 1. 서 론

복합재료는 일반재료보다 월등히 낮은 하중대 강성비와 적층 방법에 따라 특정 방향으로 강도를 높일 수 있는 특성 때문에 최근 많은 구조물에 널리 사용되고 있다. 한편 복합재료 구조물은 금속재료 구조물에 비해 충격에 약하다는 단점이 있다. 지금까지의 연

구에 의하면 충격에 의해 복합재료가 손상을 입게 되는 방법에는 크게 압입(indentation), 기지분열(matrix cracking)과 층간분리(delamination)가 있고, 이외에도 섬유 절단(fiber breakage)등의 손상을 입을 수 있다. 특히 복합재료 구조물에 저속 충격이 가해졌을 때 육안으로 식별할 수 없는 내부적인 손상이 발생하는 경우가 많다. 따라서 구조물의 충격 거동을 구해서 손상을 예측하고 방지하는 연구가 매우 중요하게 된다.

등방성 재료로 형성된 판 부재에 대한 저속 충격 문제는 헤르츠 법칙(Hertz Law)을 사용해서 해석적으로나 수치적으로 비교적 쉽게 구할 수 있다. 이

\* 서울대학교 대학원 항공우주공학과

\*\* 정회원, 서울대학교 공과대학 항공우주공학과

러한 예는 문헌에서 찾아볼 수 있다<sup>(1)</sup>. 한편 이방성 판에 대한 문제는 여러 방법으로 해석이 시도되어 왔는데, 특히 항공기 구조물에 복합재료 적층판의 사용율이 높아지면서 이에 대한 연구가 많이 시도되었다. 복합재료 적층판의 경우 헤르츠 법칙이 부적당하기 때문에 Yang과 Sun<sup>(2)</sup>은 실험적으로 복합재료의 영구압입(permanent indentation)을 고려한 저속 충격시 힘과 변형의 관계를 구하였고 이 결과를 이용해서 Sun과 Chen<sup>(3)</sup>은 초기 인장이 있는 판에 대한 충격 거동을 1차 전단변형을 고려한 이론으로 해석하였고 Carins와 Lagace<sup>(4)</sup>는 수정된 헤르츠 법칙(modified Hertz Law)과 모드 가정법(assumed-mode analysis)을 이용해서 충격 문제를 빠르게 해석하는 연구를 하였다. 이와 같은 연구들은 복합재료 적층판과 충격체 사이의 충격력과 그 변위들을 예측하는데 주안점을 두었다.

최근에는 복합재료 적층판과 충격체가 저속 충격할 경우 적층판 내부의 손상 영역을 예측하는 연구가 활발히 이루어지고 있다. 내부 손상을 예측하기 위해서는 충격시 적층판의 면내응력(inplane stress), 수직전단응력(transverse shear stress) 그리고 수직응력(normal stress)을 정확하게 구해서 적절한 파단 판별식(failure criteria)을 적용하는 것이 중요하다. 응력을 예측하기 위하여 3차원 이론을 이용한 해석을 시도한 문헌에는 Wu<sup>(5)</sup>와 구남서<sup>(6)</sup>가 있다. Wu는 Yang과 Sun의 실험적인 힘과 변형관계와 3차원 해석을 유한요소법을 통하여 복합재료 적층판의 층간분리 영역을 예측하는 방법을 제시하였다. 구남서는 동적 접촉문제(Signorini's problem)를 2차원 및 3차원으로 직접 해석하여 손상영역을 예측하는 등의 연구를 수행하였다.

이외에도 저속 충격 문제에 대해 해석적인 방법을 이용한 문헌에는 Nosier등<sup>(7)</sup>이 Reddy의 층별이론(layerwise theory)을 사용하여 여러 가지 하중분포와 접촉법칙에 대해 해석한 연구와 Thangjitham등<sup>(8)</sup>이 고차 전단변형이론을 이용하여 몇 가지 경우에 대해서 접촉 하중을 구하였던 연구와 최근에는 Pierson과 Vaziri<sup>(9)</sup>가 1차 전단변형이론을 이용하여 충격 거동을 예측하는 것 등이 있다. 또한 국내 문헌에는 이영신과 박용<sup>(10)</sup>이 고차 전단변형이론을 이용하여 해석한 연구등 여러 논문이 있다. 그러나 이와 같은 2차원 판이론을 사용한 연구에서는 응력을 구하는데 주안점을 두지 않았다.

본 연구의 목표는 두 가지로 요약할 수 있다. 하나는 고차 전단변형이론을 사용하여 구형 충격체와 복합재료 적층판의 저속 충격을 해석하는 것이다.

둘째는 응력 복원 기법을 사용하여 복합재료 적층판의 내부 응력을 구하고, 3차원 이론을 사용하여 응력해석을 수행한 기존의 논문과 비교하는 것이다. 고차 전단변형이론은 판의 상단과 하단에서의 전단 변형 경계조건을 만족하기 때문에 유한요소를 사용해서 정확한 면내응력분포를 구할 수 있고, 이와 같이 구해진 면내응력을 사용하여 두께 방향의 전단응력분포를 계산 할 수 있다.

## 2. 본 론

### 2.1 판 모델

여러 플라이(ply)로 적층된 복합재료 판의 응력을 해석하는데 있어서 고전 적층판이론(classical lamination theory)은 부적합한 것으로 알려져 있다<sup>(11)</sup>. 따라서 적층판을 해석할 경우 일반적으로 1차 전단 변형이론을 사용하게 되는데, 이 경우 판의 윗면과 아랫면에서 응력 경계조건을 만족하지 못하게 된다. 또한 판의 두께비가 커질수록 전단보정계수(shear correction factor)가 중요하게 되므로 이 계수를 적층각에 따라 계산을 해야하는 문제점이 있다<sup>(12)</sup>. 응력 경계조건을 만족하는 고차 전단변형이론은 여러 저자에 의해 제시되었다<sup>13</sup>. 본 연구에서는 Reddy<sup>(14)</sup>의 유도 과정을 따른다. 즉, 변위장 가정은

$$u(x, y, z, t) = u_0 - z \left[ \psi_x + \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \psi_x \right) \right] \quad (1a)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0 - z \left[ \psi_y + \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \right) \right] \quad (1b)$$

$$w(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (1c)$$

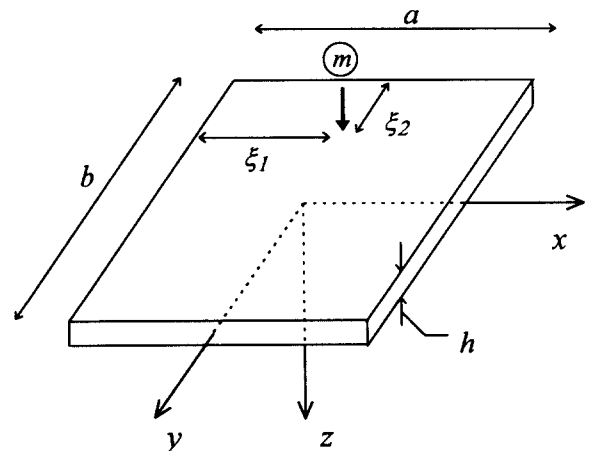


Fig. 1 Laminated plate subjected to impact

이다.

복합재료 적층판의 k번째 적층면에서 판고정 좌표 (body fixed coordinate)에 대한 응력-변형도 관계식은

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (2a)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{45} & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \end{pmatrix} \quad (2b)$$

으로 주어진다. 본 연구에서는 선형문제에 대한 해석에 주안점을 두었으며  $\{\epsilon\}$ 은 선형 변형도-변위 관계식을 사용하여 구한 변형도이다. 그러면 식 (1)과 식 (2)를 이용해서 변형에너지  $U$ 를 구할 수 있다.

판의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_{vol} \rho [\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] dV \quad (3)$$

따라서 판에 대한 운동방정식은 변형에너지식과 식 (3)을 해밀톤의 정리에 대입하여 구하면 다음과 같다.

$$\int_0^t \int_{vol} \delta(T - U) dV dt = \frac{1}{2} \int_0^t \int_R \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\rho \delta(\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) - \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij}] \times dz dA dt = 0 \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (4)$$

### 2.2 충격 모델

헤르츠 법칙에 의하면 두 물체가 충돌할 경우 충격체의 첫 번째 주기가 충격시 접촉시간보다 아주 작으면 충격시 힘과 변형의 관계식을 시간에 무관한 정적인 이론으로 수식화할 수 있는데, 그 관계는

$$F = k\alpha^{3/2} \quad (5)$$

으로 가정할 수 있다<sup>(1)</sup>. 여기서 k는 충격하는 물체의 모양과 물성치에 따라 변화하는 비례상수이고  $\alpha$

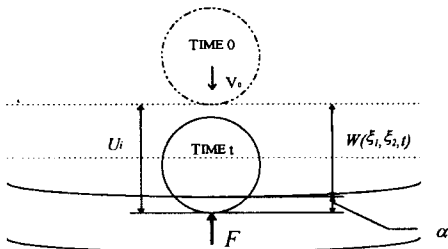


Fig. 2 Sketch of impactor and plate after time t

는 간극(approach)인데

$$\alpha = u_i - w(\xi_1, \xi_2, t) \quad (6)$$

이다. 여기서,  $u_i$ 는 충격체의 변위이고  $w(\xi_1, \xi_2, t)$ 는 판의 충격지점에서의 변위이다. 구형 충격체가 복합재료 평판에 충돌하는 경우에 사용되는 수정된 헤르츠 법칙에서는 k를

$$k = \frac{4}{3} \frac{R_i^{1/2}}{\Delta_1 + \Delta_2} \quad (7)$$

으로 가정하는데<sup>(5)</sup>,  $\Delta_1 = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i}$ 이고  $\Delta_2 = \frac{1}{E_T}$ 이다.  $\nu_i, E_i$ 는 충격체의 물질상수이고  $E_T$ 는 판의 수직방향 물질상수이다. 따라서 충격체의 운동방정식은

$$m_i \ddot{u}_i = -F = -k\alpha^{3/2} \quad (8)$$

으로 주어진다<sup>(4)</sup>.

### 2.3 유한요소 정식화

고차 전단변형이론은 처짐에 대한 2차 편미분을 포함하므로  $C^1$ 연속성을 만족하는 보간함수가 필요하다. 본 연구에서는 4절점 요소를 사용하여 아래와 같은 형태로 함수를 가정하였다.

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \sum W_i \phi_i^1 e^{i\omega t} \\ \psi_x(x, y, t) &= \sum \Psi_{xi} \phi_i^0 e^{i\omega t} \\ \psi_y(x, y, t) &= \sum \Psi_{yi} \phi_i^0 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 전단 변형에 대해서는  $C^0$ 연속성을 만족하는 Lagrange 보간함수를 사용하였고 처짐에 대해서는 conforming Hermite cubic 보간함수를 사용하였다<sup>(14)</sup>. 따라서 각 절점에서의 자유도는

$$[U]^T = \left[ w \quad \frac{\partial w}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial y} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \psi_x \quad \psi_y \right] \quad (10)$$

으로 다섯 개가 된다. 식을 판의 운동방정식에 대입하여 정리하면

$$[M][\ddot{U}] + [K][U] = [F] \quad (11)$$

이 된다. 강성행렬  $[K]$ 를 계산하는데 있어서 1차전단변형이론을 사용할 경우 과잉강성현상(shear locking)을 피하기 위해 선택적 감소 적분(selective/reduced integration)이 필요하지만 고차 전단변형이론에서는 그 효과가 훨씬 적게 나타나기 때문에 선택적 감소적분을 사용하지 않아도 된다<sup>(12)</sup>. 그러

나 본 연구에서는 계산 시간을 줄이기 위해 횡방향 전단변형과 관련된 항들을  $2 \times 2$  가우스 적분 (Gauss integration)으로 그리고 나머지 항들은  $3 \times 3$  적분을 사용하여 계산하였다.

판의 진동수는 식 (11)에 식 (9)를 대입하면 다음과 같다.

$$\omega^2 [M] = [K]. \quad (12)$$

충격 거동을 해석하는데 있어서 충격체에 대한 운동 방정식 식 (8)과 판의 운동방정식 식 (11)의 해는 뉴마크 방법(Newmark implicit time integration)을 사용하여 구하였다<sup>(14)</sup>. 각 시간 간격  $\Delta t$ 에서 힘  $F_{t+\Delta t}$ 는 식 (8)과 식 (11)을 만족하는 값으로 수렴할 때까지 반복계산하여 구하였다. 초기 힘  $F_{t+\Delta t}^0$ 는 이전 시간 간격에서의 힘  $F_t$ 로 하였다.

### 2.4 응력 복원 기법

복합재료 적층판의 응력을 해석하는데 있어서 고차 전단변형이론은 각 플라이에서 전단응력을 불연속으로 예측하기 때문에 3차원 응력 평형식을 구간 적분(piecewise integration)하여 전단응력을 복원하는 기법을 사용한다<sup>(15)</sup>. 고차 전단변형이론은 면내응력을 정확하게 예측하기 때문에 다음과 같이 응력 평형식을 적분하면 비교적 정확한 전단응력 분포를 계산할 수 있다.

$$\sigma_{xz} = \int_{-h/2}^z \left[ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right] dz + \sigma_{bxz} \quad (13a)$$

$$\sigma_{yz} = \int_{-h/2}^z \left[ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} \right] dz + \sigma_{byz} \quad (14b)$$

여기서  $\sigma_{bxz}$ 와  $\sigma_{byz}$ 는 적분 상수이고 판의 아래면과 윗면의 경계 조건으로부터 구할 수 있다.

### 3. 수치해석 결과

다음과 같은 세 가지 수치 계산을 수행하였다. 첫째로, 본 연구에 사용된 코드를 검증하기 위하여 고유진동수를 계산하였다. 둘째로, 복합재료 적층판과 구형 충격체의 저속 충격시 충격력과 변위를 시간에 대하여 계산하고 기존의 연구들과 비교하였다. 셋째로, 저속 충격시 복합재료 내부의 응력을 계산하고 기존의 3차원 연구와 결과를 비교하였다.

#### 3.1 자유진동

다음과 같은 무차원화된 물성치를 갖는 AS/3501

graphite-epoxy 복합재료 적층판에 대해서 고차 전단변형이론을 사용하여 자유진동 특성을 살펴보았다.

$$E_1/E_2 = 15, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0.4286$$

$$G_{23}/E_2 = 0.3429, \nu_{12} = 0.4$$

판의 적층 형태는  $[0/90]_s$ 와  $[45/-45]_s$  일 때 4단이 단순지지된 경우와 고정지지된 경우에 대해서 해석하였다. 판의 종횡비( $\frac{a}{b}$ )는 1이고 두께비( $\frac{a}{h}$ )는 20이다.

Table 1과 Table 2에 Bowlus등<sup>(11)</sup>이 제시한 진동수와 본 연구의 결과가 비교되었다. Bowlus등은 1차 전단 변형 이론을 이용하여 Galerkin 방법으로 진동수와 모드를 구했다. 본 예제와 같이 판의 두께가 얇은 경우 고차 전단변형이론과 큰 차이를 보이지 않고 있음을 볼 수 있다.

#### 3.2 충격 거동

적층 형태가  $[90/0/90/0/90]_s$ 인 T300/934 graphite-

Table 1 Nondimensional frequencies for  $[0/90]_s$  plates

Mode	Bowlus et al <sup>(11),a</sup>	Present
Simply supported		
1	11.758	11.837
3	36.866	36.960
5	42.573	42.831
Clamped		
1	22.776	22.753
3	48.328	48.764
5	55.665	56.066

$$\bar{\omega} = \frac{\omega a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E_2}} \quad \text{a항 개수는 } M=8, N=8$$

Table 2 Nondimensional frequencies for  $[45/-45]_s$  plates

Mode	Bowlus et al <sup>(11)</sup>	Present
Simply supported		
1	14.205	14.171
3	34.613	34.280
5	54.856	55.090
Clamped		
1	21.110	21.245
3	42.449	42.708
5	63.095	64.763

epoxy 판의 충격 거동을 해석하였다. 이러한 복합 재료 판에 대한 해석은 여러 문헌에서 찾아볼 수 있다. 복합재료 물성치는 아래와 같다.

$$E_{11} = 141.2 \text{ GPa}, E_{22} = 9.72 \text{ GPa}$$

$$\nu_{12} = 0.30, \nu_{23} = 0.30$$

$$G_{12} = 5.53 \text{ GPa}, G_{23} = 3.74 \text{ GPa}$$

$$\rho = 1536 \text{ kg/m}^3, h = 0.269 \text{ mm(per ply)}$$

충격체는 지름 12.7 mm인 강철구(steel sphere)이고 초기 속도가 3.0 m/s이다. 판의 크기는  $a = b = 0.2 \text{ m}$ 이고 4단이 단순지지 경계조건을 갖는다. 충격이 가해지는 위치는  $\xi_1 = \xi_2 = a/2$ 이다. 저속 충격에 따른 충격력과 판의 거동은 Fig. 3과 Fig. 4에 Carins와 Lagace<sup>(4)</sup> 그리고 Sun과 Chen<sup>(3)</sup>의 결과와 비교하여 나타내었다.

Carins와 Lagace는 모드 가정법과 수정된 헤르

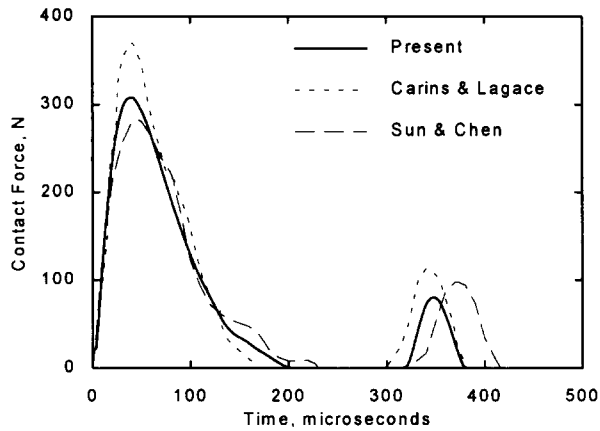


Fig. 3 Contact force history for impact of simply supported [90/0/90/0/90]<sub>ply</sub>

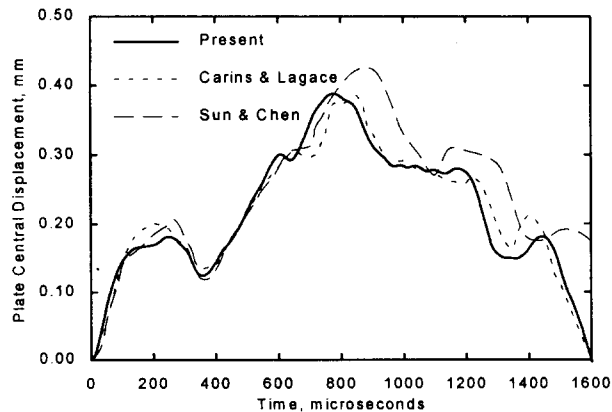


Fig. 4 Center displacement history for impact of simply supported [90/0/90/0/90]<sub>ply</sub>

츠 법칙을 사용하여 충격력을 계산하였는데, 9개의 모드를 가정하여 해석하였다. Sun과 Chen은 1차 전단변형이론을 이용한  $8 \times 8$  유한요소 모델과 압입을 고려한 실험적인 힘-변형 관계를 사용하여 해석하였다. 본 연구에서는 고차 전단변형이론과  $10 \times 10$  유한요소를 사용하여 해석하였다. Fig. 3와 Fig. 4로부터 본 연구의 결과와 참고 문헌의 결과가 잘 일치함을 볼 수 있는데, 이것은 제시된 세가지 해석 방법이 모두 유사한 적층판 모델에 기반을 두고 있고, 수정된 헤르츠 법칙과 실험적인 힘-변형 관계식도 크게 다르지 않기 때문이다.

### 3.3 충격 거동시 응력 분포

충격력이 작용할 경우 응력 복원의 정확성을 살펴 보기 위해 3차원 유한요소를 사용한 참고문헌(5)의 결과와 비교해 보았다. 복합재료의 특성은 아래와

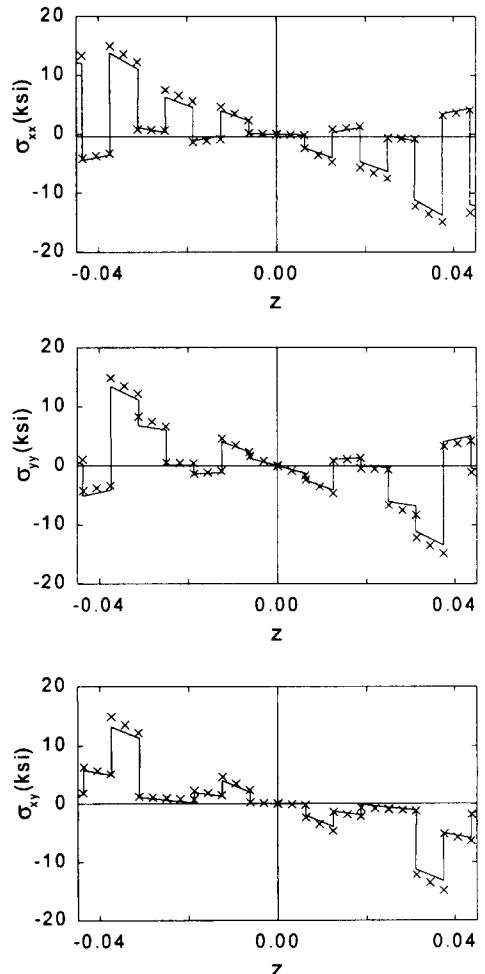


Fig. 5 Through-the-thickness distribution of in-plane stresses [ $\times$ : Present, —: Ref.(5)]

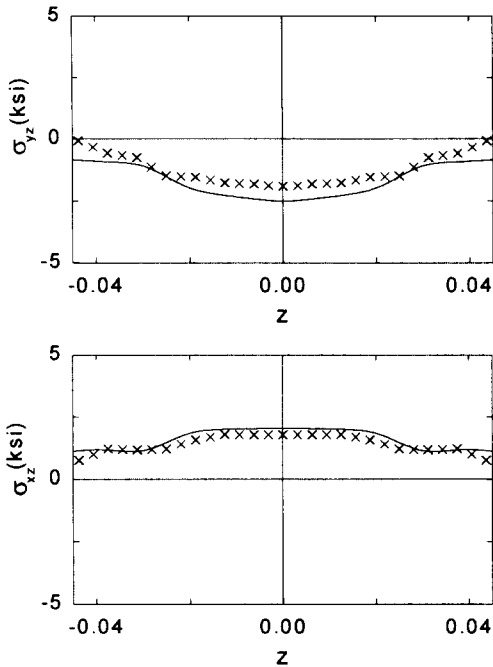


Fig. 6 Through-the-thickness distribution of shear stresses (×:Present, —:Ref. (5))

같고 충격체의 지름은 12.7 mm인 강철구이고 초기 속도가 25.4 m/s이다. 판의 크기는  $a = b = 0.0762$  m 이고 4단 고정지지 판이다. 충격이 가해지는 위치는  $\xi_1 = \xi_2 = a/2$ 이다. 복합재료는 T300/934으로 앞서 제시한 물성치와 유사하고 적층 형태는  $[0/-45/45/90]_{2s}$ 이다. 두께 방향 응력 분포를 충격후 25s가 경과된 후  $x = y = 0.00762$  m에서 계산하였다.

Fig. 5과 Fig. 6은 각각 면내응력과 전단응력을 나타낸다. Fig. 6에서 횡방향 전단응력을 볼 수 있는데, 여기서 문헌<sup>5</sup>의 결과와 대체적으로 일치함을 볼 수 있다. 참고문헌(5)는 비적합 모드가 있는 8절점 유한요소 모델을 사용하여 참고문헌(2)의 힘-변형 관계식으로 충격력을 구하였는데, Fig. 5와 Fig. 6의 결과는  $8 \times 8 \times 4$ 요소를 사용하여 해석한 결과이다. 본 결과로부터 다음 두 가지 점을 지적할 수 있다. 하나는 참고문헌(5)의 해석에서는 가우스

- 1) 비적합 모드가 있는 3차원 해석의 경우 요소당 절점은 8개, 절점당 자유도는 3개 그리고 요소당 9개의 추가적인 자유도가 있다. 따라서  $8 \times 8 \times 4$ 요소의 경우  $(9 \times 9 \times 5) \times 3 + (8 \times 8 \times 4) \times 9 = 3519$ 이다.
- 2) 고차 전단변형이론에서 요소당 절점은 4개이고 절점당 자유도는 8개이다. 따라서  $10 \times 10$ 요소의 경우  $(11 \times 11) \times 8 = 968$ 이다.

적분점에서 응력을 구하였기 때문에 판의 아래면과 윗면에서의 횡방향 전단응력 값이 부정확하다는 것이다.

이에 반하여 본 연구에서 수행한  $10 \times 10$ 요소 2차원 해석은 판의 아래면과 윗면에서의 응력 경계 조건을 만족하기 때문에 정확하다. 두 번째로는 2차원 해석이 3차원 해석보다 훨씬 효율적이라는 것이다. 참고 문헌(5)에서 사용된 자유도는 3519개<sup>1)</sup>로 본 연구의 968개<sup>2)</sup> 보다 무려 3배나 된다. 따라서 두께가 비교적 얇은 적층판을 해석할 경우에 2차원 해석은 3차원 해석보다 디스크 용량도 적게 차지하고 계산 시간도 크게 단축할 수 있다.

#### 4. 결 론

복합재료 적층판의 충격 거동을 고차전단변형 이론을 사용하여 구하였다. 본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 첫째, 고차 전단변형이론은 응력분포의 예측이 중요한 저속 충격문제를 해석하는데 있어서 1차 전단변형이론보다 정확하다. 둘째, 고차 전단변형이론을 사용할 경우 저속 충격문제의 거시적인 현상, 즉 충격력과 판의 동적 거동은 1차 전단변형이론과 큰 차이가 없다. 셋째, 고차 전단변형이론과 응력 복원 기법을 사용하여 구해진 횡방향 전단응력은 상당히 정확하다.

본 연구에 사용된 판의 모델은 2차원 모델이기 때문에 3차원 해석을 시도했던 기존의 연구 결과보다 더 빠르고 효율적으로 충격시 응력을 구할 수 있었다. 특히, 충격 문제에서 충격 후 운동을 시간에 따라 반복 계산해야하기 때문에 충격이 가해지는 판의 효율적인 모델링은 매우 중요하다. 따라서 본 연구에서 제시된 방법은 복합재료 판에 충격이 가해졌을 경우에 동적 특성을 해석하는데 유용할 것으로 사료된다.

#### 참 고 문 헌

- (1) W. Goldsmith, 1960, "Impact : The Theory and Physical Behaviour of Colliding Bodies", Edward Arnold, London.
- (2) S.H.Yang, C.T.Sun, 1982, "Indentation Law for Composite Laminates", Composite Materials: Testing and Design(6th Conference), ASTM STP 787, American Society for Testing and Materials.
- (3) C.T.Sun, J.K.Chen, 1985, "On the Impact

- of Initially Stressed Composite Laminates", J. Composite Materials, Vol. 19, pp. 490~504.
- (4) D.S.Carins, PA.Lagace, 1989, "Transient Response of Graphite/Epoxy and Kevlar/Epoxy Laminates Subjected to Impact", AIAA Journal, Vol. 27, No. 11, pp. 1590~1596.
- (5) H.Y.T.Wu, G.S.Springer, 1988, "Impact Induced Stresses, Strains and Delaminations in Composite Plates", J. of Composite Materials, Vol.22, pp. 533~560.
- (6) 구남서, 1996, "저속충격시 복합재료 구조물의 동적거동 및 손상예측에 관한 연구", 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- (7) A.Nosier, R.K.Kapania, J.N.Reddy, 1994, "Low-Velocity Impact of Laminated Composites Using a Layerwise Theory", Computational Mechanics, Vol. 13, pp. 360~379.
- (8) S.Thangjitham, L.Librescu,G.Cederbaum, 1987, "Low-Velocity Impact Response of Orthotropic Plates Using a Higher-Order Theory", Proc. of 28th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference, pp. 448~457.
- (9) M.O.Pierson, R. Vaziri, 1996, "Analytical Solution for Low-Velocity Impact Response of Composite Plates", AIAA Journal, Vol. 34, No. 8, pp. 1633~1640.
- (10) 이영신, 박 용, 1990, "고차 전단변형이론에 의한 복합재료 적층판의 저속 충격응답," 대한기계학회논문집, 제14권, 제6호, pp. 1365~1381.
- (11) J.A.Bowlus, A.N.Palazotto, J.M Whitney, 1987, "Vibration of Symmetrically Laminated Rectangular Plates Considering Deformation and Rotatory Inertia", AIAA Journal, Vol. 25, pp. 1500~1511.
- (12) N.D.Phan, J.N.Reddy, 1985, " Analysis of Laminated Composite Plates Using a Higher-Order Shear Deformation Theory", Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol.21, pp. 2201~2219.
- (13) J.N.Reddy, 1992, *Energy and Variational Methods in Applied Mechanics*, John Wiley & Sons, New York.
- (14) K.J.Bathe, 1995, *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- (15) A.K.Noor, Y.H.Kim, J.M.Peters, 1994, "Transverse Shear Stresses and Their Sensitivity Coefficients in Multilayered Composite Panels," AIAA Journal, Vol. 32, No. 6, pp. 1259~1269.
- (16) J.N.Reddy, 1990, "A General Non-Linear Third-Order Theory of Plates with Moderate Thickness", Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 25, No. 6, pp. 677~686.