

< 논 문 >

동심관형 공명기의 음향학적 특성 연구

A Study on the Characteristics of Concentric Pipe Resonators

전 영 두* · 김 양 한**

Young-Doo, Chun and Yang-Hann, Kim

(1997년 4월 11일 접수 ; 1997년 7월 21일 심사완료)

Key Words : Concetric Pipe Resonator(동심관형 공명기), Resonance Frequency(공명주파수), End Correction(보정길이), Cavity(공동), Hole(천공), Impedance(임피던스)

ABSTRACT

Although the fundamental resonance frequency of a Helmholtz resonator is mainly determined by the volume of the resonator and the size of the hole, it is also affected by the position of the hole and the shape of the resonator. In this study, the inertial end corrections and the fundamental resonance frequencies of concentric pipe resonators are estimated for various positions of the hole and shapes of the resonator by using the 3-D analysis. For an effective noise reduction in concentric pipe resonators with several holes, an optimal spatial hole-distribution is proposed based on the calculated transmission loss for various hole-distributions and sizes of holes.

1. 서 론

천공(hole)과 공동(cavity)의 간단한 구조로 이루어진 헬름홀쯔 공명기는 주로 덕트내의 단일주파수 성분이나 좁은 주파수 영역에 분포하는 소음성분의 전파를 억제하기 위해 널리 사용되는 소음제어 요소이다. 일반적으로 음파의 파장이 공명기에 비해 훨씬 큰 경우에는, 공명기의 세부적 형상에는 무관하게 단지 공동의 부피와 천공의 크기만이 공명주파수를 비롯한 공명기의 음향학적 특성을 결정짓는데 기여하는 인자로 인식되었다⁽¹⁾. 그러나, 공명기의 형상치수나 천공위치의 변화에 따라 공명기 내부에 형성되는 음장이 달라지게 되고, 이로 인해 천공에서의 보정길이(end correction)가 변하게 되므로, 공명기의 공명주파수에

영향을 미치게 될 것임은 쉽게 이해할 수 있다.

관련된 연구를 살펴보면, Panton⁽²⁾은 원형실린더형 공명기에서 축방향으로의 1차원적 음장해석으로 보정길이를 유도하고 공명주파수를 예측하였으며, Dickey⁽³⁾는 원형실린더형 공명기의 형상치수를 변화시키면서 축방향과 반경방향으로의 1차원적 음장해석으로 얻은 공명주파수 예측결과를 서로 비교하였다. 그리고, Ingard⁽⁴⁾는 무한길이의 원형-사각형 튜브 단면에 존재하는 원형-사각형 천공에서의 보정길이를 3차원적 음장해석을 통해 유도하였을 뿐만아니라, 2개의 천공이 존재할 경우 이웃하는 천공에 의한 상대 보정길이를 정의하였으며, I_h ⁽⁵⁾는 끝단이 막힌 유한길이를 갖는 경우에 대한 보정길이와 상대보정길이를 유도하고 그 변화를 살폈다. 하상태⁽⁶⁾는 원형실린더형 공명기에 있어 3차원적 음장해석을 통해 형상치수와 천공위치에 따른 보정길이와 공명주파수의 변화를 관찰했으며, Chanaud⁽⁷⁾는 육면체형 공명기에 대해 공명기의 형상치수 및

* 한국과학기술원 기계공학과

** 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

천공형상과 위치에 따른 보정길이와 공명주파수의 변화를 살펴보았다. 그러나, 이들에 의해 수행된 연구는 대부분이 실린더형 공명기에 대한 것으로, 그 형상측면이나 구조상에 있어 실제 장착하여 사용하기에는 보편적이지 못하다는 단점이 있다.

본 논문에서는, 실제로 소음기의 구성요소로 많이 적용되고 있지만 아직까지는 그에 관한 연구가 미흡하게 이루어진 동심관형 공명기의 음학적 특성을 보다 체계적으로 분석·고찰해 보았다. 공명기의 형상치수와 천공위치가 보정길이와 공명주파수의 변화에 미치는 영향을 명확하게 규명하기 위해서 3차원적 음장해석방법을 채택하였으며 실험을 통해 검증하였다. 또한 여러개의 천공이 존재하는 다공형 동심관형 공명기에 있어 소음저감에 효과적인 천공배치를 알아보기 위해 천공의 위치와 갯수를 변화시키면서 투과손실을 계산해 보았으며, 이를 근거로 동심관형 공명기를 설계함에 그 응용성을 제시하였다.

2. 동심관형 공명기의 내부음장 해석

입의공간의 내부음장을 구하는 방법으로는 유한요소법(FEM)이나 경계요소법(BEM) 등의 수치적 방법(numerical method)이 있으나, 동심관형 공명기와 같이 그 형상이 간단하여 수학적으로 잘 알려진 함수로 그린함수(Green's function)를 표현할 수 있는 경우에는 해석적 방법(analytical method)이 보다 간편하다. 일반적으로 해석하고자 하는 공간내부에 음원이 존재하지 않을 경우, 공간상의 임의지점 \mathbf{r} 에서의 속도포텐셜(velocity potential) $\phi(\mathbf{r})$ 은 다음의 키르히호프-헬름홀츠 적분식(Kirchhoff-Helmholtz integral)으로 표현될 수 있다.

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_0} \{G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) \nabla_o \phi(\mathbf{r}_0) - \phi(\mathbf{r}_0) \nabla_o G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)\} \cdot dS_o \quad (1)$$

여기서, S_0 는 경계면을, $G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$ 는 그린함수를 나

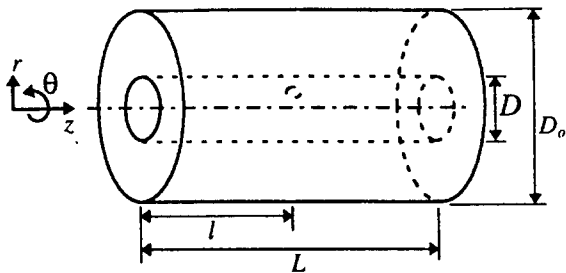


Fig. 1 Configuration of a concentric pipe resonator

타내는데, 이때 동차 노이만 경계조건(homogeneous Neumann B.C)을 만족하는 그린함수를 선택하면 적분식의 계산이 용이하게 된다.

Fig. 1의 동심관형 공명기에서 이러한 그린함수를 유도하기 위해 먼저 동차 노이만 경계조건을 만족하는 고유함수(eigenfunction)를 구해 보면

$$\Psi_{mnp}(r) = \{J_m(k_{rnn}r) + T_{mn}Y_m(k_{rnn}r)\} \cdot \cos(m\theta) \cdot \cos(k_{zp}z) \quad (2)$$

이 된다. 여기서 m, n, p 는 0, 1, 2, 3, ...의 값을 갖는 정수이고, J_m 과 Y_m 은 각각 m 차 1종 베셀(Bessel)함수와 m 차 2종 베셀함수이며, 상수 T_{mn} 와 고유치(eigenvalue) k_{rnn} 과 k_{zp} 는 다음의 관계를 만족한다.

$$T_{mn} = -J'_m(\lambda_{mn})/Y'_m(\lambda_{mn})$$

$$J'_m(\lambda_{mn})/Y'_m(\lambda_{mn}) = J'_m(\lambda_{mn}R)/Y'_m(\lambda_{mn}R), R = r_1/r_0$$

$$k_{zp} = p\pi/L, \quad k_{rnn} = \lambda_{rnn}/r_0, \quad k_{mnp}^2 = k_{rnn}^2 + k_{zp}^2$$

그리고, 고유함수 $\Psi_{mnp}(r)$ 에 대한 직교 고유함수(orthonormal eigenfunction) $\overline{\Psi}_{mnp}(r)$ 를 구하여 그린함수를 유도하면 다음과 같다. (Appendix. A 참조)

$$G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = 4\pi \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot \Psi_{mnp}(r_0) \cdot \overline{\Psi}_{mnp}(r) \quad (3)$$

또한 식 (1)의 적분을 수행하여 속도포텐셜 $\phi(\mathbf{r})$ 을 구하기 위해서는, 식 (3)의 그린함수와 더불어 경계면에서의 속도분포에 관한 정보를 알아야 한다. 공명기의 벽면은 보통 강체(rigid)로 가정할 수 있기 때문에 벽면에서는 수직방향으로의 속도가 영(0)이라 할 수 있고, 천공의 지름 D_h 와 두께 t 가 음파의 파장 λ 에 비해 충분히 작을때 즉, $D_h/\lambda, t/\lambda \ll 1$ 일 경우 천공면에서의 속도는 V 로 균일하다고 가정할 수 있다.

$$S_{z0} : \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad S_{zL} : \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=L} = 0 \quad (4-1)$$

$$S_{r0} : \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, \quad S_{r1} : \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=r_1} = V \cdot f(\theta, z) \quad (4-2)$$

여기서, $f(\theta, z)$ 는 천공면에서 1값을 갖고 나머지 부분에서는 0값을 갖는 헤비사이드(heaviside)함수이다. 그러므로, 식 (3)의 그린함수와 식 (4)의 경계조건을 식 (1)의 적분식에 대입함으로써, 공명기 내부에서의 속도포텐셜 $\phi(\mathbf{r})$ 을 구할 수가 있다. (Appendix. B 참조)

$$\phi(r) = -V \cdot 2S_h \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}(r_h) \cdot \Psi_{mnp}(r) \quad (5)$$

여기서, r_h 와 S_h 는 각각 천공의 위치와 단면적을 나타낸다. 따라서, 식 (5)의 속도포텐셜 $\phi(r)$ 로부터 천공면에서의 평균음압 \bar{P} 을 구해보면

$$\bar{P} = -\frac{j\omega\rho}{S_h} \iint_{S_o} \phi(r_o) dS_o = j4\rho ckVS_h \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}^2(r_h) \quad (6)$$

이 되고, 천공면에서의 평균음압 \bar{P} 과 체적속도 VS_h 의 비로 임피던스(impedance) Z_{hi} 를 정의하면 다음과 같다.

$$Z_{hi} = \frac{\bar{P}}{VS_h} = j4\rho ck \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}^2(r_h) \quad (7)$$

또한 식 (7)은 공명기 내부로의 보정길이(inner end correction) $l_{i,ec}$ 를 이용하여 표현할 수가 있는데,

$$Z_{hi} = j\rho c \left(-\frac{1}{k\sigma} + \frac{kl_{i,ec}}{S_h} \right),$$

where $l_{i,ec} = 4S_h \sum_{\substack{(m,n,p) \\ \neq (0,0,0)}} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}^2(r_h)$ (8)

이때 식 (8)의 첫번째 항은 $(m, n, p) = (0, 0, 0)$ 에 해당하는 항으로 σ 는 공명기의 부피를 나타내며 공명기의 컴플라이언스(compliance)에 관계하고, $(m, n, p) = (0, 0, 0)$ 을 제외한 나머지 항들의 합으로 표현된 식 (8)의 두번째항은 보정길이와 연관되어 있다. 그러므로, 식 (8)을 보면 동일한 공동부피와 동일한 천공크기를 갖는 공명기일지라도, 공동의 형상이나 천공의 위치에 따라 공명기의 목 길이에 추가적으로 더해져야 할 보정길이(added mass)가 달라지게 될 것임을 쉽게 알 수가 있다.

Fig. 2는 같은 부피지만 다른 형상치수를 갖는 동심관형 공명기에 있어서, 주파수에 따른 보정길이를 나타내고 있다. 보정길이가 주파수에 따라 크게 변하고 있지만, 200 Hz이하의 저주파수 대역에서는 거의 일정함을 알 수 있다. 일반적으로 공명기의 기본 공명주파수(fundamental resonance frequency)는 이러한 주파수 대역에 존재하게 되므로, 보정길이는 근사적으로 0 Hz에서 계산된 값을 사용한다. 그리고, 500 Hz 이상에서 나타나는 피크(peak)에 해당되는 주파수가 바로 동심관형 공명기의 내부에 존재하는 고차 음향모드(higher order acoustic modes)의 고유주파수인 것이다. 또한 Fig. 2 (a)와 (b)를 비교해보면 보정길이가 서로 다를 수 있는데, 이는 같은 부피를 갖는 공명기일지라도 공명기의 형상이 변함에 따라 공명기의 내부에 형성되는 음장이 달라지게 되므로 천공내의 유체입자와 동일한 위상으로 움직이는 천공 인접부분의 유체 입자들의 양이 달라지기 때문이다.

Fig. 3은 공명기의 형상치수는 같게 하고 천공위치를 변화시키면서 보정길이를 계산한 결과이다. 천공이 공명기의 중간위치로부터 크게 벗어나지 않을 경우에는 보정길이의 변화량이 크지 않지만, 벽면쪽으로 가까이 다가감에 따라 보정길이가 갑자기 증가함을 알 수 있다. 이는 천공을 벽면쪽에 위치시킴으로써 노드점(node)을 피해 공명기 내부의 고차 음향모드를 충분히 가진시킬 수가 있기 때문에 천공부위의 유체입자들의 운동이 보다 활발해 질 수 있고, 이 영향으로 인해 천공면에서의 부가질량(added mass)이 증가했을 것으로 해석할 수 있다. 또한 Fig. 3 (a)와 (b)를 비교해 보면 공명기의 형상비 L/D_o 가 클수록 보정길이가 증가하며, 보정길이의 변화량 역시 증가하고 있음을 알 수 있다.

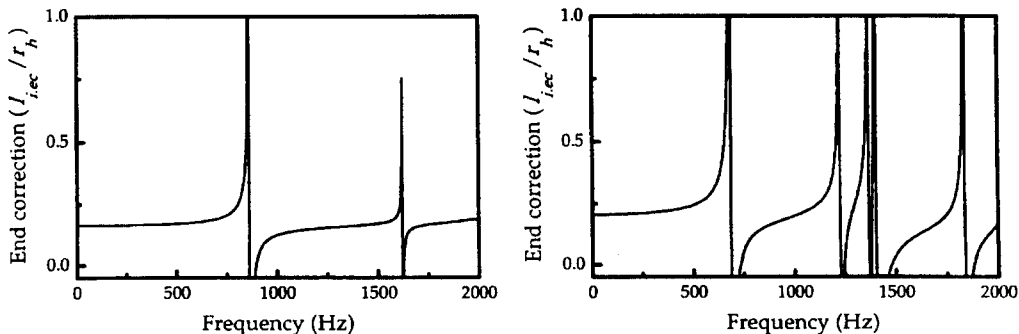


Fig. 2 End correction vs. frequency for the resonator with same volume but different shape dimension : $D_i=60, D_h=6$ (a) $D_o=200, L=150, l=75$ (b) $D_o=120.5, L=500, l=250$ [mm]

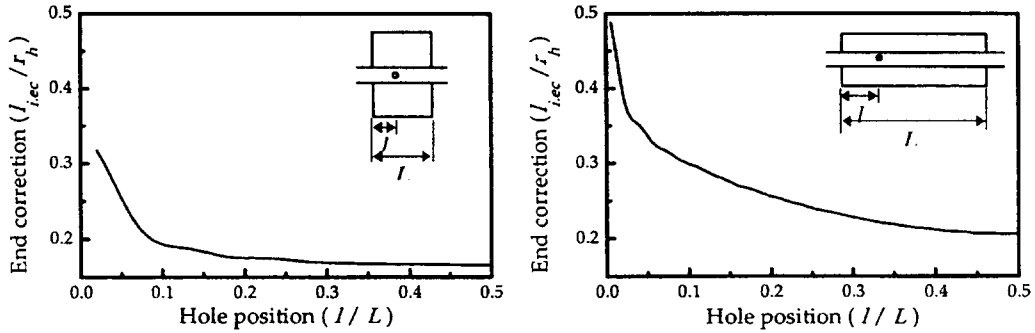


Fig. 3 End correction vs. hole position for the resonator with same volume but different shape dimension : $D_i=60, D_h=6$ (a) $D_o=200, L=150$ (b) $D_o=120.5, L=500$ [mm]

3. 동심관형 공명기의 공명주파수

보정길이는 공명기의 공명주파수에 직접적인 영향을 미치는 인자로서, 천공임피던스 (hole impedance)의 개념을 이용하여 이 둘 사이의 관계를 얻을 수 있다. 천공 양쪽면에서의 음압이 각각 P_e 와 P_o , 천공에서의 입자속도가 V 라 하면, 천공임피던스 Z_h 는 다음과 같이 정의된다.

$$Z_h = \frac{P_e - P_o}{VS_h} = \zeta(k) + j\chi(k) \quad (9)$$

여기서 ζ 는 레지스턴스(resistance)를, χ 는 리액턴스(reactance)를 나타낸다. 이때 P_e 는 공명기를 가진시키는 음압에 해당되므로, 식 (9)을 변형시켜 가진 음압과 그에 따른 반응속도와의 관계식 형태로 바꿔 보면

$$\frac{P_e}{VS_h} = Z_h + \frac{P_o}{VS_h} = \zeta(k) + j\left\{ \chi(k) + 4\rho ck \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}^2(r_h) \right\} \quad (10)$$

이 되고, 이는 천공에서의 입력임피던스(input impedance)를 나타내게 된다. 여기서, 입력임피던스의 레지스턴스가 작아서 무시할 수 있다면, 리액턴스가 영(0)이 되는 주파수가 바로 공명기의 공명주파수에 해당되며, 이를 보정길이를 표현해 보면

$$0 = j \frac{\rho c}{S_h} \left\{ k(t + l_{o,ec} + l_{i,ec}) - \frac{S_h}{k\sigma} \right\} \quad (11)$$

이 되고, $l_{o,ec}$ 는 공명기 바깥으로의 보정길이(outer end correction)를 나타낸다. 따라서, 공명주파수는 다음과 같이 간단히 구해진다.

$$k = \sqrt{\frac{S_h}{t'\sigma}}, \quad \text{where } t' = t + l_{o,ec} + l_{i,ec} \quad (12)$$

식 (12)는, 비록 공동의 부피와 천공의 크기가 일정하더라도 공명기의 형상이나 천공위치의 변화로 인해 천공에서의 보정길이가 달라지기 때문에, 공명기의 공명주파수 역시 변하게 될 것임을 보여준다. 이러한 공명주파수 변화의 관측을 위해서 Fig. 4와 같은 실험장치를 이용하였다. 천공에서의 입자속도가 V 일 때, 마이크로폰2에서 측정되는 음압 P_{m2} 과의 관계는

$$\frac{P_{m2}}{VS_h} = j2\rho ck \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}(r_h) \cdot \Psi_{mnp}(r_{m2}) \quad (13)$$

이며, r_{m2} 는 마이크로폰2의 위치를 나타낸다. 이때, 식 (10)와 (13)에서 체적속도 VS_h 소거하여 두 마이크로폰사이의 주파수 응답함수 H_{12} 를 구해보면

$$H_{12} = \frac{P_{m2}}{P_{m1}} = \frac{j2\rho ck \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}(r_h) \cdot \Psi_{mnp}(r_{m2})}{\zeta(k) + j\left\{ \chi(k) + 4\rho ck \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}^2(r_h) \right\}} \quad (14)$$

이 된다.

Fig. 5는 동심관형 공명기에서 두 마이크로폰사이의 주파수 응답함수 H_{12} 를 실험과 모의실험을 통해 얻은 결과이다. 두 결과가 서로 잘 일치하고 있

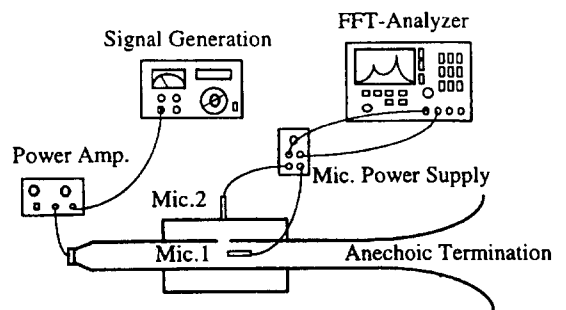


Fig. 4 Experimental setup to measure the resonance frequency of the concentric pipe resonator

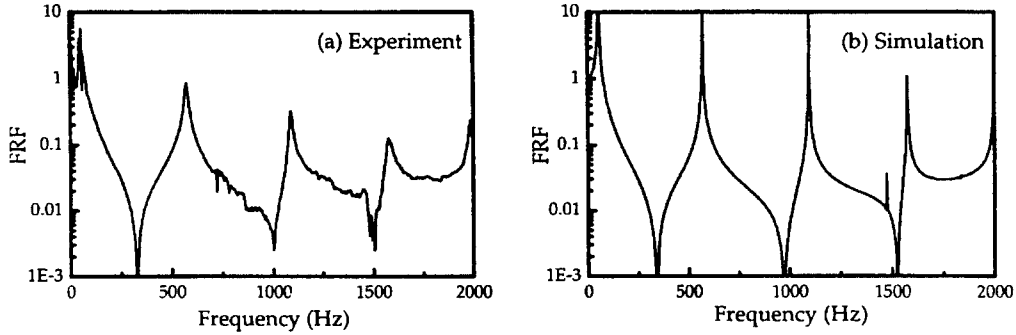


Fig. 5 Frequency response between mic. 1 and mic. 2 :
 $D_i=110, D_o=290, L=118, l=59, D_h=9, t=2$ [mm]

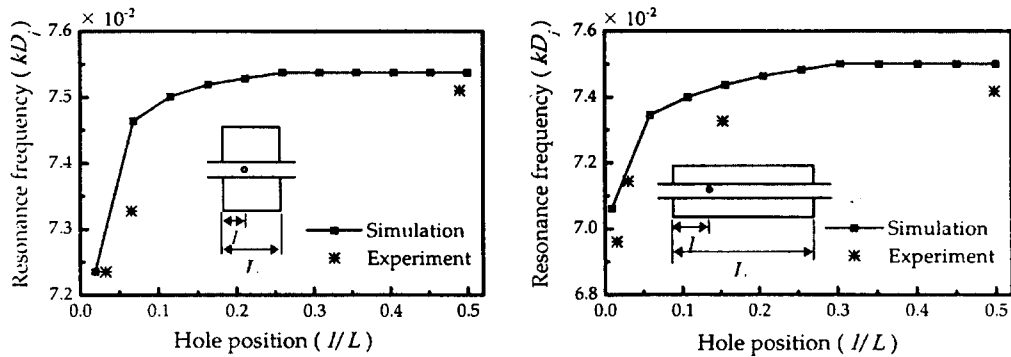


Fig. 6 Resonance frequency vs. hole position for the resonator with same volume but different shape dimension : $D_i=50, D_h=6, t=2$
 (a) $D_o=133, L=153$ (b) $D_o=97, L=328$ [mm]

음을 알 수 있으며, 고차 공명주파수까지 정확히 예측하고 있음을 보여준다.

Fig. 6은 천공위치가 따른 공명주파수의 변화를 나타내는데, 천공이 공명기의 벽면쪽으로 이동해 갈수록 공명주파수는 감소하는 경향이 있음을 보여준

다. 이는 앞서 살펴 보았듯이, 천공위치가 공명기의 벽면쪽으로 이동해감에 따라 보정길이가 증가하게 되고 즉, 천공내의 유체입자와 동위상으로 움직이는 천공 인접부분에서의 유체입자들의 증가로 인해 부가질량이 증가하게 되기 때문에, 공명주파수가 감소하게 되는 것이다.

Fig. 7은 공명기의 부피는 같게 유지하고 형상비 L/D_o 를 변화시키면서 공명주파수의 변화를 살펴본 경우이다. 이때, 공명기의 내경 D_i 은 각 경우마다 같게 하고, 일관성을 유지하기 위해서 천공은 공명기의 벽면으로부터 10 mm 떨어진 곳에 위치시키면서 공명주파수를 계산하였다. 형상비 L/D_o 가 증가할수록 공명주파수가 감소하는 경향을 보이는데, 이는 L/D_o 가 증가할수록 보정길이가 증가한다는 사실로부터 쉽게 이해할 수 있다.

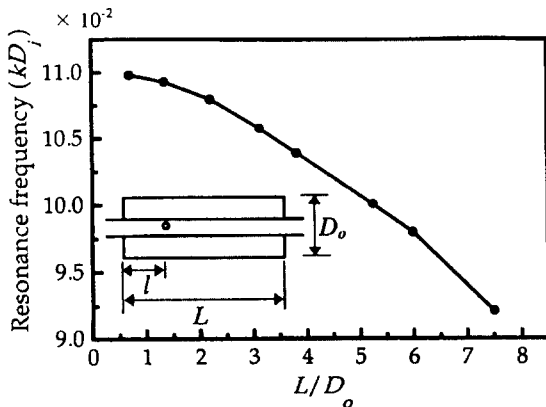


Fig. 7 Resonance frequency of the resonator with same volume but various shape dimension $\sigma=1.319e(-3)m^2, D_i=60, D_h=6, t=2, l=10$ [mm]

4. 다공형 동심관형 공명기의 음향학적 특성

먼저 지금까지의 연구결과를 바탕으로, 여러개의

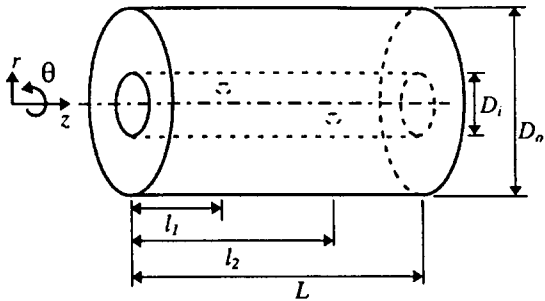


Fig. 8 Configuration of the concentric pipe resonator with two holes

천공이 분포해 있는 다공형 동심관형 공명기에 대한 해석방법을 고찰함과 더불어 천공의 갯수와 위치를 변화시키면서 소음저감에 보다 효과적인 천공배열을 알아보기 위해, 먼저 일반성을 잃지 않는 범위에서 Fig. 8과 같이 2개의 천공이 존재하는 경우를 생각해 볼 수 있다. 천공 2에서의 체적속도 $V_2 S_{h2}$ 가진에 의한 천공1에서 형성되는 평균음압 \bar{P}_{12} 은 앞의 방법(2장 참조)과 동일하게 유도할 수 있고, 이를 통해 상대 임피던스 Z_{12} 를 정의할 수 있다.

$$Z_{12} = \frac{\bar{P}_{12}}{V_2 S_{h2}} = j4\rho c k \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}(r_{h2}) \cdot W_{mnp}(r_{h1}) \quad (15)$$

여기서, 첨자 1과 2는 천공 1과 2를 나타낸다. 그리고, 식 (8)에서 보정길이를 유도한 방법과 마찬가지로 상대 보정길이 $l_{r.ec}$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$l_{r.ec} = 4S_{h2} \sum_{\substack{(m,n,p) \\ \neq (0,0,0)}} G_{mnp}(k) \cdot W_{mnp}(r_{h2}) \cdot W_{mnp}(r_{h1}) \quad (16)$$

Fig. 9 (a)는 길이 방향으로 위치한 두 천공사이의 거리를 변화시키면서 나타나는 상대 보정길이의 변화를 보여준다. 천공사이의 거리가 작아질수록 상대 보정길이가 증가함을 알 수 있는데, 이는 천공사

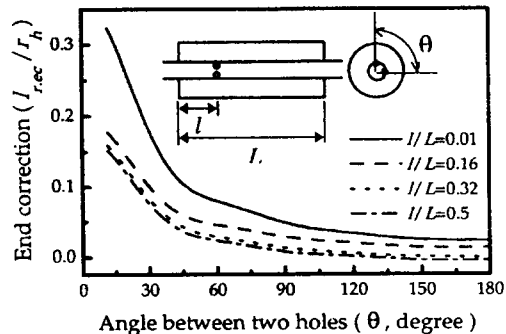
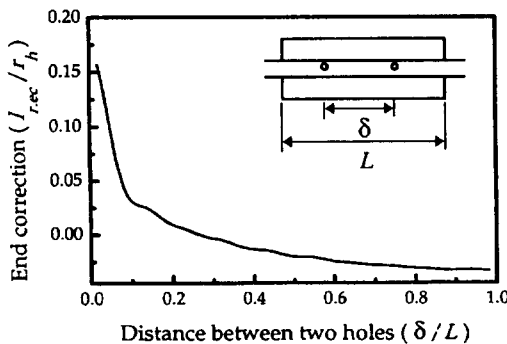


Fig. 9 Relative end correction vs. separation distance and angle distance two holes : (a) changing the separation distance (b) changing the separation angle

이가 좁을수록 서로 미치는 영향력이 증가한다고 해석할 수 있다. 그러나, 상대 보정길이가 영(0)이 되는 천공사이의 거리는 가장 멀리 떨어져 있을 경우가 아니라는 것을 그림을 통해 알 수 있다. Fig. 9(b)는 같은 단면에 위치한 두 천공사이의 각도를 변화시키면서 상대 보정길이를 계산한 결과를 보여주는데, 마찬가지로 천공사이의 각도가 작아질수록 상대 보정길이가 증가함을 알 수 있다. 그리고, 천공의 분포상태가 소음저감에 미치는 영향을 알아보기 위해서, Fig. 10의 경우를 생각해 보자. 덕트 내부에는 평면파의 전파를 가정하고, 천공에서의 음압과 체적속도, 천공임피던스를 각각 P_i, U_i, Z_{hi} (단, $i=1, 2, 3, \dots, n$)로, 천공이 분포한 덕트 단면의 앞-뒤에서의 음압과 체적속도를 각각 P_f, U_f 와 P_b, U_b 라 하면, 천공이 분포한 덕트 단면에서는 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\text{연속음압 조건} : P_f = P_b, \quad (17-1)$$

$$\text{연속체적 속도 조건} : U_f = U_b + \sum_i U_i, \quad (17-2)$$

$$\text{천공임피던스 조건} : P_b = P_f + Z_{hi} U_i, \quad (17-3)$$

여기서, Z_{hi} 는 i 번째 천공의 천공임피던스를 나타낸다. 그리고, 공명기 내부의 음장해석을 통해 얻은 식 (7), (15)를 정리하여 행렬식으로 표현하면

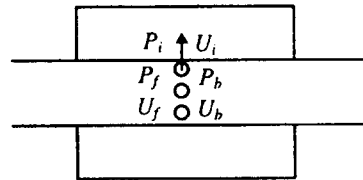


Fig. 10 Modeling of the concentric pipe resonator with several holes distributed circularly

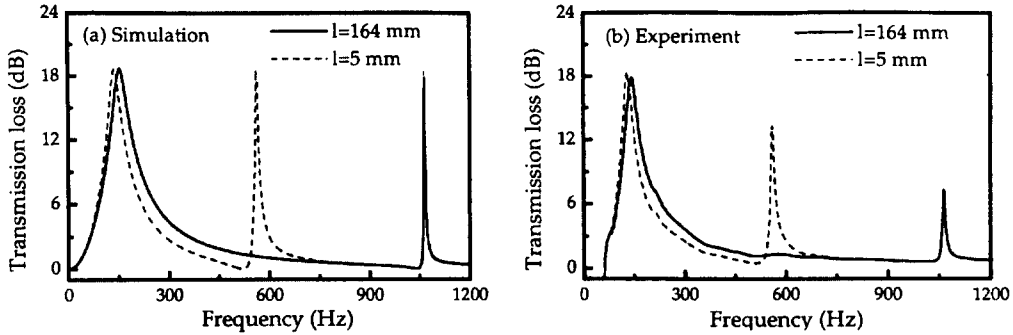


Fig. 11 Transmission loss of the resonator with several holes (I) :
 $N=4, D_i=50, D_o=97, L=328, D_h=4.8$ [mm]

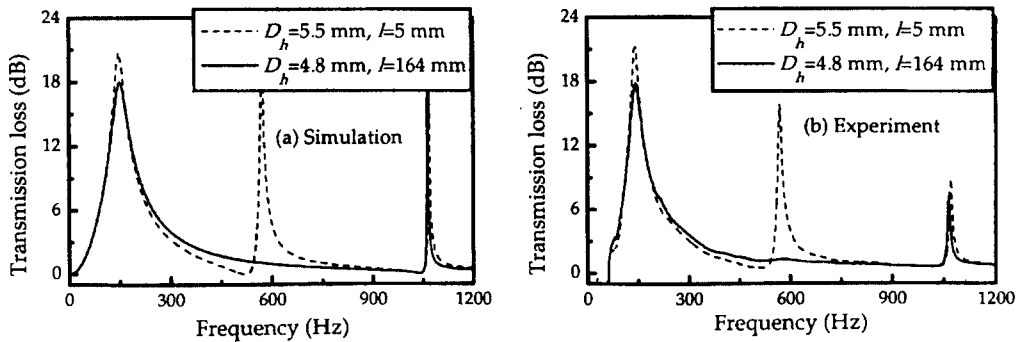


Fig. 12 Transmission loss of the resonator with several holes (IV) :
 $N=4, D_i=50, D_o=97, L=328$ [mm]

$$\{P_f\} = [Z_{ij}]\{U_j\} \quad (18)$$

이 되며, 식 (17), (18)로 부터 사단정수로 구성된 전달행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} P_f \\ U_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sum_i \sum_j N_{ij} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_b \\ U_b \end{Bmatrix}, \quad (19)$$

where $N = M^{-1}, M_{ij} = Z_{ij} + \delta_{ij} Z_{h,i}$

여기서, δ_{ij} 는 크로넥커델타(Kronecker delta)함수이다. 따라서, 식 (19)에서 구한 전달행렬을 이용하여 동심관형 공명기의 투과손실을 이론적으로 예측할 수 있으며⁽⁸⁾, 또한 두개의 마이크로폰을 사용한 음파분리법⁽⁹⁾을 이용하여 직접 투과손실을 측정해 보았다.

Fig. 11는 4개의 천공이 90도 간격으로 분포한 동심관형 공명기에 있어서, 천공분포면의 위치가 서로 다른 경우에 대한 투과손실의 변화를 보여준다. 천공분포면이 공명기의 옆벽면쪽에 위치함에 따라 첫번째 나타나는 기본 공명주파수가 감소했으며, 천공분포면이 벽면쪽에 위치한 경우에는 550 Hz 부근에 큰 투과손실 피크가 존재하지만, 천공분포면이 공명기의 가운데에 위치한 경우에는 그 피크성분이 나타나지 않았다. 즉, 천공분포면을 공명기의

벽면쪽으로 위치시킴으로써 공명기 내부의 많은 음향모드를 가진시켜 기본 공명주파수가 아닌 곳에서도 큰 투과손실을 유발시킬 수 있는 것이다.

Fig. 12는 천공분포면의 위치를 변화시키면서 같은 공명주파수를 얻기 위해 천공갯수는 같게 하고 천공의 크기를 달리하면서 투과손실을 얻은 결과이다. 천공분포면이 공명기의 가운데에 위치한 경우에 비해서, 공명기의 벽면쪽에 위치했을 경우에는 더 큰 지름의 천공을 필요로하게 되고, 이로 인해 공명주파수에서 보다 큰 투과손실을 유발시킬 수 있음을 확인할 수 있다. 그리고, 천공분포면을 공명기의 벽면쪽으로 위치시킴으로써 공명기 내부의 음향모드를 가진시켜 기본 공명주파수가 아닌 주파수대역에서도 큰 투과손실을 이룰 수 있게 된다. 따라서, 다공형 동심관형 공명기를 설계함에 있어서, 천공분포면을 공명기의 벽면쪽으로 위치시키고 천공의 크기를 증가시킴으로써 보다 효과적인 소음저감을 이룰수 있는 것이다.

5. 결 론

동심관형 공명기의 내부음장을, 그린함수를 이용한 3차원적 해석을 통해 천공에서의 임피던스를 유도하고 보정길이를 계산함으로써 같은 부피를 갖는

공명기일지라도 공명기의 형상이나 천공의 위치에 따라 보정길이가 달라짐을 확인할 수 있었다. 그리고, 이로 인해 동심관형 공명기의 기본 공명주파수가 변한다는 사실을 확인하였으며 실험으로 검증하였다. 또한 여러개의 천공이 존재하는 다공형 동심관형 공명기에 대해서, 천공분포에 따른 투과손실을 계산하고 실험을 통해 검증함으로써 보다 효과적인 소음저감을 이룰 수 있는 천공의 분포상태를 알아보고, 설계함에 있어 그 응용성을 제시하였다.

참고 문헌

- (1) Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B. and Sanders, J. V., 1982, Fundamentals of Acoustics, 3rd edition, John Wiley & Sons, pp.225~228
- (2) Panton, R. L. and Miller, J. M., 1975, "Resonant frequencies of cylindrical Helmholtz resonators," J.Acoust.Soc.Am. 57, pp. 1533~1535
- (3) Dickey, N. S. and Selamet, A., 1996, "Helmholtz Resonators : One-Dimensional Limit for Small Cavity Length-to-Diameter Ratios," J.Sound.Vib. 195, pp. 512~517
- (4) Ingard, U., 1953, "On the Theory and Design of Acoustic Resonators," J.Acoust. Soc. Am. 25, pp. 1037~1061
- (5) Ih, J.-G., 1993, "On the Inertial End Correction of Resonators," Acoustica 78, pp. 1~15
- (6) 하상태, 김양한, 1994, "1자유도 등가 진동계로 이해하는 헬름홀츠 공명기 특성의 한계점과 응용," 한국소음진동공학회지 제 4권, pp. 209~219
- (7) Chanaud, R. C., 1994, "Effects of Geometry on the Resonance Frequency of Helmholtz Resonators," J.Sound.Vib. 178, pp. 337~348
- (8) Munjal, M. L., 1987, Acoustics of Ducts and Mufflers, John Wiley & Sons, pp. 75~85
- (9) 강성우, 김양한, 1992, "두개의 음향탐촉자를 이용한 소음기의 투과손실 측정과 오차해석," 한국소음진동공학회지 제 2권, pp. 181~192
- (10) Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M., 1965, Table of Integrals, Series and Products, Academic New York

Appendix. A

직교 $\overline{\Psi}_{mnp}(\mathbf{r})$ 고유함수 와 그린함수 $G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o)$ 삼각함수와 베셀함수의 직교성을 이용하여 $\Psi_{mnp}(\mathbf{r})$

로부터 직교 고유함수 $\overline{\Psi}_{mnp}(\mathbf{r})$ 를 구해 보면

$$\overline{\Psi}_{mnp}(\mathbf{r}) = (N_r N_\theta N_z)^{-1} \Psi_{mnp}(\mathbf{r})$$

$$\text{where } N_\theta = 2\pi/\varepsilon_m N_z = L/\varepsilon_p,$$

$$N_r = \frac{r_o^2}{2} \left(1 - \frac{m^2}{k_{rnm}^2 r_o^2 + \mu_{mn}} \right) \{ J_m(k_{rnm} r_o) + T_{mn} Y_m(k_{rnm} r_o) \}^2 - \frac{r_i^2}{2} \left(1 - \frac{m^2}{k_{rmi}^2 r_i^2 + \mu_{mn}} \right) \{ J_m(k_{rmi} r_i) + T_{mn} Y_m(k_{rmi} r_i) \}^2$$

$$\varepsilon_m, \varepsilon_p = \begin{cases} 1 & m, p = 0 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases}, \mu_{mn} = \begin{cases} 1 & m = n = 0 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

이 되며, 그린함수 $G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o) = 4\pi \sum_{m,n,p} \frac{\overline{\Psi}_{mnp}(\mathbf{r}_o) \cdot \Psi_{mnp}(\mathbf{r})}{k_{mnp}^2 - k^2} = 4\pi \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot \Psi_{mnp}(\mathbf{r}_o) \cdot \Psi_{mnp}(\mathbf{r})$$

$$\text{where } G_{mnp}(k) = \frac{1}{N_r N_\theta N_z} \cdot \frac{1}{k_{mnp}^2 - k^2}$$

Appendix. B 속도포텐셜 $\phi(\mathbf{r})$

속도포텐셜 $\phi(\mathbf{r})$ 은 식 (3)의 그린함수와 식 (4)의 경계조건을 식 (1)의 적분식에 대입함으로써 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_o} \left\{ G_k(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}_o)}{\partial n} \right\} dS_o \\ &= -V \sum_{m,n,p} G_{mnp}(k) \cdot \Psi_{mnp}(\mathbf{r}) \cdot \{ J_m(k_{rnm} r_i) + T_{mn} Y_m(k_{rnm} r_i) \} \\ &\quad \times \iint_{S_h} \cos(m\theta) \cos(k_{zp} z) r_i d\theta dz \end{aligned}$$

원형 덕트에 뚫려있는 원형 천공은, 장반경과 단반경이 각각 a, b 인 타원형이 되므로, 적분항은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} &\iint_{S_h} \cos(m\theta) \cos(k_{zp} z) r_i d\theta dz \\ &= r_i \int_{-b}^b \int_{\theta_c - a\sqrt{b^2 - z^2}/r_b}^{\theta_c + a\sqrt{b^2 - z^2}/r_b} \cos(m\theta) \cos\{k_{zp}(\xi + 1)\} d\theta d\xi \end{aligned}$$

그리고, 삼각함수의 기-우함수 성질과 Gradshteyn, Ryzhik⁽¹⁰⁾에 의한 적분식을 이용하면

$$= 2S_h \cos(k_{zp} l) Q_{mp}$$

$$\text{where } Q_{mp} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{if } m = 0, p = 0 \\ \frac{J_1(b\beta_{mp})}{b\beta_{mp}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

이 된다. 따라서 간결함을 위해 W_{mnp} 로 치환하여 정리하면 다음과 같다.

$$2S_h \cdot W_{mnp} = 2S_h \cdot \{ J_m(k_{rnm} r_i) + T_{mn} Y_{rnm}(k_{rnm} r_i) \} \cos(k_{zp} l) Q_{mp}$$