

## 열과 물질 전달을 수반하는 연속핀의 유효율에 관한 연구

정형호\* · 정세환\*\* · 홍성희\*\*\*

### A Study on the Fin Efficiency of Continuous Fin with Combined Heat and Mass Transfer

H. H. Jung · S. H. Jung · S. H. Hong

**Key words** : Fin efficiency(유효율), Sector method(섹터법), Continuous fin(연속핀), Combined heat and mass transfer(복합된 열과 물질 전달)

#### Abstract

In the present paper, the effects of combined heat and mass transfer on the fin efficiency were calculated. Sector method was used for calculating the fin efficiency of the continuous fin. The parameter, Lewis No. and C which describe the combined heat and mass transfer is derived by using the heat and mass transfer analogy and effects of Lewis No. and C on the fin efficiencies were calculated.

#### 1. 서 론

기체와 액체 또는 기체와 기체 사이에서의 열을 수수하는 열교환기에서는 기체 측의 열전도도가 액체에 비해 아주 적으므로 기체 측의 전열면에 핀을 부착하거나 열전달 촉진 기술을 적용하여 열저항을 줄이고 있다. 그 중 가장 보편적인 방법이 핀을 부착시키는 것이다. 특히 공조 기기 제작에서는 콤팩트화가 주 관심의 대상이 되므로 보통 다발로 된 튜브 번들에 연속 핀을 조립하고 튜브

를 확장시켜 대량 생산하고 있다. 온도가 다른 튜브 내의 유체와 튜브 외부의 유체와의 열교환은 튜브의 표면에 부착되어 있는 핀과 유체와 접하는 튜브의 외표면을 통하여 이루어진다. 그런데 핀 면적이 클 수록 열저항은 줄어드나, 핀의 유효성(effectiveness)을 고려하면 핀의 크기는 제한을 받게 된다.

한편 증발기 또는 공기냉각기에서와 같이 핀 표면온도가 노점온도 이하가 되면 표면에서 응축이 일어난다. 응축이 일어날 때 잠열과 현열교환이

\* 한국해양대학교 기계냉동자동차공학부(원고접수일 : 97년 11월)

\*\* 한국해양대학교 대학원

\*\*\* (주) 동화정기

동시에 일어난다. 응축수가 환표면에서 막을 형성하여 흐를 때 이 막은 열저항으로 작용하며, 이 액막의 유동형태에 따라 이 열저항이 달라지기 때문에 이론적으로 습코일의 효율을 계산하는 것은 상당히 어렵다. 비교적 환의 형상이 간단한 경우뿐만 아니라 앞에서 언급한 연속환인 경우는 더욱 그러하다.

환효율은 환의 온도가 베이스에서의 온도로 가정했을 때 열전달량에 대한 실제 환에서의 열전달량의 비로 정의된다. 현열로만 전달되는 환에서 원형 튜브에 가로 방향으로 환이 부착되어 있거나, 평평한 튜브에 환이 부착되어 있는 경우의 환효율 계산은 간단한 1 차원의 열전도 방정식을 이용하여 해석적인 방법으로 쉽게 계산되어진다.<sup>(1)</sup> 그러나 다발로 이루어진 원형 튜브에 연속환이 부착되어 있는 경우에는 튜브와 튜브 배열 방법에 따라 사각형 또는 육각형 모양을 하고 있어 해석적인 방법으로는 환효율을 구할 수 없다. 더구나 증발기에서와 같이 공기 측에 수증기의 응축이 일어날 때에는 응축 잠열의 전달에 의해서 환효율을 계산하는 것은 이론적으로 아주 어렵다.

본 연구에서는 원형 튜브에 원형의 환이 부착되어 있고 환의 형상이 육각형인 경우 환을 여러 개의 섹터로 분할하여 각각의 섹터에서는 원형 환의 효율을 계산하는 준해석적인 방법(이하 섹터법<sup>(2)</sup>이라 칭함)을 이용하여, 환효율의 계산 방법을 전산화하였다. 연속환에서 환 면과 습공기에서의 온도에 대한 절대습도비의 매개변수를 이용하여 환에서의 열전달식을 유도하였다. 열과 물질전달의 상사성을 이용하여, 열전달계수와 물질전달계수의 관계를 루이스수로 표현하였다. 루이스수와 이 매개변수에 의한 환효율의 영향을 규명하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 원형 환의 환효율

원형 환의 형상은 Fig. 1에 표시하였다. 본 연구에서는 환에서 응축이 일어날 때 이 응축수는 표면을 따라 흘러내리고 항상 표면에 체류되는 응축수가 없다고 가정한다. 그리고 모든 물성치는 일정하

며 대류열전달과 물질전달계수는 일정하다고 가정한다. 그리고 환에서의 열전도는 정상상태, 환의 두께가 일정하고, 현열과 잠열교환이 동시에 일어나는 경우, 환에서의 열전달 식은 식(1)과 같다.

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) - \frac{1}{\delta k} \{ h(T - T_w) + h_d i_{fg} (W - W_w) \} r^2 = 0 \quad (1)$$

여기서 습공기와 전열면의 온도와 절대 습도간의 매개변수 C(이하 매개변수 C라 칭함)를 식(2)와 같이 정의한다. 매개변수 C는 물리적으로 열교환기 내에서 습공기의 냉각에 의하여 환표면에 물이 응축될 때 습공기의 진행방향을 나타내는 것이다.

$$C = \frac{W - W_w}{T - T_w} \quad (2)$$

이 매개변수 C를 식(1)에 대입하면 식(3)과 같은 부채꼴의 섹터에서 열전달식을 세울 수 있다.

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) - \frac{1}{\delta k} (h + h_d C i_{fg}) (T - T_w) r^2 = 0 \quad (3)$$

열전달과 물질전달과의 유사성을 이용하면 루이스 수는 식(4)로 표현되고, 식(3)에 대입하여 정리하면 식(5)의 환에서의 열전달 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{h}{c_{pa} h_d} = Le^{2/3} \quad (4)$$

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) - \frac{h}{\delta k} \left( 1 + \frac{Le^{-2/3} C}{c_{pa}} i_{fg} \right) (T - T_w) r^2 = 0 \quad (5)$$

온도차 함수, 를 도입하여 정리하면 식(6)이 된다.

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\theta}{dr} \right) - m^2 \theta r^2 = 0 \quad (6)$$

$$m = \sqrt{\frac{h}{\delta k} \left( 1 + \frac{Le^{-2/3} C}{c_{pa}} i_{fg} \right)} \quad (7)$$

환의 끝단에서는 환의 두께가 아주 얇아 대류에 열전달 손실을 무시하면, 열전도 방정식에 적용되는 경계조건은 식(8)과 식(9)와 같다.

$$r = r_1 \text{ 에서 } \theta = \theta_b \quad (8)$$

$$r = r_2 \text{ 에서 } \frac{d\theta}{dr} = 0 \quad (9)$$

식(6)의 일반해는 베셀함수의 형태를 하며, 경계 조건 식(8)과 식(9)를 적용하여 원에서의 온도 분포를 계산하면 식(10)이 된다.

$$\frac{\theta}{\theta b} = \frac{I_1(mr_2)K_0(mr) + I_0(mr)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} \quad (10)$$

한편 원의 효율은 원의 전체 전열면의 온도가 원 베이스의 온도,  $w$ 일 때, 전열량에 대한 실제 전열량으로 정의된다. 식(4)를 미분하여 원 베이스에서의 열유속을 계산하고 유효율의 정의를 적용하면 유효율은 식(11)으로 계산된다.<sup>(3)</sup>

$$\eta_f = \frac{2}{(r_2/r_1 + 1)ml} \cdot \frac{I_1(mr_2)K_1(mr_1) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} \quad (11)$$

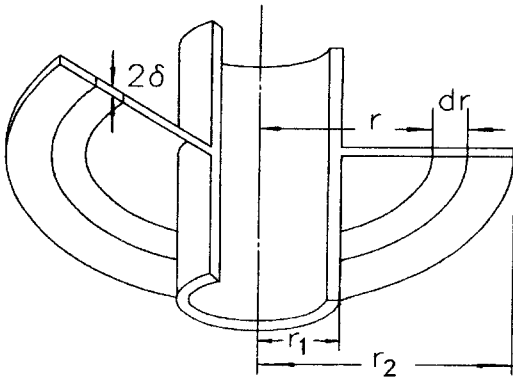


Fig.1 Schematic of a constant-thickness fin on a circular tube

### 2.2 육각형 원의 유효율

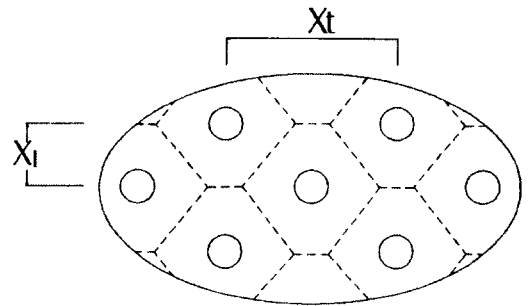
본 연구에서 대상이 되는 연속핀은 Fig. 2에서와 같이 연속핀은 환관에 의해 튜브에 단단히 고정되어 있다. 육각형 원의 유효율을 계산할 때, 원의 전열면적과 동일한 원형 원으로 가정하여 식(11)을 이용하여 유효율을 계산한다. 이 방법을 등가원법(equivalent annular method)이라 한다. 그러나 이 방법은 계산에는 아주 간편하고, 효과적이지만 튜브의 피치가 다르고 특히 종횡비(aspect ratio)가 커짐에 따라 실제와는 많은 차이가 있다.

이 등가원법의 단점을 개선한 것이 섹터법이다.

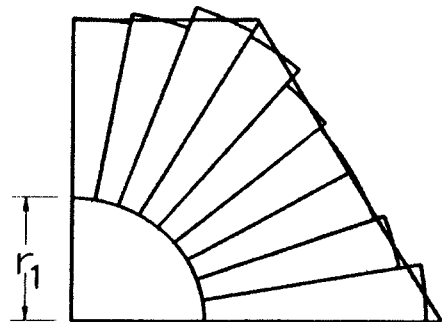
섹터법은 Fig. 2에서와 같이, 육각형 원을 여러 개의 부채꼴 형태의 섹터로 분할하여 각각의 섹터에서 유효율을 원형 원에서의 계산법으로 계산하고 식(6)과 같이 섹터의 면적을 가중치로 한 준해석적인 근사법이다.

$$\eta_f = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_{f,i} A_{f,i}}{\sum_{i=1}^N A_{f,i}} \quad (12)$$

이 섹터법에서는 섹터의 수가 많아짐에 따라 정확도는 향상된다. 본 연구에서는 육각형 원의 면적에 대한 섹터 면적의 비 그리고 섹터수를 늘리면서 식(12)로 계산된 유효율의 상대오차가  $5 \times 10^{-4}$ 이 될 때까지 섹터수를 증가시켜 계산하였다.



(a) a staggered tube arrangement



(b) Continuous fin divided into sectors

Fig. 2 Definitions of pitches and continuous fin divided into sectors

### 3. 계산 결과 및 검토

Fig. 3은 섹터의 수를 증가시키면서 계산된 유효율과 섹터의 면적의 수렴성을 보여주고 있다. 이 그림에서 보는 바와 같이 유효율은 섹터의 수가 10개 정도면 충분히 허용오차 이내에 들며, 각 부채꼴 형태의 섹터 면적을 합한 것은 유효율이 수렴할 때의 섹터수 보다 더 많은 섹터수 20개 정도가 허용오차 이내로 되었다. 그리고 수렴하는 섹터의 수는 경우에 따라서 조금씩 차이가 있었다.

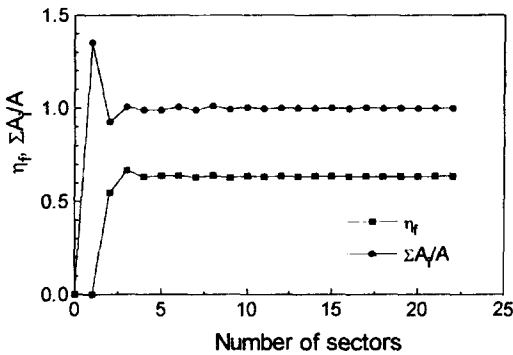


Fig. 3 Convergence of the fin efficiency and sum of sector areas.

#### 3.1 매개변수 C변화에 의한 유효율

Fig. 4는 루이스 수를 0.8로 일정하게 하고 튜브 피치  $X_t=55.4\text{mm}$   $X_l=16\text{mm}$ 인 연속핀에서 매개변수 C를 변화시키면서 계산한 유효율을 나타낸 것이다. 튜브가 이런 피치로 배열하면 튜브는 정삼각형을 이루게 되고 튜브 배열의 종횡비는  $\sqrt{3}$ 이 된다. 보통 매개변수 C 값은 일반 공조기에서는 약  $10^{-4}$ 에서  $10^{-3}$ 이며, 습공기의 온도가 감소하여 전열면의 온도가 노점온도 이하가 되면 수증기의 응축이 일어나며, 응축 초기에는 값이 작다가 응축이 진행되는 과정에 이 값은 증가한다. 그리고 이 그림에서  $r_2$ 는 육각형 형태의 핀 면적을 동심원의 면적과 동일하게 하였을 때 상당하는 상당 바깥반지름이다. Fig. 4에 나타난 것과 같이 매개변수가 증가하면 유효율은 급속히 감소하는 것을 보여주고 있다. 이는 습공기에서 습기의 농도

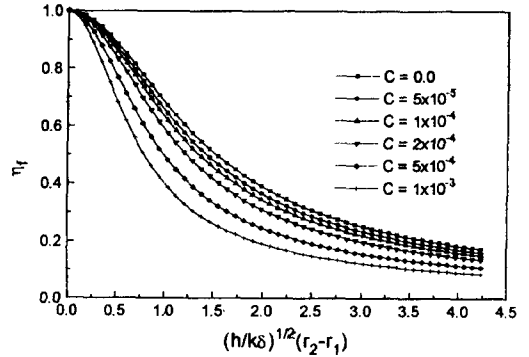


Fig.4 The effect of parameter C on fin efficiencies ( $X_t=55.4\text{mm}$ ,  $X_l=16\text{mm}$ ,  $Le=0.8$ )

가 증가하면 많은 습기가 응축하여 잠열로 전달되어 유효율이 감소한다고 생각된다.

Fig. 5는 루이스 수는 0.8 그리고 튜브피치  $X_t=73.61\text{mm}$   $X_l=12.268\text{mm}$ 인 경우 매개변수 C를 변화시키면서 계산한 결과이다. 이 때의 튜브 배열의 종횡비는 3이 되며, 실제 이러한 튜브의 배열은 존재하지 않는다. 그러나 본 연구에서는 종횡비의 효과를 예측하기 위하여 계산을 수행하였다. 종횡비가 3인 경우에는 종횡비가  $\sqrt{3}$ 인 경우와 비교해서 유효율은 감소한 상태이며, C의 변화에 의한 유효율의 경향은 동일하였다. 이는 연속핀의 종횡비가 커서 튜브에서 멀리 떨어진 핀 면적이 많아 유효율이 감소한 것이라 생각된다.

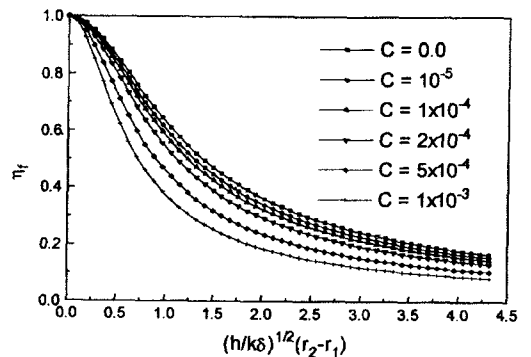


Fig. 5 The effect of parameter C on fin efficiencies ( $X_t=73.61\text{mm}$ ,  $X_l=12.268\text{mm}$ ,  $Le=0.8$ )

### 3.2 루이스 수 변화에 의한 환효율

보통 습공기의 루이스 수는 0.8 정도이다. 루이스 수의 변화에 의한 환효율의 영향을 파악하기 위하여 매개변수 C를  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ 으로 고정시키고 계산하였다. Fig. 6은 매개변수 C가  $10^{-4}$ 이며, 튜브의 종횡비가  $\sqrt{3}$  인 튜브피치  $X_t=55.4\text{mm}$   $X_l=16\text{mm}$ 인 경우에 루이스 수를 0.4에서 1.0까지 변화시키면서 환효율을 계산한 결과이다. Fig. 7은 동일한 조건에서 매개변수가  $10^{-3}$ 인 경우 환효율을 계산한 것이다. Fig. 6과 Fig. 7의 결과를 보면 루이스 수 변화에 의한 환효율은 매개변수 C가 작은 경우, 루이스 수 변화에 의한 영향은 적게 나타나고 매개변수 C가 큰 경우에는 Lewis수 변화에 의한 환효율의 영향이 크게 나타나고 있다.

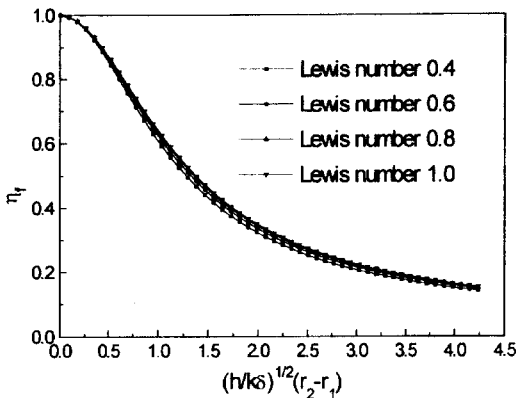


Fig. 6 The effect of Lewis No. on fin efficiency ( $X_t=55.4\text{mm}$ ,  $X_l=16\text{mm}$   $C=10^{-4}$ )

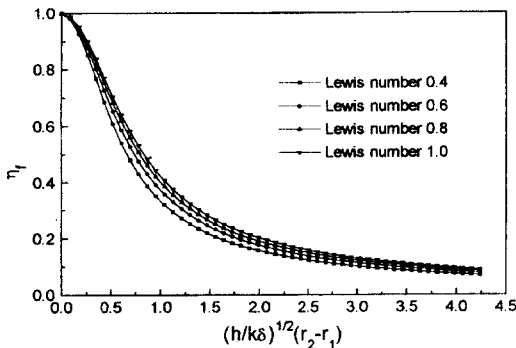


Fig. 7 The effect of Lewis No. on fin efficiency ( $X_t=55.4\text{mm}$ ,  $X_l=16\text{mm}$   $C=10^{-3}$ )

Fig. 8와 Fig. 9는 종횡비가 3인 튜브피치  $X_t=73.61\text{mm}$   $X_l=12.268\text{mm}$  인 경우 계산 결과이며, 각각 매개변수가  $10^{-4}$  그리고  $10^{-3}$ 인 경우에 환효율을 계산한 것들이다. 이 경우에서도 종횡비가  $\sqrt{3}$  인 경우와 루이스수 변화에 의한 환효율의 감소는 동일한 경향을 보이며, 매개변수 C가 큰 경우에는 Lewis수 변화에 의한 환효율이 크게 변한다는 것을 알 수 있었다.

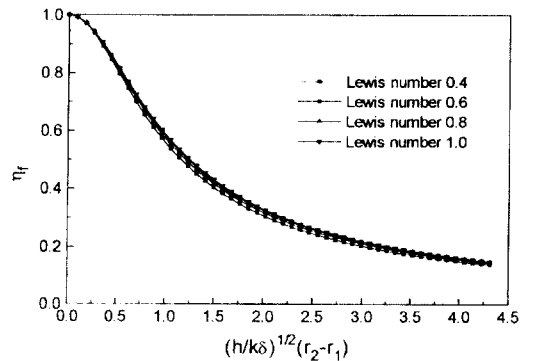


Fig. 8 The effect of Lewis No. on fin efficiency ( $X_t=73.61\text{mm}$ ,  $X_l=12.268\text{mm}$ ,  $C=10^{-4}$ )

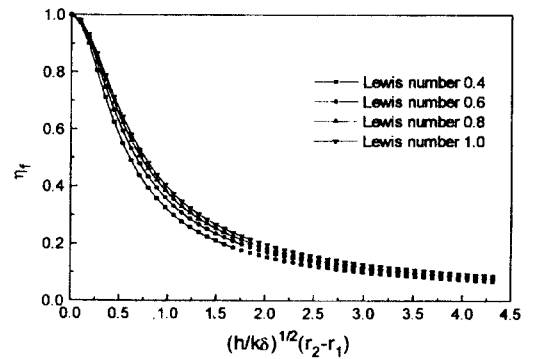


Fig. 9 The effect of Lewis No. on fin efficiency ( $X_t=73.61\text{mm}$ ,  $X_l=12.268\text{mm}$ ,  $C=10^{-3}$ )

## 4. 결 론

본 연구에서는 육각형 환의 표면에 응축이 일어나는 경우, 응축의 지배적인 인자인 루이스수와 환표면과 습공기의 온도와 절대습도의 매개변수

C가 환효율에 미치는 영향을 연구하였다. 육각형 환효율은 해석적으로 계산할 수 없으므로 근사적 방법인 섹터법으로 계산하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.(1) 환효율은 튜브의 배치가 엇갈린 형태인 경우, 튜브가 종횡비가  $\sqrt{3}$ 인 경우에 가장 높은 환효율을 보인다.(2) 응축이 일어날 때 환효율은 감소되며, 이 현상에 영향을 주는 매개변수 C와 루이스 수에서 매개변수 C의 영향이 지배적이며 매개변수 C가 클수록 환효율은 감소한다.(3) 루이스 수의 변화에 의한 환효율은 매개변수 C값이 큰 경우에 크게 나타난다.

### 참고문헌

- (1) Holman, J. P., 1992, Heat Transfer, 7th ed., McGraw Hill, pp. 41-47.
- (2) 정 형 호, 1996, 섹터법을 이용한 연속환-튜브형 열교환기의 환효율에 관한 연구 - 현열 열전달의 경우 -, 한국박용기관학회지, 제20권, 제5호, pp. 76-81.
- (3) Arpaci, V. S., 1966, Conduction Heat Transfer, Addison-Wesley Pub. Co., pp. 132-144.
- (4) Stasiulevicius, J., Skrinska, A., Zukauskas, A., and Hewitt, G. F., 1988, Heat Transfer of Finned Tube Bundles in Crossflow, Hemisphere Pub. Co., pp. 22-27.

### 기 호 설 명

A 환의 면적 [m<sup>2</sup>]

$A_{r,i}$	섹터의 면적 [m <sup>2</sup> ]
C	습공기와 전열면의 온도와 절대습도간의 매개변수(본문참조)
$c_{pa}$	정압비열 [J/kg K]
h	대류열전달계수 [W/m <sup>2</sup> K]
$h_d$	대류물질전달계수 [kg/m <sup>2</sup> s]
$I_0, I_1$	수정된 베셀함수
$i_{fg}$	응축잠열 [J/kg]
$K_0, K_1$	수정된 베셀함수
k	열전도도 [W/m]
Le	루이스 수(본문참조)
m	매개변수(본문참조)
r	반지름 방향
r1	환의 안쪽반지름 [m]
r2	환의 상당바깥반지름 [m]
T	습공기의 온도 [K]
$T_w$	전열면의 온도 [K]
W	습공기의 절대습도 [kgv/kgal]
$W_w$	전열면에서 절대습도 [kgv/kgal]
$X_t$	튜브의 횡방향 피치 [mm]
$X_l$	튜브의 종방향 피치 [mm]
그리스 문자	
$\delta$	환의 두께의 반 [m]
$\eta_f$	환효율
$\eta_{f,i}$	섹터에서의 환효율
$\theta$	온도차함수 (= $T - T_w$ ) [K]
$\theta_b$	환 기저에서의 온도차함수
$\rho$	밀도 [kg/m <sup>3</sup> ]