

시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용한 환형 평판의 자유 진동 연구

김정훈* · 나종문** · 이기백***

Free Vibration Analysis of Annular Sector Plates Using Time Average Holographic Interferometer

J. H. Kim · J. M. Na · K. B. Lee

Key words : Time average holographic interferometer(시간 평균 홀로그래픽 간섭계), Annular sector plate(환형 평판), Vibration mode(진동 모드)

Abstract

The study on the vibration characteristics of annular sector plates is important for structural engineers. In this study, the vibration modes and their natural frequencies of annular sector plates clamped along the inner circumferential edge are obtained by the time average holographic interferometer according to the varying sector angle. The experimental results agree well with those obtained by the numerical analysis. The vibration characteristics of annular sector plates shows great dependence on the sector angle. The radial nodal lines converge to the center of annular sector plate.

1. 서 론

환형 평판은 교량, 선박 구조물, 항공기 등의 구조 요소로 많이 사용되고 있을 뿐만 아니라, 터빈 블레이드나 위성 안테나 등에도 응용될 수 있으므로 환형 평판의 고유진동수와 진동 모드 등 진동 특

성에 대한 정확한 규명이 필요하다. 환형 평판의 진동 특성은 일정한 경계 조건일 때 두 가지의 요인, 즉 반경비와 원호각에 의해 결정된다. 지금까지 발표된 관련 연구들은 수치 해석적인 연구가 대부분을 이루고 있는데, 환형 평판의 임의의 경계 조건들에 대한 고유진동수의 연구가 주로 수행되었다.

* LG 전자 리빙시스템연구소 유체유동팀 (원고접수일 : 97년 8월)

** 경주전문대학 자동차과

*** 부산대학교 기계공학과, 기계기술연구소

Ramakrishnan 등¹⁾은 환형 평판의 반경방향 가장자리가 단순 지지된 경우에 대한 고유진동수를 해석적인 방법으로 구하였고, Bhattacharya 등²⁾은 반경방향의 가장자리는 고정단이나 원주방향의 가장자리가 여러 가지의 경계 조건을 가지는 경우에 대한 근사해를 해석적인 방법을 이용하여 구하였다. Gorman³⁾은 환형 평판의 재질이 극이방성이고 두께가 반경방향으로 일정하게 변하는 경우에 대해서 유한요소법을 이용하여 진동 특성을 연구하였다. 또한, Irie 등⁴⁾은 반경방향으로 굽어진 형태를 가지는 환형 평판에 대해서 수치 해석적인 연구를 수행하였는데, 횡변위를 멱급수 형태로 표현하고 주파수 방정식은 리치(Ritz) 방법을 사용하여 해석적인 해를 유도하였다. Singh 등⁵⁾은 유한차분법이 진동 해석에서 발생하는 문제점을 유한차분에너지법을 이용하여 보완하였다. 특히, Mizusawa⁶⁾는 등방성 환형 평판이 임의의 경계 조건을 가지는 경우에 대해서 스프라인요소법을 이용하여 진동 특성을 연구하였다.

이와 같이, 환형 평판의 진동 특성에 대한 수치 해석적인 연구는 다양한 해석 방법을 통하여 수행되어 온 반면에 실험적인 모드 해석에 대한 연구는 매우 미흡한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 환형 평판의 원호각의 변화에 따른 진동 특성을 시간 평균 홀로그래픽 간섭계의 실험적 모드 해석 기법을 이용하여 규명한다. 아울러 상용 프로그램인 NISA를 이용해 수치계산을 수행하여 실험 결과와 비교·분석함으로써 본 실험 결과의 정확성을

을 검증한다. 특히 본 연구에서는 시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용해서 실험적 모드 해석을 수행하였는데, 본 연구에서 적용된 홀로그래피 기법은 진동체에 대해서 비접촉으로 실험이 이루어지므로 진동 센서의 접촉으로 인한 실험 오차를 배제할 수 있어서 매우 정확한 측정이 가능하다는 장점이 있다.

2. 실험장치 및 방법

2.1 환형 평판의 가진 장치

Fig.1은 두께 0.8mm, 내경 75mm, 외경 150mm의 크기를 갖는 환형 평판의 형상을 나타내고, Fig.2는 환형 평판의 조립도이다. 두께 15mm

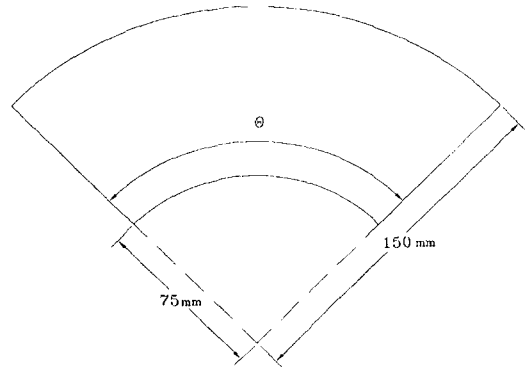


Fig. 1 Shape of annular sector plate($\theta=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$)

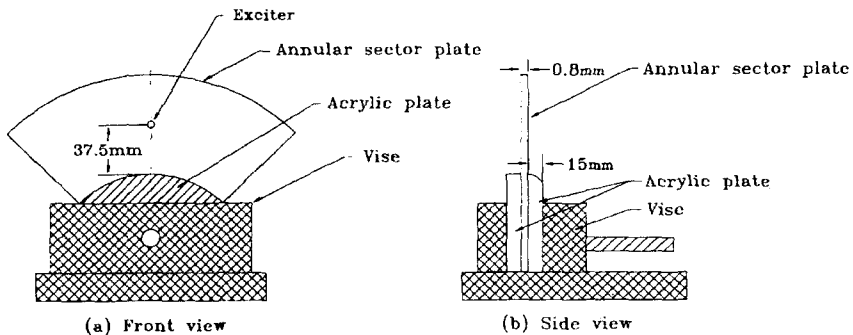


Fig. 2 Assembly of annular sector plate.

의 아크릴 판을 부채꼴 모양으로 제작하여 환형 평판의 하단 앞, 뒷면에 부착하고, 환형 평판의 내경을 고정단으로 만들기 위해 아크릴 판이 부착된 환형 평판의 하단을 바이스(vise)로 고정시켰다. 따라서 환형 평판의 경계 조건은 내경에서만 고정단이고 다른 세부분에서는 자유단이다. 실험 조건 으로서는 반경비를 일정하게 하고 원호각을 30°, 60°, 90° 등으로 변화시켰다.

실험에 사용되는 환형 평판의 재질은 냉연강판 SPCC 1종으로써 물성치는 Table 1과 같다.

Table 1 Material property of annular sector plate.

Young's modulus	200GPa
Shear modulus	76.92GPa
Poisson's ratio	0.3
Density	8,570kg/m ³

Fig.3은 환형 평판의 가진 장치의 구성도이다. 함수발생기로부터 일정한 주파수 신호가 자장 변환기로 보내지면 자장 변환기에서 자장이 발생하여 환형 평판이 진동하게 되는데, 가진 주파수가 환형 평판의 고유진동수와 일치하게 되면 음압측정기의 지침이 피크 값을 나타내게 되므로 이 때의 주파수에서 시간 평균 홀로그래피법을 이용하여 진동 모드를 구하였다.

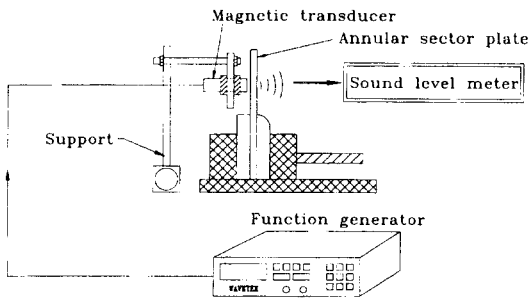


Fig. 3 Diagram of excitation system.

2.2 홀로그래피 시스템

Fig.4는 홀로그래피 시스템의 구성도이다. 헬륨-네온 레이저에서 발진된 레이저 광은 광분할

기에서 두 갈래의 광으로 나누어지는데, 그 중의 하나의 광은 진동하는 환형 평판으로 입사하는 물체광으로 이용되고, 다른 하나의 광은 환형 평판 으로부터 반사된 물체광과 홀로그램 평면상에서 간섭을 일으키기 위한 참조광으로 이용된다. 특히, 물체광과 참조광은 레이저 광 자체의 노이즈를 제거하기 위해 공간 필터를 통과하도록 구성하였다. 물체광과 참조광이 홀로그램 건판에서 간섭을 일으켜서 환형 평판의 진동 진폭에 대응한 간섭무늬를 홀로그램으로 형성하게 되는데, 이 홀로그램에 생성된 간섭무늬를 재생하여 해석함으로써 환형 평판의 진동 모드를 알 수 있다.

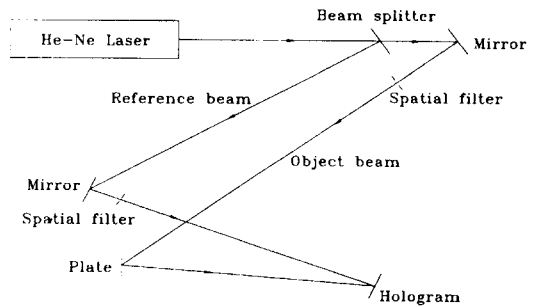


Fig. 4 Holography system.

3. 실험결과 및 고찰

3.1 환형 평판의 실험적 진동 모드 해석

Fig.5는 원호각이 30°일 때 환형 평판의 진동 모드이다. (a)는 1차 모드로서 92Hz에서 고정단인 내경을 경계로 하여 굽힘 진동을 하고 있다. (b)는 2차 모드로서 246Hz에서 나타나는데, 반경방향의 절선을 중심으로 하여 좌우가 서로 180°의 위상차를 가지는 비틀림 진동을 보인다. (c)는 3차 모드로서 고유진동수는 641Hz인데 원주방향 절선 1개를 가지는 굽힘 진동 형태이다. (d)는 4차 모드로서 1,055Hz에서 절선 2개가 나타난다. (e)는 7차 모드로 2,323Hz에서 반경방향 절선 2개와 원주방향 절선 1개를 갖는다. (f)는 8차 모드로서 2,479Hz에서 관찰된다. 여기에서 5차, 6차 모드는 구할 수 없었

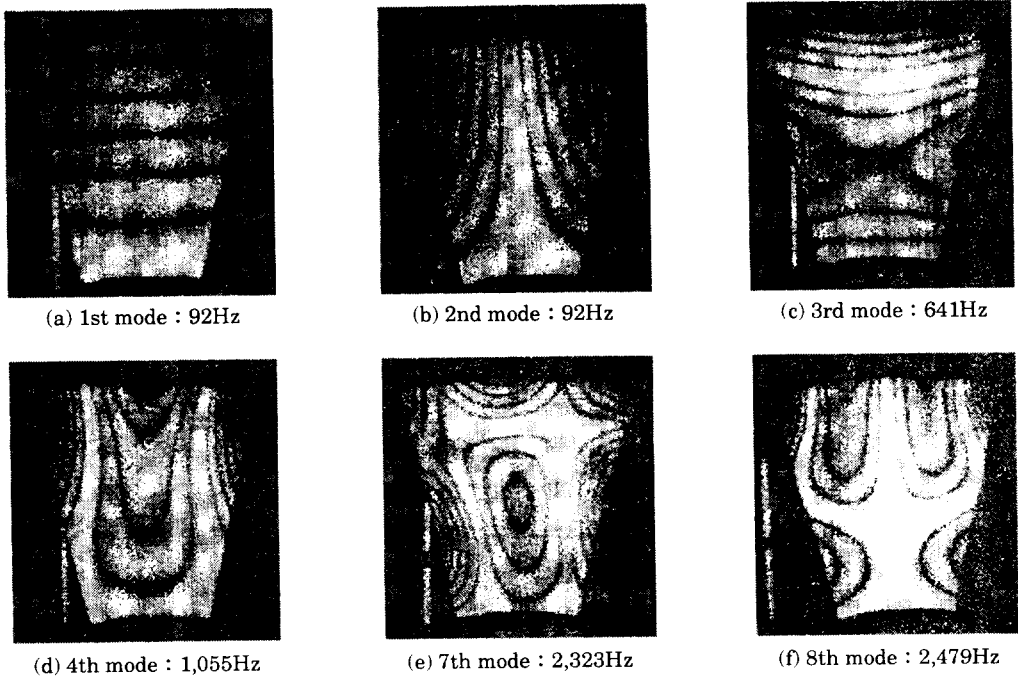


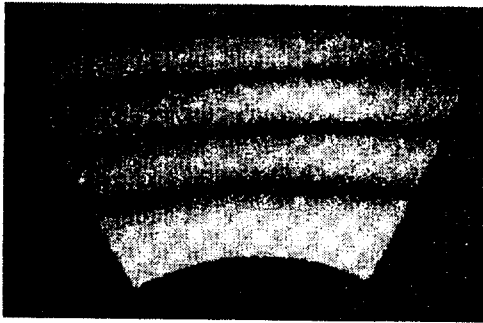
Fig.5 Mode shapes of annular sector plate at sector angle 30°.

는데, 이는 진동 모드가 나타나는 주파수를 실험적으로 찾기가 매우 어려웠기 때문이다.

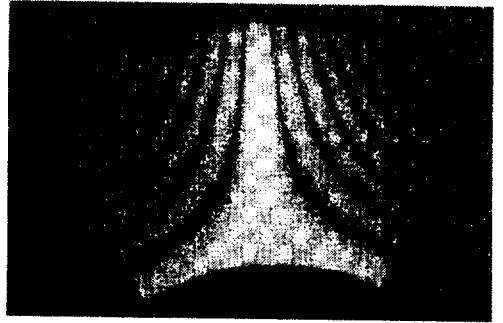
Fig.6은 원호각이 60°일 때 환형 평판의 진동 모드이다. (a)는 1차 모드로서 97Hz에서 나타나는데, 원호각 30°의 경우와 마찬가지로 고정단을 경계로 하여 굽힘 진동을 하고 있다. (b)는 137Hz에서의 2차 모드인데 반경방향 절선을 중심으로 한 비틀림 진동이다. (c)는 반경방향 절선 2개를 가지는 3차 모드로서 304Hz에서 관찰된다. (d)는 반경방향 절선 3개를 가지는 4차 모드로서 고유진동수는 641Hz이다. 절선을 축으로 하여 +, -, +, - 또는 -, +, -, +의 위상 변화를 갖는 진동 형태이다. (e)는 5차 모드로서 687Hz에서 원주방향 절선 1개를 가지는 진동 형태이다. 이 진동 모드는 원호각 30°의 3차 모드와 동일한 형태이다. (f)는 3개의 절선을 가지는 6차 모드로서 고유진동수는 836Hz이다. (g)는 1,090Hz에서의 7차 모드이고, (h)는 1,306Hz에서 4개의 절선을 가지는 8차 모드이다.

Fig.7은 원호각이 90°일 때 환형 평판의 진동 모드이다. (a)는 105Hz에서의 1차 모드로서 원호각

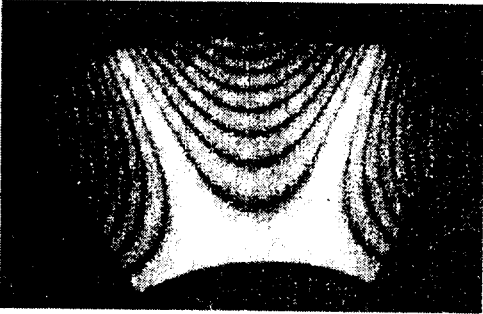
30°, 60°의 1차 모드와 동일하다. (b)는 116Hz에서 나타나는 2차 모드로서 비틀림 진동을 하고 있다. (c)는 181Hz에서의 3차 모드이고, (d)는 313Hz에서의 4차 모드, (e)는 551Hz에서의 5차 모드이다. (c)-(e)를 살펴보면, 진동 모드가 고차로 진행함에 따라 반경방향 절선은 점점 환형 평판의 중심 쪽으로 모여짐을 알 수 있다. (f)는 689Hz에서의 6차 모드, (g)는 725Hz에서의 7차 모드, (h)는 917Hz에서의 8차 모드이다. (f)-(g)를 보면, 원주방향 절선은 호의 형태에서 환형 평판의 모서리를 절단하는 직선 형태로 발전됨을 알 수 있는데, 이와 같은 현상은 Fig.6의 (e)-(f)에서도 확인이 된다. 또한, Fig.6의 (e)-(f)와 Fig.7의 (f)-(g)를 보면, 원호각이 60°일 때 나타나는 5차, 6차 모드가 90°일 때는 6차, 7차 모드로 나타나는데, 이는 진동 모드가 원호각에 따라서 순서가 변화함을 의미한다. 이러한 현상은 Fig.5의 (c)와 Fig.6의 (e), Fig.7의 (f)에서도 확인이 되는데, 원호각 30°일 때의 3차 모드가 원호각이 60°일 때는 5차 모드, 원호각이 90°일 때는 6차 모드로서 관찰된다. 그리고 Fig.5-Fig.7을 보면, 원호각이 증가함에 따



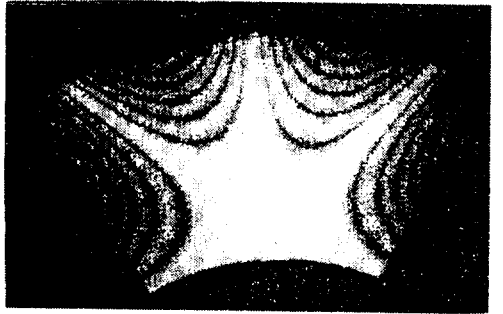
(a) 1st mode : 97Hz



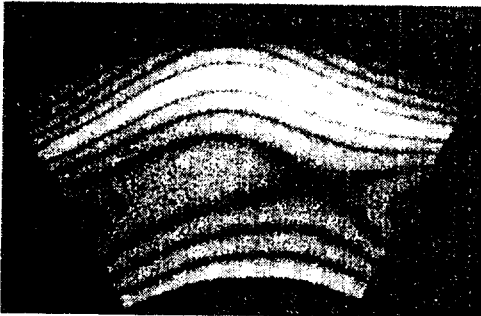
(a) 2nd mode : 137Hz



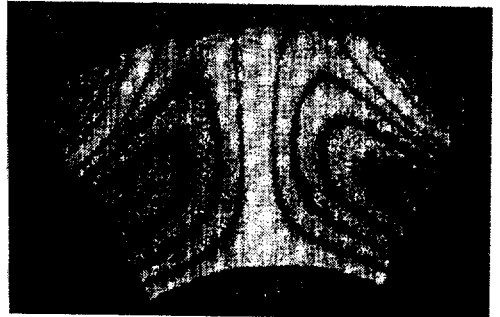
(c) 3rd mode : 304Hz



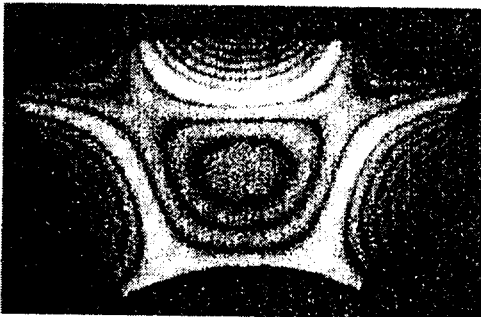
(d) 4th mode : 641Hz



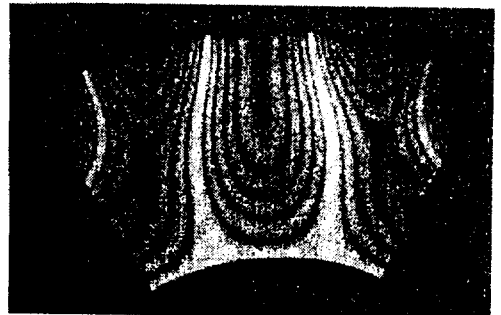
(e) 5th mode : 687Hz



(f) 6th mode : 836Hz

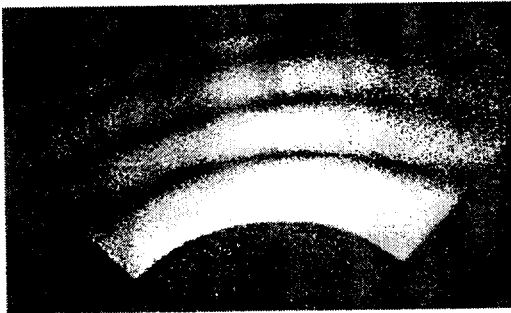


(g) 7th mode : 1,090Hz

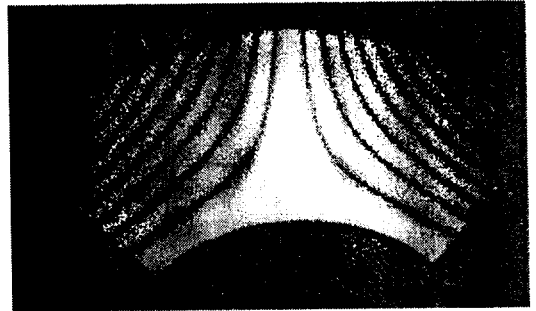


(h) 8th mode : 1,306Hz

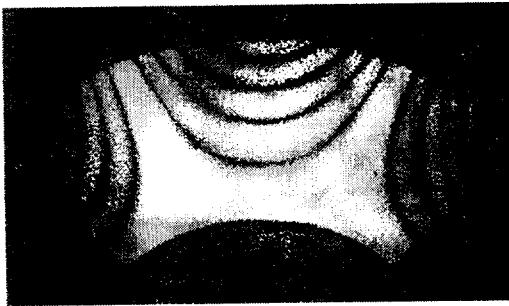
Fig.6 Mode shapes of annular sector plate at sector angle 60° .



(a) 1st mode : 105Hz



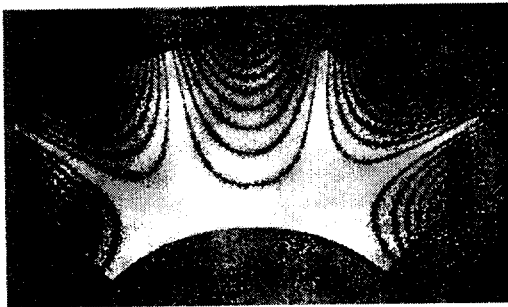
(b) 2nd mode : 116Hz



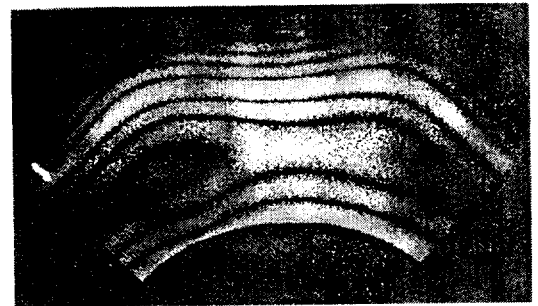
(c) 3rd mode : 181Hz



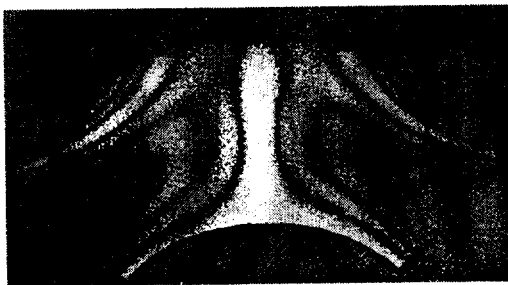
(d) 4th mode : 313Hz



(e) 5th mode : 551Hz



(f) 6th mode : 689Hz



(g) 7th mode : 725Hz



(h) 8th mode : 917Hz

Fig.7 Mode shapes of annular sector plate at sector angle 90° .

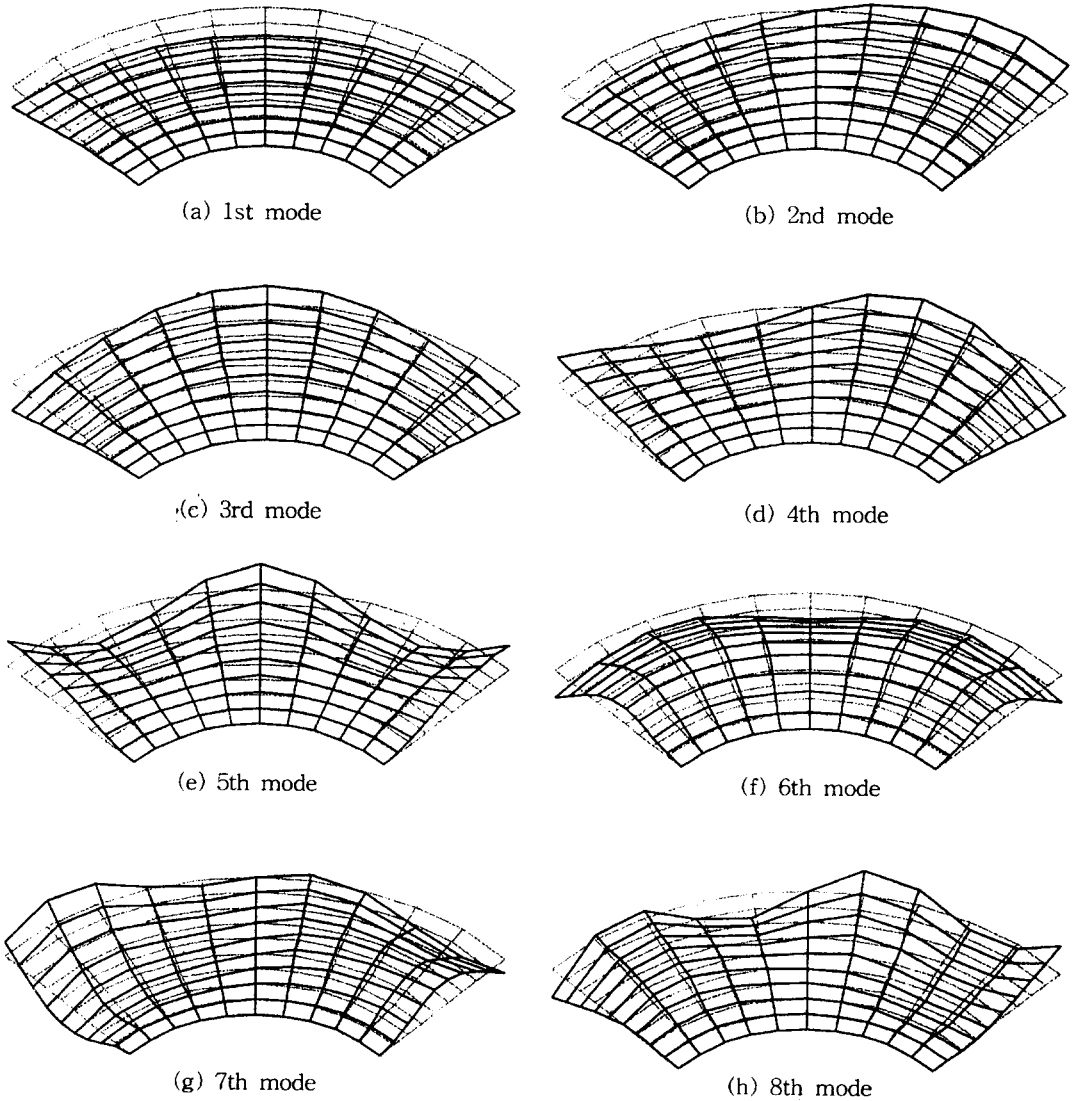


Fig.8 Numerical analysis of deformation of annular sector plate at sector angle 90°.

라 반경방향 절선의 수가 점점 많아짐을 알 수 있다.

3.2 수치계산 결과와의 비교

상용 프로그램인 NISA를 이용해서 실험에 사용한 동일한 환형 평판에 대한 진동 모드를 해석하였다. 수치계산을 이용하여 고유진동수와 진동

모드를 구하는 데에는 정상상태의 경우만 고려하므로 가진항을 무시한 자유진동 방정식($[M]\ddot{x} + [K]x=0$, $[M]$ 은 질량행렬, $[K]$ 는 강성행렬)을 구성하여 수치계산을 수행하였다. 그리고 환형 평판의 절점의 수는 총 110개이며 90개의 사각 요소를 이용하여 모델링하였다. Fig.8은 실험 결과와의

Table 2 Nondimensional natural frequency ($\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h/D}$) for annular sector plate.

Sector angle, Θ (degree)	Modes					Method
	1st	2nd	3rd	4th	5th	
30	2.78	7.43	19.37	31.88	.	Experiment
	2.90	7.30	20.51	29.63	32.31	F.E.M
	2.88	7.29	19.91	29.28	31.74	Reference[6]
60	2.93	4.14	9.19	19.37	20.76	Experiment
	3.05	4.42	9.42	19.72	21.49	F.E.M
	3.03	4.39	9.29	18.99	20.80	Reference[6]
90	3.17	3.51	5.47	9.46	16.65	Experiment
	3.11	3.60	5.62	9.56	15.69	F.E.M
	3.11	3.60	5.71	10.02	16.72	Reference[6]

비교를 위해서 원호각 90° 에 대한 수치계산 결과를 한 예로서 나타내었는데, Fig.7의 진동 모드들과 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 즉, Fig.8의 (a)는 고정단인 내경을 경계로 한 환형 평판 전체의 굽힘 진동, (b)는 반경방향의 절선을 중심으로 한 비틀림 진동, (c)-(e)는 반경방향 절선이 각각 2개, 3개, 4개인 진동 모드, (f)는 원주방향 절선이 1개인 진동 모드를 나타내는 등 Fig.7의 실험적 진동 모드 해석 결과와 잘 근접하고 있음을 알 수 있다.

Table 2는 본 실험에서 구한 무차원 고유진동수 ($\Omega = \omega b^2 \sqrt{\rho h/D}$, ω 는 고유진동수, b 는 환형 평판의 외경, ρ 는 재료의 밀도, h 는 환형 평판의 두께, D 는 재료의 강성)와 F.E.M 그리고 스프라인요소법⁶⁾을 이용해서 구한 무차원 고유진동수를 비교한 것인데, 실험 결과와 두 가지 수치계산의 결과가 잘 근사하고 있음을 보여준다.

4. 결 론

교량, 선박 구조물, 항공기 등의 구조 요소로서 널리 사용되고 있는 환형 평판에 대해, 시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용하여 진동 모드를 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용한 환형 평판의 진동 모드 해석 결과는 수치 해석적인 결과와 매우 잘 일치하였다.
2. 진동 모드가 저차에서 고차 모드로 진행함에

따라, 반경방향의 절선은 환형 평판의 중심 쪽으로 모여든다.

3. 원호각이 달라짐에 따라 진동 모드의 순서가 변하며, 원호각이 증가할수록 반경방향 절선의 수가 증가한다.

4. 원주방향 절선은 호의 모양에서 환형 평판의 모서리를 절단하는 형태의 직선 모양으로 변화한다.

참고문헌

- 1) Ramakrishnan, R. and Kunukkasseril, V. X., 1973, "Free Vibration of Annular Sector Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 30, No. 1, pp. 127~129.
- 2) Bhattacharya, A. P. and Bhowmic, K. N., 1975, "Free Vibration of a Sectorial Plate", Journal of Sound and Vibration, Vol. 41, No. 4, pp. 503~505.
- 3) Gorman, D. G., 1983, "Natural Frequencies of Transverse Vibration of Polar Orthotropic Variable Thickness Annular Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 86, No. 1, pp. 47~60.
- 4) Irie, T., Tanaka, K. and Yamada, G., 1988, "Free Vibration of a Cantilever Annular Sector Plate with Curved Radial Edges", Journal of Sound and Vibration, Vol. 122, No. 1, pp. 69~78.
- 5) Singh, J. P. and Dey, S. S., 1990, "Variable Finite Difference Method for Free Vibration of Sector Plates", Journal of Sound and Vibration,

- Vol. 136, No. 1, pp. 91~104.
- 6) Mizusawa, T., 1991, "Application of the Spline Element Method to Analyze Vibration of Annular Sector Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 149, No. 3, pp. 461~470.
- 7) 이기백, 양장식, 나종문, 1992, "시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용한 경계조건의 변화에 따른 원형 평판의 진동에 관한 연구", *대한기계학회논문집*, Vol. 16, No. 10, pp.1900~1907.