

## 펌프관로계의 수격현상 해석

이명호\*

An Analysis of Water Hammer in Pipeline Systems with Pump

M. H. Lee

### Abstract

Unsteady flow problems created by hydraulic transients in pipeline systems with pump are of significant importance because they can cause excessive pressure, cavitation, vibration and noise.

In this paper, an analysis of transient flow for the pump pipelines is developed by means of the characteristic method. The calculated results of the program to simulate water hammer due to sudden valve closure in a simple pipeline are compared with those of the analytical method.

Especially the water hammer due to power failure in pump pipeline system with surge tank was simulated. As the results, both the upsurge and the downsurge along the pipeline are reduced.

### 1. 서 론

펌프의 기동 및 정지시 또는 유량조절밸브의 개폐시에는 펌프가 설치된 관로내를 유동하는 유체의 속도가 급격하게 변화하는 비정상유동이 되면 관내 압력이 과도적으로 급상승과 급강하를 반복하게 되는데, 이러한 현상을 수격현상(water hammer)이라 한다.

이러한 수격현상에 의한 펌프관로계통의 압력상승으로 인하여 예의 해 펌프, 밸브, 플랜지, 관로등의 기기가 파손될 수 있으며 관계통의 압력강하에 의하여 관로가 압괴되거나 캐비티(cavity)의 재결합시에 발생하는 극심한 충격파에 의하여 관로

가 파손될 수도 있다. 또한 수격현상은 진동과 소음의 원인이 되기도 하며 주기적인 압력변동 때문에 자동제어계 등 의 기기들이 난조를 일으키기도 한다. 일반적으로 수격현상이 가장 심각한 문제로 되는 것은 정전등에 의하여 펌프의 동력이 차단되면서 펌프가 급정지하는 경우이다. 이때 수격현상에 의해 생기는 압력상승과 압력강하의 크기는 펌프의 특성과 관내유속의 시간적 변화와 관로길이 등에 따라 다르다<sup>1),2)</sup>.

수격 현상을 방지하기 위해서는 펌프 급정지후의 관내유속의 변화가 늦어지도록 하면 좋지만, 그 주된 목적이 압력의 이상저하에 있는지 또는 이상 상승에 있는지에 따라 경감장치도 달라야 하

\* 서울산업대학교 기계공학과 (원고접수일 : 97년 11월)

며 여러가지 방법을 조합할 필요성도 있다.

이러한 펌프관로계에서 압력변동을 완화시키기 위한 수격제어 장치로서는 벨브류, 한 방향 서어지 탱크, 에어챔버 등이 있다. 이 중에서 서지탱크는 관로에서의 주기적인 압력과 유량변동을 제어하여 압력상승과 압력하강을 동시에 감소시킬 수 있으므로 펌프관로계에서는 과대 또는 과소 압력의 변화를 감소시키기 위하여 흔히 사용되고 있다.

국내에서는 정부 주도의 개발계획에 의거 상수도 시설 확충이 계획됨에 따라 펌프설비의 대형화, 관로의 대형 및 장거리 수송에 따라 점차 펌프관로계의 수격현상의 분석과 그에 따른 설비의 안정성 확보가 이루어져 왔다. 그러나 국내에서는 제조회사와 용역회사를 중심으로 상수도 설비의 설계 및 안정성 확보에 중점을 둔 연구를 주로 수행하였으며, 그의 대형 플랜트 설비에 관하여는 외국 용역사의 검토에 의존하여 왔다고 할 수 있다.

본 논문의 목적은 급수설비의 안정성을 확보하기 위한 관로의 수격현상을 해석하기 위한 프로그램을 개발하는 데 있다. 물을 흡입수조에서 급수펌프에 의해 필요한 개소로 이송하는 급수시스템에서 펌프의 동력이 차단되는 경우의 관내 과도현상을 해석하기 위하여 특성곡선법에 의하여 지배방정식을 유한차분 방정식으로 변환하여 수치해석하고자 한다.

## 2. 수격현상의 지배방정식

관의 팽창을 고려한 경우의 압력파의 전파속도  $c$ 는 물의 밀도를  $\rho$ , 물의 체적탄성계수를  $K$ , 관의 종탄성계수를  $E$ , 관의 내경을  $d$ , 관의 두께를  $\delta$ 라 하면 다음식으로 나타낼 수 있다<sup>3)</sup>.

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K}{E} \cdot \frac{d}{\delta}}} \quad (1)$$

Fig. 1과 같이 원관내의 유선  $S$ 를 따라서 비압축성 유동하는 유체 입자의 운동방정식은 기준면에서 높이  $Z$ 인 곳의 유체입자의 정압  $p = \rho g (H - Z)$  이므로 비압축성 유체인 경우 국부적으로  $\frac{\partial p}{\partial s} = 0$ 로

하면 운동 방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다<sup>4)</sup>.

$$L_1 = g \frac{\partial H}{\partial s} + V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2d} = 0 \quad (2)$$

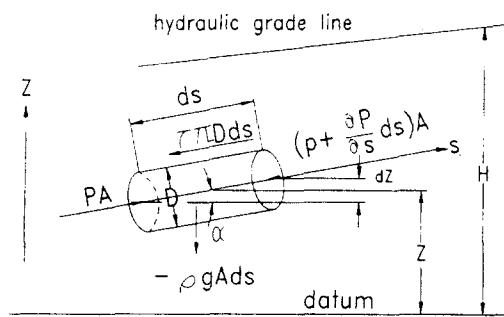


Fig.1 Definition sketch for derivation of motion equation of unsteady flow

비정상 1차원 유동에서  $\frac{\partial Z}{\partial s} = \sin\alpha$ ,  $\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$ 로 하면 압력파의 전파속도  $c$ 를 고려한 연속 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>4)</sup>.

$$L_2 = V \frac{\partial H}{\partial s} + \frac{\partial H}{\partial t} - V \sin\alpha + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (3)$$

## 3. 특성 곡선법을 이용한 수치해석

### 3.1 특성 곡선법을 이용한 해석 방법

수격현상에 의한 원관내의 비정상 유동에 대한 지배방정식의 선형화를 위한 계수 (linear scale factor)  $\zeta$ 를 도입하면 식(2),(3)을 다음과 같이 표시할 수 있다<sup>4),5)</sup>.

$$\begin{aligned} L &= L_1 + \zeta L_2 \\ &= \zeta \left[ \frac{\partial H}{\partial s} \left( V + \frac{g}{\zeta} \right) + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[ \frac{\partial V}{\partial s} \left( V + \zeta \frac{c^2}{g} \right) + \frac{\partial V}{\partial t} \right] \\ &\quad - \zeta V \sin\alpha + \frac{fV|V|}{2d} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\frac{ds}{dt} = V + \frac{g}{\zeta} = V + \zeta \frac{c^2}{g} \quad (5)$$

가 되도록 하면 식(4)는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\xi \frac{DH}{Dt} + \frac{DV}{Dt} - \xi V \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2d} = 0 \quad (6)$$

$$\text{여기서 } \xi = \pm \frac{g}{c}, \frac{ds}{dt} = V \pm c \text{이다.}$$

식 (6)에서 계수  $\xi$ 는 압력파의 전파 속도  $c$ 의 함수이며,  $c$ 가 양(+)의 방향이면  $\xi = +\frac{g}{c}$ ,  $c$ 가 음(-)의 방향이면  $\xi = -\frac{g}{c}$ 로 되어야 한다.

$c$ 가 양의 방향일 때 특성 곡선을  $C^+$ ,  $c$ 가 음의 방향일 때 특성 곡선을  $C^-$ 라 하면, 식 (6), (5)를 다음과 같은 상미분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$C^+ : \frac{g}{c} \frac{DH}{Dt} + \frac{DV}{Dt} - \frac{g}{c} V \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2d} = 0 \quad (7)$$

$$C^+ : \frac{ds}{dt} = V + c \quad (8)$$

$$C^- : \frac{g}{c} \frac{DH}{Dt} + \frac{DV}{Dt} + \frac{g}{c} V \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2d} = 0 \quad (9)$$

$$C^- : \frac{ds}{dt} = V - c \quad (10)$$

식(7)~식(10)에서 관내의 거리  $s$ 와, 시간  $t$ 의 변화에 따른 압력수두  $H$ 와 유속  $V$ 를 구할 수 있다.

### 3.2 유한 차분법에 의한 해석

Fig.2는 관내의 거리  $s$ 와 시간  $t$ 를 좌표축으로 하는  $s-t$  평면상의 점 P에서 유동 특성을 구하기 위한 그림으로써  $C^+$ ,  $C^-$ 는 각각 압력파의 전파 속

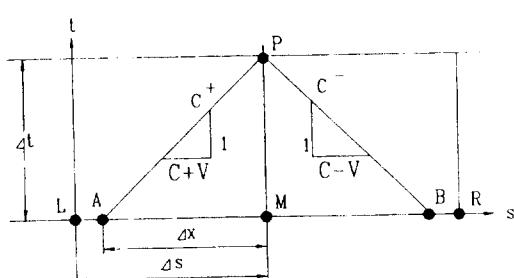


Fig.2 The  $s-t$  plane showing characteristics for governing equation

도가 양(+)의 방향, 음(-)의 방향일 경우의 특성 곡선이다. 관내의 유동방향을  $s$ 축으로 하여 등간격  $\Delta s$ 로 분할하고, 시간  $t$ 의 좌표를 종축으로하여 등간격  $\Delta t$ 로 분할하면 관의 위치  $s$ 와 시간  $t$ 의 변화에 따른 임의의 좌표점 P에서 유동 특성을 구할 수 있다.

Fig.2의 A점에서 압력수두  $H$ 와 유속  $V$ 를 알고 있을 때, 압력파의 전파속도  $c$ 가 양(+)의 방향이면 지배방정식은 곡선  $C'$ 를 따라서 AP선상에서 적분해야 하며, B점에서 압력수두  $H$ 와 유속  $V$ 를 알고 있을 때, 압력파의 전파속도  $c$ 가 음(-)의 방향이면 곡선  $C$ 를 따라서 BP선상에서 적분해야 한다.

식(7),(8),(9),(10)을 유선상의 두점 A,B 사이의 거리 와 시간에 대하여 적분 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>6,7)</sup>.

$$H_P - H_A + \frac{c_A}{g} (V_P - V_A) - V_A(t_P - t_A) \sin \alpha + \frac{c_A f}{2gd} V_A |V_A| (t_P - t_A) = 0 \quad (11)$$

$$s_P - s_A = (V_A + c_A)(t_P - t_A) \quad (12)$$

$$H_P - H_B - \frac{c_B}{g} (V_P - V_B) - V_B(t_P - t_B) \sin \alpha - \frac{c_B f}{2gd} V_B |V_B| (t_P - t_B) = 0 \quad (13)$$

$$s_P - s_B = (V_B + c_B)(t_P - t_B) \quad (14)$$

연립방정식(11), (12), (13), (14)를 미지수  $s_P, t_P, V_P, H_P$ 에 대하여 풀기 위하여 특성 곡선에 선형 보간법을 적용하면  $V_P, H_P$ 를 다음식에 의하여 구할 수 있다.

$$C^+ : V_P = V_A + \frac{g}{c_A} H_A - \frac{f}{2d} \Delta t V_A |V_A| + \frac{g}{c_A} c_A \Delta t V_A \sin \alpha - \frac{g}{c_A} H_P \quad (15)$$

$$C^+ : H_P = H_A + \frac{c_A}{g} V_A - \frac{c_A}{g} \frac{f}{2d} \Delta t V_A |V_A| + \Delta t V_A \sin \alpha - \frac{c_A}{g} V_P \quad (16)$$

$$C^- : V_P = V_B - \frac{g}{c_B} H_B - \frac{f}{2d} \Delta t V_A |V_A| - \frac{g}{c_B} \Delta t \sin \alpha + \frac{g}{c_B} H_P \quad (17)$$

$$C^- : H_P = H_B - \frac{C_B}{g} V_B + \frac{C_B}{g} \frac{f}{2d} V_A |V_A| - \Delta t V_B \sin \alpha + \frac{C_B}{g} V_P \quad (18)$$

위 식에서  $\Delta S$ 는 관의 유동방향의 분할 수에 의해서 결정될 수 있지만, R점과 L점 사이의 점 A,B는  $\Delta t$ 에 의해서 결정되므로  $\Delta t$ 는 다음의 조건을 만족하여야 한다. 즉,

$$\Delta t \leq \frac{\Delta S}{\max |c + V|} \quad (19)$$

로 되어야 한다.

식(15)~(18)은 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$C^+ : V_p = C_1 + C_2 H_p \quad (20)$$

$$C^+ : H_p = \frac{V_p - C_1}{C_2} \quad (21)$$

$$C^- : V_p = C_3 + C_4 H_p \quad (22)$$

$$C^- : H_p = \frac{V_p - C_3}{C_4} \quad (23)$$

식(20)~(23)에서 계수  $C_1, C_2, C_3, C_4$ 는 다음을 의미한다.

$$C_1 = V_A + \frac{g}{c_A} H_A - \frac{f}{2d} \Delta t V_A |V_A| + \frac{g}{c_A} \Delta t V_A \sin \alpha$$

$$C_2 = \frac{g}{c_A}$$

$$C_3 = V_B - \frac{g}{c_B} H_B - \frac{f}{2d} \Delta t V_A |V_A| - \frac{g}{c_B} \Delta t \sin \alpha + \frac{g}{c_B}$$

$$C_4 = \frac{g}{c_B}$$

### 3.3 경계조건

관의 하류끝에서는  $C^+$ 특성만 성립하며 상류 끝에서는  $C^-$ 특성만 성립한다. 상류단이 체크밸브 등에 의하여 막혀있는 경우에는 유속  $V_p=0$ 이며 식(21)에서

$$H_p = \frac{C_1}{C_2} \quad (24)$$

이다. 하류단이 수조에 연결되어 있고 수위가 일정하다면 수두  $H$ 는 일정하며 이때 유속은 식(23)에서

$$V_p = C_3 + C_4 H \quad (25)$$

이다.

관사이에 두 점 A,B사이에 펌프가 작동하고 있는 경우 펌프의 전수두를  $H$ , 밸브에 의한 손실수두를  $h_t$ 로 하면 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$H_A + H_p - h_t = H_B \quad (26)$$

한 방향 서어지탱크를 두 점 A,B사이에 설치한 경우에는 다음과 같은 특성방정식, 연속방정식, 에너지방정식을 적용하여 유동을 해석할 수 있다.  
특성방정식은

$$C^+ : V_{PA} = C_1 + C_2 H_p \quad (27)$$

$$C^- : V_{PB} = C_3 + C_4 H_p \quad (28)$$

로 되며, 연속방정식은

$$V_{PA} A + Q = V_{PB} A \quad (29)$$

로 된다. 여기서 서지탱크의 오리피스를 통과하는 유량  $Q$ 는 에너지방정식을 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Q = C_o A_o \sqrt{2g(H_T - H_p)} \quad (30)$$

여기서  $C_o$ 는 서지탱크오리피스의 유량계수,  $A_o$ 는 오리피스의 단면적,  $H_T$ 는 서지탱크의 압력수두를 나타낸다.

## 4. 계산결과 및 고찰

### 4.1 단순관로계의 수격현상 해석

단순관로계에서 수격파의 진행을 고찰하기 위하여 수평하게 놓여있는 일정한 단면의 원관의 상류에 수조, 하류에 밸브로 구성된 계를 Fig.3에 나타내었다.

수조와 밸브사이의 거리  $L=200m$ , 압력파의 전파속도  $c=1000m/s$ , 수조의 수두  $H=40m$ , 관의 내경  $d=0.2m$ , 관내 유속  $V=0.6m/s$ , 관마찰계수  $f=0.02$ 인 관로계에서 밸브가 0.05초 동안에 급속히 닫히는 경우에 대하여 관내의 압력수두와 유속의 변화를 수치계산하여 실선으로 나타내고 해석적 해와 비교하여 Fig.4~Fig.7에 나타내었다.

Fig.3의 단순관로계에서 밸브가 급속히 닫히는

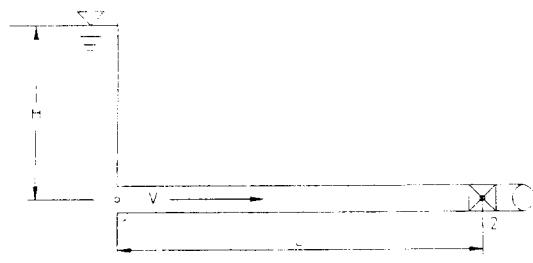


Fig.3 Water hammer in a simple pipeline with sudden valve closure

경우 밸브와 관로의 중간 지점에서 시간에 따른 압력수두의 변화를 Fig.4와 Fig.5에서 보여주고 있다. 밸브를 급속히 닫으면 밸브상류부의 물은 순간적으로 정지하여 압력이 급히 상승하고 수격파는 파속  $c$ 로 상류측으로 전파되면서 유체를 정지시키는 작용을 한다( $0 < t < 0.2$ ). 수격파가 수조에 이르면 유체의 운동에너지는 압력에너지로 변화한다. 이때 관 속의 압력이 수조의 압력보다 높으므로 유체는 관에서 수조쪽으로 흐르게 되고 압력이 정상상태로 환원되면서 파속  $c$ 로 밸브를 향하여 전파된다( $0.2 < t < 0.4$ ). 수격파가 밸브에 이르면 밸브가 닫혀있기 때문에 유속은 정지상태로 바뀌고 수격파는 상류측으로 전파된다( $0.4 < t < 0.6$ ). 수격파가 수조에 이르면 관 속의 압력이 저압에서 정상상태로 환원되면서 파속  $c$ 로 밸브를 향하여 전파된다( $0.6 < t < 0.8$ ). 수격파가 밸브에 이르면 밸브가 닫히는 순간과 같은 상태가 되어 원 과정의 수격현상이 주기를 0.8sec로 하여 반복되며, 이 때 상승압력수두는 61m이다.

Fig.6과 Fig.7은 관입구와 중간지점에서 시간에 따른 유속의 변화를 수치계산결과와 해석적 해를 비교하여 보여주고 있으며 두 계산결과가 잘 일치하고 있다.

Fig.8은 밸브를 급폐쇄한 후 0.6초 동안의 압력수두의 변화를 관상류로부터의 거리( $x/L$ )의 변화에 대하여 나타낸 그림이며 압력수두는 일정한 시간을 주기로 하여 변화하는 것을 알 수 있다.

Fig.9는 Fig.5의 계산조건에서 밸브의 폐쇄시간을  $T_c = 0.05\text{sec}$ ,  $0.5\text{sec}$ ,  $1.0\text{sec}$ 로 변화시키면서 계산한 압력수두의 변화를 나타낸 그림으로서, 밸

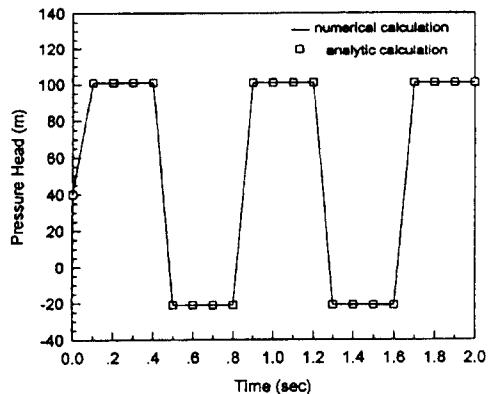


Fig.4 Pressure head versus time at valve

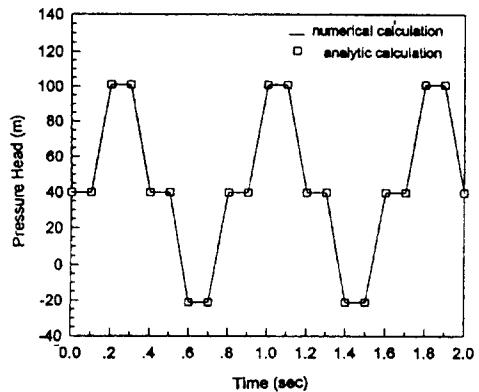


Fig.5 Pressure head versus time at midpoint

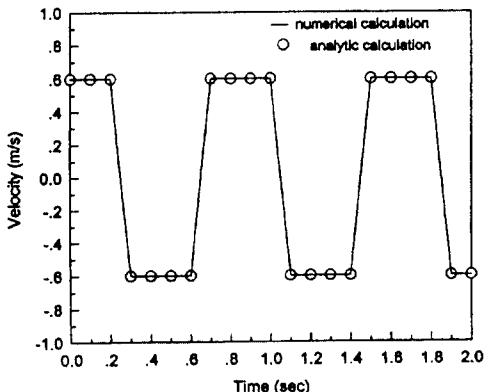


Fig.6 Flow velocity versus time at pump exit

밸브의 폐쇄시간이 길수록 압력수두의 변화가 작아지는 것을 보여주고 있다.

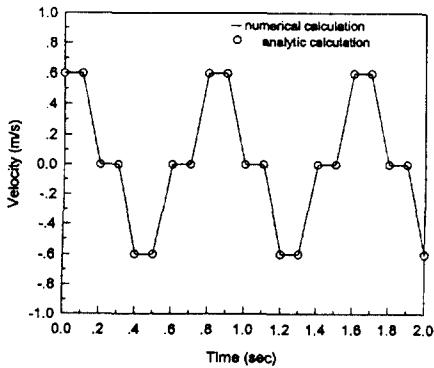


Fig.7 Flow velocity versus time at midpoint

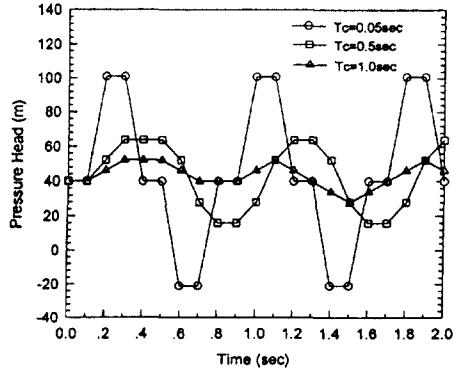


Fig.9 Pressure head versus time at midpoint with various valve closure times

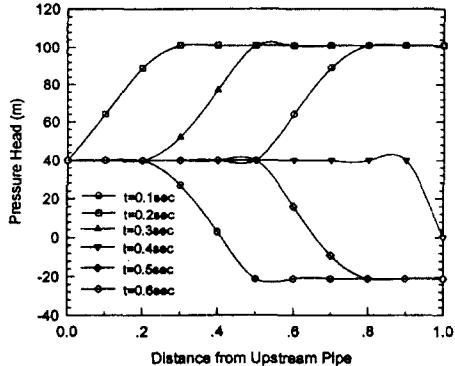


Fig.8 Pressure head versus distance from upstream pipe

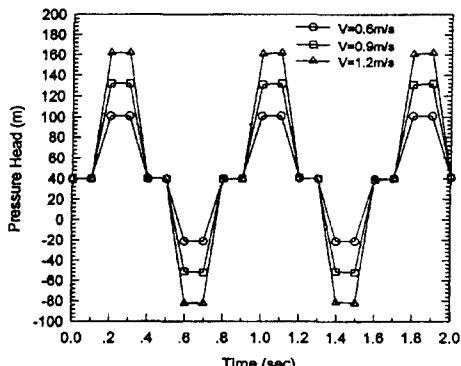


Fig.10 Pressure head versus time at midpoint with various flow velocities

Fig.10은 Fig.5의 계산조건에서 수격현상이 발생하기 전 관내 정상유동의 유속을  $V=0.6\text{m/s}$ ,  $0.9\text{m/s}$ ,  $1.2\text{m/s}$ 로 변화시키면서 계산한 압력수두의 변화를 나타낸 그림이다. Fig.10에서 유속이 빠를수록 수격현상 발생후의 압력수두의 변화가 커지는 것을 알 수 있다.

Fig.11 Fig.5의 계산조건에서 압력파의 전파속도를  $c=800\text{m/s}$ ,  $1000\text{m/s}$ ,  $1200\text{m/s}$ 로 변화시키면서 계산한 압력수두의 변화를 나타낸 그림이다. Fig.11에서 압력파의 전파속도가 빠르면 압력수두의 변화는 커지며 수격현상의 주기는 짧아지는 것을 알 수 있다.

Fig.12는 Fig.5의 계산조건에서 관마찰계수를  $f=0.0$ ,  $0.1$ ,  $0.2$ 로 변화시키면서 계산한 압력수두의 변화를 나타낸 그림이다. Fig.12에서 관마찰계수가 커지면 압력수두의 변화는 작아지며, 이러한

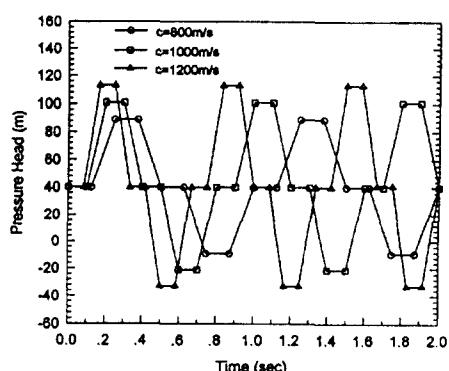


Fig.11 Pressure head versus time at midpoint with various propagation velocities of pressure wave

현상은 시간이 경과할수록 더 심해지는 것을 알 수 있다.

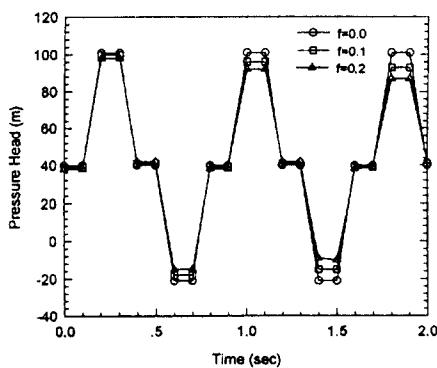


Fig.12 Pressure head versus time at midpoint with various pipe friction factors

#### 4.2 펌프관로계에 대한 수격현상 해석

Fig.13과 같이 가압펌프장에서 물을 펌프에 의하여 배수지까지 이송시키기 위한 펌프관로계에서 펌프의 동력이 갑자기 차단되었을 경우에 발생하는 관로내에서의 수격현상을 수치계산하였다. 펌프의 규정양정은  $H = 70\text{m}$ , 펌프의 규정유량은  $Q = 7\text{m}^3/\text{min}$  배수지의 수위는 펌프를 기준으로  $H_d = 55\text{m}$ , 펌프에서 배수지까지의 송수관로 길이는  $L = 7000\text{m}$ , 관의 직경은  $d = 0.5\text{m}$ , 이 때의 관마찰계수는  $f = 0.02$ 인 수평원관내에서 펌프의 갑작스런 운전정지에 의한 수격현상에 의하여 발생하는 과대압력과 과소압력의 변화를 감소시키고 캐비티의 형성을 방지해주기 위하여 펌프로부터  $1000\text{m}$  떨어진 곳에 한 방향서지탱크를 설치한 경우에 대한 수격현상을 수치해석하였다. 이때 서지탱크의 압력수두는  $H_T = 62\text{m}$ , 오리피스의 유량계

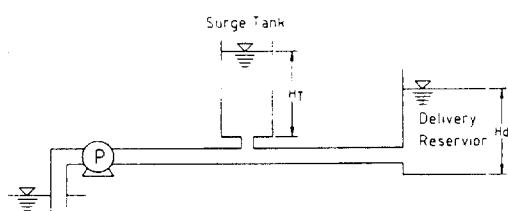


Fig.13 Pipeline profile from boosting pump station to distributing reservoir

수는  $C_o = 0.75$ , 오리피스의 단면적은  $A_o = 0.0236\text{m}^2$ 으로 하였으며 수치계산결과 얻어진 펌프출구에서의 압력수두변동을 Fig.14, Fig.15에 나타내었다.

Fig.14는 서지탱크를 설치한 경우로서 수격현상의 주기는 약 3.7초이며 동력차단후 1.6초 후에 최소압력수두  $11.14\text{m}$ 로 되었으며 최대압력수두는  $84.7\text{m}$ 이었다. 이후 상승압력과 하강압력은 점차로 작아져서 약30초 후에는 거의 배수지의 수두에 접근하는 것을 알 수 있다. Fig.15는 서지탱크를 설치하지 않았을 경우와 비교하여 나타낸 것으로 서지탱크를 설치하지 않았을 경우에는 관마찰손실에 의하여 변동압력이 조금씩 작아지지만 30초 후에도 압력변동의 폭은 여전히 큰 것을 알 수

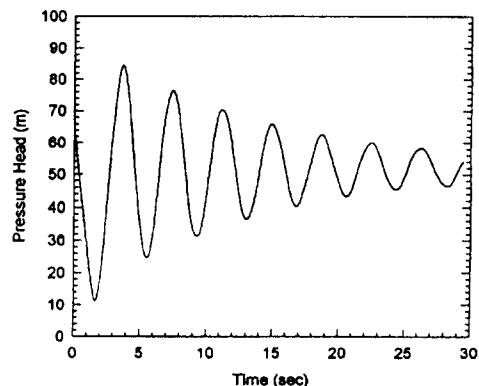


Fig.14 Pressure head versus time at upstream in pipeline with surge tank

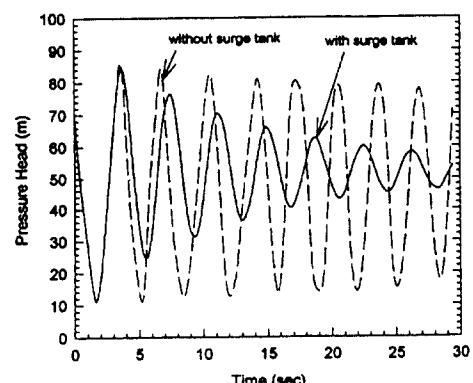


Fig.15 Pressure head versus time at upstream in pipeline with surge tank and without surge tank

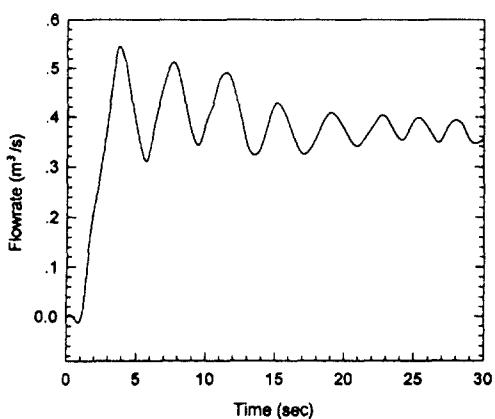


Fig.16 Flowrate versus time from surge tank

있다. Fig.16는 관로상에 설치된 서지탱크를 통하여 관로내로 유입되는 물의 유량을 나타낸 그림이며 관로내의 압력변동이 작을수록 서지탱크를 통하여 관로내로 유입되는 물의 유량은 작아지는 것을 알 수 있다.

## 5. 결 론

펌프관로계에서 수격현상에 의한 유동특성에 영향을 미치는 인자들을 고려하고 해석하기 위하여 특성곡선법의 이론을 도입하여 유동특성을 수치해석하였다. 본 연구에서 계산결과의 검증을 위해 단순 관로계에서 밸브의 급폐쇄에 의한 수격현상을 해석적 해와 비교하여 수치계산방법과 전산프로그램의 신뢰성을 확인하였다. 또한 서지탱크를 설치한 실제의 급수시스템에 대한 계산결과 펌프의 동력차단후 압력변동은 점차로 작아져서 관내의 압력은 거의 배수지의 수두에 접근하는 것을 확인 하였으며 이 결과는 일반적인 실험결과와도

일치 한다.

본 연구에서 개발된 전산 프로그램은 실제의 펌프관로계의 수격현상을 해석하는데 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 참 고 문 헌

1. Watters, Gary Z., Analysis and Control of Unsteady Flow in Pipelines, Ann Arbor Science, 1984
2. Sharp,B.B. and Sharp, D.B., Water Hammer, Arnold, 1996
3. 富士綜合研究所, 管路内の流れのシミュレーションプログラム, 丸善, 1995
4. Thanapandi, P., "An Efficient Marching Algorithm for Waterhammer, Analysis by the Method of Characteristics", Acta Mechanica, Vol 94, pp.105 - 112, 1992
5. Chaudhry, E. B. and Hussaini, M. Y., "Second Order Accurate Finite Difference Schemes for Water Hammer Analysis", Trans. ASME, J.Fluid Engin., Vol 107, PP.523 - 529, 1985
6. Arastu, A. H. and Syed, S. M., "Computer Models for the Analysis of Severe Water Hammer Initiating Mechanisms" Trans. ASME, J.of Fluid Eng., Vol 198, pp.39 - 42, 1994
7. Sweeney, E.J. and Griffith, Peter, "Water Hammer due to the Sudden Stopping of a Flashing Flow", Trans. ASME, J.of Thermal-Hydraulics, Vol 231, pp.121 - 126, 1992

## 후 기

이 논문은 1997학년도 서울산업대학교 공모과제 학술연구비에 의하여 연구되었음