

상계요소법을 이용한 평면변형 단조에 관한 연구

이 종 현* · 김 진 옥**

A Study on Plane-Strain Forging Using UBET

J. H. Lee · J. W. Kim

Key words : Plane-strain forging(평면변형 단조), Flash design(플래시 설계), Rib-web type(리브-웹형), Initial billet(초기시편), Flashless forging(플래시없는 단조)

Abstract

An upper bound elemental technique(UBET) program has been developed to analyze forging load, die-cavity filling and effective strain distribution for flash and flashless forgings. The program consists of forward and backward tracing processes. In the forward program, flash, die filling and forging load are predicted. In backward tracing process, the optimum dimensions of initial billet in conventional forging are determined from the final-shape data based on flash design. And the analysis is described for merit of flashless precision forging. Experiments are carried out with pure plasticine billets at room temperature. The theoretical predictions of forging load and flow pattern are in good agreement with the experimental results.

1. 서 론

전통적인 밀폐형 단조공정은 플래시부를 설계 하므로써 바깥방향 유동을 구속하여 소재가 금형 내부를 쉽게 채울 수 있도록 하였다. 그러나 플래시 생성으로 인한 재료의 손실과 이의 제거를 위한 후처리과정이 추가된다. 또한 전통적인 단조공정으로는 플래시 생성을 피할 수가 없으며 플래시 생성시에 과도한 가공하중이 발생하게 되어 다이 마모의 원인이 되기도 한다. 따라서 소재의 손실이나

다이충만, 가공하중 등의 측면에서 보면 최적 플래시 설계와 플래시 없는 단조(flashless forging)의 연구는 무엇보다 중요하다.

전통적인 플래시 설계에 관한 연구는 Altan 등^(1,2)의 연구에서 자세히 언급되어 있다. 그러나 플래시 없는 단조공정에 관한 연구는 Hoenacker⁽³⁾, Nediani⁽⁴⁾ 등이 상계법을 이용하여 플래시 없는 단조에 대한 잇점과 코너 충만에 대하여 연구하였으며 또한 Kim⁽⁵⁾, Jain⁽⁶⁾ 등은 유한요소법을 이용하여 리브-웹형 단조에서 플래시를 만들지 않는 여러

* 경남전문대학 차량기계과 (원고접수일 : 96년 12월)

** 경남전문대학 기계설계과

가지 예비성형체(preform)에 대한 정밀단조를 해석하였으나 플래시 있는 단조에 비해서 연구가 상대적으로 적은 편이다.

소성가공 공정을 해석하는데 널리 사용되고 있는 유한요소법은 다른 해석 방법에 비해 비교적 정해에 가까운 해를 구할 수 있다는 잇점이 있지만 방대한 계산량이나 시간에 대한 경제성의 측면에서 제약이 많다. 그러나 상계요소법(UBET:Upper Bound Elemental Technique)은 그 적용의 간편함과 계산시간의 단축, 해석결과의 상대적인 유용함에서 장점이 인정되고 있다.

그러므로 본 연구에서는 항공기나 자동차 등에 널리 사용되고 있는 단면이 리브-웹브형인 구조물이나 부품 중에서 평면변형 유동문제에 대하여 상계요소법으로 해석하였다. 또한 전통적인 플래시 있는 단조에 있었어의 최적 플래시 설계와 기존 데이터를 이용한 플래시 없는 단조에 대해서 연구하고자 한다.

먼저, 사각단면의 시편을 이용한 단조에서 일정 초기소재로 여러가지 플래시 비(flash ratio)에 따라 시뮬레이션하여 최적 플래시 비를 선정 한 후, 최적 초기소재를 선정하였다. 또한 초기시편에서 최종제품까지의 다이충만과정을 시뮬레이션하고 각 단계에서의 단조하중 등을 조사하였다.

또한, 플래시 없는 정밀단조의 일환으로 단면이 역사다리꼴인 시편을 도입하여 해석하였다. 유동장은 단면이 사각형과 사다리꼴, 역사다리꼴(inverse trapezoidal element)의 단순한 요소를 기초로 하였으며 단조하중, 소재유동, 유효변형률 분포, 최적 시편 등을 예측하여 플래시 있는 전통

적인 단조와 플래시 없는 단조의 결과를 비교 검토하였다. 실험은 모델 재료인 플라스틱인(plasticine)을 이용하여 단조 실험하였다.

2. 이론 해석

2.1 동적가용속도장과 에너지소비율

UBET는 상계정리를 기초로 하여 더욱 정확한 하중값을 구하는 상계법의 발전된 형태로서 전체 소성변형 영역을 단순한 형태의 삼각형과 사각형 요소 등으로 분할 해석하는 방법이다. 본 연구에서는 평면변형 유동을 해석하기 위하여 Oudin 등⁽⁷⁾이 제안한 사각형과 사다리꼴 요소 사용하였으며 역사다리꼴의 요소를 첨가하여 사용하였다(Fig. 1). 플래시 있는 단조는 사각형과 사다리꼴 요소를 사용하였으며 플래시 없는 단조해석을 위하여 사각형과 사다리꼴, 역사다리꼴 요소를 사용하였다.

분할된 각 요소의 속도장은 외부속도 경계조건, 요소들 사이의 수직속도 연속조건, 체적일정조건을 만족하는 동적가용속도장을 이용하였다.

평면변형 유동에서 사용된 각 요소내의 동적가용속도장은 다음과 같다.

사각형 요소 :

$$u(x) = -A_1x + A_3 \tag{1}$$

$$v(y) = A_2y + A_2$$

여기서,

$$A_1 = (v_{i,j+1} - v_{i,j}) / (y_{j+1} - y_j)$$

$$A_2 = (v_{i,j} y_{j+1} - v_{j+1} y_j) / (y_{j+1} - y_j)$$

$$A_3 = u_{i,j} + A_1 x_i \text{ 이다.}$$

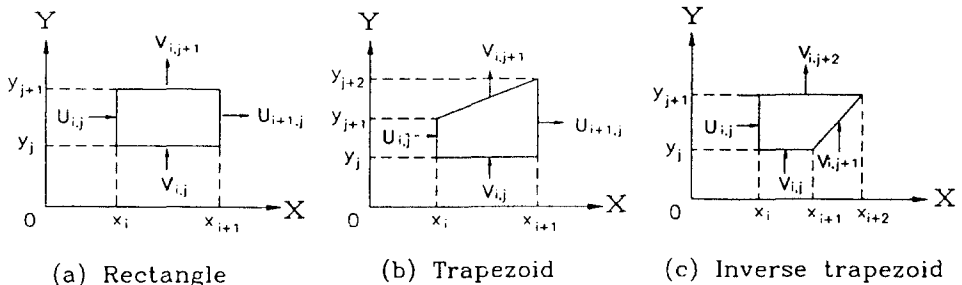


Fig. 1 Normal velocity distribution on boundaries in plane-strain elements

사다리꼴 요소 :

$$u(x) = \frac{1}{B_2(B_1x+a)} + \frac{v_{ij} - v_{ij+1}}{B_1} \quad (2)$$

$$v(x,y) = \frac{B_1}{B_2(B_1x+a)^2} y + v_{ij}$$

여기서,

$$B_1 = (y_{j+2} - y_{j+1}) / (x_{i+1} - x_i)$$

$$B_2 = \frac{B_1}{a(B_1u_{ij} - v_{ij} + v_{ij+1})}$$

$a = y_{j+1} - y_j$ 이다.

역사다리꼴 요소 :

$$u(x,y) = \frac{-1}{C_2(x-b)} - \frac{v_{ij+2} - v_{ij}}{C_1} \quad (3)$$

$$v(x,y) = \frac{-1}{C_2(x-b)^2} y + v_{ij}$$

여기서,

$$C_1 = (y_{j+1} - y_j) / (x_{i+2} - x_{i+1})$$

$$C_2 = \frac{C_1}{b(C_1u_{ij} - v_{ij} + v_{ij+2})}$$

$b = x_{i+1} - x_i$ 이다.

여기서, $A_1 \sim A_3$, $B_1 \sim B_2$, $C_1 \sim C_2$, a , b 는 속도장 상수를 나타낸다.

단조 가공시 임의의 단계에서의 전체 에너지 소비율은 다음과 같다.

$$J^* = \Sigma \dot{W}_i + \Sigma \dot{W}_s + \Sigma \dot{W}_f \quad (4)$$

위의 (4)식에서 \dot{W}_i 는 요소의 내부 변형 에너지 소비율, \dot{W}_s 는 요소와 요소 사이의 전단 변형 에너지 소비율, \dot{W}_f 는 다이와 소재 사이의 접촉면에서 발생하는 마찰에 의한 에너지 소비율이다.

각 요소내의 내부 변형 에너지 소비율 \dot{W}_i 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_i = \int_v \sigma \dot{\epsilon} dv \quad (5)$$

여기서, 유효변형률 속도, $\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}$ 이다.

각 요소에 대한 유효변형률 속도를 보면 다음과 같다.

사각형 요소 :

$$\dot{\epsilon} = 2\sqrt{\frac{A_1^2}{3}} \quad (6)$$

사다리꼴 요소 :

$$\dot{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{B_1}{B_2(B_1x+a)^2} \sqrt{\left(1 + \frac{B_1^2 y^2}{(B_1x+a)^2}\right)} \quad (7)$$

역사다리꼴 요소 :

$$\dot{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{C_2(x-b)^2} \sqrt{\left(1 + \frac{y^2}{(x-b)^2}\right)} \quad (8)$$

식 (5)에서 σ 는 유효응력을 나타내며 식(9)와 같이 유효변형률만의 함수이다.

$$\sigma = K \dot{\epsilon}^n \quad (9)$$

여기서, K 는 재료상수이며, n 은 가공 경화지수이다.

전단 에너지소비율 \dot{W}_s 는 속도불연속면, 즉 요소와 요소 사이의 경계에서의 전단 변형에너지율을 나타내며 다음 식과 같다.

$$\dot{W}_s = \frac{\sigma_a}{\sqrt{3}} \int_s |\Delta V_s| ds_s \quad (10)$$

여기서, σ_a 는 두 인접요소의 유효응력의 산술평균을 나타내며, $|\Delta V_s|$ 는 요소 사이의 전단면에서의 속도 불연속량이다.

또한 마찰 에너지소비율 \dot{W}_f 는 다이와 소재 사이의 마찰손실에 의한 에너지소비율을 나타내며 아래 식과 같다.

$$\dot{W}_f = m \frac{\sigma_a}{\sqrt{3}} \int_{s_f} |\Delta V_f| ds_f \quad (11)$$

여기서, m 은 마찰정수(friction factor) ($0 < m < 1$), $|\Delta V_f|$ 는 소재와 다이 접촉면에서의 속도 불연속량을 나타낸다.

전체 에너지소비율 J^* 는 미지속도 변수인 준독립변수 N_i 에 대하여 $J^* = J^*(N_1, N_2, N_3, \dots, N_n)$ 를 직접탐색법(direct search method)의 일종인 FPS(Flexible Polyhedron Search)⁶⁾법을 사용하여 J^* 를 최소화함으로써 전체속도장을 결정하게 된다. 또한 본 프로그램의 전방 시물레이션의 흐름도(flow chart)는 Fig. 2와 같다.

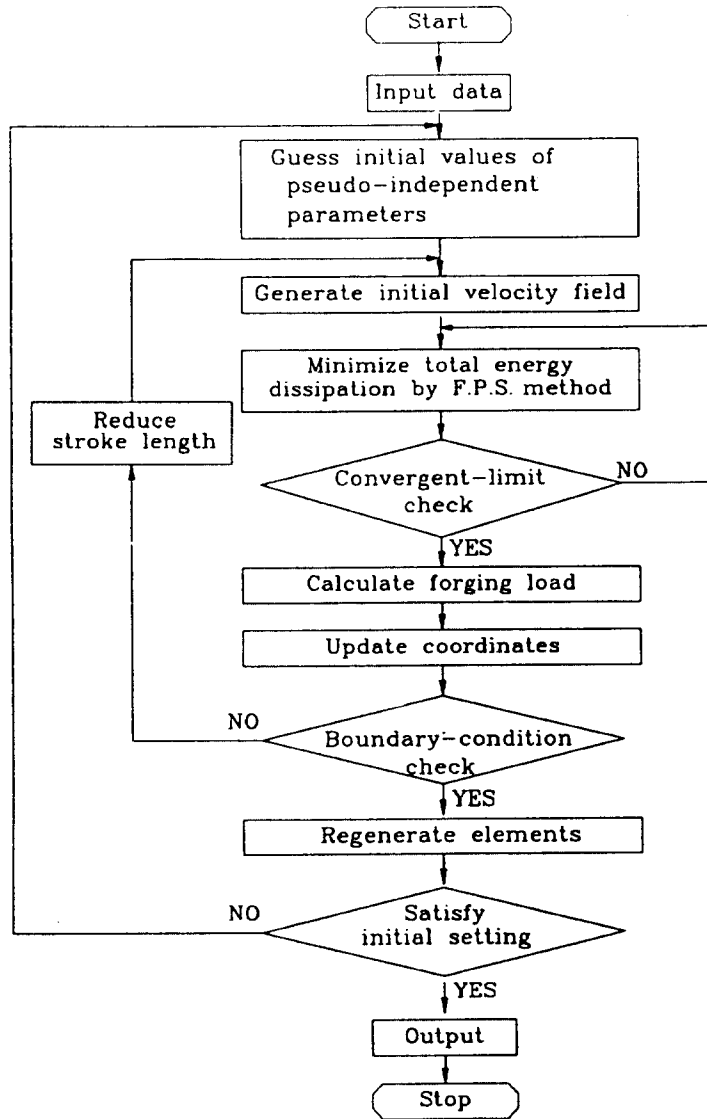


Fig. 2 Flow chart for forward simulation

그리고 가공하중(forming load) P는 다음 식으로 표현된다.

$$P = \frac{J^*}{V_D} \quad (12)$$

여기서, V_D 는 다이속도이다.

2.2 플래시와 초기소재 설계

전통적인 밀폐형 단조에서 다이 충만을 완전하게 하기 위해서는 플래시 설계가 필수적이다. 따라서 본 연구에서는 축대칭의 경우 플래시 설계에 가장 널리 쓰이고 있는 Wolf, Teterin과 Tarnovskij의 플래시 경험식⁽¹⁰⁾을 평면 변형 다이 설계에 적용하여 최종제품의 치수와 소재의 물성치만 입력하면 플래시 설계를 자동적으로 할 수 있도록 하였다.

초기소재는 예비성형체에 못지않게 중요하다.

최적 초기소재를 얻기위하여 프로그램상에 앞의 플래시 경험식을 추가하여 성형하고자 하는 최종 제품에 적합한 플래시를 설계한 후, 이 플래시가 최종형상에 첨가된 상태에서 역추적⁽¹⁰⁾을 하도록 하였다. 역추적중 요소 유동방향을 다이가 상승함에 따라 전방 시물레이션의 경우와 반대 방향으로 진행하도록 하였고, 소재의 각 경계를 단면이 사각형인 초기소재의 형태로 접근하도록 하였으며 최종적으로 소재 위쪽 방향과 바깥 방향의 경계가 일정 거리 이내까지 진행하였을때 역추적과정이 끝나도록하여 초기소재를 설계하였다.

3. 단조실험

리브-웨브형 평면변형 단조의 실험재료로 Harbutt's Plasticine사 제품인 플라스틱인을 사용하였다.

재료의 응력과 변형률 특성을 결정하기 위해서 직경 대 높이 비가 1 : 1(30 mm : 30 mm)인 원통 시편으로 압축실험에서 비교적 벌징(bulging)현상이 생기지 않는 바셀린(vaseline) 윤활제($m_f=0.1$)로 상온에서 0.5 mm/sec의 일정속도로 압축을 50%까지 압축하였다. 이 결과를 최소사승법(least square method)으로 정리한 재료의 응력과 변형률 관계 식은 다음과 같다.

$$\sigma=0.17797 \varepsilon^{0.0822} \text{ (MPa)} \quad (13)$$

소재의 유동형태를 관찰하기 위해 시편은 흑색과 백색의 두가지 종류의 플라스틱인을 각각 반죽하여 재료내의 기포를 충분히 제거시킨 후, 수치해석 결과로 얻은 소재의 크기가 되게 환봉을 사용하여 일정한 두께로 밀어 적층하여 사용하였다. 플래시 있는 단조 시편은 단면이 사각 모양으로 만들었으며, 플래시 없는 단조를 위한 시편은 단면이 역사다리꼴 모양으로 만들었다.

평면변형 유동을 유지하기 위하여 10mm 두께의 아크릴 판으로 양쪽 면을 막고 볼트로 고정시켜 길이 방향으로의 유동을 억제하고 시각적으로 유동 양상을 관찰 할 수 있도록 하였다.

실험은 상온에서 다이의 분리가 비교적 용이한 파우더 윤활제를 사용하였으며 로드 셀(load cell)

이 100 kN인 MTS에서 실험하였다. 또한 측정의 정밀도를 높이기 위해서 변위 카드(displacement card)는 50 mm, 하중 카드(load card)는 50 kN을 사용하였다. 실험하는 동안 시편을 일정 온도로 유지하기 위하여 시편을 오븐(oven)속에서 24시간 정도 보관하여 사용하였으며, 항온항습기를 사용하여 실내온도를 상온으로 일정하게 유지하였다.

4. 결과 및 검토

4.1 플래시와 초기소재 설계

전통적인 평면변형 밀폐형 단조에 대한 플래시 설계로 축대칭 플래시 설계에 가장 널리 쓰이고 있는 플래시 경험식⁽⁹⁾을 적용하여 설계하였다.

시편의 단면이 사각인 일정한 초기시편으로 플래시 비(W/T:플래시 랜드의 길이/플래시 두께)를 달리 주었을때의 플래시 설계의 타당성을 조사하였다.

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 플래시 치수에 따른 하중 및 다이 충만도를 보여주고 있다. 그림에서 W/T=10.2와 같이 플래시 비가 큰 경우에는 다이 충만은 이루어지나 하중이 급격하게 증가함을 알 수 있다. 반면에 플래시 비가 W/T=1.64와 같이 작은 경우에는 단조하중의 급격한 증가는 없으나 다이 충만이 완전 이루어지지 않음을 보여주고 있다. 그러나 플래시 경험식에서 얻은 W/T=4.3인 경우에는 위의 두 경우에 비해 적절한 하중으로 다이충만이 이루어짐을 알 수 있었다.

본 연구의 경험식에서 얻은 플래시를 포함한 최종제품에서 역추적하여 초기시편을 구하고, 이것을 기준으로 초기소재의 폭을 일정하게 두고 밀변대 높이(L/H)를 각각 다르게 했을때 다이 충만도 및 하중 등을 관찰하였다. Fig. 5는 초기소재의 L/H에 따른 하중 변화를 나타내고, Fig. 6에서는 각각의 경우에서 다이 충만의 정도를 보여주고 있다. 즉 L/H가 70.0/13.6 [mm]인 경우에는 리브의 윗 부분에 다이 충만이 이루어지지 않았으며, 다른 소재 비(L/H)에 비해 시편의 길이가 김으로 인하여 플래시부로 유동되는 소재의 양이 많아 플래시부에 과다한 하중이 작용하고 있음을 알 수 있고,

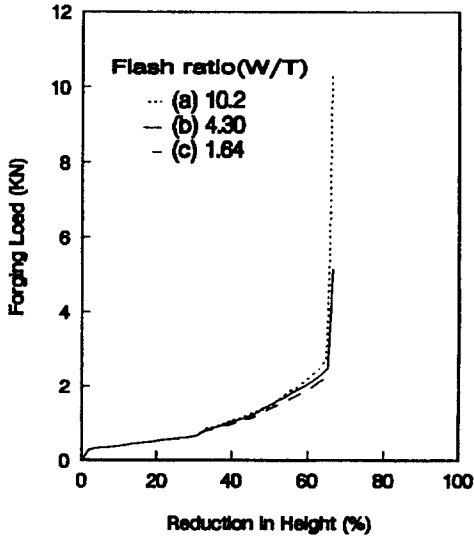


Fig. 3 Variation of forging loads for flash ratio

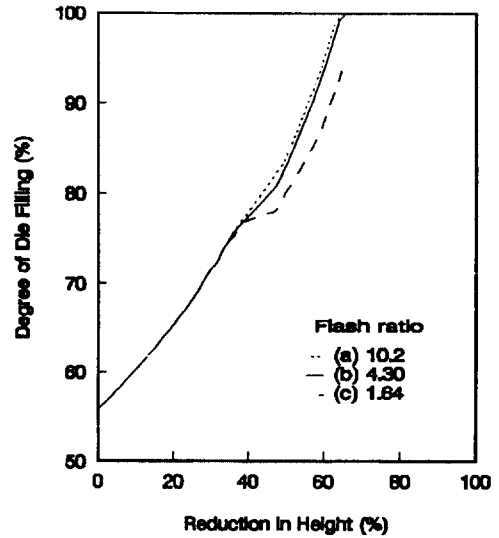


Fig. 4 Variation of die-cavity filling for flash ratio

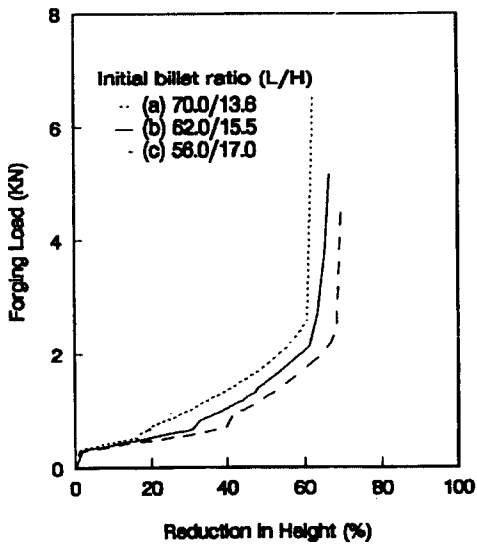


Fig. 5 Variation of forging loads for initial billets

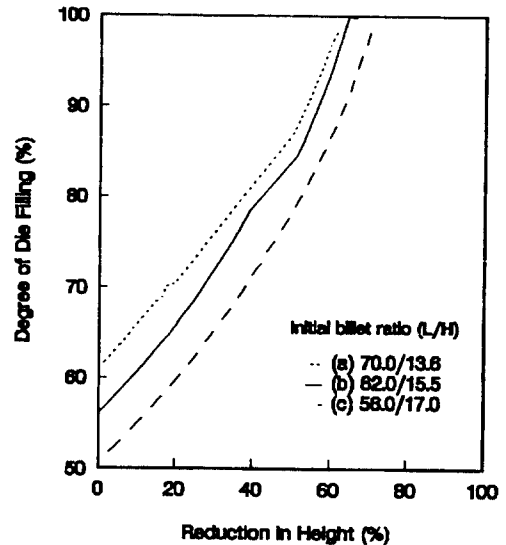


Fig. 6 Variation of die-cavity filling for initial billets

L/H가 56.0/17.0 [mm]인 경우에는 리브의 바깥 부분에 다이충만이 이루어지지 않았다. 그러나 플래시를 포함한 최종제품에서 역추적하여 얻은 L/H가 62.0/15.5 [mm]인 경우에는 적절한 단조하중과 다이 충만이 이루어짐을 알 수 있었다.

4. 2 플래시 없는 단조공정 설계

리브-웹브형 단면을 가진 평면변형 단조에서 플래시가 생성되는 전통적인 단조와 플래시 없는 단조를 해석하여 비교 검토하였다.

Fig. 7은 시편의 단면이 사각형과 역사다리꼴의 형상을 가진 두 시편의 높이를 같게하여 시물레이

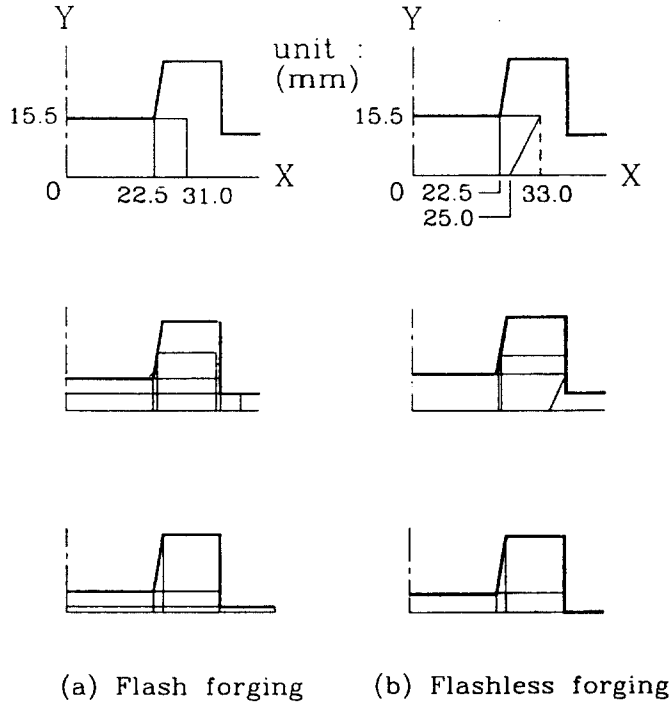
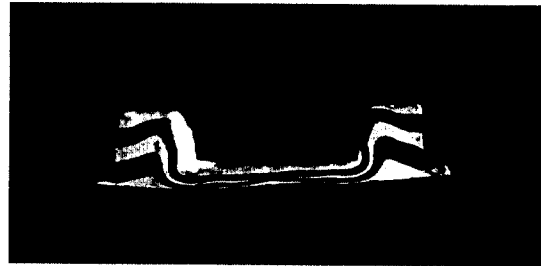


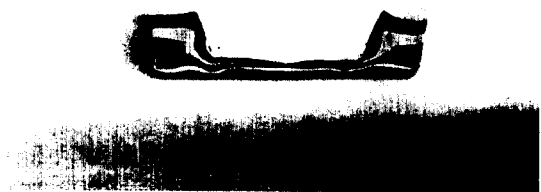
Fig. 7 Variation of element system in flash and flashless forging

선한 결과를 나타내고 있다. 사각단면의 시편을 사용했을 경우에는 소재의 높이감소율이 약 28.5% 일때 플래시가 생성되기 시작하였고, 역사다리꼴의 시편을 사용했을 경우는 21.7%에서 소재가 리브의 벽에 닿게 되고, 축대칭에 비해 플래시 입구 쪽으로의 유동이 상대적으로 많아 67.7% 부근에서 리브와 플래시 입구를 동시에 채우면서 공정이 완료되었다. 또한, 여기서 플래시를 생성시키는 사각단면의 단조에 비해 역사다리꼴 단면의 단조는 평면변형에서 약 10%의 재료절감을 가져왔다.

역사다리꼴의 초기소재를 이용하여 단조 실험한 결과는 Fig. 8과 같다. 여기서 사각단면의 시편을 사용한 (a)는 다이가 진행될수록 시편의 아랫부분을 중심으로 플래시 랜드로 빠져나가면서 부분적으로는 리브의 바깥벽을 따라 올라가게 된다. 반면에 (b)의 역사리꼴 시편을 사용했을 경우는 시편의 아랫부분의 체적이 윗부분에 비해 적으므로 시편의 윗부분이 리브의 바깥벽에 부딪힌 후에 위로의 유동이 진행되는 동안 시편의 아랫부분은 플래시로의 유동이 억제되면서 거의 수평방향의 유



(a) flash forging



(b) flashless forging

Fig. 8 Material flow pattern of final step using plasticine

동이 진행되다가 다이가 닫히는 순간 플래시부의 입구에 도달하게 된다. 따라서 사각단면의 시편보다 역사다리꼴 시편을 사용했을 경우가 유동의 흐름이 비교적 완만하여 향상된 유동 흐름을 보여주고 있다.

Fig. 9는 기존의 단조공정과 플래시 없는 단조공정에서 소재의 높이감소율에 따른 단조하중의 변화를 나타내고 있다. 여기서 플래시를 생성시키는 사각단면의 시편을 사용했을 경우 이론치가 실험치보다 다소 높게 나타나고 있으나 이것은 상계해석으로 인한 원인 때문이며 대체로 잘 일치하고 있다. 또한 역사다리꼴 단면의 시편을 사용한 경우는 사각단면의 시편을 사용한 단조에 비해 하중이 낮게 나타났으며, 특히 최종 단조하중은 상당히 감소되었다. 이와 같은 단조하중의 감소는 Hoenacker 등¹⁰⁾의 축대칭 단조 결과에서도 플래시 있는 단조에 비해 현저하게 하중이 감소됨을 알 수 있었다.

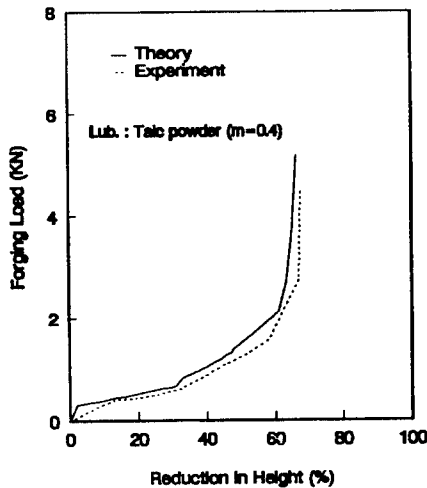
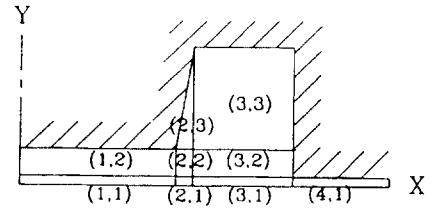
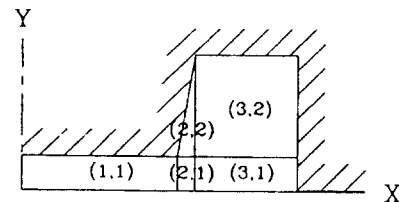


Fig. 9 Comparison between theoretical and experimental forging load

또한, Fig. 10에서는 사각단면의 시편을 사용했을 때와 역사다리꼴 단면의 시편을 사용했을 경우에 최종단계에서의 유효변형을 분포를 나타내고 있다. 여기서, 전반적으로 플래시 없는 단조품이 플래시 있는 제품에 비해 유효변형률 분포가 비교적



(a) Flash forging



(b) Flashless forging

(i,j)	Effective strain	
	(a)	(b)
(1,1)	1.32	1.32
(1,2)	1.32	
(2,1)	1.31	0.93
(2,2)	1.31	0.91
(2,3)	0.49	
(3,1)	1.22	1.08
(3,2)	1.15	0.91
(3,3)	0.61	
(4,1)		

Fig. 10 Comparison of effective strain between flash and flashless forging

적 낮게 나타나고 있으며 기존의 연구결과¹¹⁾에서도 확인된 바가 있다.

5. 결 론

리브-웨브 형상의 평면변형 단조에서 플래시 설계와 초기소재, 플래시없는 단조를 해석한 결과 얻은 결론은 다음과 같다.

1) 축대칭 다이설계에 사용되던 플래시 설계 경험식을 평면변형의 다이 설계에 도입한 결과 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다.

2) 플래시를 포함한 최종제품으로부터 역추적하여 최적의 초기소재를 설계할 수 있었다.

3) 역사다리꼴 단면의 시편을 사용했을 때가 사각단면의 시편을 사용했을 때 보다 재료가 절감되었다.

4) 플래시 없는 단조가 기존의 플래시 있는 단조에 비해 최종 단조하중이 감소되었다.

5) 평면변형 공정의 최종단계에서 전반적으로 플래시 없는 단조품이 플래시 있는 기존의 제품에 비해 유효변형률 분포가 비교적 낮게 나타났다.

참고문헌

- 1) Altan, T., and Henning, H. J., "Closed-Die Forging of Round Shapes ; Flash Design and Material Savings", *Metallurgia and Metal Forming*, Vol. 39, pp. 83 88, 1972.
- 2) Altan, T., et al., *Forging Equipment, Materials and Practices*, Metal and Ceramics Information Center, 1973.
- 3) Van Hoenacker, Y., and Dean, T. A., "The Application of Upper Bound Analyses to Real Situation - A Comparison of Flash and Flashless Forging", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol. 18, pp. 81 93, 1978.
- 4) Nediani, G., and Dean, T. A., "Forging of Rectangular Sections in a Completely Closed Die Cavity", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 25, No. 5, pp. 347 360, 1983.
- 5) Kim, N. S., and Kobayashi, S., "Preform Design in H-Shaped Cross Sectional Axisymmetric Forging by The Finite Element Method", *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, Vol. 30, No. 2, pp. 243 268, 1990.
- 6) Jain, V. K., Goetz, R. L., and Lombard, C. M., "Application of Computer Methods to the Design and Analysis of Precision Rib-Web Forgings", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 36, pp. 1 16, 1992.
- 7) Oudin, J. and Ravalard, Y. "An Upper Bound Method for Computing Computing Loads and Flow Patterns in Plane-Strain Forging", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol. 21, pp. 237 350, 1981.
- 8) Himmelblau, D. M., *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill, pp. 152, 1972.
- 9) Altan, T., et al., *Forging Equipment, Materials and Practices*, Metal and Ceramics Information Center, 1973.
- 10) Kim, H. Y. and Kim, D. W., "Computer-aided preform design in the closed-die forging process", *J. of Materials Processing Technology*, Vol. 41, pp. 83 104, 1994.
- 11) Avitzur, B. and Van Tyne, C. J. "Ring Forming : An Upper Bound Approach. Part 2 : Process Analysis and Characteristics", *J. Eng. Ind.*, *Trans. ASME*, Vol. 104, pp. 238 247, 1982.