韓國經營科學會誌
第23卷 第1號
1998年 3月

병렬 시스템에서의 최적 중복부품수와 최적 부하수준

윤원영* · 김귀래*

Optimal Redundant Units and Load In Parallel Systems*

Wonyoung Yun* · Guirae Kim*

Abstract

This paper is concerned with a parallel system that sustains a time-independent load and consists of n components with exponential lifetimes. It is assumed that the total load is shared by the working components and the failures of components increase higher failure rates in the surviving components according to the relationship between the load and the failure rates. The power rule model among several load-failure rate relationships is considered.

We consider the system efficiency measure as the expected profit earned by the system per unit time. The high load causes high gain but it also occurs frequent system failures. The expected profit per unit time is used as criterion to evaluate the system efficiency.

The goal of system engineer is to determine the optimal load and redundant units maximizing the expected profit per unit time. First, the system reliability function is obtained and the optimization problem of the load-sharing parallel system is considered. Given the redundant units, the existence of the optimal load can be proved analytically and given the load, the optimal redundant units can be solved also analytically. The optimal load and redundant units are obtained simultaneously by numerical computation. Some numerical examples are studied.

* 부산대학교 산업공학과(기계기술연구소)

1. 서 론

시스템의 신뢰도를 향상시키기 위한 한 방법은 부품을 중복으로 사용하는 것으로, 전형적인 형태가 병렬구조 시스템이다. 이 병렬구조는 구성부품이 하나 이상 작동하면 시스템이 작동하는 시스템이다. 기존의 병렬구조 시스템에 대한 연구는 구성 부품의 고장이 서로 독립인 경우를 많이 가정하였다.

본 논문은 중복된 구성부품의 고장이 종속관계가 있는 시스템 모형으로 부하 분담 모형(Load-sharing model)을 고려한다. 실질적으로 시스템은 작동하는 동안에 여러 부하를 받게 된다. 부하 자체가 시스템 작동의 임무인 경우도 있고, 또 시스템의 작동으로 인한 부품의 마모(Wear)나 손상(Damage) 등을 받는 경우도 있다. 이러한 부하는 시스템이 작동하는 동안에 시스템 내 작동하는 부품들에 분담되며 부품의 고장률이나 신뢰도 등을 변화시킨다. 시간이 지나면서 부품들이 하나씩 고장이 나게 되면 작동중인 잔여 부품들이 총 부하를 분담하게 되므로 잔여 부품들이 분담하는 부하의 양은 증가하게 된다. 이러한 모형을 일컬어 부하-분담 모형(Load-sharing model)이라 한다. 이 모형에서는 각 부품들의 고장률이 부품들이 분담하고 있는 부하의 양에 비례한다고 가정한다. 이러한 시스템에는 현수교의 지지 철선과 같은 구조물 지지부분등을 예로 들 수 있다. 본 논문은 부하-분담 모형을 고려한 병렬구조 시스템에서 중복 부품수와 부하 수준을 최적으로 결정하고자 한다.

부하 분담 병렬구조 시스템에 대해서 시스템 신뢰도를 계산하는 연구는 많이 이루어졌다. Kapur와Lamberson[2]은 구성부품이 2개이고 종류가 다른 경우 그리고 같은 경우에 대해서 부품 수명이 지수분포를 따르는 경우에 대한 신뢰도를 구하였다. 그리고 Kececioglu[3]는 구성부품의 수가 2개인 경우와 3개인 경우에 대해서 역시 종류가 같은 경우와 다른 경우에 대해 수명이 지수 분포와 와이블 분포를 따르는 경우에 대한 신뢰도를 계산하였다. Scheuer[7]은 병렬구조의 일반형인 k-out-of-n:G 시스템에서 작동하고 있는 부품들의 수명이 지수분포를 따르고 각 부품의 고장률이 고장난 부품의 수에 따라 변하는 경우에 대해 시스템의 신뢰도를 구하였다. Shechner[6]는 임의의 시점에서 부품의 고장률이 그 시점에서의 부하에 선형관계인 경우에 시스템 신뢰도를 구하였다. Shao와 Lamberson[8]은 불완전 연결(Imperfect switching)을 가지는 수리 가능한 부하 분담 k-out-of-n:G 시스템의 신뢰도와 가용도(Availability) 분석을 위한 Markov 모형을 제안하였다. Lin와Chen 그리고 Wang[5]은 병렬구조 시스템에서 각 구성부품의 수명이 지수 분포를 따를 때의 신뢰도를 Markov 모형을 이용하여 계산하였다.

부하 분담 병렬구조 시스템의 설계나 운영에 관한 연구로서 도형찬[9]은 동일한 부품으로 이루어진 k-out-of-n:G 시스템의 가용도, 신뢰도와 함께 단위 시간당 비용함수를 최소로 하는 최적 중복 부품수를 결정하였다.

Filus[1]는 단일 부품 시스템에서의 부하결정 연구로서, 시스템에 부하를 부가했을 때 발생하는 이익과 부하와의 관계가 거듭제곱 모형과 지수 모형인 경우에 대해 단위 시간당 총수익을 최대로 하는 부하의 수준을 결정하는 문제를 다루었다.

본 논문에서는 도형찬[9]과 Filus[1] 연구의

종합적인 분석으로 시스템이 고장이 나면 전체 시스템을 교체하는 경우에 대해 최적 중복부품 수와 부하수준을 동시에 결정하는 모형을 제안한다. 그리고 단위 시간당 평균 이익과 단위 시간당 평균 운영 비용의 차인 단위 시간당 평균 순이익을 최대로 하는 최적의 중복개수와 부하수준을 결정하고자 한다.

본 논문에서 사용되는 기본 가정과 기호는 다음과 같다

<u>가정</u>

1. 부품의 초기 고장까지의 수명은 서로 독립이고 동일한 지수분포를 따른다.
2. 시스템에 가해지는 총 부하는 시간에 따라 변하지 않는다.
3. 시스템에 걸리는 총 부하는 작동 중인 부품들에 의해 균등하게 분담된다.

<u>기호</u>

n : 총 부품 개수

L : 시스템에 가해지는 총부하

$X(i)$: $(i-1)$개의 부품이 고장난후 1개의 부품이 더 고장날 때까지의 시간 $i=0,1,\cdots,n$

S_n : n개의 부품일 때의 시스템 고장까지의 평균 시간

$l(i)$: i개의 부품이 고장났을 때 나머지 작동 중인 부품들에 가해지는 부하의 크기 $i=0,1,\cdots,n$

λ_l : l 의 부하가 걸렸을 때 부품의 고장률

$\lambda_{(i)}$: i개의 부품이 고장났을 때 나머지 작동중인 부품들의 고장률 $i=0,1,\cdots,n$

$R(t), f(t)$: 시스템의 신뢰도 함수, 고장 밀도 함수

ρ_0, ρ_1 : 부하와 고장률 과의 관계를 나타내는 모수

β_0, β_1 : 부하와 이익과의 관계를 나타내는 모수

C_1 : 부품 개당 획득 비용

C_2 : 시스템 교체 시 추가 비용

$C(l)$: 부하가 l 단위 시간당 평균 비용

$Z(l)$: 부하가 l 일 때 단위 시간당 평균 이익

$G(l)$: 부하가 l 일 때 단위 시간당 평균 순이익

2. 신뢰도 함수

본 절에서는 부품들이 고장남에 따라 작동중인 잔여부품들의 고장률이 변하며 고장률과 부하가 거듭제곱모형을 따를 경우의 시스템의 신뢰도에 다룬다. 거듭제곱 모형은 부하가 증가할수록 부품의 고장률은 부하의 거듭제곱에 비례하여 증가하며, 부하가 l일 때의 고장률은

$$\lambda_l = \rho_0 l^{\rho_1} \tag{1}$$

이다. 이 모형은 Filus[1]에 의해 시스템에 걸어주는 부하의 수준을 결정하는 문제에서 시스템의 고장률과 부하의 관계를 나타내는데 사용하였다.

가정 3 으로부터 i개의 부품이 고장났을 때, 작동중인 잔여부품들이 각각 받게 되는 부하는

$$l(i)=\frac{L}{n-i} \quad i=0,1,\cdots,n \tag{2}$$

이다. 따라서 i개의 부품이 고장났을 때 작동중인 잔여부품들의 고장률은 식(1)과 식(2)로 부터

$$\lambda(i)=\rho_0\left(\frac{L}{n-i}\right)^{\rho_1} \quad i=0,1,\cdots,n \tag{3}$$

이다. 고장률과 부하와의 관계가 거듭제곱 모형을 따를 때 시스템의 신뢰도함수와 고장밀도함수는 다음과 같다. (도형찬[9]).

$$R(t)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq 1}}^{n}\frac{1}{1-\left(\frac{n-j+1}{n-i+1}\right)^{\rho_1-1}}\right\}\exp\left(-\frac{\rho_0 L^{\rho_1}}{(n-j+1)^{\rho_1-1}}t\right)$$

$$f(t)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq 1}}^{n}\frac{1}{1-\left(\frac{n-j+1}{n-i+1}\right)^{\rho_1-1}}\right\}\frac{\rho_0 L^{\rho_1}}{(n-j+1)^{\rho_1-1}}\exp\left(-\frac{\rho_0 L^{\rho_1}}{(n-j+1)^{\rho_1-1}}t\right)$$

3. 최적 중복부품수와 부하수준 결정 모형

이 절에서는 시스템의 단위 시간당 평균 순 이익이 최대가 되는 부하의 수준과 중복 개수를 결정하는 모형을 다룬다. 부하의 양이 커지면 이익은 많이 발생하게 되지만 또한 고장률이 높아지므로 시스템의 운영 비용 또한 같이 커진다. 이러한 부하의 양에 따른 시스템의 단위 시간당 평균 순 이익에 대한 함수 모형을 제시하고, 이 함수를 최대로 하는 최적 부하 수준과 최적 중복 부품수를 동시에 구한다. 그리고 수치예제도 함께 다룬다.

순이익 함수 모형

한 시스템이 부하 l을 실행하는 임무를 수행한다고 하자. 부하를 실행하면서 얻는 이익은 부하에 대한 증가 함수이며, 단위 시간당 평균 이익을 척도로 사용한다. 이익과 부하와의 관계는 지수 관계이며 부하의 양이 점점 커지면 이익이 일정한 값으로 수렴하는 경우를 가정한다. 부하가 l일 때 단위 시간당 이익은 다음과 같다.

$$Z(l)=\beta_0(1-e^{-\beta_1 l}) \quad \beta_0>0,\ \beta_1>0 \tag{6}$$

그러나 부하가 증가할수록 시스템의 고장 또한 증가하게 되어 시스템의 운영에 대한 비용 또한 증가 하게 된다. 단위 시간당 운영비용은 시스템이 고장 날 때마다 전체 시스템을 교체해 줄 때 소요되

는 비용으로 중복 부품수 n에 종속적이며 다음과 같다(도형찬[9]).

$$C(n,l) = \frac{C_1 n + C_2}{S_n} = \frac{(C_1 n + C_2)\rho_0 l^{\rho_1 - 1}}{\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)^{\rho_1 - 1}} \tag{7}$$

시스템의 단위 시간당 평균 순이익은 단위 시간당 이익과 고장으로 인한 단위 시간당 운영 비의 차로서 정의된다.

$$G(l) = Z(l) - C(l)$$

그러므로 단위 시간당 평균 순 이익은 다음과 같다.

$$G(n,l) = \beta_0(1 - e^{-\beta_1 l}) - \frac{(C_1 n + C_2)\rho_0 l^{\rho_1}}{\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)^{\rho_1 - 1}} \tag{8}$$

단위 시간당 평균 순이익, 식(8)을 최대로 하는 최적 중복부품수와 부하수준을 동시에 구하고자 한다. 그러나 해석적으로 이를 분석하기는 쉽지 않다. 만약 부하수준이 주어져 있는 경우에 단위 시간당 평균 순이익을 최대로 하기 위해서는 단위 시간당 운영비용을 최소로 해야 하며 이 경우, 단위 시간당 평균 운영 비용을 최소로 하는 최적 중복부품수는 구할 수 있다. 그리고 중복부품수가 주어진 경우에는 단위 시간당 평균 순이익을 최대로 하는 부하 수준을 구할 수 있다.

다음의 정리는 부하 수준이 주어진 경우에 최적 중복부품수가 유일하게 존재하기 위한 조건과 중복부품수가 주어진 경우에 최적 부하수준이 유일하게 존재하기 위한 조건을 제시한다.

(정리1) 부하수준이 주어진 경우에 S_n이 n에 대하여 증가함수이고 $(S_{n+1} - S_n)$이에 대하여 감소함수이면 단위 시간당 평균비용을 최소화하는 중복부품수가 유일하게 존재한다.

증명) 부하가 주어진 상태에서 $C(n)$을 최소화하는 n^*가 존재하기 위한 필요조건은 $C(n^*+1) \geq C(n^*)$이고 $C(n^*) \leq C(n^*-1)$으로부터

$$C(n^*+1) - C(n^*) = \frac{C_1 n(S_{n^*} - S_{n^*+1}) + C_1 S_{n^*} + C_2(S_{n^*} - S_{n^*+1})}{S_{n^*} \cdot S_{n^*+1}}$$

$$\geq 0$$

이다. 따라서 $S_{n^*+1} - S_{n^*} > 0$이면

$$\frac{S_{n^*}}{S_{n^*+1} - S_{n^*}} - n^* \geq \frac{C_2}{C_1}$$

이다. 여기서

$$Q(n) = \frac{S_n}{S_{n+1} - S_n} - n$$

라고 두면

$$Q(n^*) \geq \frac{C_2}{C_1} \tag{9}$$

가 된다. 같은 방법으로 $C(n^*) \leq C(n^* - 1)$로 부터

$$Q(n^* - 1) < \frac{C_2}{C_1} \tag{10}$$

이다. 식(9)과 (10)로 부터 $Q(n)$이 n에 대해서 증가함수이면 최적 중복부품수는 유일하게 존재하며 따라서

$$C(n^*+1) - Q(n^*) = S_{n^*+1}\left(\frac{1}{S_{n^*+2} - S_{n^*+1}} - \frac{1}{S_{n^*+1} - S_{n^*}} \right)$$
$$> 0$$

이기 위해서는 $(S_{n^*+1} - S_{n^*})$이 n에 대하여 감소함수여야 한다.

(증명 끝)

(정리2) 부하수준이 주어진 경우에 모수가 $\rho_1 < 1$이면 단위 시간당 평균 비용을 최소화하는 최적 중복부품수가 유일하게 존재한다. 그리고 $\rho_1 \geq 1$이면 최적 중복부품수는 ∞이다.

증명) S_n은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_n = E(T) &= E\left(\sum_{n=1}^{n} X(i) \right) \\ &= \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{(n-i+1) \cdot \lambda(i-1)} \\ &= \frac{1}{\rho_0 L^{\rho_1}} \sum_{n=1}^{n} (n-i+1)^{\rho_1 - 1} \end{aligned}$$

그러므로

$$\begin{aligned} S_{n+1} - S_n &= \frac{1}{\rho_0 L^{\rho_1}} \left[\sum_{n=1}^{n+1} (n-i+2)^{\rho_1 - 1} - \sum_{n=1}^{n} (n-i+1)^{\rho_1 - 1} \right] \\ &= \frac{1}{\rho_0 L^{\rho_1}} \cdot (n+1)^{\rho_1 - 1} > 0 \end{aligned}$$

이다. 그러므로 S_n은에 n대하여 증가함수이다.

만일 $\rho_1 < 1$이면

$$(S_{n+2}-S_{n+1})-(S_{n+1}-S_n) = \frac{1}{\rho_0 L^{\rho_1-1}}\{(n+2)^{\rho_1-1} - (n+1)^{\rho_1-1}\} < 0$$

이므로 $(S_{n+1}-S_n)$은 n에 대해 감소함수이다. 그러므로 (정리 1)에 따라서 유일한 n^*가 존재한다. 만일 $\rho_1 \geq 1$이면 식(7)로 부터

$$C(n+1)-C(n)=\frac{C_1(n+1)+C_2}{S_{n+1}}-\frac{C_1\cdot n+C_2}{S_n}=I$$

라고 하면

$$S_{n+1} = S_n+\frac{1}{\rho_0 L^{\rho_1-1}}\cdot(n+1)^{\rho_1-1}$$

이므로 I 는 다음과 같다.

$$I=\frac{C_1 S_n \rho_0 L^{\rho_1-1}-(C_1 n+C_2)(n+1)^{\rho_1-1}}{\{S_n \rho_0 L^{\rho_1-1}+(n+1)^{\rho_1-1}\}S_n} \tag{11}$$

여기서 식(11)의 분자 부분은

$$\begin{aligned}
&S_n \rho_0 L^{\rho_1-1} C_1-(C_1 n+C_2)(n+1)^{\rho_1-1}\\
&=C_1\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)^{\rho_1-1}-(C_1 n+C_2)(n+1)^{\rho_1-1}\\
&=C_1\{n^{\rho_1-1}+(n-1)^{\rho_1-1}+\cdots+1^{\rho_1-1}\}-(C_1 n+C_2)(n+1)^{\rho_1-1}\\
&=C_1\{n^{\rho_1-1}+(n-1)^{\rho_1-1}+\cdots+1^{\rho_1-1}-n(n+1)^{\rho_1-1}\}-C_2(n+1)^{\rho_1-1} < 0
\end{aligned}$$

이므로 $C(n+1) < C(n)$이다. 즉 $\rho_1 \geq 1$이면 최적 중복부품수는 ∞이다

(증명 끝)

(정리3) 중복부품수가 주어진 경우 단위 시간당 평균 순 이익, 식(8)을 최대로 하는 최적 부하 수준은 유일하게 존재하며, 단위 시간당 평균 순 이익이 0보다 크기 위해서는 최적 부하 수준이 $(1-\rho_1)/\beta_1$ 보다 큰 값이어야 한다.

증명) $G(l)$을 최대로 하는 부하 수준의 존재 여부를 알아보기 위해 식(8)을 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{dG(n,l)}{dl} = \beta_0\beta_1 e^{-\beta_0 l} - \frac{(C_1 n+C_2)\rho_0\ \rho_1 l^{\rho_1-1}}{\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)^{\rho_1-1}} = 0 \tag{12}$$

이 식을 정리하면

$$l^{\rho_1-1} e^{-\beta_1 l} = \frac{\beta_0 \beta_1 \sum_{i=1}^{n} (n-i+1)^{\rho_1-1}}{(C_1 n + C_2) \rho_0 \rho_1} \tag{13}$$

이다. 식(13)에서 $y(l) = l^{\rho_1-1} e^{-\beta_1 l}$로 두고 $y(l)$을 한 번 미분하면

이 된다. 그러므로 $y(l)$함수는 부하수준이 $(1-\rho_1)/\beta_1$보다 작은 범위에서는 감소 함수이고 큰 범위에서는 증가함수이다(그림 1). (그림1)에서 보면 알 수 있듯이 $y(l)$과 직선이 한 점 이상에서 만난다면 식(12)는 하나 이상의 해를 가진다.

그러므로

$$\frac{\beta_0 \beta_1}{\rho_0 \rho_1} \geq \left(\frac{\beta_1}{1-\rho_1}\right)^{1-\rho_1} \frac{(C_1 n + C_2)}{\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)^{\rho_1-1}}$$

이면 식(12)가 하나 이상의 해를 가진다. 그러므로 단위 시간당 평균 순이익을 최대로 하는 부하수준은 존재한다. 그리고 그 부하수준은 $(1-\rho_1)/\beta_1$보다 같거나 큰 값이다.

만약

$$\frac{\beta_0 \beta_1}{\rho_0 \rho_1} < \left(\frac{\beta_1}{1-\rho_1}\right)^{1-\rho_1} \frac{(C_1 n + C_2)}{\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)^{\rho_1-1}}$$

이면

$$\frac{G(n, l)}{dl} = \beta_0 \beta_1 e^{-\beta_0 l} - \frac{(C_1 n + C_2) \rho_0 \rho_1 l^{\rho_1-1}}{\sum_{i=1}^{n} (n-i+1)^{\rho_1-1}} < 0$$

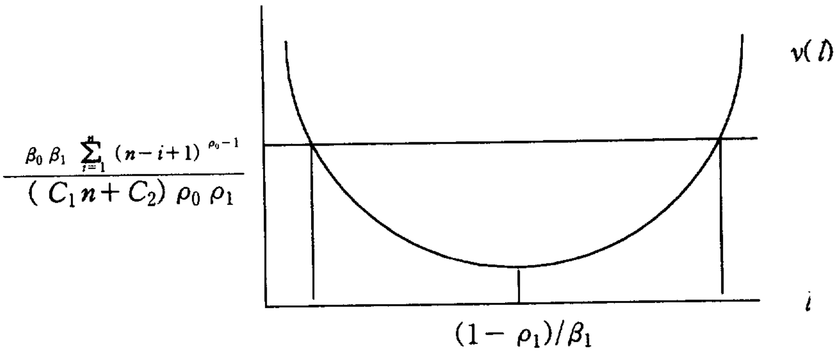
이 된다. 그러므로 단위 시간당 평균 순 이익함수 $G(l)$은 단조 감소 함수이며 모든 부하 수준에서 단위 시간당 평균 순 이익을 최대로 하는 부하수준은 0이 된다.

단위 시간당 평균 순 이익이 모든 부하 수준에서 음의 값을 가진다는 것은 항상 부하로 인해 발생하는 시스템의 운영 비용이 이익보다 많이 발생함을 의미한다. 그러므로 이러한 경우는 시스템을 운영하지 않는 것이 오히려 더 타당하다.

(증명 끝)

(정리 2)와 (정리 3)에서 부하수준이나 중복부품수 둘 중에서 하나가 주어졌을 경우에 나머지 하나는 최적 값을 구할 수 있다는 것을 보았다. 단위 시간당 평균 순이익을 최대로 하는 부하수준과 중복부품수를 해석적으로 동시에 구하기가 매우 어려우므로 수치적으로 구한다.

최적 중복부품수 n^*와최적 부하수준 l^*를 구하는 절차는 다음과 같다.



[그림 1] $y(l)$함수 형태

〈단계 1〉 부하수준을 Δl^*씩 변화시킨다. 각 주어진 l에 대해서 $C(n(l), l)$를 최소로 하는 중복부품수을 $n^*(l^*)$구한다.

〈단계 2〉 각 주어진 부하수준과 중복부품수에 대해서 순이익 함수 $G(n^*(l), l)$을 계산한다.

〈단계 3〉 위의 $G(n^*(l), l)$의 값이 최대가 되는 부하수준이 최적 부하수준 l^*이며, 그 수준에서의 중복부품수 $n^*(l^*)$가 최적 중복부품수이다.

위의 절차는 부하수준을 Δl만큼씩 높여가며 최적 중복부품수와 이익함수를 구하여 이익함수가 증가하다 감소하는 시점에서 멈추어 그때의 부하수준을 최적 부하수준으로 정한다. 그러므로 위의 절차에 따른 해는 전체 최적해(Global optimal solution)임을 보장하지 못한다. 그러나, 실제 모든 부하 수준 값을 조사하기는 어려우므로, 간단한 도식적 방법(Graphical method)으로 해가 있음직한 값을 찾아 그 근처에서 Δl을 아주 작게 설정하여 위의 절차를 따르면 전체 최적해에 근접한 값을 구할 수 있을 것이다.

수치예제

단위 시간당 평균 순 이익함수 $G(n, l)$에서 최적 부하 수준과 중복 부품수 결정에 영향을 미치는 모수 ρ_1/β_1, C_2/C_1의 값들이 $1/2 \le \rho_1/\beta_1 \le 2$, $1 \le C_2/C_1 \le 10$에 대해서 $\beta_0 = 0.5$, $\beta_0 = 5$인 경우에 대해 단위 시간당 순 이익을 최대로 하는 최적 중복부품수와 최적 부하 수준이 〈표 1〉에 나와 있다.〈표 1〉에서 보면 각 모수 들이, $\beta_0 = 0.5$, $C_2/C_1 = 10$, $\rho_1/\beta_1 = 2$, $\rho_1 = 0.1$,일 때 최적 중복부품수는 7개이고 그 때의 최적 부하수준은 73.5가 됨을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 병렬구조 시스템에서 부하가 시간에 따라 변하지 않고 일정하며, 작동중인 부품들이 시스템의 부하를 균등하게 분담하는 부하 분담 병렬구조 시스템에서 중복 부품수와 부하 수준을 동시에 고려한 모형을 제시하고 단위 시간당 평균 순이익을 최대로 하는 최적 중

복 부품와 최적 부하 수준을 결정하였다.

시스템을 구성하는 각 부품들의 수명은 동일한 지수 분포를 따른다고 가정하였으며 고장률과 부하의 관계를 나타내는 데는 거듭제곱 모형을 사용하였다. 그리고 이 모형을 이용하여 고장난 부품의 수와 고장률과의 관계식을 구하였다. 이익과 부하와의 관계는 지수관계를 사용하여 표현했다.

먼저 신뢰도 함수를 구하고 중복부품수와 부하수준을 동시에 고려한 단위 시간당 평균 순이익 함수를 제시하였다. 그러나 이 함수를 최대로 하는 중복부품수와 부하수준을 해석적으로

〈표 1〉 최적 중복부품수와 최적 부하수준 ($\rho_0=0.06$)

중복개수, 부하수준			ρ_1			
β_0	C_2/C_1	ρ_1/β_1	0.05	0.1	0.3	0.5
0.5	1	1/2	2 (62.4)	2 (26.4)	2 (6.1)	3 (3.0)
		1	2(124.0)	2(51.9)	2(113)	3 (5.1)
		2	2(246.4)	2(102.1)	2 (20.8)	3 (8.4)
	3	1/2	3 (56.6)	3 (23.4)	4 (5.2)	6 (2.6)
		1	3(112.5)	3 (46.0)	4 (9.4)	6 (4.2)
		2	3(223.3)	3 (90.3)	4 (17.0)	6 (6.9)
	5	1/2	4 (53.4)	4 (21.8)	6 (4.7)	8 (2.3)
		1	4(105.9)	4(42.7)	6 (8.4)	8 (3.7)
		2	4(210.1)	4(83.6)	6 (14.8)	8 (5.5)
	7	1/2	5 (51.0)	5 (20.6)	7 (4.3)	11 (2.2)
		1	5(101.2)	5 (40.3)	7 (7.6)	11 (3.4)
		2	5(200.7)	5 (78.9)	0**	0**
	10	1/2	6 (48.4)	7 (19.3)	10 (3.9)	15 (2.0)
		1	6 (95.9)	7(37.7)	0**	15 (3.0)
		2	6(190.1)	7 (73.5)	0**	0**
5	1	1/2	2 (88.8)	2 (39.7)	2 (10.5)	3 (6.0)
		1	2(176.8)	2 (78.6)	2 (20.3)	3 (10.4)
		2	2(352.0)	2 (155.7)	2 (39.1)	3 (19.3)
	3	1/2	3 (83.3)	3 (37.0)	4 (9.7)	6 (5.2)
		1	3(165.9)	3 (73.2)	4 (18.7)	6 (9.7)
		2	3(330.2)	3(144.9)	4 (35.8)	6 (17.8)
	5	1/2	4 (80.3)	4 (35.5)	6 (9.3)	8 (5.0)
		1	4(159.8)	4 (70.2)	6 (17.8)	8 (9.2)
		2	4(317.9)	4(138.8)	6 (35.8)	8 (16.9)
	7	1/2	5 (78.1)	5 (34.4)	7 (9.0)	11 (4.9)
		1	5(155.4)	5 (68.1)	7 (17.2)	11 (9.0)
		2	5(309.2)	5(134.5)	7 (32.8)	11(16.4)
	10	1/2	6 (75.6)	7 (33.3)	10 (8.7)	15 (4.7)
		1	6(150.5)	7 (65.7)	10(16.5)	15 (8.7)
		2	6(299.5)	7(129.8)	10(31.4)	15(15.7)

㈜ 0** 값을 가지는 경우는 시스템을 운영하는 데 드는 비용이 이익보다 많으므로 운영을 하지 않는 것이 바람직함

동시에 구하기는 매우 어렵다. 그러므로 본 논문에서는 MATHEMATICA을 사용하여 수치적으로 최적 중복부품수와 최적 부하수준을 구하였다.

추후 연구 과제로는 본 논문에서는 시스템이 받는 총부하가 시간에 따라 변하지 않고 일정한 경우를 고려하였는데 시스템이 받는 총 부하가 시간에 따라 변하는 경우에 대해서 고려해 볼 수 있다. 그리고 구성부품이 동일한 부품이 아닌 경우에 대해 정기적인 검사를 하는 운영 정책을 사용하는 경우에서 최적검사주기를 고려해 볼 수 있다.

참 고 문 헌

[1] Filus, J., "A Problem in Reliability Optimization," *J.Opl.Res.Soc.*, Vol. 37(1989), pp.407-412.

[2] Kapur, K.C. and Lamberson, L.R., *Reliability In Engineering Design*, New York: John Wiley & Sons, 1977, pp.222-224.

[3] Keccecioglu, D., *Reliability Engineering Handbook*, Prentice-Hall, Vol. 2(1991), pp.143-173.

[4] Levenbach, G.I., "Accelerated Life Testing of Capacitor," *IRE Trans. PGROQC*(1957), pp.9-20.

[5] Lin, Hsin-Hui, Chen,Kaung-Hwa and Wang, Rong-Tsorng, "A Multivariate Exponential Shared-Load Model," *IEEE Trans. Reliability*,Vol. 42(1993), pp.165-171.

[6] Schechner,Z., "A Load Sharing Model: The Linear Breakdown Rule," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 31(1984), pp.137-144.

[7] Scheuer,E.M., "Reliability of a m out of n S ystem When Component Failure Induces Higher Failure Rates in Survivors," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-37(1988), pp.73-74.

[8] Shao, J. and Lamberson, L. R., "Modeling a Shared-Load K-out-of-n:G System," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. 40(1991), pp.205-209.

[9] 도형찬, "부품의 고장이 잔여 작동 부품의 고장률을 증가시키는 k-out-of n:G 시스템의 신뢰도, 가용도 및 최적 중복 부품수", 한국 과학 기술원, 석사 학위논문, (1989).