

광도파로의 곡률 반경에 따른 모드특성과 Lateral Offset 변화

박순룡 · 김우택 · 라상호 · 오범환
인하대학교 전자 전기 컴퓨터 공학부

(1998년 8월 27일 받음, 1998년 12월 1일 수정본 받음)

곡선형 광도파로의 곡률반경이 작아짐에 따라 도파모드와 전파상수의 변화가 심화되므로 이중도파로 접합부에서의 모드 부정합이 손실을 유발하는 문제가 심각해졌다. 따라서, 곡률반경 변화에 따른 도파로의 모드 부정합을 극소화하기 위하여 이중 도파로간 lateral offset이 제안되어 이의 계산이 여러 가지 방법으로 수행되어 왔는데, 본 논문에서는 유효 굴절률법 (Effective index method)을 활용하고, Airy 함수로 주어지는 해석적 함수해의 분석을 통하여 곡률반경에 따른 전파모드의 특성변화와 lateral offset 거리의 변화를 분석하였다. $1/V=0.7$ 인 특정조건을 경계로 모드분포의 특성이 바뀌며, 기존의 Gaussian 분석법에 의한 계산결과는 35%까지도 오차가 증대될 수 있음을 보였다. 새로이 오차보정상수(correction factor) η 를 정의하여 기존 근사방식의 오차를 정량화하고, 간편히 도파로의 lateral offset을 설계할 수 있도록 개선된 lateral offset 계산안을 제안하여 타당성을 보였다.

I. 서 론

광통신의 장점이 널리 인식되고, 보다 빠르고 안정된 광통신용 도파로소자의 개발이 절실해지면서 광소자들의 소형화와 집적에 따른 제반 문제점에 관한 연구가 활발하게 되었다.^[1,2] 집적된 광소자들간의 내부연결이나 도파로소자의 도파로 곡률반경이 작아지면서, 극한 경우의 방사모드로 인한 손실에 대한 고려뿐만 아니라, 이제는 도파모드의 변화로 인한 이중 도파로간의 모드 부정합이 손실을 유발하는 현상이나^[2,3] 경로차에 있어서도 전파상수의 변화에 의한 오차를 고려할 것이 요구되었다. 곡선형 도파모드의 이해를 위한 분석은 크게 해석적인 방법과 수치 해석적인 근사 방법으로 구분될 수 있는데, 해석적인 방법은 평면형 도파로에 대한 분석을 기반으로^[4] 유효 굴절률법^[5,6]을 적용하여 곡선좌표계의 맥스웰 방정식으로부터 해석적 함수인 Airy 함수해를 얻어내어 분석하며,^[1] 수치 근사적인 방법에는 perturbation 방법^[1,5]이나 Gaussian 방법^[2,3]등이 있다. 이중 도파로 접합시 손실을 줄이기 위해 도입한 lateral offset의 계산^[2,3,7]에 있어서도 기존의 실리카 도파로의 경우는 광도파로 곡률 반경이 크기 때문에 정확한 해석적인 해를 구하기 보다는 전기장 분포를 간단히 Gaussian 근사한 후 분석하였는데, Gaussian 분포의 최대점의 단순한 이동이나 겹치기 적분에 의한 최적화 계산이 큰 차이가 없었다.^[2,3] 그러나, Gaussian 근사방법은 항상 그 자체의 근사한계를 가지며 곡률 반경이 작아지면서 도파모드가 Gaussian 형태를 벗어나게 되면 그 오차가 점점 커지며 그 정량적인 한계도 잘 알려져 있지 않다는 문제가 있다. 중심파장 (λ_c)=830 nm인 실리카 도파로의 경우,^[2] Airy 함수해로 얻어진 offset 거리와 약 8.6%의 차이가 있으며,^[8] InP 도파로의 경우에는 광구속이 좋아지고 곡률반경이 작아져 Gaussian 방법에 의한 계산은 더욱 현저한 오차를 유발하고 있음이 보고되

었다.^[9,10]

본 논문에서는 Airy 함수해를 적용하여 곡률반경 변화에 따르는 모드와 전파상수등의 특성변화를 분석하였다. 전기장의 분포형태가 Gaussian에서 벗어나는 경우에도 offset 거리를 간편히 계산해낼 수 있도록, Airy 함수해의 결과와 Gaussian 근사방법의 결과를 비교하여 교정해주는 상수로서 교정상수 (correction factor) η 를 정의하였고, 개선된 도파로 설계방법도 제안하였다. 또한, 그림 1에 도식화한 InP 도파로의 두가지 대표적 형태인 Buried 형태와 Raised 형태의 도파로를 기초로 파장 1.55 μm 의 빛에 대한 도파 특성도 비교 분석하였다.

II. 분석 방법의 비교 이해

기존의 Gaussian 분석 방법은 곡선형 광도파로의 모드분석과 lateral offset 계산을 쉽고 빠르게 수행할 수 있다는 장점이 있어 이를 먼저 소개하고, Airy 함수해의 분석결과와 비교하여 Gaussian 분석 방법의 한계성을 보이고자 한다. 먼저, 중심 파장(λ_c)이 830 nm인 빛에 대해 특정구조의 Rib 형태의 실리카 도파로에 유효 굴절률법(effective index method)을 적용하면, TE 모드에 대해 유효 굴절률이 $n_{e2}=1.5029$ (중심부)와 $n_{e1}=1.4937$ 으로 계산된다.^[2] 이러한 구조의 2차원 평판도파로에 대해 전기장 모드는 그림 2의 닫힌원(●)이 나타내는 모습과 같다. 이때, Gaussian 분석 방법을 사용한다는 것은 이 분포를 아래의 Gaussian 형태에 맞추어 근사시키는 것이다.

$$E_0(y) = A \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{w_0}\right)^2\right\} \quad (1)$$

여기서 A는 규격화상수이고 w_0 는 Gaussian 유효폭이다. 두 계수가 $A \approx 1.40001$, $w_0 \approx 1.3762 \mu\text{m}$ 로 fitting되어 그 분포는 점선으로 나타내었는데, 실제의 모드분포와 다소 차이가 있

음을 알 수 있다. 곡률 반경이 주어지는 곡선형 도파로에 대한 전기장 분포의 변화는 Gaussian 근사에 대해 아래의 식(2)

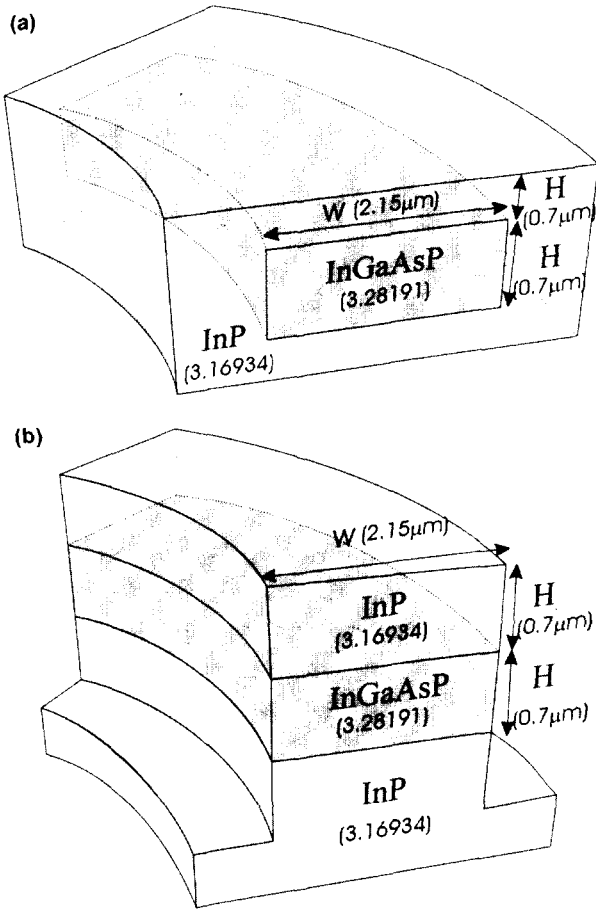


그림 1. InP 기판 위에 설계된 (a) Buried 형태와 (b) Raised 형태의 곡선형 광도파로.

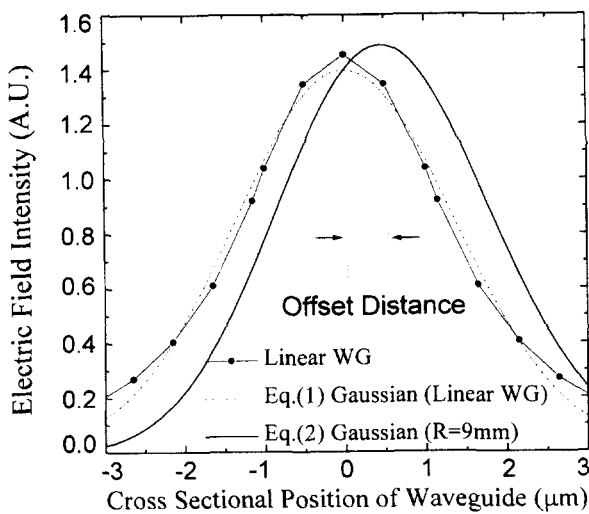


그림 2. 직선형 광도파로와 곡선형 광도파로에서의 전기장 분포: 닫힌원(●)은 직선형 광도파로의 전기장 분포이며, 열린원(○)은 곡선형 광도파로의 전기장 분포이다. Gaussian 함수로 근사시킨 경우는 짧은 점(⋯)으로 나타내었다.

와 같이 주어지는 것이 잘 알려져 있다.^[2]

$$E(y) = E_0(y) \left[1 + \frac{1}{R} (k_0 N_{eff} w_0)^2 y \right] \quad (2)$$

여기서 k_0 는 파수이며, N_{eff} 는 유효 굴절률이고, 위 식 (2)은 곡률 반경 9 mm인 경우에 그림 2의 실선과 같은 전기장 분포를 준다. 이러한 분포에 대해 곡률 반경에 따른 lateral offset 거리는 식 (2)로부터 간단히 유도되어 아래 식 (3)으로 주어진다.^[2]

$$D_{Gauss}(R) = \frac{\sqrt{1 + \frac{4(k_0 N_{eff} w_0)^4 w_0^2}{R^2}} - 1}{\frac{2(k_0 N_{eff} w_0)^2}{R}} \quad (3)$$

그러나, 광가둠 효과도 작고 곡률반경 R이 커서 오차가 작았을 실리카 도파로의 경우에도, Gaussian 근사에 의한 lateral offset의 계산은 8.6% 정도의 오차를 보이고 있다.^[8] 이는 전기장의 모드분포를 Gaussian에 근사하여 구한 유효폭이 Gaussian 형태의 유효폭과 다소 차이가 있어 실제의 유효폭과 달라지게 되기 때문인데, InP 도파로처럼 광가둠이 좋고 곡률 반경이 작아지면 이러한 특성의 차이는 변화하고 오차는 커지게 된다. 이를 예시하기 위해 그림 3에는 두가지 대표적 형태의 InP 도파로에 대한 lateral offset 거리의 계산 결과를 보이고 있다. 해석적인 함수해의 분석 방법은 BPM(Beam Propagation Method)의 결과와 매우 흡사하며 정확한 결과를 주고 있어 이들과 비교하였다. 이들의 비교를 위해 우선 그림 1-(a), (b)와 같은 Buried 형태(BW)와 Raised 형태(RW)의 도파로에 유효굴절률법(effective index method)을 적용하여, 각각 $N_f \approx 3.22731$, $N_{BW} \approx 3.16934$, 그리고, $N_f \approx 3.22731$, $N_{RW} \approx 1.0$ 을 얻었다. 해석적인 함수해의 분석을 위해서 이로부터 곡선좌표계의 맥스웰 방정식을 다루어 Airy함수해를 얻고,^[11] 곡률반경이 주어지는 각각의 경우마다 별도로 lateral offset 거리를 구하여 그림 3에 원형표시로 나타내었다. 여기서 열린

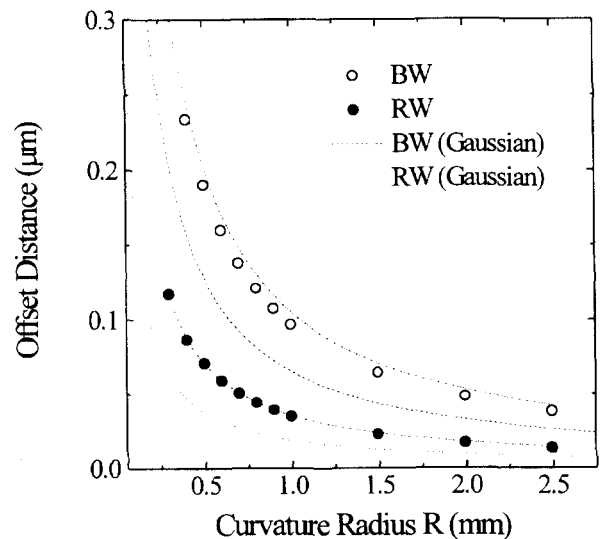


그림 3. 곡선형 광도파로의 곡률 반경에 따른 Offset 거리의 변화.

원(○)과 닫힌 원(●)은 각각 Buried 형태와 Raised 형태의 도파로에 대한 결과인데, 이와 비교하면 불연속선(BW: ---, RW:·····)으로 표시된 Gaussian 근사식 (3)의 결과들은 약 30~35% 정도나 차이가 나고 있다. 이제 유효폭 w_0 의 Gaussian 근사에서 오는 차이를 보정할 수 있는 방법을 위해 식(3)을 일반화하여 lateral offset 실험식을 아래와 같이 제안한다.

$$D(R) = \frac{\sqrt{1 + \frac{\Gamma^6(k_0 N_f w)^4 w^2}{16R^2}} - 1}{\frac{\Gamma^2(k_0 N_f w)^2}{2R}} \quad (4)$$

여기서, w 는 도파로의 실제폭이며, Γ 는 실제 도파로폭 w 에 대한 광가둠의 비례정도를 의미하는 광가둠인자의 의미를 갖는다. 원형표시로 나타낸 결과를 위 식에 fitting시켜 각각 $\Gamma_{BW} \approx \Gamma_{RW} \approx 0.8271$, $\Gamma_{RW} \approx 0.6294$ 를 얻어내고 그 함수의 곡선은 그림 3에 3중 불연속선(---)으로 나타내었다. 일반적으로

로 곡률반경이 작아지는 정도가 어느 한계에 도달하면 방사모드를 갖게 되는데, 이 실험식은 곡률반경이 방사모드를 갖기 이전의 가능한 한 작은 한계까지 잘 일치하고 있다. 그리고, 그림 4에 비교되었듯이 Buried 형태의 도파로가 Raised 형태의 도파로보다 유효폭이 더 크기 때문에 전자(BW)가 후자(RW)보다 offset 거리가 큰 것을 알 수 있다. 또, 광가둠 효과가 작을 때의 전기장 모드분포가 Gaussian 형태보다 유효폭이 다소 큰 것과 대조를 이루어, 광가둠 효과가 클 때의 전기장 모드분포는 Gaussian 형태보다 유효폭이 다소 작아진 것에 유의하자. 이제, 이렇게 경우마다 특성이 바뀌는 일반적인 도파로의 경우에도 Γ 를 정확히 알면 Gaussian 근사의 오차를 보정하는 식 (4)로 lateral offset을 얻을 수 있으므로 이를 이용한 개선된 분석방식을 제안한다.

III. 개선된 분석 방식의 제안과 전파상수의 변화

오차보정상수의 일반화식을 얻기 위하여 통상적인 도파로 분석의 규격화 방식을 따랐다. 도파로 중심과 외부의 광학계수를 각각 n_1 , n_2 라고 할 때, 광학계수의 차이 지표를 $\Delta \equiv (n_1^2 - n_2^2)/(2n_1^2)$ 로, 광도파로들을 구분하는 지수로서 규격화주파수는 $V \equiv (w/2)k n_1 \sqrt{2\Delta}$ 로 기존의 정의를 따른다. 이제 몇 가지 경우의 도파로에 대하여 규격화주파수를 얻고 앞에서 도입한 Γ 와 그에 대응하는 Gaussian 근사방법의 비례상수 $2w_0/w$ 를 비교하여 그림 5에 나타내었다. 여기서 1과 2의 경우는 각각 파장이 $1.55 \mu\text{m}$ 인 빛에 대한 Raised 형태(RW)와 Buried 형태(BW)의 도파로이고($Q = 1.009$, $w = 2.15 \mu\text{m}$), 파장이 $0.83 \mu\text{m}$ 인 빛에 대한 실리카 도파로의 경우를 6의 경우에 일반화하여 나타내었고, 3, 4, 5는 n_1 , n_2 를 조금씩 변화한 경우의 결과들이다. 닫힌 원(●)들은 각 $1/V$ 의 경우마다 Airy함수해로부터 여러 곡률반경의 lateral offset을 구하고 그 결과

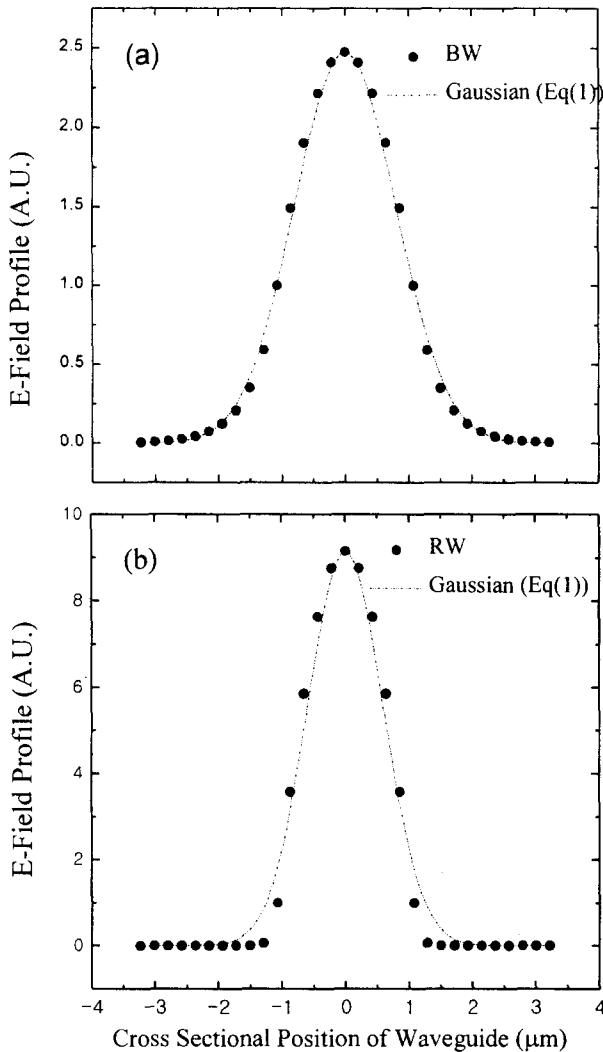


그림 4. (a) Buried 형태와 (b) Raised 형태의 직선형 광도파로에서의 전기장 분포와 Gaussian 근사분포 비교.

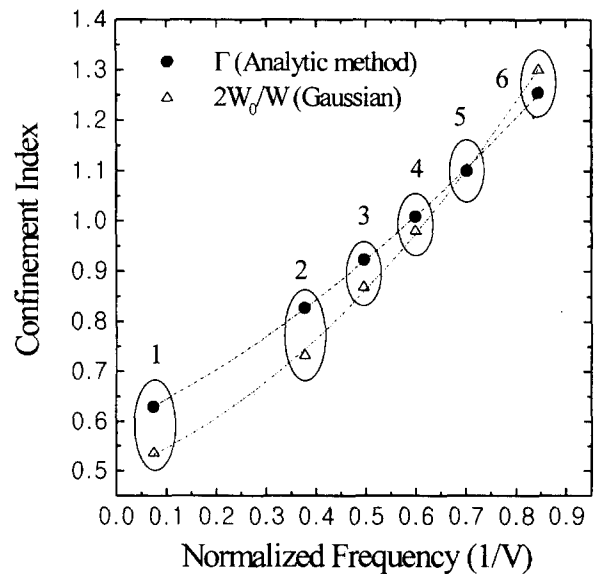


그림 5. Normalized Frequency의 역수($1/V$)를 변수로 일반화시켜 표현한 전기장 Confinement Index 비교 분석.

들을 식 (4)에 fitting하여 구해낸 Γ 의 수치들이며, 열린 정삼각형(Δ)은 Gaussian 근사로 간편히 구한 $2w_0/w$ 이다. 변수인 $1/V$ 에 따라 Γ 와 $2w_0/w$ 의 크기가 바뀌고 있음에 주의하자. 이는 앞에서 논의한 대로 광가둠의 정도가 바뀔에 따라 전기장의 모드 분포가 Gaussian 형태와 달라지는 것은 물론 실리콘 도파로와 InP 도파로의 Γ 와 $2w_0/w$ 에 관한 전기장의 유효 폭 특성이 서로 뒤바뀌고 있음을 말해 주고 있다. 즉, 실리콘 도파로에 대해 큰 문제가 없었지만, InP 도파로의 경우는 Gaussian 근사가 아닌 다른 방법으로 lateral offset을 구해야 함을 의미한다. 이제, Gaussian 근사방법의 이러한 계산오차를 일반적으로 보정하기 위해 Γ 와 $2w_0/w$ 를 비교하는 오차보정상수(correction factor) η 를 아래와 같이 정의하였다.

$$\text{오차보정상수 (correction factor) } \eta \equiv \frac{\Gamma}{2w_0/w} \quad (5)$$

여기서 w_0 는 식(1)로부터 얻은 Gaussian 근사의 결과로 얻는 유효폭이며, w 는 도파로의 실제폭, Γ 는 광가둠인자이다. 이때 규격화주파수의 역수를 변수로 설정하고 그림 5의 1, 2, 6의 세 점을 잇는 Γ 와 $2w_0/w$ 에 대한 2차의 fitting함수를 구하면 각각

$$\Gamma(1/V) = 0.5913 + 0.4945(1/V) + 0.3409(1/V)^2 \quad (6)$$

$$2w_0/w(1/V) = 0.4992 + 0.4100(1/V) + 0.6409(1/V)^2 \quad (7)$$

의 결과를 얻는다. 식 (5)에 이들 결과식 (6)과 (7)을 적용하여 η 의 변화함수를 구하면

$$\eta(1/V) = \frac{\Gamma}{2w_0/w}(1/V) = \frac{0.5913 + 0.4945(1/V) + 0.3409(1/V)^2}{0.4992 + 0.4100(1/V) + 0.6409(1/V)^2} \quad (8)$$

를 얻는다. 3과 4, 5는 이 fitting함수에 잘 일치함을 확인하기 위해 별도로 구하여 그림에 추가한 경우이다. 이로써 Gaussian 근사방법을 사용하여 간편히 광도파로 설계계산을

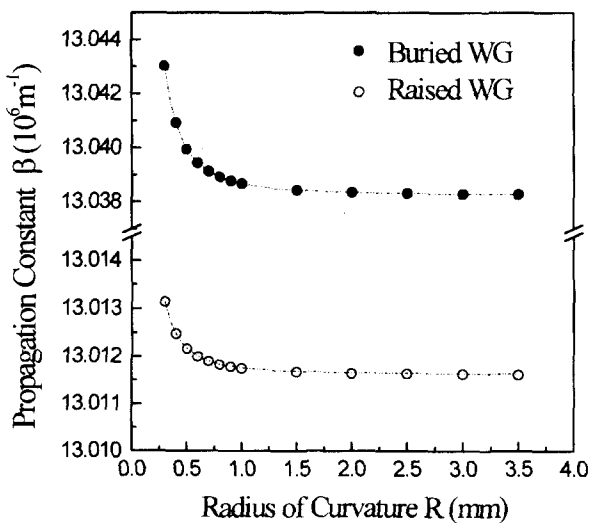


그림 6. 곡률반경의 변화에 따른 전파 상수의 변화.

수행하더라도 이 함수식들을 식 (4)에 적용하면 일반적으로 오차를 보상할 수 있어 신속하고 정확한 설계가 가능하다.

전파 상수는 상기의 Airy함수해 분석시에 부수적으로 계산되어야 하는 중요한 수치이며, 도파로의 설계시 phase 변화의 계산에 큰 영향을 미치게 되므로 곡률반경에 따른 전파 상수의 변화를 정확히 이해하는 것이 중요하므로 별도로 그 경향을 알아보았다. 이 전파상수의 변화를 그림 6에 보여주고 있는데, 곡률 반경이 작아짐에 따라 전파상수 값이 증가하는 전형적인 경향을 보이고 있다. 닫힌 원(\bullet)과 열린 원(\circ)은 각각 Buried 형태와 Raised 형태의 도파로에 대한 영차 모드의 전파 상수를 나타내며, 계산범위내에서 변화량($\Delta\beta \equiv \beta_{R=0.3\mu\text{m}} - \beta_{\text{직선}}$)은 BW가 3배정도 심하고 $\Delta\beta_{\text{BW}}$ 와 $\Delta\beta_{\text{RW}}$ 가 각각 5000, 1500 정도이다. 이는 BW가 곡률반경에 따른 전파 상수의 변화가 커서 phase영향을 심하게 받는 광도파로의 설계시에 이를 고려해야 함을 뜻한다.^[10] 이 변화를 실험식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\beta_{\text{곡선}} = \frac{A}{R^2} + \beta_{\text{직선}} \quad (9)$$

이때, 그림 1의 두 도파로 구조에 대해 BW의 계수는 $A \approx 0.00043$, $\beta_{\text{직선}} \approx 13.0382 \times 10^6$ 이었고, RW의 계수는 $A \approx 0.00014$, $\beta_{\text{직선}} \approx 13.0116 \times 10^6$ 정도로 얻었다. 이러한 실험식은 직선형 도파로의 전파상수 기준하에서 곡선형 도파로의 전파상수 변화 양상을 비교적 정확하고 간편하게 계산하게 하므로, 배열 도파로 소자를 비롯한 중요한 광소자들의 위상 조건과 도파로 길이 결정 등의 복잡한 전산시능 설계시에 유용하게 응용될 수 있다.

IV. 결 론

Gaussian 분석 방법은 이중 광도파로 접속에 있어서 곡률 반경에 따른 lateral offset 거리를 간편하게 계산할 수 있다는 장점을 가지는 반면에 해석적인 함수해 분석 방법과 비교하여 약 35%의 오차를 보였다. 그 원인은 광도파로의 전기장 모드분포를 Gaussian으로 근사하여 유효폭을 얻는 과정에서 분포함수의 특성이 차이를 갖기 때문임을 알았고, 정확한 함수해로부터 분포함수의 특성을 파악하여 그 변화를 정량화하였다. 또, 정확한 계산과의 오차를 일반화하여 보정하는 개선안을 제시하여 간편성을 보존하면서도 정확한 lateral offset의 설계가 가능하도록 하였다. 또한, 위상계산의 기초가 되는 전파상수의 곡률 반경에 따른 변화를 살펴 두가지 특정한 경우에 대하여 실험식을 세우고 그 식이 잘 fitting 되고 있음도 보였다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부가 주관하는 미래원천 기술개발사업의 지원과 인하대학교 기계 기술 공동 연구소의 부분적인 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] S.J. Garth, "Mode behaviour on bent planar dielectric waveguides", *IEEE Proc.- Optoelectron*, **142**(2) 115 (1995).
- [2] Vijaya Subramanian, Gregory N. De Brabander, David H. Naghski, and Joseph T. Boyd, "Measurement of Mode Field Profiles and Bending and Transition Losses in Curved Optical Channel Waveguides", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, **15**(6) 990 (1997).
- [3] Tsutomu Kitoh, Norio Takato, Mitsuho Yasu, and Masao Kawachi, "Bending Loss Reduction in Silica-Based Waveguides by Using Lateral Offsets", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, **13**(4), 555 (1995).
- [4] H. Kogelnik and V. Ramaswamy, "Scaling Rules for Thin-Film Optical Waveguides", *Applied Optics*, **13**(8), 1857 (1974).
- [5] Yoshihisa Yamamoto, "Characteristics of Optical Guided Modes in Multilayer", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **QE-11**(9), 729 (1975).
- [6] G.B. Hocker and W.K. Burns, "Mode dispersion in diffused channel waveguides by the effective index method," *Applied Optics*, **16**(1), 113 (1977).
- [7] E.C.M. Penings, R.J. Deri, R. Bhar, T.R. Hayes, and N. C. Andreadakis, "Ultracompact, All-Passive Optical 90°-Hybrid on InP Using Self-Imaging", *IEEE Photonics Technology Letters*, **5**(6), 701 (1993).
- [8] 박순룡, 오범환, "곡선형 3차원 광도파로의 Offset 분석" *Proceedings of Photonics Conference '97* pp. 160-161, 1997.
- [9] 박순룡, 오범환, "곡선형 도파로의 lateral off-set 분석: Correction factor의 도입", 제5회 광전자공학 학술회의 논문집 ('98 Conference on Optoelectronics and Optical Communications), pp. 129-130, 1998.
- [10] 박순룡, 라상호, 김우택, "3차원 구조 곡선형 도파로의 모드 해석을 통한 lateral off-set의 최적화", 제4회 휴먼테크 논문대상 수상 논문집, pp. 187, 1998.

Improved method of lateral offset calculation for optical waveguide

Soon Ryong Park, Woo Taek Kim, Sang Ho Ra and Beom-hoan O
Dept. of Electronic Materials and Devices Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

(Received August 27, 1998, Revised manuscript received December 1, 1998)

As the radius of curvature of a curved optical waveguide gets smaller, the loss increases at the junction of linear-curved waveguide by the cross sectional mode mismatch. The concept of lateral offset has been used widely to minimize it, and simple method of maximum matching has been efficient for most cases of silica waveguide with low optical confinement and large radius of curvature. Here, we analyzed that the propagation mode characteristics of the lateral offset and propagation mode characteristics of general case with effective index method and Airy function solution. As the normalized frequency varies, mode characteristics changes near the boundary of $1/V = 0.7$ and the simple matching of gaussian profile might give ~35% of error at most. We proposed improved method with a new correction factor to improve the mode mismatch problem of conventional methods for general cases, and showed the convenience and feasibility of this method for the calculation of the lateral offset.