

4×4행렬 연산에서 Fabry-Perot 간섭효과의 제거방법*

우성일 · 백홍일 · 박구현 · 박세민 · 이기동 · 윤태훈 · 김재창

부산대학교 전자공학과

(1997년 11월 24일 받음)

비균일 단축결정(inhomogeneous uniaxal) 매질 내에서 빛의 전파를 Berreman의 4×4행렬을 사용하여 계산할 때, 광원이 단색광일 경우 매질 내의 불연속점에서 발생하는 다중 반사로 인한 Fabry-Perot 간섭효과에 의해, 투과광은 간섭효과가 나타나게 된다. 본 논문에서는 Berreman의 4×4행렬 연산에서 Fabry-Perot 간섭효과를 제거하기 위한 apodization 방법을 제시하였다. 매질내에 k개의 불연속 경계면이 있을 경우, 새로운 apodization 방법은 최대 (k+1)개의 4×4행렬을 부가적으로 곱하므로써 전체 전달행렬을 계산할 수 있다. 이를 twisted-nematic(TN) LC cell의 광투과 특성 계산에 적용한 결과 간섭 패턴을 효과적으로 제거할 수 있음을 확인하였다.

I. 서 론

액정과 같은 비균일 단축결정 물질이나 다층구조의 광학소자의 광투과 특성을 계산할 때 Berreman의 4×4 행렬방법^[1,2]이 널리 사용되고 있다. 이러한 층구조의 비균일 매질 내에서 전자기파의 공간 전파는 4×4 행렬로 정확하게 표현될 수 있다. 일반적으로 다층 매질에는 광학적 불연속점(굴절율이 변하는 점) 들이 존재하여, 전자기파가 반사하는 요인이 된다. 따라서 입사 광원이 단색광인 경우에는 이런 경계면에서 발생하는 다중 반사에 의해 Fabry-Perot 간섭효과가 나타나게 된다. 그러나, LCD와 같은 많은 광학 소자들은 단색 광원을 사용하지 않으므로, 4×4 행렬방법으로 광투과 특성을 계산할 경우 Fabry-Perot 간섭효과의 제거가 요구된다. 지금까지 Fabry-Perot 간섭효과를 없애기 위한 여러 방법들이 제시되었다. 예를 들면 파장 평균법,^[2] 층의 두께조절, index matching 방법,^[3] apodization 방법,^[4] single-reflection 방법^[5] 등이 있다. Berreman은 LCD(Liquid Crystal Display)의 광투과 특성을 계산하는데 있어서 굴절율이 변하는 경계면에 apodizing layer 라는 가상의 층을 사용하였는데, 이 층은 입사되는 광의 위상을 입사방향에 무관하게 $\lambda/4$ 만큼 변화시킨다. Apodizing 층을 추가한 경우와 그렇지 않은 경우에 대해 계산 결과를 평균하면 기수차항(odd-order)의 반사 성분이 제거된 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 본 논문에서는 새로운 apodization 방법을 제시하였다. 입사광의 크기를 등분한 뒤 서로 다른 경로를 진행함으로써 해서 발생하는 상대적 위상차를 이용하여 간섭효과를 효과적으로 제거할 수 있음을 보였다. 여기서 $\lambda/4$ -apodizing layer 와 90° phase-shifter가 가상의 layer로 사용되었다. 이 결과를 TN-LC cell의 투과 특성을 계산하는데 적용하여 Berreman의 방법과 그

결과를 비교해 보았다. 또한 프로그램의 구현을 보다 간단하게 할 수 있음을 확인하였다.

II. 4×4 Matrix Method

일반적으로 비균일 매질은 여러 층으로 나누어 각 층을 균일한 매질로 간주할 수 있다. x, y, z를 일반 직각좌표계로 생각할 경우 각 층은 다시 각각의 x', y', z'의 좌표계(principle coordinate system)로 표현될 수 있다.^[1,2] x-y평면을 매질의 표면, x-z평면을 입사광의 입사 표면이라고하고 z방향으로 전파하는 빛이 공기로부터 매질로 임의의 각도로 입사된다고 할 경우 Maxwell 방정식으로부터 매질의 경계 조건을 만족하는 전자기파의 접선 성분의 관계식을 다음과 같이 미분방정식의 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{d\psi}{dz} = -ik_0 \Delta(z)\psi \quad (1)$$

여기서 $\psi=(E_x, H_y, E_z, -H_x)^T$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$ 이고 $\Delta(z)$ 는 4×4 행렬로 표현되고 각 성분은 유전율텐서에 의해서 결정된다. 두께가 $h(Z_2-Z_1)$ 인 매질에 대해서 식(1)의 해를 구하면 $\psi(Z_1)$ 과 $\psi(Z_2)$ 를 다음과 같이 4×4 전달행렬 P로 관계지을 수 있다.

$$\psi(Z_2) = P(Z_2, Z_1)\psi(Z_1) \quad (2)$$

$$P(Z_2, Z_1) = \exp(-ik_0 \Delta h) = I - i \frac{k_0 h}{1!} \Delta - \frac{(k_0 h)^2}{2!} \Delta^2 + \dots \quad (3)$$

I는 4×4 단위행렬이고 P는 테일러급수로 표현되는데 고차항을 무시하기 위해서는 h가 충분히 작아야 되므로 두께가 두꺼운 매질에 대해서는 계산 시간이나 계산량이 많아지게 된다. 이를 Cayley-Hamilton 정리를 이용하면 식 (3)의 행렬함수는 n-1차의 유한 급수로 표현될 수 있다.^[2] 여기서 n은 행렬의 차원이다.

III. Berreman의 Apodization Method

Berreman은 다층 매질을 통과한 투과광에서 간섭효과를 제

*본 연구는 부산대학교 기성회 재원연구비로 이루어졌음.

저하기 위한 방법으로 apodizing layer라는 가상의 층을 사용했다. 이 층은 모든 방향으로부터 입사되는 광의 위상을 $\lambda/4$ 만큼 변화시키는 역할을 한다. 예를 들어 임의의 매질에 광이 입사되는 경우와 $\lambda/4$ apodizing layer가 더해진 매질에 입사되는 두 가지 경우를 생각할 수 있는데, 기수차항 반사 성분에 대해서 계산해 보면 이 층이 추가된 경우는 추가되지 않은 경우에 비해 π 만큼 위상차가 생기게 된다. 즉 모든 기수차항의 반사 성분이 서로 상쇄될 수 있다. $\lambda/4$ apodizing layer의 경우 기수차항의 반사 성분을 제거하기 위해서는 홀수 개만큼 사용할 수 있다. Berreman은 TN LCD구조에서 공기-편광판, 공기-검광판 그리고 두 개의 전극-액정의 경계면 중 한 부분 총 세 군데의 경계면에 apodizing layer를 추가하여 간섭 패턴이 제거된 투과 특성을 얻을 수 있음을 보였다. 4×4 apodization 행렬은 다음과 같이 표현된다.¹⁴⁾

$$A = i \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} / n^2 & 0 & 0 \\ n^2 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} \\ 0 & 0 & \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 n 은 인접한 층의 굴절율이고, 비등방성 매질일 경우에는 평균 굴절율이 된다. θ_{inc} 는 z축에 대한 입사광의 입사각이다. 이러한 가상의 apodizing layer를 사용하여 layer가 추가된 경우와 그렇지 않은 경우에 대해서 투과광을 계산한 뒤 각 결과를 평균하면 간섭효과가 제거된 결과를 얻을 수 있다. 이 방법에서는 이러한 'recycling-segments' 과정이 필요하므로 n 개의 apodizing layer를 사용할 경우 평균값을 구하기 위해서는 2^n 개의 계산 결과가 필요하게 된다.

IV. New Apodization Method

위에서 언급한바와 같이 기존의 Berreman의 방법에서는 평균값을 구하기 위해서는 많은 데이터량이 필요함을 알 수 있다. 따라서 컴퓨터 연산을 위해서는 많은 메모리 공간을 필요로 한다. 여기서는 이러한 문제점을 개선함과 동시에 Fabry-Perot 효과에 의한 간섭 패턴을 효과적으로 제거할 수 있는 방법을 제시한다. 먼저 입사광이 한 매질에 입사되기 전에 그 크기를 등분한 뒤 각각의 입사광을 광학적으로 서로 다른 경로를 진행시킴으로써 상대적인 위상차를 조절할 수 있게 되고, 이를 이용하면 간섭효과를 효과적으로 조절할 수 있게 된다. 이러한 원리를 이용해서 각 경로에서의 투과광과 반사광의 상대적 위상차를 각각 동위상 및 역위상이 되게 하므로써 출력광의 간섭 효과를 제거할 수 있게된다. 등분된 입사광이 진행하는 경로를 살펴보면 다음과 같다. 첫째 경로에는 Berreman의 방법처럼 $\lambda/4$ apodizing layer를 사용하였고 둘째 경로에는 90° phase-shifter에 의해 투과광의 위상이 입력광의 위상보다 90° 앞서도록 하였다. 입사 광의 1/2은 첫 번째 경로를 진행하고 나머지 1/2은 두 번째 경로를 진행하게된다. 그렇게되면 반사 없이 투과된 광은 동위상이 되고 모든 기수차

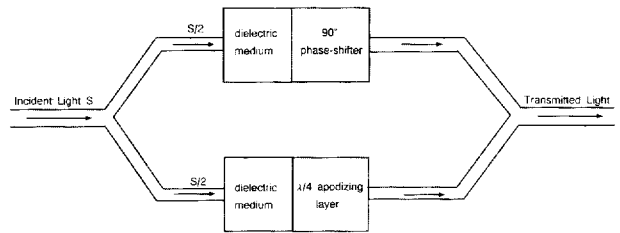


그림 1. 등분된 입사광원의 진행경로

항의 반사 성분은 Berreman의 apodization 방법에서처럼 π 만큼 위상차가 생기므로 서로 상쇄될 수 있다. 따라서 두 경로를 진행한 출력을 합하면 기수차항의 반사 성분이 제거된 투과 특성을 얻을 수 있다. 우수차항(even-order)의 반사 성분은 동위상이 되어 상쇄되지 않으므로 투과 광에서 우수차항의 반사에 의한 손실은 계산 결과에 포함된 상태이다. 그림 1은 등분된 입사광원의 진행 경로를 도식적으로 나타내고 있다. 이 그림에서, 첫째 경로에서 다층매질 다음에 나타나있는 90° phase-shifter에 의해 두 경로의 투과광의 위상이 서로 동위상이 된다. 여기서 사용된 새로운 apodization 행렬을 수학적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$B = \frac{A + iI}{2} \quad (5)$$

$$= \frac{i}{2} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} / n^2 & 0 & 0 \\ n^2 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} \\ 0 & 0 & \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{inc}} & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 I 는 4×4 단위행렬이고 A 는 기존 Berreman의 apodization 행렬이다.

새로운 apodizing layer를 굴절율이 변하는 경계면에 추가하고 apodization 행렬 B 를 포함하므로써 다층구조 시스템의 전체 전달행렬을 구할 수 있게된다. 예를 들어 한 층으로 구성된 매질에 두 개의 apodizing layer를 왼쪽과 오른쪽에 사용하면 전체 전달행렬을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_{total} = \frac{A + iI}{2} P_m \frac{A + iI}{2} = \frac{1}{4} (AP_m A + iAP_m + iP_m A - P_m) \quad (6)$$

여기서 P_m 은 빛이 입사되는 매질의 전달행렬이다. 식 (6)에서 보듯이 두 개의 apodizing layer를 사용할 경우 입사광을 4등분된 후 4개의 서로 다른 경로로 진행하게 된다. 전체 k -층구조 시스템에서 최대 $k+1$ 개의 apodizing layer를 사용할 수 있고, 만약 k 개의 layer를 사용하면 입사광이 2^k 만큼 등분되어 $2k$ 개의 서로 다른 경로를 진행한 뒤 각 출력이 더해지게 된다. 이 방법에서는 투과광을 평균하는 과정이나 'recycling-segments' 과정이 필요하지 않으므로 컴퓨터 연산시 기존의 Berreman 방법보다는 처리 데이터량이 줄어들게 된다. 사용하는 apodizing layer의 수는 기수 또는 우수 모두 가능하며, 굴절율이 변하는 모든 경계면에 apodizing layer를 적용할 수 있으므로 더 좋은 결과를 얻을 수 있다. 또한 k 개의 layer를

사용하면 기존의 4×4 matrix 방법에서 전체 전달행렬에 단지 k개의 행렬을 곱하게 되므로, 이 apodization 방법에서 부가적으로 소요되는 시간은 무시할 수 있다. 이 방법은 굴절율이 변하는 모든 경계면에 추가할 경우 더 좋은 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다. 이 결과를 수치 계산에 적용한 결과 빠른 실행 속도를 보였으며, 또한 프로그램을 간단하게 구현할 수 있었다.

V. TN LC cell의 모델링과 광투과 특성의 수치 계산

단색광이 아닌 back-light를 사용하는 LCD의 광학적 특성을 계산하거나 모델링할 경우 4×4행렬 방법을 적용하는데 있어서 Fabry-Perot 간섭효과를 제거함으로써 정확한 결과를 얻을 수 있다. 본 논문에서 제시된 방법을 적용하여 TN-LC cell의 광투과 특성을 계산하는데 적용해 보았다. 전체 구성은 편광판, 유리기판, 액정, 유리기판, 검광판으로 되어있다고 가정하였다. 액정은 광축이 공간상의 임의의 방향으로 놓여있는 층구조의 비균일 단축결정으로 생각할 수 있다. 이를 다시 충분히 작게 여러 층으로 나누어 각층을 균일 단축결정으로 간주한다. 본 수치 계산에서는 전체 액정층을 100개의 층으로 나누었다. 수치계산에 사용된 액정의 모델은 Merck ZLI-3651으로 하였다. 액정분자의 전체 꼬임각은 90°, 프리틸트각은 2°로 하였고 광축이 x, y에 대해서는 일정하다고 가정하였다. 편광판과 유리기판은 각각 흡수성의 균일 단축결정 및 균일 등방성 매질로 생각할 수 있다. 편광판과 검광판의 투과축은 러빙 방향과 평행하게 하였다. 이 경우 전압이 인가되지 않은 상태에서 투과광의 세기가 가장 크다(normally-white mode). 수치 계산을 하는데 사용된 각 파라메타들은 다음과 같다; 액정 : $n_e=1.593$, $n_o=1.4923$, $k_{11}=12.8 \times 10^{-7}$ dyne, $k_{22}=7.4 \times 10^{-7}$ dyne, $k_{33}=15.5 \times 10^{-7}$ dyne, $\epsilon_1=7.3$, $\epsilon_2=3.6$, 두께=6 μm ; 액정의 꼬임각=90°; 유리기판 : $n=1.5$, 두께=1 mm; 편광판 : $n_e=1.5+i1.5 \times 10^{-3}$, $n_o=1.5+i2.5 \times 10^{-5}$, 두께=0.2 mm (편광판: 0°, 검광판: 90°). 여기서 세 개의 apodizing layer를 추가하였으며, 추가된 위치는 공기-편광판, 공기-검광판 그리고 두개의 유리기판-액정의 경계면 중 한 부분, 총 세 군데의 경계면이다. 위의 모델에서 각층은 각각의 전달행렬로 표현할 수 있고 모든 행렬을 곱하므로써 전체 전달행렬을 구할 수 있다. 수직입사에 대해서 파장에 따른 광투과 특성을 apodization되지 않은 경우, Berreman의 apodization방법, 그리고 본 논문에서 제시한 방법으로 계산한 결과를 비교하였고 그림 2에 나타내었다. 또한 한 파장에 대해 입사각을 변화시킨 경우에 대해서 조사해 보았고 그 결과를 그림 3에서 비교하였다. 수직입사에 대해 인가 전압에 따른 투과 특성을 각각의 경우에 대해서 계산하여, 그 결과를 그림 4에 나타내었다. 여기서 입사광의 파장은 550 nm이다. 전압을 on/off한 경우 액정의 동특성은 Erickson-Leslie의 액정유체방정식을 적용하여 시뮬레이션 하였다.^[6] 일반적으로 TN-LC는 전압을 인가하지 않은 경우 가시광 영역에서는 Mauguin조건을 만족하게 된다. 이 경우 액정층은 단지 polarization guiding의 역할을 하게 되므로, 따라서 입사광의 편광특성과 투과광의 편광특성은 같게된다. 예

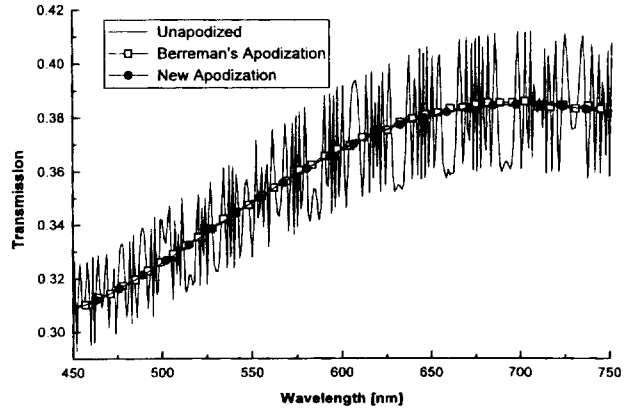


그림 2. TN-LC cell의 수직입사에 대한 파장에 따른 투과율의 변화

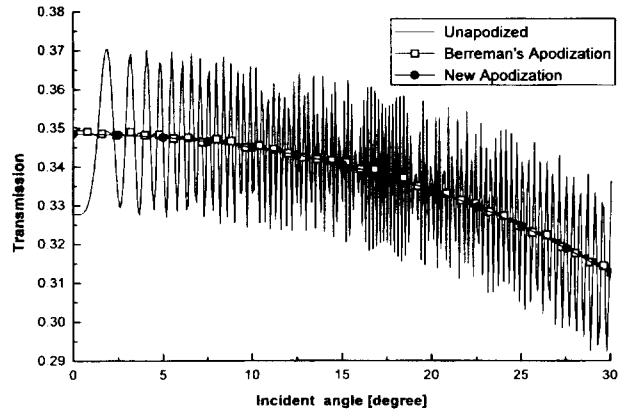


그림 3. TN-LC cell의 입사각에 대한 투과율의 변화 (입사광의 파장: 550 nm)

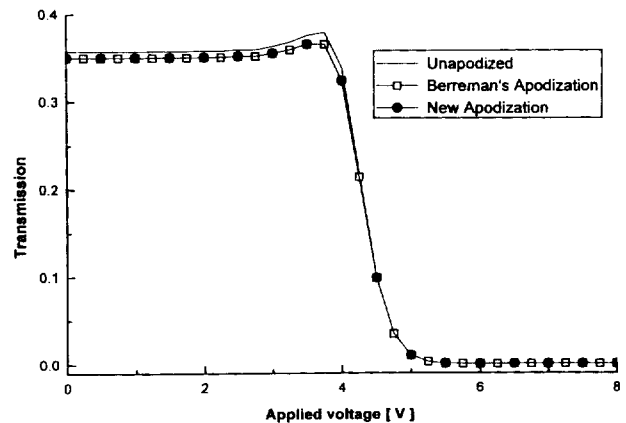


그림 4. TN-LC cell의 인가전압에 대한 투과율의 변화 (입사광의 파장: 550 nm)

를 들어 입사광이 선편광일 경우 투과광은 단지 편광 방향이 90°회전된 선편광이 된다. 이렇게 두 편광특성이 같게 되므로 가간섭성에 의해 경계면에서 발생하는 반사성분에 의한 Fabry-Perot 간섭효과는 더욱 커지게 된다.^[5] 반면에 전압이 인가될 경우 액정층은 점점 Mauguin 조건을 만족할 수 없게 되고 임계치에 도달하면 더 이상 polarization guiding의 역할을 하

지 못하게 된다. 이때 액정층에서 발생하는 phase retardation에 의해 입사광에 대해 출력광 또는 액정의 경계면에서 발생하는 반사광의 편광특성이 바뀌게 된다. 이렇게 되면 입사광과 반사광의 편광이 서로 다르기 때문에 Fabry-Perot 간섭효과가 줄어들게 된다. 그림 4에서 알 수 있듯이 임계전압 이상의 영역에서는 Fabry-Perot 간섭효과를 제거한 시뮬레이션 결과와 그렇지 않은 경우 두 결과가 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

VI. 결 론

단색광이 아닌 광원을 사용하는 LCD의 광학적 특성을 모델링 하거나 계산 하는데 있어서 4×4 행렬 방법을 사용할 경우 Fabry-Perot 간섭효과를 제거함으로써 정확한 결과를 얻을 수 있다. 본 논문에서는 4×4 행렬 연산에서 Fabry-Perot 간섭효과를 효과적으로 제거할 수 있는 새로운 방법을 제시하였으며, TN-LC cell의 광투과 특성을 계산하는데 적용하였다. 이 방법은 Berreman의 apodization 방법과 달리 recycling segment에 의해 결과를 평균하는 과정이 없기 때문에 계산량이

줄어든다. 이렇게 처리 데이터량이 줄어들게 되므로 컴퓨터 연산시 보다 적은 메모리를 요구한다. 그리고 k 개의 apodizing layer를 사용할 경우 기존의 4×4 행렬에 단지 k 개의 apodization 행렬을 곱하기 때문에 이 과정에서 소요되는 부가적인 시간은 무시할 수 있을 정도로 작아서 기존의 4×4 행렬 연산 방법과 같은 연산 속도로 정확한 결과를 얻을 수 있다. 또한 프로그램을 보다 간단하게 구현할 수 있음을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] D. W. Berreman, J. Opt. Soc. Am. **62**, 502 (1972).
- [2] 양병관, 김규석, 노봉규, 김진승, 박희갑, 박 찬, 한국광학회 **6**, 223 (1997).
- [3] K. H. Yang, J. Appl. Phys. **68**, 1550 (1990).
- [4] D. W. Berreman, SID 93 Digest, 101 (1993).
- [5] H. L. Ong, Jpn. J. Appl. Phys. **33**, 1085 (1994).
- [6] D. W. Berreman, J. Appl. Phys. **46**, 3746 (1975).

Elimination of the Fabry-Perot effect in a 4×4 matrix method

Seong-Il Woo, Heum-Il Baek, Ku-Hyun Park, Se-Min Park, Gi-Dong Lee,
Tae-Hoon Yoon and Jae-Chang Kim
Dept. of Electronics Engineering, Pusan National University, Pusan 609-735, Korea

(Received : November 29, 1997)

In calculating the light propagation in inhomogeneous uniaxial materials by using a conventional 4×4 matrix method, Fabry-Perot effect is caused by inherent multiple internal reflections at interfaces for monochromatic light source. In this paper we propose an apodization method by which we can eliminate in negligible time the interference fringe in the 4×4 matrix optics. For a cell with k abrupt interfaces, the new apodization method can be implemented simply by, at maximum, $(k+1)$ additional 4×4 matrix multiplications in calculating the complete transfer matrix of the cell.