

## 경계요소법에 의한 원형함유물에서 파생되는 경사균열의 응력확대계수 해석

박성완\*, 황순원\*\*

### Analyses of Stress Intensity Factors for Slant Crack Emanating from Circular Inclusion by Boundary Element Method

Sung-Oan Park\*, Soon-Won Hwang\*\*

#### Abstract

In order to study the influence of a circular inclusion on a stress field near a crack tip, mutual interference of a slant crack and the circular inclusion is analyzed by using the two dimensional boundary element method program made for the analysis of a bimaterial inclusion.

As the crack emanates at the equivalent slant crack angle the correction factors  $F_I$  and  $F_{II}$  for the inclusion with small Young's modulus were found to decrease as the inclusion radius increased.

The correction factors for inclusion with large Young's modulus increase as the inclusion radius increases at the equivalent radius of the inclusion, the correction factors decrease as the slant crack angle increases for the aspect ratio  $\frac{c}{W} = 0.1$  irrespective of the Young's modulus. For  $\frac{c}{W}$  greater than 0.2, they increase as the slant crack angle increases.

There is no influence of stress mutual interface after crack emanates beyond the inclusion radius.

Key Words : Mutual Interference(상호간섭), Circular Inclusion(원형 함유물), Boundary Element Method(경계요소법), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Rigid Support(강성지지)

### 1. 서론

\* 시립 인천전문대학 기계설계과

\*\* 인천기능대학 생산기계기술학과

재료나 구조물의 파괴는 사용중에 그 응력집중부로 부터 발생한 균열의 성장에 기인하는 것이 많다. 따라서 구멍이나 노치(notch)등의 가장자리에서 발생하여 성장하는 균열선단의 응력확대계수(Stress Intensity Factor : SIF)해석은 지극히 중요하며 이 SIF의 도입으로 균열의 거동을 정량적으로 논할 수 있게 되었다. 그러므로 SIF는 물체속의 균열을 다루는 파괴역학의 인자로서 다양한 기하학적 형태와 하중조건에 대한 균열문제에 대하여 이 값을 결정하기 위한 여러 해석들이 제안되어져 왔다.<sup>(1-4)</sup>

그러나 이들의 연구의 대부분은 균질등방 탄성체를 대상으로 하였다. 구조재료로서 복합재료가 많이 사용되고 있는 현실에서 특성이 다른 함유물을 모재와 접합하면 접합시의 잔류응력이나 재료특성의 불연속에 기초하여 응력 집중 등이 발생하며 이들이 접합강도에 강하게 영향을 부여한다. 따라서 이종재료 함유물을 포함한 복합탄성체에 대한 연구는 강도평가에 영향을 미치는 인자가 다양하므로 해석적인 검토가 곤란한 것도 있고 미해결의 문제도 많이 남아 있다.

기계적 성질이 다른 이종재료 함유물이 포함된 균열거동에 대한 이론해석은 England<sup>(5)</sup>가 원형의 탄성함유물을 포함한 접합경계면 균열에 기계적하중을 작용시킬 경우에 대하여 Hilbert문제를 풀었으며 Tamate<sup>(6)</sup>는 2차원 탄성 이론을 기초로 Muskhelishvili 복소함수를 사용하여 인장응력이 작용하는 무한평판내에 직선균열 주위의 응력장에서 다른 탄성재료의 원형 함유물 효과를 해석하였다. Toya<sup>(7,8)</sup>는 원형의 탄성함유물과 타원형 강성도가 큰 함유물을 포함한 접합경계면 균열에 대한 균열성장조건을 구하였으며 Erdogan<sup>(9,10)</sup> 등은 균열과 함유물의 상호작용 문제를 에지전위(edge dislocation) 이론을 기초로 적분방정식으로 해석하였고 Hsu<sup>(11)</sup> 등은 원형 함유물과 동일 직선상의 대칭균열에 대해 Muskhelishvili 복소함수를 이용하여 해석하였다. Sheng<sup>(12)</sup> 등은 Erdogan 등의 적분방정식을 이용하여 무한체 내에 원형함유물 주위의 분기 균열이 면외 전단을 받을 때 균열진전 경로를 해석하였다. 또한 최근에 Yuuki<sup>(13,14)</sup> 등은 이종재료 접합재의 계면균열의 응력확대계수를 유한요소법이나 경계요소법에 의하여 수치해석 하였으며 Gotoh<sup>(15)</sup>, Qu<sup>(16)</sup> 등은 이방성 이종재료 계면균열의 응력확대계수를 해석하였다. Shih<sup>(17,18)</sup> 등은 계면균열의 소규모 항복조건이나 탄소성해석 및 대변형해석도 행하여 재료표면형상, 계면구조, 접합프로세스, 역학(치수, 부하, 잔류응력등) 및 사용환경등이 상호연관되는 복잡한 현상을 규명하였으나 아직 검토하여

야 할 많은 과제가 남아 있으며, 이종재료 함유물의 형상과 함유물 경계가 함유물에서 파생되어 진전하는 균열의 거동에 미치는 영향을 파악하는 것은 실용적으로 중요하며, 이것에 대한 연구는 그다지 흔하지 않는 것이 사실이다.

따라서 본 논문은 원형 함유물의 형상이 함유물에서 파생되어 진전하는 경사균열선단의 응력장에 미치는 영향을 조사하기 위하여, 탄성계수가 다른 원형 함유물에서 파생되는 유한길이의 경사균열이 존재하는 유한체에 대하여, 선형탄성이론을 기초로 경계조건에 적용이 용이하면서 고정도의 해석이 가능한 경계요소법(Boundary Element Method)을 적용하고, 이종재료 함유물 해석용 2차원 프로그램을 개발하여 유한판에 대한 원형 함유물의 종류 및 함유물의 종횡비 변화에 따른 응력확대계수(Stress Intensity Factor)를 수치해석하였으며, 유한폭 변화에 대한 역학적 거동을 검토하여 원형 함유물과 함유물에서 파생되어 진전하는 경사균열의 상호간섭을 연구하고자 한다.

## 2. 개영역문제의 적분방정식 정식화

Fig. 1에 표시한 임의 형상의 구멍을 가지는 무한체에 대하여 고려한다. 이 영역에는 체적력이 없는 것으로 가정하였다. 구멍의 경계상  $S$ 에서 변위 또는 표면력이 주어져 있고 구멍을 둘러싼은 구(球)를 고려하여 그 반경을  $R$ , 구(球)의 경계표면을  $S_R$ 로 한다.  $S$ 와  $S_R$ 로 둘러싸인 영역에 관한 경계적분방정식이 다음과 같이 성립한다.

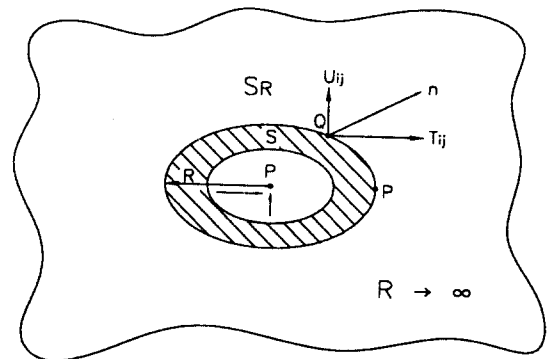


Fig. 1 Hole in the infinite plate

$$C_{ij}(P)U_i(P) + \int_S T_{ij}(P, Q)u_j(Q) ds + \int_{S_R} T_{ij}(P, Q)u_j(Q) ds \quad (1)$$

$$= \int_S U_{ij}(P, Q)t_j(Q) ds + \int_{S_R} U_{ij}(P, Q)t_j(Q) ds$$

식(1)에서  $U_{ij}(P, Q)$ ,  $T_{ij}(P, Q)$ 는 무한영역에서 단위집중하중의 기본해(fundamental solution)로 그 물리적 의미는 영역  $S$ 내의 임의의 점  $P$ 에  $i$ 방향의 단위 집중력을 작용시키는 경우의 영역  $S$ 내의 임의의 점  $Q$ 의  $j$ 방향의 변위와 표면력이다.  $C_{ij}$ 는 경계형상에 의하여 정해지는 계수이다. 여기서  $R \rightarrow \infty$ 의 극한 조작을 하면  $S_R$ 에 관한 경계적분은 해석적이 되므로 0으로 된다.

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{S_R} [T_{ij}(P, Q)u_j(Q) - U_{ij}(P, Q)t_j(Q)] dS(Q) = 0 \quad (2)$$

$P$ 는  $S$ 상에,  $Q$ 는  $R \rightarrow \infty$ 의  $S_R$ 상에 있기 때문에

$$ds = O(R^2)$$

$$T_{ij}(P, Q) = O(R^{-2})$$

$$U_{ij}(P, Q) = O(R^{-1})$$

여기서  $O(\ )$ 는  $R \rightarrow \infty$ 로의 점근특성(漸近特性)을 표시한다.

무한히 먼 곳에서의 응력이 0으로  $S$ 상에서만 표면력이 작용하는 것으로 고려하면  $S$ 상에서의 힘의 평형이 유지되지 않는 경우는 Saint-Venant의 원리에 의하여 원점(구멍의 중심)에 집중력이 작용하는 경우와 동일한 거동을  $u_j(Q)$ ,  $t_j(Q)$ 가  $R \rightarrow \infty$ 일 때 나타낸다.

즉 기본해와 동일한 거동을 나타낸다.

$$u_j(Q) = O(\ln R), \quad t_j(Q) = O(R^{-1}) \quad (3)$$

따라서 식(2)의 개개의 적분은  $R \rightarrow \infty$ 에 있어서 각각 0으로 되고 식(2)가 성립된다. 즉 개영역문제에 대한 경계적분방정식은 다음과 같이 된다.

$$C_{ij}(P)u_j(P) + \int_S T_{ij}(P, Q)u_j(Q) ds \quad (4)$$

$$= \int_S U_{ij}(P, Q)t_j(Q) ds$$

가 얻어진다.

기본해인 Kelvin의 해<sup>(19)</sup>  $T_{ij}(P, Q)$ ,  $U_{ij}(P, Q)$ 를 사용하면 무한영역의 문제가 식(4)에 의하여 용이하게 해석가능 하게되고 이 경우도 자유표면의 경계적분이 불필요하게 되기 때문에 구멍에 대하여 이산화(離散化)하면 된다.

무한체에 대한 경계적분방정식 식(4)에 대하여 강제변위조건을 적용하면

$$C_{ij}(P) + \int_S T_{ij}(P, Q) ds \quad (5)$$

$$+ \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{S_R} T_{ij}(P, Q) ds = 0$$

$T_{ij}(P, Q)$ 는  $P$ 점에  $i$ 방향의 단위집중력이 작용하는 것을 의미하므로  $P$ 를 취하여 둘러싸은  $S_R$ 의 적분을 시행하면

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{S_R} T_{ij}(P, Q) ds = -\delta_{ij} \quad (6)$$

식(6)에서 -부호는  $S$ 와  $S_R$ 상에서  $n$ 의 정의의 상위(相違)에 대응하므로

$$C_{ij}(P) = \delta_{ij} - \int_S T_{ij}(P, Q) ds \quad (7)$$

가 얻어지고 이것을  $I$ 를 단위 매트릭스로 하여 이산화시킨 형으로 표시하면  $H_{ij} = I - \sum_{i \neq j} H_{ij}$ 가 얻어진다.

이것을 절점에 관하여 정리하면

$$[H]\{u\} = [G]\{t\} \quad (8)$$

이다.

여기서  $\{u\}$ 는 전절점(全節點) 변위벡터,  $\{t\}$ 는 전절점 표면력 벡터이다.

### 3. 경계요소법 프로그램

#### 3.1 프로그램의 구성

경계요소법에 의한 이종재료 함유물 해석용 2차원 프로그램은 균질재 영역 및 비균질재 영역을 임의의 형상에서

다중영역 경계요소해석이 가능하도록 프로그램을 작성하였다. 각 영역에 대한 요소수, 절점수, 내점수와 각 재료의 물성치 및 경계조건을 읽어서 기본해의 가중치를 구하고 기본해의 적분을 행한다. 절점에서 표면력이 알려져 있으면 계수 매트릭스의 대각성분을 저장한후 전체 계수 매트릭스를 완성한다. 또한 절점에서 변위가 알려진 경우는 오른쪽의 열(列)벡터를 저장하여 전체방정식을 풀고 내점의 응력이나 변위를 계산한다. 그리고 균열선단에서의 응력확대계수를 계산한다. 전체적인 프로그램의 구성은 다음 3단계로 구성 되어있다.

(제 1단계)

요소의 중심의 좌표와 면적을 계산하고 요소의 개별좌표  $x, y$ 의 기본 벡터를 전체좌표  $X, Y$ 로 표시한다. 요소의 중심의 좌표와 각변을 이루는 4개의 삼각형의 면적이 요소전체의 면적에 대한 비율을 계산하여 무한체내에서 사변형요소와 동일한 평면부분에 크기 1의 등분포하중이 작용할 때 요소중심에 있어서 변위를 계산하기 위해 요소에 관한 입력 데이터와 계산된 면적과 개별좌표 각 방향의 기본벡터를 포함한 연립방정식을 조립한다.

(제 2단계)

연립방정식의 계수 행렬식을 24열마다 분할하고 경계조건을 부여하여  $j$  요소에 알맞는 크기 1의 가중치에 의해 발생하는 요소  $i$ 의 표면력 혹은 변위를 계산하여 연립방정식의 계수행렬식을 계산한다. 이때 요소  $j$ 의 중심에서 요소  $i$ 를 중심으로 벡터의 전체좌표로 표시된 성분 ( $XX, YY$ )를 구하여 가중치 크기 1로 작용한 경우의 응력과 변위를 계산하는 서브루틴을 불러서 전체좌표로 표시된 요소  $i$ 의 개별좌표의 기본 벡터를 요소  $j$ 의 개별 좌표로 나타낸다.

서브루틴에서 전송 되어진 요소  $i$ 의 중심의 위치에 있어서 응력과 변위는 요소  $j$ 의 개별좌표로 나타내어 지고 있기 때문에 이것을 요소  $i$ 의 개별좌표로 나타낸다. 이 경우 응력은 요소  $i$ 에 있어서 표면력으로 변환된다.

(제 3단계)

서브루틴에서 크기 1의 집중하중이 무한체에 작용한 경우의 임의점의 응력과 변위를 계산한다. 이때 집중하중은 좌표의 원점으로 2개의 좌표축을 각각의 정(正)의 방향을 향해서 사용한다.

3.2 프로그램의 검증

본 프로그램의 검증을 위하여 균질등방 탄성체를 대상으로 Fig. 2에 표시한 것과 같이 Srawley<sup>[20]</sup>의 해석도

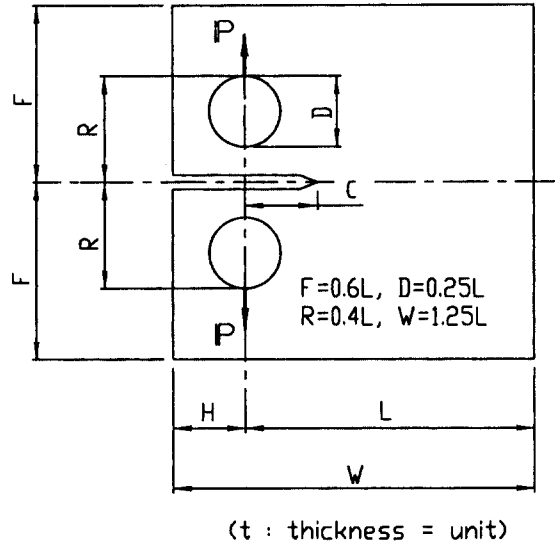


Fig. 2 Compact test specimen

결과 동일한 모델인 CT 시험편에 대하여 대칭성을 고려하여서 시험편의 1/2 영역을 53요소로 요소분할하여 해석하였다. 해석한 결과를 Table 1에 표시하며 오차는 3.7%이내의 좋은 일치치를 보여주고 있으며 Fig. 3은 CT 시험편의 요소분할도이다. 탄성 함유물을 포함한 재료에 대해서는 Tamate<sup>[6]</sup>의 해석모델과 동일하게 하여 직선균열 주위의 응력장에서 이종 탄성재료의 원형 함유물 효과를 전단탄성계수( 균질재의 전단탄성계수 :  $G_0$ , 함유

Table 1 Stress intensity factor of compact test specimen

$\frac{c}{L}$	Present results	Srawley
0.1	3.44	
0.2	4.433	4.274
0.3	5.725	5.621
0.4	7.302	7.279
0.5	9.658	9.659
0.6	13.66	13.65
0.7	21.44	21.55
0.8	41.25	41.20

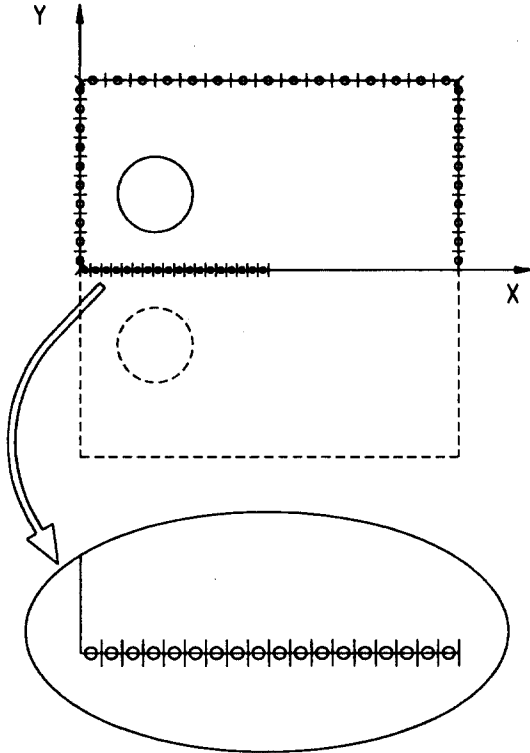


Fig. 3 Mesh pattern of compact test specimen

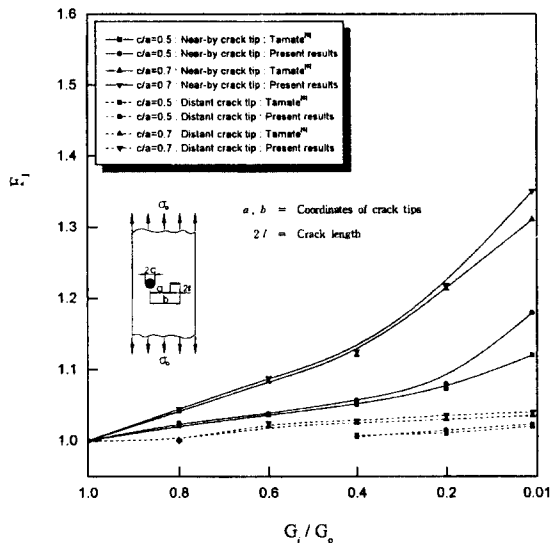


Fig. 4 Stress intensity factor versus shear modulus ratio

물의 전단탄성계수 :  $G_i$ ) 비에 따라 해석하였다. 해석한 결과를 Fig. 4에 표시하며 5%이내의 일치를 보여주고 있다. 따라서 이상의 샘플테스트 결과 본 프로그램의 유효성을 확인 할수 있었다.

#### 4. 해석결과 및 고찰

원형 함유물에서 파생되어 진행되는 경사균열선단의 응력에 미치는 영향을 조사하기 위하여 탄성계수가 다른 원형 함유물과 함유물의 반경변화 및 함유물에서 파생되어 진행되는 경사균열에 대하여 Fig. 5에서 판폭의 비  $c/W = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ , 함유물의 반경  $R = 1\text{mm}, 2\text{mm}, 3\text{mm}, 4\text{mm}, 5\text{mm}, 6\text{mm}$ , 경사균열의 각도  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.35, 0.5, 1.5$ 로 하였다.

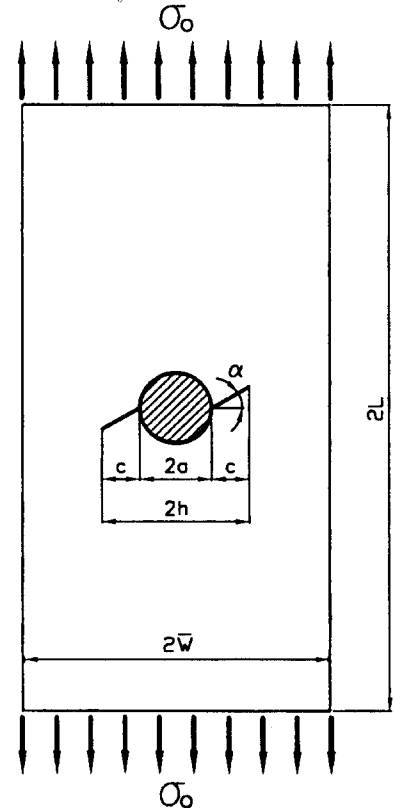


Fig. 5 Configuration of specimen and coordinate system

요소는 선형요소로 탄성 함유물이 모재에 삽입될 때 함유물과 모재의 재료결합을 완전접착에 가깝도록 이상화하기 위하여 경사균열 부분을 제외하고 함유물과 모재의 접착에 대한 함유물의 강성지지(rigid support)는 19.6 KN/mm로 함유물과 모재를 완전결합체로 하였고 함유물과 모재를 블록화하여 접착하도록 한 2차원 경계요소법 프로그램을 개발하여 수치해석 하였으며 수치적분은 해석적으로 처리하였다. 사용한 컴퓨터는 IBM PC(Pentium, 120MHz, RAM 64MB) 기종으로 계산시간은 문제당50 분 정도 소요되었다.

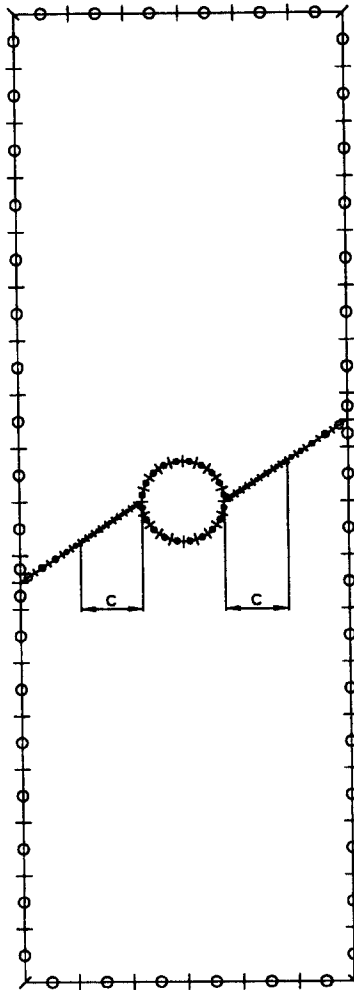


Fig. 6 Mesh pattern of specimen for slant crack emanating from circular inclusion

일반적인 재료에 있어서 푸아송비  $\nu$ 의 변동범위가 작은 것을 고려하여 평면응력은  $\nu_1 = \nu_i = 0.43$  (평면 변형률은  $\nu_1 = \nu_i = 0.3$ 에 상당)으로 고정하였고 폭  $(2W) = 60$ , 높이  $(2L) = 200$ 인 평판이 인장응력을 받는 경우 평면응력 상태에서 총요소수를 100요소로 요소분할 하였다. Fig. 6은 요소분할을 표시한 것이다.

응력확대계수값은 경계요소법에 의한 직접해만을 사용하여 절점밀도가 낮아도 변위법과 응력법을 접속하는 것에 의하여 각각 단독으로 사용하는 것보다 상당히 정도가 좋은  $K$ 를 외삽하여 얻는 접속외삽법(hybrid extrapolation method)<sup>[21]</sup>을 사용하였으며 응력확대계수를  $F_I = K_I / \sigma_0 \sqrt{\pi c}$ ,  $F_{II} = K_{II} / \sigma_0 \sqrt{\pi c}$ 으로 무차원화 하였다.

Fig. 7은 함유물 반경  $R = 1\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.35$ 일 때 경사균열의 각도에 따른 판폭의 비  $(c/W)$ 와 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$ 를 표시한 것으로 무차원 응력확대계수  $F_I$ 은 경사균열의 각도  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 는 판폭의 비가 증가할수록 서서히 증가되나 경사균열의 각도  $\alpha = 60^\circ, 75^\circ$ 는 판폭의 비가 증가할수록 급격한 증가를 나타낸다. 특히 판폭의 비  $c/W=0.2$ 에서의 급격한 기울기는 함유물과 경사균열의 상호작용으로 판단된다. 판폭의 비  $c/W=0.1$ 과  $c/W=0.8$ 을 비교하면 경사균열의 각도  $\alpha = 15^\circ$ ,

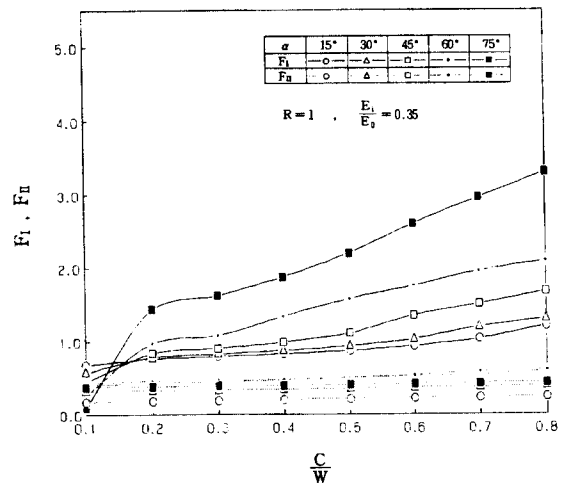


Fig. 7 Stress intensity factor versus  $c/W$

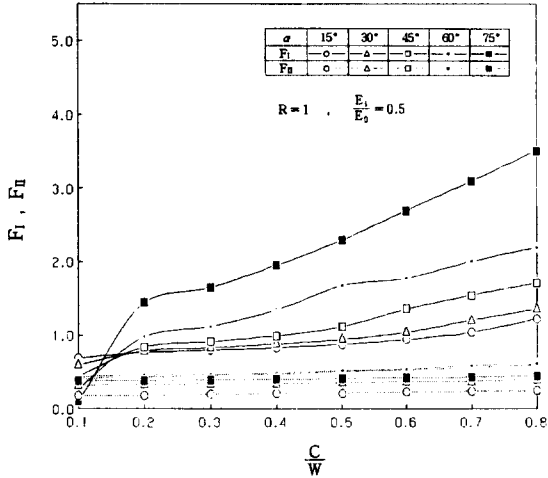


Fig. 8 Stress intensity factor versus  $c/W$

30°, 45°까지는 1 ~ 3 배의 증가를 나타내나  $\alpha = 60^\circ$ 에서는 7.8배  $\alpha = 75^\circ$ 에서는 33배라는 급격한 증가를 표시하고 있다.

무차원 응력확대계수  $F_{II}$ 는 판폭의 비가 증가할수록 서서히 증가하며 경사균열의 각도  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 까지 증가하다가  $75^\circ$ 에서는 다시 감소하고 있다.

이것은 유한폭 유한길이의 판재가 길이에 의한 영향과 함유물에 의한 응력상호간섭의 효과라고 생각된다.

Fig. 8은 함유물 반경  $R = 1\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 0.5$ 일 때 경사균열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$ 를 표시한 것으로 전체적으로 Fig. 7과 같은 경향을 표시하고 있다.

Fig. 9는 함유물 반경  $R = 1\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 1.5$ 일 때 경사균열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$ 를 표시한 것으로 전체적으로 Fig. 7, 8과 같은 경향을 표시하고 있다.

이것은 판폭의 비가 작을 때는 즉 균열길이가 작을 때는 균열이 진전됨에 따라 탄성계수가 큰 함유물의 응력장이 균열선단응력장에 중첩되므로 큰값을 나타내고 균열이 함유물 반경 이후의 진전 때에는 균열의 진전에 의한 함유물

은 압축되므로 압축응력이 작용하기 때문에 균열선단의 응력확대계수 증가는 미미하고 균열이 더욱더 진전될 때는 판폭의 영향으로 응력확대계수가 크게 증가된다고 생각된다.

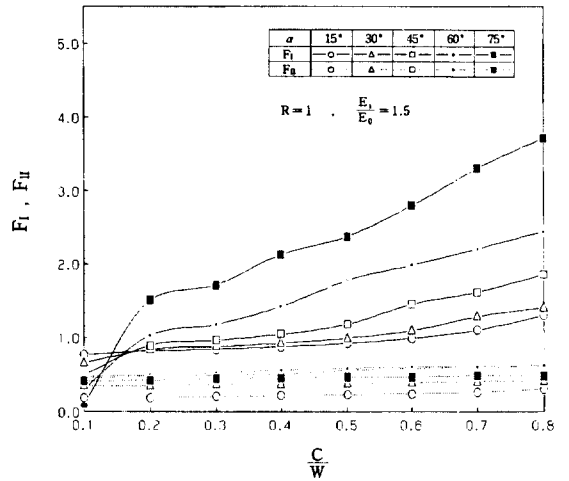


Fig. 9 Stress intensity factor versus  $c/W$

Fig.10은 함유물 반경  $R = 2\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 0.35$ 일 때, Fig.11은 함유물 반경  $R = 2\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 0.5$ 일 때, Fig. 12는 함유물

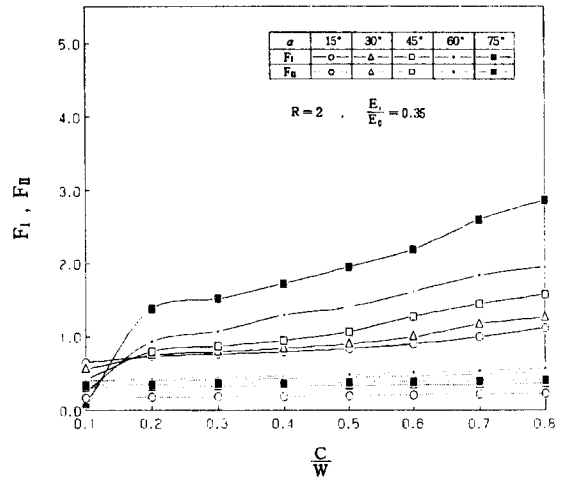


Fig. 10 Stress intensity factor versus  $c/W$

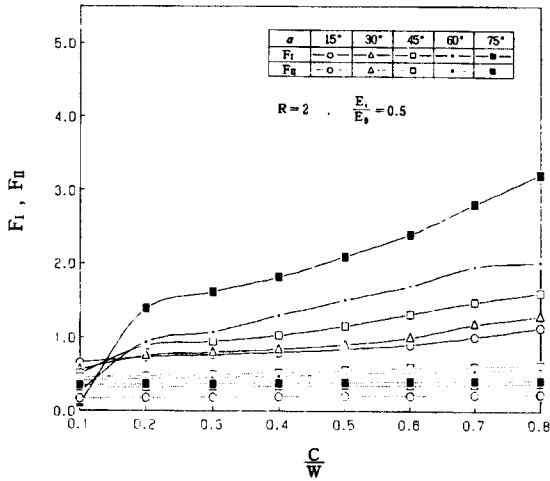


Fig. 11 Stress intensity factor versus  $c/W$

물 반경  $R = 2\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 1.5$  일 때 경사균열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수

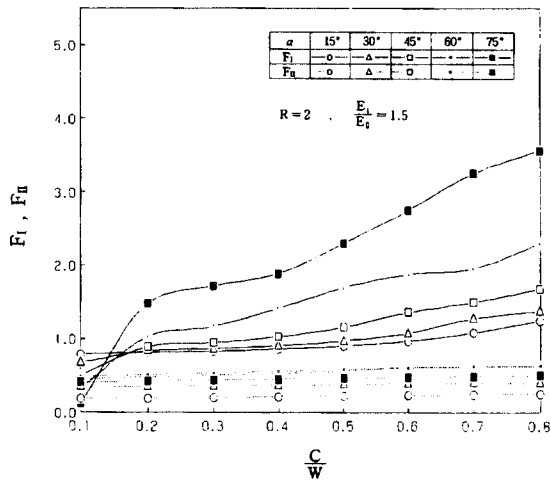


Fig. 12 Stress intensity factor versus  $c/W$

$F_I, F_{II}$  를 표시한 것으로 전체적으로 Fig. 7 ~ Fig. 9와 같은 경향을 나타내고 있다. 이것은  $F_I$  은 합

유물의 탄성계수비에 관계없이 경사균열의 각도에 따라 함유물과 상호작용이 발생하는 것으로 알 수 있으며 함유물의 반경이 증가할수록 감소하는 것을 알 수 있다.  $F_{II}$  는 함유물의 반경과 탄성계수에 관계없이 동일한 경향을 나타내고 경사균열의 각도  $\alpha = 60^\circ$  에서 최대값을 표시하고 있다.

Fig. 13은 함유물 반경  $R = 3\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 0.35$  일 때, Fig. 14는 함유물 반경  $R = 3\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 0.5$  일 때, Fig. 15는 함유물 반경  $R = 3\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_1}{E_0} = 1.5$  일 때 경사균열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$  를 표시한 것으로 무차원 응력확대계수  $F_I$  은 경사균열의 각도  $\alpha = 60^\circ, 75^\circ$  에서 판폭의 비  $c/W = 0.1 \sim 0.2$  까지 급격한 기울기로 증가하다가  $c/W = 0.2 \sim 0.4$ 까지는 완만한 기울기로  $c/W = 0.4 \sim 0.8$ 까지 급격히 증가하고 있다. 그 외에는 전체적으로 Fig. 10, 11, 12와 같은 경향을 나타내고 있다.

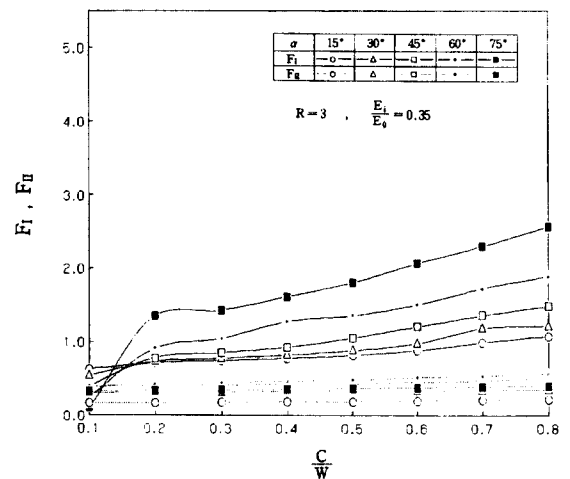


Fig. 13 Stress intensity factor versus  $c/W$



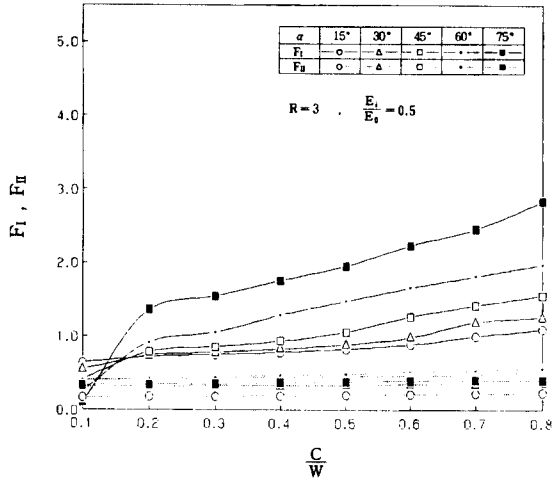


Fig. 14 Stress intensity factor versus  $c/W$

Fig.16은 함유물 반경  $R = 4\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.35$  일 때, Fig.17은 함유물 반경  $R = 4\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.5$  일 때, Fig.18은 함유물 반경  $R = 4\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 1.5$  일 때 경

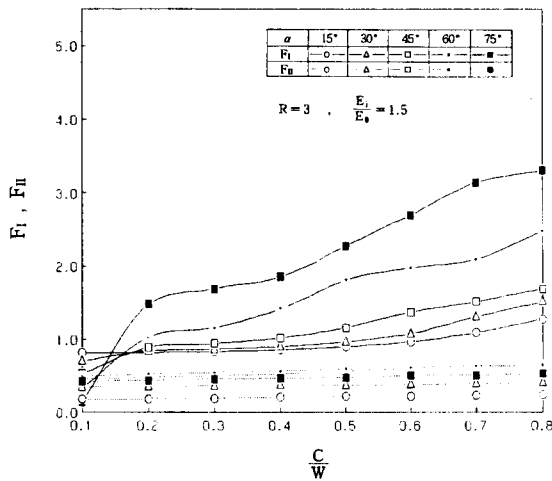


Fig. 15 Stress intensity factor versus  $c/W$

사균열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$  를 표시한 것으로 전체적으로 Fig.13 ~ Fig.15와 같은 경향을 나타내고 있으며 무차원 응력확대

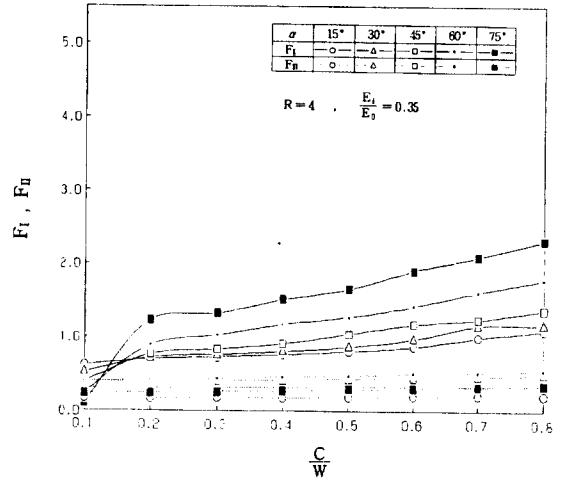


Fig. 16 Stress intensity factor versus  $c/W$

계수  $F_I$  은 경사균열의 각도  $\alpha = 60^\circ, 75^\circ$  에서 탄성계수비에 관계없이 판폭의 비에 따라 일정한 간격을 유지하고 있다.

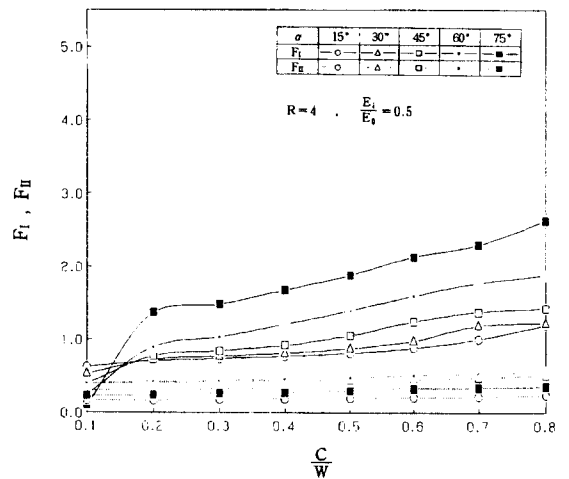


Fig. 17 Stress intensity factor versus  $c/W$

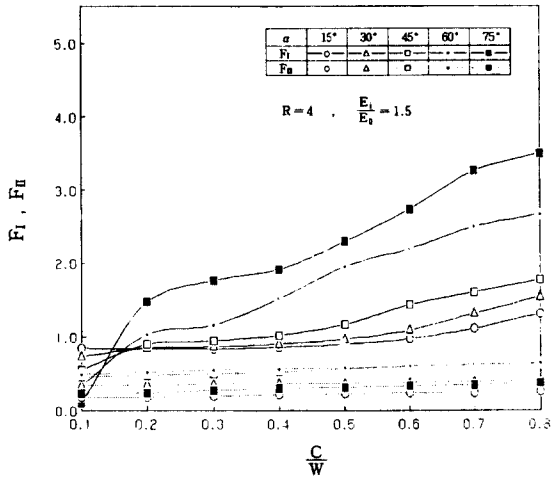


Fig. 18 Stress intensity factor versus  $c/W$

Fig.19는 함유물 반경  $R = 5\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.35$  일 때, Fig.20는 함유물 반경  $R = 5\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.5$  일 때, Fig.21은 함유물 반경  $R = 5\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 1.5$  일 때 경사균

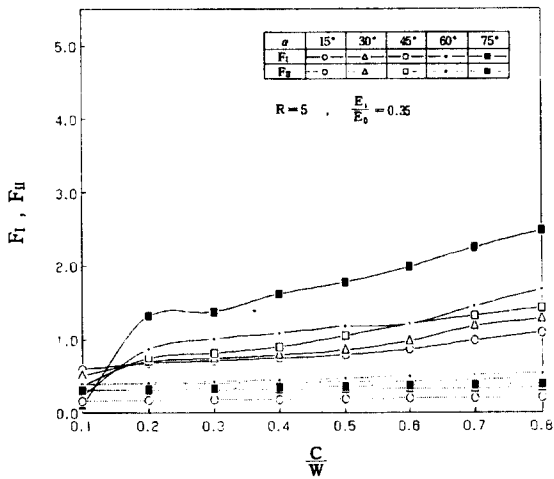


Fig. 19 Stress intensity factor versus  $c/W$

열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$  를 표시한 것으로 전체적으로 Fig.16 ~ Fig.18과 같은 경향을 나타내고 있으며 무차원 응력확대

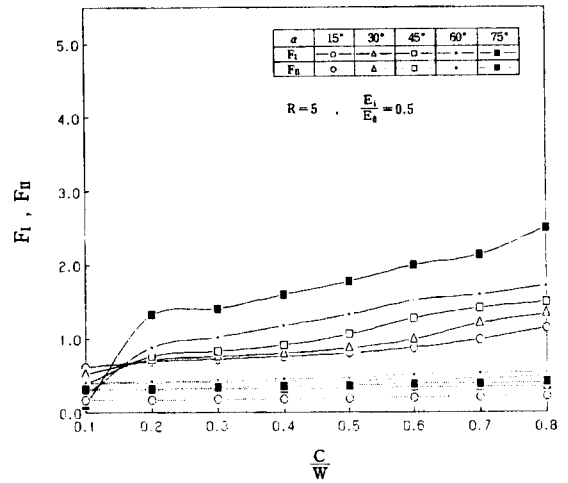


Fig. 20 Stress intensity factor versus  $c/W$

계수  $F_I$  은 경사균열의 각도  $\alpha = 60^\circ$  일 때 탄성계수 비에 따라 판폭의 비  $c/W = 0.5 \sim 0.6$  에서 급격한 증가를 나타내고 있다.

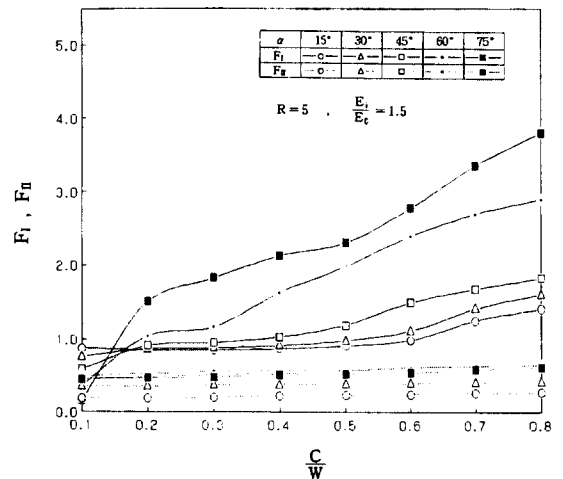


Fig. 21 Stress intensity factor versus  $c/W$

Fig.22는 함유물 반경  $R = 6\text{mm}$ , 탄성계수비

$\frac{E_i}{E_0} = 0.35$  일 때, Fig.23은 함유물 반경  $R = 6\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.5$  일 때, Fig.24는 함유물 반경  $R = 6\text{mm}$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 1.5$  일 때 경사 균열의 각도에 따른 판폭의 비와 무차원 응력확대계수

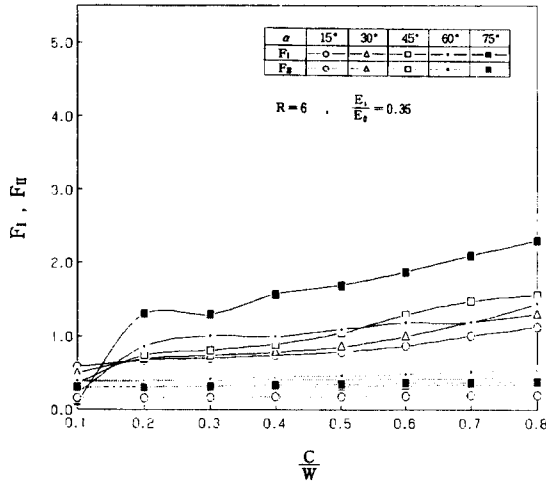


Fig. 22 Stress intensity factor versus  $c/W$

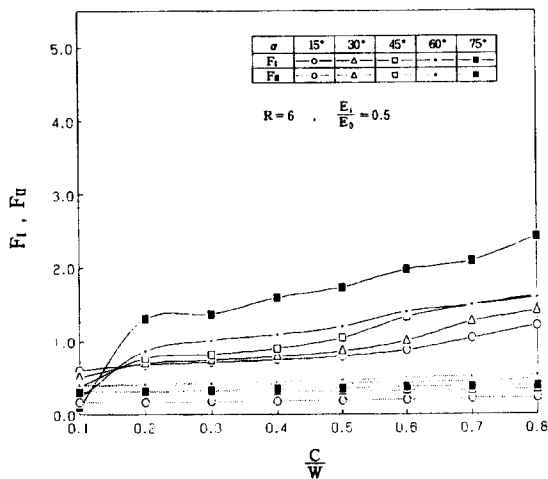


Fig. 23 Stress intensity factor versus  $c/W$

$F_I, F_{II}$  를 표시한 것으로 전체적으로 Fig.19 ~

Fig.21과 같은 경향을 나타내고 있다. 즉 무차원 응력확

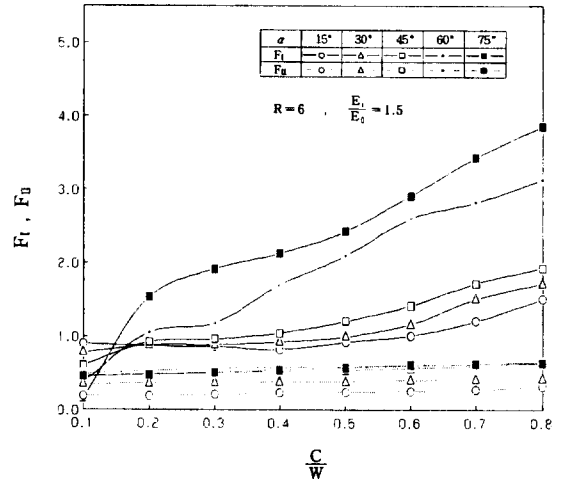


Fig. 24 Stress intensity factor versus  $c/W$

대계수  $F_I$  은 동일한 경사균열의 각도에서는 함유물의 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.35, 0.5$  에서는 함유물의 반경이 증가할수록 감소하며  $\frac{E_i}{E_0} = 1.5$  에서는 함유물의 반경이 증가할수록 증가하고 있다. 무차원 응력확대계수  $F_{II}$  도  $F_I$  과 같은 경향을 나타내고 있다. 함유물의 동일한 반경에서는 무차원 응력확대계수  $F_I$  은 탄성계수비에 관계없이 판폭의 비  $c/W = 0.1$  일 때 경사균열의 각도가 증가할수록 감소되며  $c/W = 0.2$  이후 부터는 경사균열의 각도가 증가할수록 증가한다. 무차원 응력확대계수  $F_{II}$  는 경사균열의 각도가 증가할수록 증가하다가  $\alpha = 60^\circ$  에서 최대값을 나타내고  $\alpha = 75^\circ$  에서 다시 감소된다.

## 5. 결론

원형 함유물에서 파생되는 경사균열 선단의 응력장에 미치는 영향을 조사하기 위하여 탄성계수가 다른 원형 함유물과 함유물 반경 변화 및 함유물에서 파생되어 진전하는 경사균열에 대하여 판폭의 비  $c/W = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ , 함유물의 반경  $R = 1\text{mm}, 2\text{mm}, 3\text{mm}, 4\text{mm}, 5\text{mm}, 6\text{mm}$ , 경사균열의

각도  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ , 탄성계수비  $\frac{E_i}{E_0} = 0.35, 0.5, 1.5$ 로하여 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$  는 동일한 경사균열 각도에서 균열이 진전됨에 따라 탄성계수가 작은 함유물은 함유물의 반경이 증가할수록 감소되며 탄성계수가 큰 함유물은 함유물의 반경이 증가할수록 증가된다.
- (2) 무차원 응력확대계수  $F_I, F_{II}$  는 함유물의 동일한 반경에서 탄성계수비에 관계없이 판폭의 비  $c/W = 0.1$  일 때 경사균열의 각도가 증가할수록 감소되며  $c/W = 0.2$  이후 부터는 경사균열의 각도가 증가할수록 증가한다. 무차원 응력확대계수  $F_{II}$  는 경사균열의 각도가 증가할수록 증가하다가  $\alpha = 60^\circ$  에서 최대값을 나타내고  $\alpha = 75^\circ$  에서 다시 감소한다.
- (3) 응력상호간섭의 영향은 균열이 함유물 반경길이 크기 진전 이후에는 그 영향이 없는 것을 알 수 있다.

### 참 고 문 헌

1. Griffith, A.A., 1921, "The phenomena of Rupture and Flow in Solids", Phil. Trans. Roy Soc., of London A221, pp.163.
2. Irwin, G.R., 1958, "Fracture Hand Buch der Physik", Springer, pp.551.
3. Williams, M.L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", J. App. Mech., Vol.24, pp.109-114.
4. Williams, M.L., 1961, "The Bending Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", J. App. Mech., Vol.28, pp.78-82.
5. England, A.H., 1962, "An Arc Crack around a Circular Elastic Inclusion", J. App. Mech., Vol.33, pp.637-640.
6. Tamate, O., 1968, "The Effect of a Circular Inclusion on the Stress around a Line Crack in a Sheet Under Tension", Int. J. of Fract. Mech., Vol.4, No.3, pp.257-265.
7. Toya, M., 1974, "A Crack along the Interface

- of a Circular Inclusion Embedded in an Infinite Solid", J. Mech. Phys. Solid, Vol.22, pp.325-348.
8. Toya, M., 1975, "Debonding along the Interface of an Elliptic Rigid Inclusion", Int. J. of Fract., Vol.6, pp.989-1002.
9. Erdogan, F. and Gupta, G.D., and Ratwani, M., 1974, "Interaction between a Circular Inclusion and an Arbitrarily Oriented Crack", J. App. Mech., pp.1007-1013.
10. Erdogan, F and Gupta, G.D., 1975, "The Inclusion Problem with a Crack Crossing the Boundary", Int. J. of Fract., Vol.11 No.1, pp.13-27.
11. Hsu, Y.C. and Shivakumat, V., 1976, "Interaction between an Elastic Circular Inclusion and Two Symmetrically Placed Collinear Cracks", Int. J. of Fract., Vol.12, No.4, pp.619-630.
12. Sheng, C.F. and Wheeler, L., 1981, "Crack Path Prediction for a Kinked Crack in the Neighborhood of a Circular Inclusion in an Infinite Medium", J. App. Mech., Vol.48, pp.313-319.
13. Yuuki, R. and Cho, S.B., 1989, "Efficient Boundary Element Analysis of Stress Intensity Factors for Interface Cracks in Dissimilar Materials", Engng. Fract. Mech., 34, pp.179-188
14. 結城良治, 曹相鳳, 1989, "異材界面き裂の應力擴大係數の境界要素弾性解析", 日本 機械學會論文集 A, 55-510, pp.340-347
15. Gotoh, M., 1967, "Some Problems of Bonded Anisotropic Plates with Cracks Along the Bond", Int. J. Fract. Mech., 3, pp.253-260
16. Qu, J. and Bassane, J.L., 1989, "Cracks on Bimaterial and Bicrystal Interfaces", J. Mech. Phys. Solids, 37, pp.417-433
17. Shih, C.F. and Asaro, R.J., 1988, "Elastic-Plastic Analysis of Cracks in

- Bimaterial Interface : Part I - Small Scale Yielding Fields", J. Appl. Mech., 55, pp.299-316
18. Shih, C.F. and Asaro, R.J., 1989, "Elastic-Plastic Analysis of Cracks in Bimaterial Interface : Part II - Structure of Small - Scale Yielding Fields", J. Appl. Mech., 56, pp.763-779
19. Brebbia, C.A., Telles, J. F., and Wrobel, L.C., "Boundary Element Techniques", Springer-Verlag, Berlin, 1984.
20. Srawley, J.E., "Wide Range Stress Intensity Factor Expressions for ASTM E399 Standard Fracture Toughness Specimens", Int. J. Frac. Mech., Vol.12, pp.475-476, 1976.
21. 結城良治, 木顔博行, 松本敏郎, 1984, "境界要素法における應力拡大係数の決定法", 第一回 境界要素法 シンポジウム, pp.85-90