

## 변태잠열을 고려한 담금과정의 열전도 해석

남 수 근\*

### Heat Distribution Analysis of an End-Quenching Process Considering Latent Heat of Transformation

Soo - Keun Nam\*

#### Abstract

It is very difficult to analyze the transient temperature distribution during quenching of the steel because of coupled effects among temperature, structures and stresses.

In this paper, using Inoue's equation of evolution and mixture rule, transient temperature distribution is calculated by the finite element method considering latent heat of transformation, structure and temperature dependence of physical and mechanical properties for the 0.45% carbon cylindrical steel bar with 40mm diameter and 20mm height during end-quenching.

Keywords : End-Quenching(말단담금), Martensite(마르텐사이트), Pearlite(페얼라이트), Austenite(오오스테나이트), Latent Heat(잠열), Transformation(변태), Phase Transformation(상변태), Mixed Rule(혼합법칙)

#### 1. 서론

강을 재결정온도까지 가열하여 일정시간 유지한 후 급냉에 의하여 변태의 일부를 억제함으로써 탄소가 과포화된 마르텐사이트(martensite) 조직을 얻는 열처리를 담금이라고 하며 강의 담금시 재료내부에 발생하는 응력<sup>1)</sup>으로는 온도구배에 의한 열응력, 변태팽창의 위치차이에 의한 변태응력 및 소성변형등에 의한 잔류응력이 발생하며 이것은 열처리균열이나 변형 및 피로파괴의 원인이 되고, 한편 압축잔류응력등은 피로강도를 향상시키는 역할을 하

기도 한다. 따라서 열처리과정중의 재료의 거동에 관한 해석을 하면 실용적으로 매우 유용하며 고온상태에서 사용되는 각종부품의 강도설계에 있어서 열응력의 해석은 중요하다. 따라서 이러한 현상을 해석하려는 시도는 종래부터 행하여져 왔으나 냉각속도에 따라서 조직의 변화가 심하고 상변태에 의한 체적팽창율등의 상호작용, 즉 온도, 조직, 응력등의 연성작용으로 인하여 대단히 어려운 점이 많다. 이러한 연성효과는 자연계에서 필연적으로 발생하는 것이지만 그 정도가 작은 경우 또는 해석상의 어려움으로 무시하는 경우가 많았으나 고온상태에서 재료의 거동을

\* 삼성항공산업(주) 정밀기기연구소

해석할 때에는 매우 중요하며 특히 상변태를 동반하는 경우 그 효과는 현저하다.

본 연구에서는 상변태를 동반하는 물체에 있어서 변태 잠열을 고려한 열전도 방정식<sup>5)</sup>을 유한요소법에 의하여 해석하였고 항온변태곡선<sup>6)</sup>과 Johnson과 Mehl의 실험결과를 이용하여 T. Inoue등이 구한 변태방정식<sup>1),7),8)</sup>으로부터 각 조직의 체적분율을 계산하였다.

## 2. 상변태에 따른 조직의 이행방정식

강을 오오스테나이트상태로부터 급냉하면 냉각속도 또는 온도이력에 의하여 상이 변화한다. 이러한 상변태<sup>9)</sup>는 확산변태, 무확산변태 및 혼합변태로 분류할 수 있으며 확산변태는 열적으로 활성화된 각각의 원자가 경계면을 가로질러 이동함에 따라 경계가 전진하여 가는 형으로 페라이트변태, 퍼얼라이트변태가 이에 해당하고 오오스테나이트상이 확산변태하는 것을 급냉에 의하여 저지하는 경우 오오스테나이트는 저온에 있어서 준평형상태로 유지되며 과냉도가 증가함에 따라 오오스테나이트가 분해되기 위한 구동력이 증가하여 다른 형의 변태를 일으키기에 충분하게 된다. 따라서 모상의 전영역에 걸쳐서 전단에 의하여 경계면이 넓어져 가고 새로운 결정이 만들어 진다. 이러한 변태를 무확산변태라 하며 마르텐사이트 변태가 여기에 해당한다. 그러나 실제의 경우 상변태는 확산변태와 무확산변태로 간단히 구별할 수 없으며 이들의 혼합된 상태로 이루어 진다. 이러한 중간형의 변태에는 베이나이트 변태가 해당된다고 할 수 있다.

본 연구에서는 베이나이트변태를 확산형변태, 즉 퍼얼라이트변태로 간주하며 변태유기응력은 작다고 가정하여 조직변화에 대한 응력의존성을 무시하였고 담금중에 상변태에 의한 조직변화를 고찰하기 위하여 혼합법칙을 적용하였다.

### 2.1 담금중의 조직변화

물질의 상변화에는 기체, 액체, 고체간의 변태가 있으며 금속에 있어서 고용체간의 변태과정은 매우 복잡하다. 무응력상태하에서의 항온변태과정<sup>6)</sup>을 보면 공식온도보다 높은 온도로부터 급냉하면 시편온도는 시간과 함께 저하하여 변태곡선의 C형의 곡선에서 오오스테나이트가 퍼얼라이트로 변태하기 시작하여 퍼얼라이트 변태 99%선에서 변태가 완료되는 것으로 한다. 이 과정에서 솔바이트, 투

루스타이트등의 조직이 생길 수도 있지만 이들을 포함하여 오오스테나이트-퍼얼라이트 변태로 본다. 한편 물체의 온도가 비교적 빨리 냉각하여 C형 곡선을 거치지 않을 경우 마르텐사이트 변태 개시온도인 Ms선에서 마르텐사이트 조직이 생기기 시작하여 Mf선에서 변태를 완료한다. 이들 두가지가 혼합된 경우로써 냉각조기에 C형의 곡선을 거쳐서 퍼얼라이트가 생기고 그 후 마르텐사이트 변태구역인 Ms선과 Mf선 사이에서 미변태의 오오스테나이트가 마르텐사이트로 변태한다. 이러한 변태과정을 오오스테나이트-마르텐사이트 변태로 나누어 이 두가지 변태기구 및 이행방정식에 관하여 고찰한다.

### 2.2 조직의 이행방정식

온도이력으로부터 상변태과정을 해석하는데 있어 T. Inoue등이 Johnson과 Mehl의 실험결과<sup>3)</sup>를 이용하여 구한 이행식<sup>1),7),8)</sup>을 사용하여 물체를 오오스테나이트, 퍼얼라이트, 마르텐사이트등 N개의 조직으로 이루어진 혼합체로써 가정하고 미소체적 V중에 존재하는 각 조직의 체적을 VI로 하면 조직의 체적분율  $\xi_i$ 는

$$\xi_i = \frac{V_i}{V} \quad (1)$$

로 주어지며 이때

$$\sum_{i=1}^N \xi_i = 1 \quad (2)$$

의 관계가 성립한다. 이와 같은 체적분율을 이용하여 물체의 역학적, 열적성질 g는

$$g = \sum_{i=1}^N g_i \xi_i \quad (3)$$

로 표시되며 상변태에 의한 조직변화를 고려하는데 있어 임의 물질점의 조성은 시간에 따라 변화하기 때문에 (3)식의 혼합법칙을 적용함으로써 조직에 의존하는 물리적성질을 나타낼 수 있으며 Inoue등이 제시한 결과를 표-1에 표시하였다. 또한 오오스테나이트로부터 퍼얼라이트 변태 과정에 있어 Johnson과 Mehl은 다음과 같은 가정을 하였다.

1. 단의시간내 모상으로부터 생기는 새로운 퍼얼라이트 입자수는 미변태부의 오오스테나이트 양에 비례한다.
2. 퍼얼라이트의 입자는 구형이다.

- 3. 퍼얼라이트의 핵생성속도 및 핵성장속도는 일정하며 방향성은 없다.
- 4. 퍼얼라이트의 핵은 일정하게 분포하고 있다.

이상과 같은 가정하에서 나온 퍼얼라이트 및 마르텐사이트의 이행식은 다음과 같다.

Table.1 Physical Properties Considering of Temperature of SM45C

	오오스테나이트	페얼라이트	마르텐사이트
Thermal Conductivity (W/m°C)	14.6538+1.256E×27	5.233E1-3.516E-3×T-3.475E×T <sup>2</sup>	5.233E1-3.516E-3-3T-3.475E-5×T <sup>2</sup>
Specific Heat (J/Kg°C)	586.152	43.8+0.41868×T	443.8+0.4186×T
밀도(Kg/m <sup>3</sup> )	8.15E3	7.85E3	7.8E3
잠열(J/Kg)		75362.3	8376.0

### 2.2.1 퍼얼라이트 이행식

미소체적 V중에 퍼얼라이트체적을  $\xi_P$ 라고 하면

$$\xi_P = 1 - \exp(-Ve) \quad (4)$$

로 표시되고 여기서 Ve는 확장체적으로

$$Ve = \frac{1}{4} f(\theta) t^4 \quad (5)$$

이며 SM45C 탄소강의 퍼얼라이트생성 50%를 기준으로 하였을 때는 다음과 같다.

$$f(\theta) = 0.173 \left( \frac{\theta - 380}{145} \right)^{6.8} \left( \frac{720 - \theta}{195} \right)^{8.2} \quad (6)$$

본 연구에서는  $\xi_P$ 가 1%, 50%, 99%의 3가지 경우에 대하여 (4), (5), (6)식을 이용하여 각 시간에 따른 온도를 구하고 그 결과를 그림-1에 나타내었으며 이 그림으로부터 미소시간이 지난후 미소체적 V중에 퍼져있는 퍼얼라이트양  $\xi_P$ 를 계산하였다.

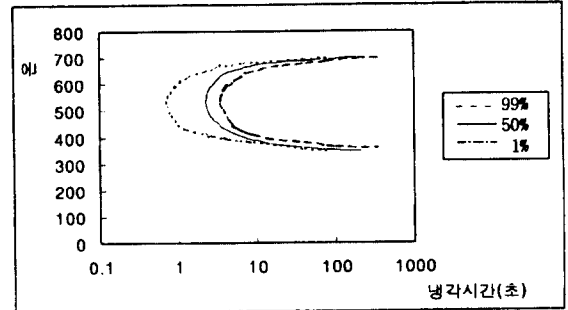


Fig. 1 Iso-Thermal Transformation Curve for SM45C

### 2.2.2 마르텐 사이트 이행식

마르텐사이트 조직을 얻기 위하여서는 오오스테나이트를 마르텐사이트 변태개시온도인 Ms까지 과냉할 필요가 있으며 오오스테나이트로부터 마르텐사이트로 변태하는 양은 온도강하에 따라 증가한다. 마르텐사이트의 체적분율을  $\xi_M$ 이라고 할 때

$$\xi_m = 1 - \exp(f(\theta)) \quad (7)$$

로 표시할 수 있으며 SM45C의 경우에 있어 f(θ)는

$$f(\theta) = -4.046 \times 10^{-5} (Ms - \theta)^2 \quad Ms - \theta \leq 62 \quad (8)$$

$$f(\theta) = -1.580 \times 10^{-2} (328 - \theta) \quad Ms - \theta \leq 62$$

이고 본 연구에서는 마르텐사이트 변태개시온도와 변태종료온도인 Ms 와 Mf 를 각각 380 °C, 40 °C로 하여 계산하였다.

### 3. 유한요소법에 의한 온도분포의 해석

상변태를 고려한 담금과정의 온도분포해석을 위하여 지배방정식, 구성방정식, 적합방정식, 경계조건 및 초기조건을 이용하여 해를 구하여야 하지만 실제의 상태는 온도, 조직, 응력등의 연성효과로 인하여 대단히 복잡한 거동을 하기 때문에 수학적인 해를 구한다는 것은 어렵다. 본 연구에서는 주어진 범함수의 최소화 조건으로부터 근사해를 구하는 변분법의 원리를 이용하여 비정상열전도 방정식을 풀어 온도분포를 구하였다.

축대칭 유한원주의 담금과정에 있어서 온도계산을 위한 11), 13) 지배방정식 및 경계조건, 초기조건은

(1) 지배방정식

$$pc\epsilon = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (Kr \cdot r \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (Kz \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z}) + Q \quad (9)$$

(2) 초기조건

$$\theta = \theta_0 \quad (10)$$

(3) 경계조건

$$Kr \frac{\partial \theta}{\partial r} Lr + Kz \frac{\partial \theta}{\partial z} Lz + q + h(\theta - \theta_\infty) = 0 \quad (11)$$

로 나타낼 수 있으며 여기서 Kr, Kz는 r, z방향에 따른 열전도계수이며 p, c, q는 각각 밀도, 비열, 열유속(heat Flux)이고 h와  $\theta_\infty$ 는 주위물질의 열전달계수 및 온도이다. 한편 Q는 물체 내부의 열발생을 의미하고 있으나 본 해석에 있어서는 상변태에 의한 잠열로써 고려되었으며 식(9)와 (11)의 지배방정식과 경계조건을 포함하는 범함수 I는

$$I = \frac{1}{2} \int_V \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (Kr \cdot r \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (Kz \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z}) - 2Q\theta + 2pc \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot \theta \right\} dv + \frac{1}{2} \int_S h(\theta^2 - 2\theta_\infty \cdot \theta) ds + \int_S q\theta ds \quad (12)$$

가 되며 이 범함수를 미지변수  $\theta$ 에 대하여 최소화하여 정리하면

$$[K]\theta + [K2]\theta = P \quad (13)$$

이 된다. 단, 여기서

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dv + h \int_S [M]^T [M] ds \quad (14)$$

$$[K3] = pc \int_V \tau [M]^T [M] dv \quad (15)$$

$$P = Q \int_V \tau [M] dv - q \int_S \alpha \tau \tau [M] ds + h \cdot \theta_\infty \int_S \tau [M] ds \quad (16)$$

$$\theta = \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial i} \right\} \quad (17)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \frac{\partial N_3}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} r \cdot Kr & 0 \\ 0 & r \cdot Kz \end{bmatrix} \quad (19)$$

이다. 한편 식(10)와 (13)에서 비정상항인을 차분화하여<sup>11),13)</sup> 정리하면

$$\{\theta\}_{t+\Delta t} - \{\theta\}_t = \frac{[\theta]_{t+\Delta t} - [\theta]_t}{\Delta t} \quad (20)$$

이 되고 식(13)과 (19)로부터 온도계산을 위한 강성방정식은

$$[K]\{\theta\}_{t+\Delta t} = [P]_{t+\Delta t} \quad (21)$$

로 되며 여기서  $[K]$ 와  $[P]$ 는 다음과 같다.

$$[K] = [K] + \frac{[K3]}{\Delta t} \quad (22)$$

$$[P] = P + \frac{K3}{\Delta t} \theta_t \quad (23)$$

#### 4. Model 설정 및 해석결과

본 연구에서 모델로 설정한 원주강재는 SM45C로써 그 형상은 그림-2와 같이 직경 40mm, 높이 20mm의 축대칭이므로 종단면부의 1/2만 해석하였으며 경계조건은 다음과 같다.

- (1) 시편의 말단부에서는 수분류에 의한 강제냉각이 이루어진다.
- (2) 원주표면에서는 공기에 의한 자연냉각이 이루어진다.
- (3) 시편의 상단부는 단열되어 있다.

한편 해석의 간편화를 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- (1) 시편의 초기온도는 800° C로 수분류와 공기의 온도는 25° C로 일정하다.
- (2) 모델로 설정한 재료는 등방성체(Isotropic material)이다.
- (3) 물과 공기의 열전달계수는 항상 일정하다.
- (4) 재료는 퍼얼라이트변태와 마르텐사이트변태만이 발생한다.

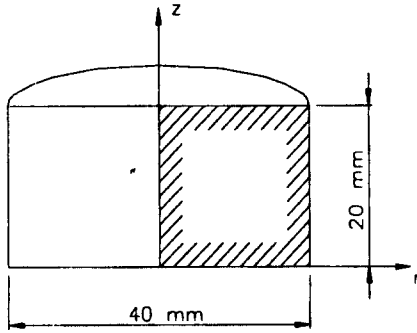


Fig. 2 모델형상 및 경계조건

유한요소법중 삼각형 요소를 이용한 온도분포를 구하기 위하여 그림-3에서와 같이 반경방향과 축방향으로 각각 8, 14등분하여 총 224개의 요소와 135개의 절점으로 구분하였으며 수분류에 의하여 냉각이 이루어지는 시편의 말단부에서는 온도구배가 심하므로 요소를 잘게 나누었고 요소의 평균온도와 그림-1의 항온변태곡선을 이용하여 각 시간에 따른 오스테나이트양, 퍼얼라이트양 및 마르텐사이트의 양을 계산하였으며 혼합법칙에 의하여 재료의 물리적, 기계적 성질의 조직의존성 및 온도의존성을 고려하였다.

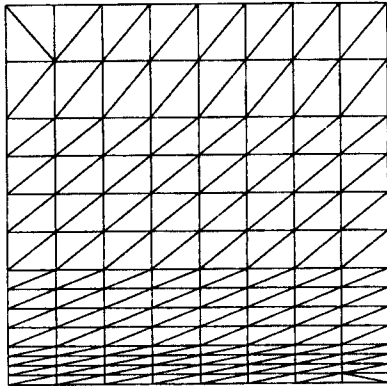


Fig. 3 Finite Element Mesh

### 5. 해석결과 및 고찰

그림-4에서는  $r=0$  mm인 중심축에 있어서  $z=0$  mm인 말단부와  $z=20$  mm인 상단부에서의 해석적인 냉각곡선이 나와 있으며 변태에 의한 잠열을 고려한 경우 냉각

시간 3초후부터 잠열이 발생하여 잠열을 고려하지 않은 경우와 비교하여 약 50°C의 온도상승을 가져오며 그 차는 점차 감소하여 말단부에서는 60초, 상단부에서는 100초 후부터 거의 없어진다.

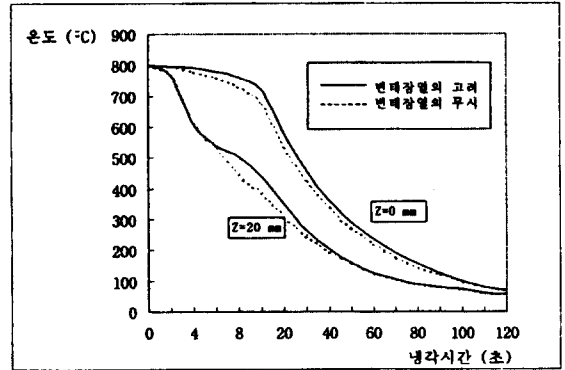


Fig. 4 Cooling Curve at  $r=0$ mm According to Time

Fig. 5는 중심축에 있어서 축방향에 대한 온도구배를 도시한 것으로서 약 3초후부터 잠열이 발생하여 잠열을 고려하지 않은 경우보다 온도구배는 작아지며 따라서 최대 온도구배는 대략 10초를 전후로 하여 발생한다.

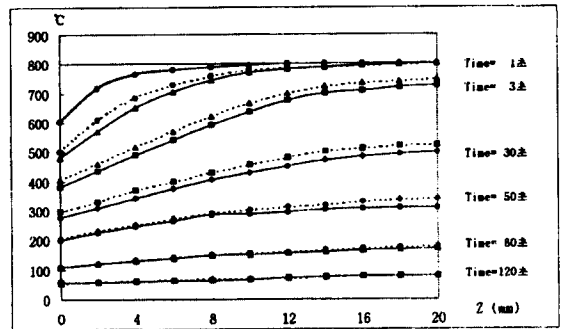


Fig. 5 Transient Temperature Distribution at  $r=0$ mm Considering of Latent Heat of Transformation

한편 반경방향에 대한 온도구배는 물과 공기의 열전달율의 차이가 매우 크기 때문에 그림-7에서와 같이 그 차이가 23°C로 매우 적다. 따라서 말단담금시 온도해석에 있어서 1차원으로 해석하여도 무방할 것이다.

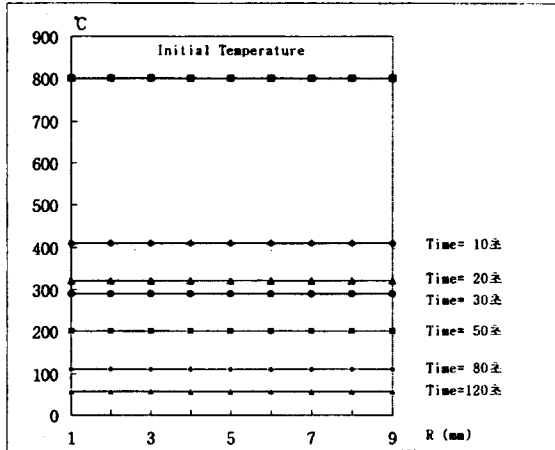


Fig. 6 Transient Temperature Distribution at  $z=0\text{mm}$  According to Time

## 6. 결론

강의 담금시 재료내부로부터 온도, 응력, 조직의 상호연성작용으로 인하여 그 경향을 해석하기 위하여서는 대단히 어려운 점이 많다. 따라서 본 연구에서는 이에 대한 기초과정으로 Johnson과 Mehl의 실험결과를 이용하여 T. Inoue가 구한 변태이행식으로부터 직경 40mm, 높이 20mm인 원주강재를 말단담금하는 경우 변태잠열과 물리정수의 온도의존성 및 조직의존성을 고려하여 냉각시간에 따른 온도분포를 계산하였으며 해석을 통하여 얻은 결과는 다음과 같다.

- (1) 변태에 의한 잠열은 대략 3초를 전후로 발생하여 약 50°C의 온도상승을 가져오며 10초를 전후하여 시편은 모든 변태를 완료한다.
- (2) 모든 변태를 완료한 시편 말단부로부터 3mm까지는 마르텐사이트 조직이 생기고 3 ~ 5mm 사이에는 마르텐 사이트와 퍼얼라이트의 혼합조직이 분포하며 그 이상은 퍼얼라이트 조직으로 되어 있다.
- (3) 반경방향의 온도구배는 물과 공기의 열전달율의 차이가 매우 크기 때문에 그 변화가 거의 없으며 따라서 1차원으로 해석하여도 무방하다.

본 연구는 원주강재의 담금시 비정상상태의 온도분포를 계산한 것으로 시간에 따른 온도의 계산시 변태잠열에 의한 영향만을 고려한 것으로 실제상황에 있어서는 비탄성 변형시 변형일의 대부분이 열로 변화되기 때문에 발생하는 변형에 의한 열발생, 조직의 화학적조성에 따른 열 확산등에 의한 영향이 온도분포에 어떠한 영향을 미치는가에 관한 연구도 계속 진행할 예정이다.

## 참 고 문 헌

1. T. Inoue, K. Tanaka: "An Elastic-Plastic Stress Analysis of Quenching when Consideration a Transformation", Int. J. Mech. Sci., Vol.17, pp.361-367, 1975
2. O.C. Zienkiewicz, etc.: "Numerical Method in Industrial Forming Processes", 1982
3. American Society for Metals: "Atlas of Isothermal Transformation and Cooling Transformation Diagram", 1977
4. 井上達雄, 原口賢一, 木村茂人: "焼入れ・焼もどし過程の應力解析"