

대칭형 보에 의해 보강된 등방성 평판의 음향방사에 관한 연구

김택현*, 오택열**, 김종태***

A Study on Sound Radiation from Isotropic Plates Stiffened by Symmetrical Reinforced Beams

Taek-Hyun Kim, Taek-Yul Oh and Jong-Tye Kim

Abstract

The determination of sound pressure radiated from periodic plate structures is fundamental in the estimation of noise levels in aircraft fuselages and ship hull structures. As a robust approach to this problem, here a very general and comprehensive analytical model for predicting the sound radiated by a vibrating plate stiffened by periodically spaced orthogonal symmetric beams subjected to a sinusoidally time varying point load is developed. The plate is assumed to be infinite in extent, and the beams are considered to exert both line force and moment reactions on it. Structural damping is included in both plate and beam materials. A space harmonic series representation of the spatial variables is used in conjunction with the Fourier transform to find the sound pressure in terms of harmonic coefficients. From this theoretical model, the sound pressure levels on axis in a semi-infinite fluid (water) bounded by the plate with the variation in the locations of an external time harmonic point force on the plate can be calculated efficiently using three numerical tools such as the Gauss-Jordan method, the LU decomposition method and the IMSL numerical package.

Keywords : Line Force(선 힘), Line Moment(선 모멘트), Sound Radiation(음향방사), Sound Pressure Level(음압레벨), Space Harmonic Coefficient(공간조화계수)

* 조선대학교 기계공학부 교수

** 경희대학교 기계공학과 교수

*** 조선대학교 대학원 기계설계공학과

1. 서 론

일반적으로 항공기나 선박에 사용되는 판구조물은 일정한 간격의 보에 의해 보강된 주기 구조물의 형태를 취하고 있다. 이러한 주기 구조물은 종속적인 압력 변동이나 동적인 힘에 의한 진동을 하게 된다. 예를 들어 비행기 동체에 붙은 날개(wing)에 의해 생긴 힘은 결국 날개에 대한 자중이므로 정적인 집중하중으로 모델링 할 수 있지만 동체 주위의 불규칙한 음압변화와 엔진 작동의 동적인 힘에 의한 진동은 광범위한 주파수 형태로 나타나며, 구조물 부재의 피로현상 및 객실 내 소음의 요인이 되기도 한다. 진동에 관한 연구는 기원전부터 오늘에 이르기까지 많은 과학자에 의해 수행되어 왔다. 특히 1970년 Mead^{(1),(2)}는 주기적으로 지지된 무한보의 파동거동을 고찰하면서 전파상수(propagation constant)의 개념을 소개하였다. 또한, 그는 1978년 주기적으로 평행하게 지지된 평판의 음향방사문제를 연구하였다. 1975년 Rumerman⁽³⁾은 균질 리브(rib)에 의해 한 방향으로 보강된 무한 평판의 강제진동 및 파의 전파(wave propagation)에 대해 연구하였다. 여기서 리브는 평판위의 선 힘(line force)과 선 모멘트(line moment)을 받는 평행한 직선 부착물로 이상화되었다. 또한 그는 판의 자유모드(free mode)와 강제 응답(forced response)을 연구하였다. 선박의 선실 구조물의 압력방사 문제는 Greenspon⁽⁴⁾에 의해 연구되었고, Greenspon의 해석과정의 오류는 나중에 Mace에 의해 지적되었다. 또한 Mace^{(5)~(7)}는 두쌍의 평행한 보강재에 의해 지지된 무한평판의 음향방사를 연구하였는데, 이 보강재는 선실 격벽의 기밀을 유지하도록 중간프레임 역할을 하도록 만들어졌다. 그리고 격벽과 프레임이 외력의 영향만 받는다는 가정하에 응답 스펙트럼을 유도했다. 또한 그는 원거리장 압력(far field pressure)하에서 격벽과 링(ring)모양 보강재의 상대적인 운동관계를 유도했다. 그리고, Seybert, Hawwa, Fuller등^{(8)~(11)}은 매질역할을 하는 조건이 서로 다른 baffle 구조물의 음향방사문제를 연구하였다. 그러나 ㄷ자 직각격자형 보강재에 지지된 평판의 음향방사로 인한 진동모드와 주파수 변화에 따른 음압레벨의 연구는 미진한 상태이다.

본 연구에 사용된 보는 두축방향의 굽힘진동과 한축 방향의 비틀림진동을 동시에 받는다. 또한 이들 보는 평판에 고정된 상태에서 선 힘(line force)과 선 모멘트(line moment)를 받는다. 평판의 회전관성과 전단뒤틀림의 영향을 무시한 상태에서 Euler-Bernoulli 이론을 적용한다.

대칭 단면을 갖는 보와 보 사이의 간격은 0.2m, 0.3m, 0.4m로 변화시킨다. 격자사이의 판 부분, 즉 베이(bay)의 하중점을 대각선과 역대각선 방향으로 이동하면서 100 ~ 10,000Hz에 대한 음압레벨(SPL)을 조사하려고 한다. 모델에 대한 수치해석은 Gauss-Jordan법, LU 분해법, IMSL법을 사용하여 그 결과를 비교 분석하기로 한다.

2. 평판과 보의 운동방정식

2.1 평판의 운동방정식

Fig.1과 같이 평판에 직교 좌표계를 설정하고 Kirchhoff의 가정에 따라 평판운동을 정의하면 다음과 같다.

$$D\nabla^4 w + m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P_z(x, y, t) \quad (1)$$

윗 식에서 $P_z(x, y, t)$ 는 평판의 단위면적당 측면하중이고, 식 중에서 전단변형과 회전관성의 영향은 무시한다. 판의 횡변위 $w(x, y, t)$ 와 측면하중

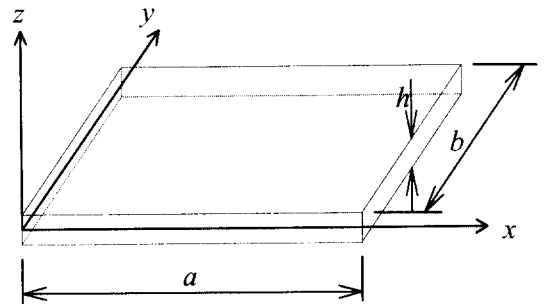


Fig.1 Coordinate system for the rectangular plate

$P_z(x, y, t)$ 를 조화함수로 나타내면 다음과 같다.

$$w(x, y, t) = w(x, y) \exp(i\omega t)$$

$$P_z(x, y, t) = P_e(x, y) \exp(i\omega t)$$

위의 관계를 식(1)에 대입하면 평판의 운동방정식이 유도된다.

$$D\nabla^4 w(x, y) - m_p \omega^2 w(x, y) = P_e(x, y) \quad (2)$$

2.2 보의 운동방정식

Fig.2는 사용된 개방형 C자 단면의 보를 그린 것이며, 그림 아래에 보의 단면성질 및 치수등을 표시하였다.

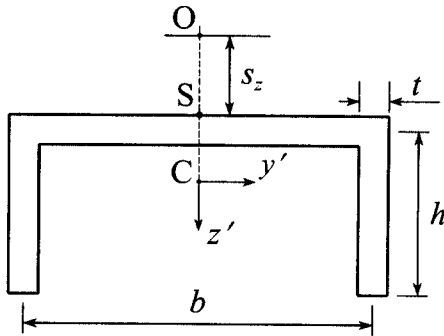


Fig.2 Cross section of the beam

$$\begin{aligned} h &= 13.335 \times 10^{-3} \text{ (m)}, & b &= 38.1 \times 10^{-3} \text{ (m)} \\ t &= 1.27 \times 10^{-3} \text{ (m)}, & A &= 9.68 \times 10^{-5} \text{ (m}^2\text{)} \\ s_z &= 22.3331 \times 10^{-3} \text{ (m)} \\ I_s &= 0.64835 \times 10^8 \text{ (m}^4\text{)}, & I_{yz} &= 3.3128 \times 10^{-9} \text{ (m}^4\text{)} \\ I_y &= 3.6697 \times 10^{-9} \text{ (m}^4\text{)}, & I_z &= 2.3439 \times 10^{-8} \text{ (m}^4\text{)} \\ J &= 3.48225 \times 10^{-11} \text{ (m}^4\text{)}, & C_{us} &= 0.3584 \times 10^{-12} \text{ (m}^6\text{)} \end{aligned}$$

Fig.3(a)의 보의 z 축과 y 축방향의 굽힘진동과 x 축 방향의 비틀림진동을 한다. 또한 Fig.3(b)와 같이 선 힘 $F(x, t)$ 와 $H(x, t)$ 를 받으며 이 힘은 점S를 통과하는 것으로 가정한다. 점S에 대한 선 모멘트는 $M(x, t)$ 이고, 단위 길이당으로 측정된다. 점O는 전단 중심이고, 점S는 점O 아래 단면상의 한 점이며, 점C는 도심이다. Fig.3(c)는 보의 회전변위와 병진변위를 나타낸 것이다. 이 경우에 대한 굽힘과 비틀림 운동방정식을 유도하기로 한다. z 축과 y 축방향에 대한 점S의 변위는 각각 $w(x, y, t)$ 와 $v(x, y, t)$ 이고, $v \cong 0$ 이다. z 축과 y 축방향에 대한 전단중심 O의 변위는 각각 $w_0(x, y, t)$ 와 $v_0(x, y, t)$ 이고, 도심의 변위는 $w_c(x, y, t)$ 와 $v_c(x, y, t)$ 이다. 기하학적인 미소 회전변위는 $\phi(x, y, t)$ 이다.

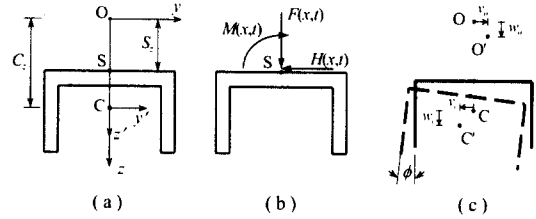


Fig.3 Cross sections of beams

또한 보의 경계조건은 다음과 같다.

$$w_c = w \quad (3a)$$

$$v_c = -(C_z - S_z)\phi \quad (3b)$$

$$v_0 = S_z \phi \quad (3c)$$

$$w_0 \cong w \quad (3d)$$

점 O에 대한 보의 비틀림 운동방정식은 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} EC_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= -I_c \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + HS_z \\ &+ m_b C_z \frac{\partial^2 v_c}{\partial t^2} + M \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서 관성력은 도심C를 통과하므로, 좌변의 2차와 4차항은 점O에 대한 관성모멘트항이다. 또한 z 축과 y 축에 대한 굽힘 운동방정식은 각각 다음과 같다.

$$EI_y \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + EI_{yz} \frac{\partial^4 v_0}{\partial x^4} = -m_b \frac{\partial^2 w_c}{\partial t^2} + F \quad (5)$$

$$EI_z \frac{\partial^4 v_0}{\partial x^4} + EI_{yz} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = -m_b \frac{\partial^2 v_c}{\partial t^2} - H \quad (6)$$

식(6)을 식(4)에 대입하면 선 힘 $H(x, t)$ 는 소거된다. 식(3a~3d)의 경계조건을 고려하면, 식(4)와 식(5)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} EC_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \rho I_S \omega^2 \phi \\ + EI_{yz} S_z \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = M \end{aligned} \quad (7)$$

$$EI_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - m_b \omega^2 w + EI_{yz} S_z \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - m_b \omega^2 S_y \phi = F \quad (8)$$

여기서, $\phi(x, t) = \phi(x) \exp(i\omega t)$ 이고, 점S에서의 비틀림상수는 $C_w = C_w + S_z^2 I_z$ 이며, 점S에 대한 극관성모멘트는 $I_s = I_c + A(S_z)^2$ 이다. 따라서 식(7)과 식(8)은 Fig.2와 같은 대칭형 보에 대한 연성 운동방정식이 된다.

3. 구조물의 운동방정식

3.1 형상 모델과 하중조건

Fig.4은 등간격 대칭형 보에 지지된 판구조물의 일부분을 그린 것이다. 보와 보사이의 x 축과 y 축방향으로 거리는 각각 a 와 b 이다. 또한 평판은 x 축과 y 축방향으로 무한히 펼쳐져 있다고 가정한다.

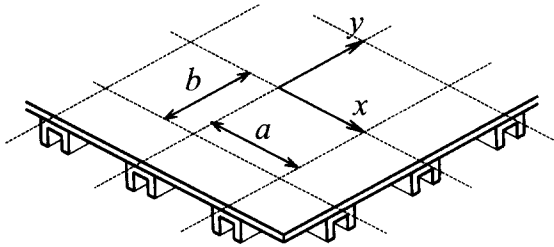


Fig.4 The structure of the isotropic plate stiffened by the rectangular grid network

보의 재질은 알루미늄으로서 등간격으로 배열하였고, 그 위에 알루미늄판을 부착하였다. 이와 같은 판 구조물은 표면위의 대류파와 유체압력에 의해 하중을 받게 된다. 따라서 이때 작용된 대류파하중은 식(9)와 같이 쓸 수 있다.

$$P(x, y, t) = P_0 \exp[i(\omega t - \alpha_0 x - \beta_0 y)] \quad (9)$$

여기서, α_0 와 β_0 는 x , y 축방향의 대류파수(convection wave number)이다. 식(9)는 일반적인 조화 현상을 중첩시킨 식으로서 매우 유용하다. 그리고 방사하중은 공기

와 같이 매질의 밀도가 낮을 경우, 큰 오차가 없으므로 무시할 수 있다. 그러나 물 속에서 금속판이 진동하는 경우처럼 유체의 밀도가 구조물의 운동에 영향을 줄 정도로 크게 되면 구조물의 탄성력이나 관성력과 함께 더 이상 무시할 수 없다.

3.2 수식의 유도

3.2.1 판 구조물의 운동방정식

평판의 운동방정식을 세우기 위하여 평판의 $x=ma$ 인 곳에서 발생하는 선 힘 $F_m(y)$ 과 선 모멘트 $M_m(y)$ 를 나타내면 다음과 같다.

$$F_m(y) = F_0(y) \exp(-i\alpha_0 am) \quad (10)$$

$$M_m(y) = M_0(y) \exp(-i\alpha_0 am) \quad (11)$$

여기서, $F_0(y)$ 와 $M_0(y)$ 는 $x=0$ 인 선 힘과 선 모멘트이고, 다음과 같은 공간조화급수의 형태로 표현된다.

$$F_0(y) = \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (12)$$

$$M_0(y) = \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (13)$$

또한, $y=nb$ 인 선 힘과 선 모멘트는 다음과 같다.

$$G_n(x) = G_0(x) \exp(-i\beta_0 nb) \quad (14)$$

$$N_n(x) = N_0(x) \exp(-i\beta_0 nb) \quad (15)$$

그리고,

$$G_0(x) = \sum_r G_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \quad (16)$$

$$N_0(x) = \sum_r N_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \quad (17)$$

따라서 평판의 운동방정식은 다음의 식(18)과 같이 쓸 수 있다.

$$[D\nabla^4 - m_b \omega^2]w = P_0 \exp[-i\alpha_0 x - i\beta_0 y] - P_f - \sum_m F_m(y) \delta(x - ma) + \sum_m M_m(y) \frac{d[\delta(x - ma)]}{dx} - \sum_n G_n(x) \delta(y - nb) + \sum_n N_n(x) \frac{d[\delta(y - nb)]}{dy} \quad (18)$$

여기서, 우변의 첫 번째 항은 대류파 하중이고, P_f 는 유체의 압력을 나타낸다. 식(10)~ 식(17)을 고려해서 식(18)을 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [D\nabla^4 - m_p\omega^2]w = & P_0 \exp[-i\alpha_0 x - i\beta_0 y] - P_f \\
 & - \sum_m \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \\
 & \exp[-i\alpha_0 a m] \delta(x - ma) \\
 & + \sum_m \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \\
 & \exp[-i\alpha_0 a m] \frac{d[\delta(x - ma)]}{dx} \\
 & - \sum_n \sum_r G_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \\
 & \exp[-i\beta_0 n b] \delta(y - nb) \\
 & + \sum_n \sum_r N_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \\
 & \exp[-i\beta_0 n b] \frac{d[\delta(y - nb)]}{dy} \quad (19)
 \end{aligned}$$

윗 식은 푸리에 변환된 것으로서 α 와 β 는 변환 대류파수이다. 그리고, 변환 유체압력은 다음과 같다.

$$\bar{P}_f(\alpha, \beta) = -i\rho_f \omega^2 \bar{w}(\alpha, \beta) / (k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2} \quad (20)$$

그리고, $\alpha_{0m} = \alpha_0 + 2\pi m/a$, $\beta_{0s} = \beta_0 + 2\pi s/b$ 로 해서 S_{ms} 를 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 S_{ms} = & (D(\alpha_{0m}^2 + \beta_{0s}^2) - m_p\omega^2) \\
 & - \frac{i\rho_f \omega^2}{(k^2 - \alpha_{0m}^2 - \beta_{0s}^2)^{1/2} - 1} \quad (21)
 \end{aligned}$$

따라서 총 변환변위는 다음의 식(22)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \bar{w}(\alpha, \beta) = & (2\pi)^2 P_0 \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) S_{00} \\
 & - \frac{(2\pi)^2}{a} \sum_m \sum_s F_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \\
 & - i \frac{(2\pi)^2}{a} \sum_m \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_0) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \\
 & - \frac{(2\pi)^2}{b} \sum_n \sum_r G_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \delta(\alpha - \alpha_{0n}) \\
 & - i \frac{(2\pi)^2}{b} \sum_n \sum_r \beta_{0n} N_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \delta(\alpha - \alpha_{0n}) \quad (22)
 \end{aligned}$$

윗 식은 α 에 대해서 역변환된 것이고, 조화계수 F_s , M_s , G_n , N_n 은 미지수이다. 이런 계수들을 결정하기 위해서 보와 평판의 경계선에서의 변위와 기울기는 연속성을 갖는 것으로 가정한다. 이를 효과적으로 수행하기 위하여 $x=0$ 인 지점을 선택하면 식(22)는 다음과 같이 간결해진다.

$$\begin{aligned}
 \bar{w}^*(0, \beta) = & 2\pi P_0 S_{00} \delta(\beta - \beta_0) \\
 & - \frac{2\pi}{a} \sum_m \sum_s F_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \\
 & - i \frac{2\pi}{a} \sum_m \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \\
 & - \frac{2\pi}{b} \sum_n \sum_r G_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \\
 & - i \frac{2\pi}{b} \sum_n \sum_r \beta_{0n} N_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \quad (23)
 \end{aligned}$$

여기서 $\bar{w}^*(0, \beta)$ 는 보강재의 변환변위를 나타낸다. 또한 $x=0$ 인 곳의 기울기는 다음과 같다.

$$\phi(x, y)|_{x=0} = \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \Big|_{r=0} \quad (24)$$

그러므로,

$$\bar{\phi}(0, \beta) = (-i\alpha) \bar{w}^*(0, \beta) \quad (25)$$

식(7)과 식(8)에서 우변의 모멘트와 힘의 항 M , F 대신 식(10)~식(13)의 관계를 대입하면 다음과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned}
 (EC_{us})_y \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} - (GJ)_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - (\rho_b I_s)_y \omega^2 \phi \\
 + (EI_{y,z})_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\
 = \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (EI_y)_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - (m_b)_y \omega^2 w + (EI_{y,z})_y \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} \\
 = \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (27)
 \end{aligned}$$

식 중의 첨자 y 는 y 방향에 대한 성분을 나타낸다. 결국, 식(26)과 식(27)을 변환하면 다음과 같다.

$$K_R(\beta)\bar{\phi}(0, \beta) + K_{TR}(\beta)\bar{w}^*(0, \beta) = 2\pi \sum_s M_s \delta(\beta - \beta_{0s}) \quad (28)$$

$$K_T(\beta)\bar{w}^*(0, \beta) + K_{TR}(\beta)\bar{\phi}(0, \beta) = 2\pi \sum_s F_s \delta(\beta - \beta_{0s}) \quad (29)$$

여기서,

$$K_T(\beta) = (EI_y)_y \beta^4 - (m_b)_y \omega^2 \quad (30a)$$

$$K_R(\beta) = (EC_{us})_y \beta^4 + (GJ)_y \beta^2 - (\rho_b I_s)_y \omega^2 \quad (30b)$$

$$K_{TR}(\beta) = (EI_{yz} S_z)_y \beta^4 \quad (30c)$$

식(30a), (30b)와 (30c)는 보의 병진운동, 회전운동 및 이들의 연성운동에 대한 각각의 동적강성이다. 식(23)과 식(25)의 $\bar{w}^*(0, \beta)$ 와 $\bar{\phi}(0, \beta)$ 을 식(29)와 식(28)에 대입한 후 정리하면 다음의 식(31)과 식(32)로 된다.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{K_{Ts}} + \frac{1}{a} \sum_m S_{ms} - \frac{i}{a} R_{Ts} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} \right] F_s \\ & + \left[\frac{1}{b} \sum_j G_j S_{js} - \frac{i}{b} R_{Ts} \sum_j \alpha_{0j} G_j S_{js} \right] \\ & + \left[\frac{i}{a} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} + \frac{1}{a} R_{Ts} \sum_m (\alpha_{0m}^2 S_{ms}) \right] M_s \\ & + \left[\frac{i}{b} \sum_j \beta_{0s} N_j S_{js} + \frac{1}{b} \sum_j \beta_{0s} \alpha_{0j} N_j S_{js} \right] R_{Ts} \\ & = P_0 S_{00} \delta_{0s} - i \alpha_0 P_0 S_{00} R_{Ts} \delta_{0s} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{i}{a} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} + \frac{1}{a} R_{Rs} \sum_m S_{ms} \right] F_s \\ & + \left[-\frac{i}{b} \sum_j \alpha_{0j} G_j S_{js} + \frac{1}{b} R_{Rs} \sum_j G_j S_{js} \right] \\ & + \left[\frac{1}{K_{Rs}} + \frac{1}{a} \sum_m (\alpha_{0m})^2 S_{ms} + \frac{i}{a} R_{Rs} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} \right] M_s \\ & + \left[\frac{1}{b} \sum_j \beta_{0s} \alpha_{0j} N_j S_{js} + \frac{i}{b} R_{Rs} \sum_j \beta_{0s} N_j S_{js} \right] \\ & = -i \alpha_0 P_0 S_{00} \delta_{0s} + P_0 S_{00} R_{Rs} \delta_{0s} \end{aligned} \quad (32)$$

식(31)과 식(32)에서 $s = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이고,

$$K_{Ts} = K_T(\beta_{0s}), \quad K_{Rs} = K_R(\beta_{0s}),$$

$$K_{TRs} = K_{TR}(\beta_{0s}),$$

$$R_{Ts} = K_{TRs}/K_{Ts}, \quad R_{Rs} = K_{TRs}/K_{Rs} \text{ 이다.}$$

또한 $y=0$ 인 지점을 선택하여 보의 동적강성을 정의하면 다음과 같다.

$$Q_T(\alpha) = (EI_y)_x \alpha^4 - (m_b)_x \omega^2 \quad (33a)$$

$$Q_R(\alpha) = (EC_{us})_x \alpha^4 + (GJ)_x \alpha^2 - (\rho_b I_s)_x \omega^2 \quad (33b)$$

$$Q_{TR}(\alpha) = (EI_{yz} S_z)_x \alpha^4 \quad (33c)$$

식(33a)~식(33c)의 관계를 식(29)와 식(28)에 대입하면 다음의 두 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{a} \sum_s F_s S_{ms} - \frac{i}{a} J_{Tm} \sum_s \beta_{0s} F_s S_{ms} \right] \\ & + \left[\frac{1}{Q_{Tm}} + \frac{1}{b} \sum_s S_{ms} - \frac{i}{b} J_{Tm} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} \right] G_m \\ & + \left[\frac{i}{a} \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} + \frac{1}{a} J_{Tm} \sum_s \alpha_{0m} \beta_{0s} M_s S_{ms} \right] \\ & + \left[\frac{i}{b} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{b} J_{Tm} \sum_s (\beta_{0s})^2 S_{ms} \right] N_m \\ & = P_0 S_{00} \delta_{0m} - i \beta_0 J_{Tm} S_{00} \delta_{0m} \end{aligned} \quad (34)$$

또한,

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{i}{a} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} F_s + \frac{1}{a} J_{Rm} \sum_s F_s S_{ms} \right] \\ & + \left[-\frac{i}{b} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{b} J_{Rm} \sum_s S_{ms} \right] G_m \\ & + \left[\frac{1}{a} \sum_s \alpha_{0m} \beta_{0s} M_s S_{ms} + \frac{i}{a} J_{Rm} \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \right] \\ & + \left[\frac{1}{Q_{Rm}} + \frac{1}{b} \sum_s (\beta_{0s})^2 S_{ms} + \frac{i}{b} J_{Rm} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} \right] N_m \\ & = -i \beta_0 P_0 S_{00} \delta_{0m} + P_0 S_{00} J_{Rm} \delta_{0m} \end{aligned} \quad (35)$$

식(34)와 식(35)에서 $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이고

$$Q_{Tm} = Q_T(\alpha_{0m}), \quad Q_{Rm} = Q_R(\alpha_{0m})$$

$$Q_{TRm} = Q_{TR}(\alpha_{0m}).$$

$J_{Tm} = Q_{TRm}/Q_{Tm}$, $J_{Rm} = Q_{TRm}/Q_{Rm}$ 이다.

식(31)과 식(32), 식(34)와 식(35)는 계수 F_s , M_s , G_m , N_m 을 구할 수 있는 무한 선형 동시방정식(infinite linear simultaneous equation)이다. 이들식은 주어진 조건에서 $s = \pm k$, $m = \pm k$ 번째에서 잘려지고, k 는 오차가 작도록 충분히 크게 선택한다.

3.2.2 판 구조물의 변환응답

보에 고정된 등방성평판의 변환응답을 결정하기 위해 변위를 공간조화급수로 표현하면 다음과 같다.

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n w_{mn} \exp[-i\alpha_{0m}x - i\beta_{0n}y] \quad (36)$$

여기서, 변위조화계수 w_{mn} 은 다음과 같이 주어진다.

$$w_{mn} = \left(\frac{1}{ab}\right) \int_0^a \int_0^b w(x, y) \exp[i\alpha_{0m}x + i\beta_{0n}y] dx dy \quad (37)$$

결국, 판의 변위는 총변환변위식(22)에 의해 얻어진다.

$$w(x, y) = P_0 T_{00} - \frac{1}{a} \sum_m \sum_n T_{mn} F_n - \frac{1}{b} \sum_r \sum_t T_{rt} G_t - \frac{i}{a} \sum_m \sum_n \alpha_{0m} T_{mn} M_n - \frac{i}{b} \sum_r \sum_t \beta_{0t} T_{rt} N_t \quad (38)$$

여기서, $T_{mn} = S_{mn} \exp[-i(\alpha_{0m}x + \beta_{0n}y)]$ 이다. 또한 식(38)을 식(37)에 대입하면 모든 지수의 항은 소거되고, 변위계수와 힘과 모멘트계수 사이의 올바른 관계가 주어지면 적분은 쉽게 행해진다.

$$w_{mn} = P_0 S_{00} \delta_{0m} \delta_{0n} - S_{mn} \left[\frac{F_n}{a} + i\alpha_{0n} \frac{M_n}{a} + \frac{G_m}{b} + i\beta_{0m} \frac{N_m}{b} \right] \quad (39)$$

식(36)~식(37)을 역순으로 대입해서 정리하면 결국, 판 구조물의 변환변위식이 얻어진다.

$$\bar{w}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 \sum_m \sum_n w_{mn}(\alpha_0, \beta_0) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \delta(\beta - \beta_{0n}) \quad (40)$$

여기서, $w_{mn}(\alpha_0, \beta_0)$ 는 식(39)에서 구할 수 있고,

w_{mn} 은 α_0 와 β_0 에 의존하며 식(40)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{w}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 \sum_m \sum_n u_{mn} \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \delta(\beta - \beta_{0n}) P_0(\alpha_0, \beta_0) \quad (41)$$

여기서, u_{mn} 은 식(31)~식(32), 식(34)~식(35)에서 $P_0 = 1$ 인 경우, 즉 단위진폭에 상응하는 변위조화계수이다.

3.2.3 원거리장(far field)의 방사압력

일반적으로 원거리장의 방사압력은 고정위상법(stationary-phase method)에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$P(R, \theta, \phi) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi R} e^{-ikR} \bar{w}(\alpha', \beta') \quad (42)$$

여기서, α' 와 β' 은 x, y 축 방향의 고정위상파수이다. 즉, $\alpha' = k \sin \theta \cos \phi$, $\beta' = k \sin \theta \sin \phi$ 이므로 $x = x_0$, $y = y_0$ 인 곳에 작용한 점하중은 다음식으로 표현된다.

$$\bar{F}(\alpha, \beta) = F_0 \exp(-i\alpha x_0 - i\beta y_0)$$

원거리장 방사압력을 데시벨 값으로 나타내기 위해서는 기준압력이 필요하다. 기준압력은 고정되지 않는 평판의 고주파의 점근음압(asymptotic sound pressure)을 사용하고 변환변위는 다음과 같다.

$$\bar{w}_r(\alpha, \beta) = \frac{F_0}{\left[D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{(k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2}} \right]}$$

$\theta = 0$ 인 축 상의 방사압력은 다음과 같다.

$$P_r(R, 0, 0) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi R} e^{-ikR} \frac{F_0}{\left(-m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{k} \right)}$$

$k = \omega/c$ 이고, $\omega \rightarrow \infty$ 일때

$$P_r(R, 0, 0) = +\rho_f F_0 \frac{e^{-ikR}}{2\pi R m_p}$$

따라서 축 상의 방사압력은 식(42)에서 $\alpha' = \beta' = 0$ 로 놓음으로써 구해지고, 음압레벨(Sound Pressure

Level, SPL)은 다음과 같은 상용대수비로 표현된다.

$$SPL = 20 \log_{10} \left[\frac{P(R, 0, 0)}{P_s(R, 0, 0)} \right]$$

따라서 $x = x_0, y = y_0$ 인 곳에 점하중이 작용하므로 음압레벨은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$SPL = 20 \log_{10} \left| -m_p \omega^2 \sum_m \sum_n U_{mn} \exp \left[-i \left(\frac{2\pi x_0}{a} + \frac{2\pi y_0}{b} \right) \right] \right| \quad (43)$$

4. 결과 및 고찰

평판의 강성, 단위면적당 질량 및 감쇠계수는 각각 $D=2326.0\text{N/m}$, $m_p=39.1\text{kg/m}^2$ 그리고 $\eta=0.02$ 이다. 보의 밀도, Young계수, 횡탄성계수 그리고 감쇠계수는 각각 7700.0kg/m^3 , $1.95 \times 10^{11}\text{N/m}^2$, $8.1 \times 10^{10}\text{N/m}^2$ 그리고 0.02 이다. 매체는 물로서 밀도는 1000.0kg/m^3 이고, 수중에서 소리의 속도는 1500.0m/s 이다. 보와 보사이의 간격은 x 와 y 방향으로 0.2 즉, $L_x=L_y=0.2\text{m}$ 이고, 주기적인 간격을 갖는다. Table 1은 주파수 100Hz 에서 공간조화계수값을 계산한 것이며, 표중에서 F_s, G_m, M_s, N_m 은 하중점이 $x=0, y=0$ 인 곳의 값들이다.

Table 1. Harmonic force and moment coefficients at 100Hz F, G, M, N (Nm)

s or m	RF (F_s)	IM (F_s)	RF (G_m)	IM (G_m)
-3	-3.0651E-07	-1.5889E-05	-3.0651E-07	-1.5889E-05
-2	-7.4895E-07	-3.8579E-05	-7.4895E-07	-3.8579E-05
-1	-2.2155E-06	-1.1267E-04	-2.2155E-06	-1.1267E-04
0	6.0984E-06	3.1238E-04	6.0984E-06	3.1238E-04
1	-2.2155E-06	-1.1267E-04	-2.2155E-06	-1.1267E-04
2	-7.4895E-07	-3.8579E-05	-7.4895E-07	-3.8579E-05
3	-3.0651E-07	-1.5889E-05	-3.0651E-07	-1.5889E-05
s or m	RF (M_s)	IM (M_s)	RF (N_m)	IM (N_m)
-3	-1.0953E-14	3.2361E-16	-1.0953E-14	3.2361E-16
-2	-3.9253E-14	9.5009E-17	-3.9253E-14	9.5009E-17
-1	-1.3265E-14	1.0156E-16	-1.3265E-14	1.0156E-16
0	1.7746E-17	-1.5529E-18	1.7746E-17	-1.5529E-18
1	-1.3265E-14	1.0156E-16	-1.3265E-14	1.0156E-16
2	-3.9253E-14	9.5009E-17	-3.9253E-14	9.5009E-17
3	-1.0953E-14	3.2361E-16	-1.0953E-14	3.2361E-16

보의 $L_x=L_y$ 이므로 힘 계수인 F_s 와 G_m 그리고 모멘트 계수인 M_s 과 N_m 은 각각 같게 계산되었다.

각 모드별로 뚜렷한 피크 값을 갖고 있지만 고주파에서는 각 피크가 근접해 있어 그 값들을 분별해 내기가 어려웠다. Fig.5은 $x=0, y=0$ 인 곳의 주파수 변화에 대한 음압레벨의 관계를 그린 것이고, Fig.6~Fig.8은 하중점을 대각선 방향으로 이동했을 때 주파수의 변화에 따른 음압레벨의 변화를 그린 것이다. 이들 그림에서 하중점을 이동하면서 음압레벨을 계산해 보면 음압의 위상과 진폭의 변화를 확실히 비교할 수 있다.

여기서 Gauss-Jordan법, LU분해법과 IMSL법의 계산결과와는 일치하였으므로 별도의 표시를 하지 않았다.

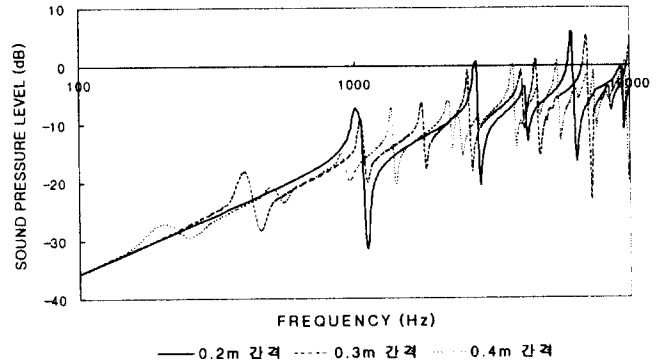


Fig.5 SPL vs. Frequency in case of 0.2m, 0.3m and 0.4m

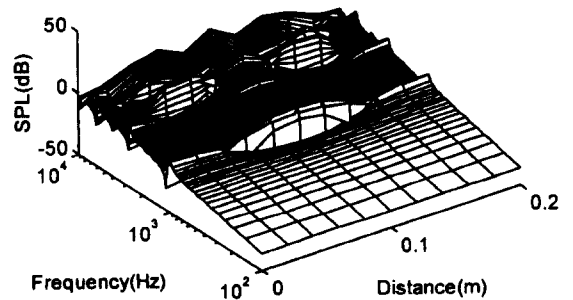


Fig.6 SPL vs. Frequency with the variation in the distance along the diagonal line (0.2m)

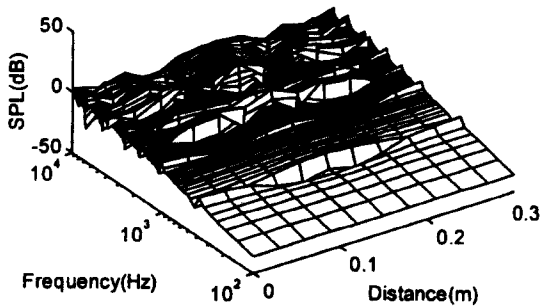


Fig.7 SPL vs. Frequency with the variation in the distance along the diagonal line(0.3m)

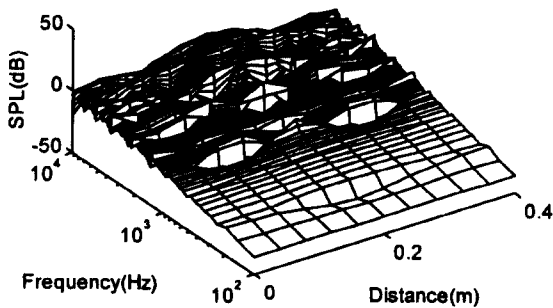


Fig.8 SPL vs. Frequency with the variation in the distance along the diagonal line(0.4m)

이들 그림에서 배이의 한 가운데에 하중이 작용할 때 음압레벨의 피크가 가장 높고, 격자의 교차점에서 가장 낮음을 알 수 있었다. 또한 동일조건외 하중이 작용할 경우 최소편향(least deflection)은 격자의 교차점에서 발생함을 알 수 있었다. 그리고 하중점을 배이의 중심으로 이동시키며 따라 피크값은 점차 증가하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 직각 격자형 보에 의해 보강된 얇은 등방성 평판위에 점조화 하중을 가하면서 주파수 변화에 따른 음압레벨을 고찰하였다. 사용된 보는 ㄷ자 개방형 대칭 단면을 갖으며 보와 보사이의 거리를 0.2m, 0.3m,

0.4m인 3가지 모델을 사용하였다. 원거리장에서 발생한 음압레벨(SPL)과 주파수의 관계를 해석한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 판의 두께, 판의 재질, 매질의 종류, 보강재의 형상, 보의 간격, 하중점의 위치 등을 바꾸어가며 각각의 조건에 대한 음향방사 거동을 파악할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.
2. 보의 간격이 증가함에 따라 첫 번째 피크점은 낮은 주파수에서 발생하였다.
3. x , y 방향의 보 간격이 같으므로 각각의 힘계수 F_x , G_m 와 모멘트계수 M_x , N_m 은 같게 계산되었다.
4. 배이의 가운데 부분에 하중이 작용할 때 음압레벨의 피크가 가장 높고, 보의 교차점에서 가장 낮게 나타났다.

후 기

본 논문을 1996년 조선대학교 교비학술연구비 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

1. Mead, D. J., "Free Wave Propagation in Periodically Supported by Infinite Beams", J. Sound & Vib., Vol.11, No.2, pp.181~197, 1970.
2. Mead, D. T. and Mallik, A. K., "An Approximate Theory for the Sound Radiated from a Periodic Line-Supported Plate", J. Sound & Vib., Vol. 61, No. 3, pp.315~326, 1978.
3. Rumerman, M. L., "Vibration and Wave Propagation in Ribbed Plates", J. of Acoustics Soc. Am., Vol. 57, No. 2, pp. 370~373, 1974.
4. Greenspon, J. E., "Sound Radiation from and Orthotropic Plate Supported by a Double Set of Stiffeners", J. G. Engineering Research Associate, Baltimore, MD, Report No.0-75-1, 1975.
5. Mace, B. R., "Sound Radiation from a Plate

- Reinforced by Two Sets of Parallel Stiffeners", J. Sound & Vib., Vol. 71, No.3, pp. 435~441, 1980.
6. Mace, B. R., "Periodically Stiffened Fluid-Loaded Plates(I)", J. Sound & Vib., Vol. 73, No.4, pp.473~486, 1980.
 7. Mace, B. R., "Sound Radiation form Fluid-Loaded Orthogonally Stiffened Plates," J. Sound & Vib., Vol. 79, No. 3, pp. 439~452, 1981.
 8. Seybert, A. F. and Tsui, Y. K., "The Radiation Efficiency of Mass-Loaded, Slender, Baffled Beams", J. Sound & Vib., Vol.120, No.3, pp.487~498, 1988.
 9. Hawwa, M. A. and Nayfeh, A. H., "Acoustic Radiation from Multi-Span Baffled Panels", J. of Applied Mechanics, Trans ASME, Vol.119, pp.80~84, 1997.
 10. Fuller, C. R., "Active Control of Sound Transmission/Radiation from Elastic Plates by Vibration Inputs I", J. Sound & Vib., Vol.136, No.1, pp.1~15, 1990.
 11. Metcalf, V. L., Fuller, C. R., Silcox, R. J. and Brown, D. E., "Active Control of Sound Transmission/Radiation from Elastic Plates by Vibration Inputs II", J. Sound & Vib., Vol.153, No.3, pp.387~402, 1992.