

# 로봇의 동특성을 고려한 컨베이어 추적시스템의 작업영역 해석

## Dynamic Workspace Analysis of a Robot Manipulator for Conveyor Tracking System

박 태 형

(Tae Hyoung Park)

**Abstract** : The concept of dynamic tracking line is proposed as the feasible tracking region for a robot in a robot-conveyor system, which takes the conveyor speed into consideration. This paper presents an effective method to identify the dynamic tracking line in a robotic workcell. The maximum line speed of a robot is derived in an analytic form using the parameterized dynamics and kinematics of the manipulator, and some of its properties are established mathematically. The identification problem of the dynamic tracking line is then formulated as a root-solving problem for a single-variable equation, and solved by using a simple numerical technique. Finally, numerical examples are presented to demonstrate the methodology and its applications in workspace specification.

**Keywords** : robot manipulator, workspace analysis, conveyor tracking system, dynamic tracking line, maximum line speed

### I. 서론

컨베이어추적 (conveyor tracking)은 이동하는 컨베이어와 동기화된 상태에서 작업이 수행되는 로봇의 작업방식이다. 컨베이어추적은 로봇과 컨베이어의 가동율을 향상시키고, 작업 사이클시간을 단축시키며, 궁극적으로 작업생산성을 향상시킬 수 있다[1]. 컨베이어추적의 실용적 가치는 도장, 용접, 물류처리, 검사 등의 로봇 응용분야에 광범위하게 적용되고 있음에서 확인할 수 있다[2]. 컨베이어추적이 수행되는 작업시스템에서, 로봇의 작업영역은 추적선 (tracking line)[3][4]에 의하여 표현된다. 추적선은 로봇 고유의 작업공간과 컨베이어의 배치에 의하여 결정되며, 로봇시스템의 주요한 성능평가척도로서 사용된다. 컨베이어추적은 로봇손끝의 속력과 컨베이어의 이송속력이 동기화된 상태에서 수행된다. 그러나 로봇 관절액츄에이터의 제한된 구동토크에 의하여 로봇손끝의 최대속력은 제한되며, 또한 로봇손끝의 위치에 따라 달라진다[5][6]. 로봇의 평활한 동작을 위해서 각 관절의 속도와 가속도에 제한조건이 부과될 수 있으며, 이 평활제한조건 (smoothness constraints)은 토크제한조건과 함께 로봇손끝의 최대속력을 제한한다[6]. 즉 컨베이어 이송속력이 큰 경우, 로봇의 동기화가 불가능한 영역이 추적선 상에 존재할 수 있으며, 따라서 로봇의 작업가능영역을 표현하기 위한 새로운 추적선의 개념이 필요하다. 본 논문은 로봇의 관절제한조건(속도, 가속도 및 토크)과 컨베이어의 이송속력을 고려한 추적선을 동적추적선(dynamic tracking line)이라 새로이 정의하고 이에 대한 식별방법을 제시한다. 동적추적선의 식별문제는 로봇의 동특성을 고려한 작업영역 해석의 범주에 속한다. 즉, 로봇의 특정 성능평가척도를 정의하고 로봇작업영역과의 상관관계를 분석하는 접근으로서, 이에 관한 많은 연구가 수행되어졌다. 특히 관성타원(inertia ellipsoid)[7][8]과 조작(manipulability measure)

[9][10]에 관하여 진행된 연구는 동적작업영역의 해석에 관한 대표적인 연구이다. 관성타원은 작업영역 상의 각 점에 대하여, 로봇동력학식의 비선형성과 결합성을 기하학적으로 표현하는 방법이다. 또한 조작도는 로봇의 특이점회피의 척도로서, 작업영역의 각 점에 대하여 기하학적으로 표현될 수 있다. 한편 로봇작업영역 상에서 관절토크제한을 고려하여 최대 로봇손끝힘의 크기와 방향을 찾는 문제[11], 관절토크제한을 고려한 최대 로봇손끝가속도의 크기와 방향을 찾는 문제[12][13]에 관한 연구도 진행되었다. 로봇작업영역의 해석결과는 로봇암의 설계, 로봇의 이동경로 설계 및 로봇 작업셀의 설계등에 활용된다. 그러나 컨베이어추적시스템은 컨베이어운동에 대한 로봇의 동기화를 필요로 하는 특수한 시스템으로서, 작업영역의 효과적인 해석을 위하여 로봇운동특성에 대한 새로운 분석을 필요로 한다. 본 논문에서는 컨베이어추적시 요구되는 로봇의 운동특성, 즉 로봇손끝의 선속력을 컨베이어의 이송속력으로 유지시키기 위한 특성을 수학적으로 정의하고 분석한다.

최대선속력(maximum line speed)으로 정의되는 로봇의 특성치는, 관절속도, 가속도 및 토크제한조건을 고려하여 작업영역상의 임의의 점에 대하여 표현되며, 특히 해석적형태로 유도된다. 정의된 최대선속력의 해석적특성을 분석하여 동적추적선의 식별문제를 단일변수 방정식 문제로 변환시키며, 그 해법을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 컨베이어추적시스템에서의 작업영역을 정의하고, III장에서는 로봇의 최대선속력을 수학적으로 유도한다. IV장에서는 최대선속력을 사용한 동적추적선의 식별기법을 제시하고 예제시스템에 적용하여 그 유용성을 검토한다.

### II. 컨베이어추적시스템

본 논문에서 다루고자하는 컨베이어추적시스템은 여유자유도가 없는  $n$ 관절의 고정베이스형 로봇매니퓰레이터와 직선컨베이어로 구성된 시스템이다. 이때 컨베이어추

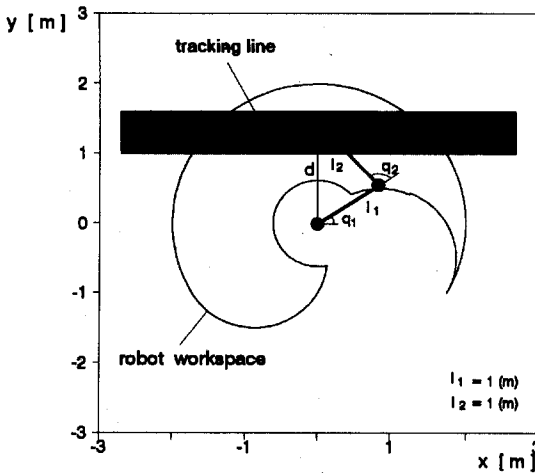


그림 1. 컨베이어추적시스템.  
Fig. 1. A conveyor tracking system.

적시스템은 다음의 조건들을 만족한다고 가정한다.

- A1) : 컨베이어의 경로는 로봇작업영역에 비하여 충분히 긴 직선이다.
- A2) : 로봇손끝의 경로는 컨베이어의 경로와 동일한 직선이다.
- A3) : 로봇손끝의 자세(orientation)를 별도로 제어할 수 있는 로봇에 대하여, 컨베이어추적 중 로봇손끝의 자세는 일정하다.<sup>1)</sup>

그림 1은 컨베이어 추적시스템의 한 예로서, 4축 SCARA형 로봇과 직선컨베이어로 구성된 시스템의 평면도이다. 로봇손끝은 컨베이어의 이송속력  $v \in R$ 와 동일한 속력으로 직선경로를 이동하며 작업을 수행한다. 컨베이어경로의 단위방향벡터를  $b$ 라 하고, 로봇중심으로부터 컨베이어경로에 수직으로 그른 법선거리벡터를  $d$ 라하면, 컨베이어경로의 위치는 벡터  $b$ 와  $d$ 에 의하여 표현될 수 있다.

정의 1 : 컨베이어의 직선경로와 로봇작업영역(robot workspace)의 교차영역으로서, 특이점(singular point)이 없는 직선을 추적선  $TL$ 이라 정의한다.

컨베이어추적시스템에서 로봇의 작업은 추적선 위에서 이루어지며, 따라서 추적선은 컨베이어추적시스템에서의 작업영역을 의미한다. 추적윈도우(tracking window)[3][4]는 컨베이어 평면상에 존재하는 모든 추적선의 집합으로 정의된다. 로봇 작업공간을 결정하는 로봇의 기구적특성치와, 컨베이어의 높이 및 폭, 컨베이어와 로봇중심사이의 수직거리에 의하여 추적선 및 추적윈도우가 결정된다. 컨베이어추적시스템에서 로봇의 작업은 로봇손끝속력이 컨베이어의 이송속력과 동기화된 상태에서 수행된다. 즉 로봇은 정지되어 있지 않으며, 계속 운동하는 상태에서 작업을 수행한다. 그러나 로봇은 관절 액추에이터에 의하여 구동되며, 각 관절의 액추에이터에서 발생하는 토크는 그 크기가 제한되어있다. 또한 고속, 고가감속시 발생하는 링크의 진동현상을 억제하고, 로봇운동의 안정성과 평활성을 확보하기 위하여, 각 관절의 속도 및 가속도의 크기는 제한되어야 한다.  $n$ 관절 로봇매니퓰레이터의

관절위치벡터를  $q = [q_1, \dots, q_n]^T \in R^{n \times 1}$ 라하고, 관절토크 벡터를  $\tau = [\tau_1, \dots, \tau_n]^T \in R^{n \times 1}$ 라 하면, 각 관절의 속도, 가속도, 토크는 그 크기가 다음과 같이 제한된다고 가정한다.

$$|\dot{q}_i| \leq \dot{q}_{i, \max} \quad i=1, \dots, n \quad (1)$$

$$|\ddot{q}_i| \leq \ddot{q}_{i, \max} \quad i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$|\tau_i| \leq \tau_{i, \max} \quad i=1, \dots, n \quad (3)$$

이때, 관절 속도, 가속도, 토크의 최대허용치로 구성된 벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{q}_{\max} = [ \dot{q}_{1, \max}, \dots, \dot{q}_{n, \max} ]^T$$

$$\ddot{q}_{\max} = [ \ddot{q}_{1, \max}, \dots, \ddot{q}_{n, \max} ]^T$$

$$\tau_{\max} = [ \tau_{1, \max}, \dots, \tau_{n, \max} ]^T$$

로봇손끝속력은 로봇관절의 속도, 가속도, 토크의 함수이며, 또한 로봇손끝위치의 함수이다[14][15][16]. 따라서 로봇손끝속력은 관절속도, 가속도, 토크의 최대허용치에 의하여 크기가 제한되며, 추적선 상의 로봇손끝의 위치에 따라 최대허용치가 다르다. 그러므로 추적선 상의 모든 점에서 추적작업이 가능한 것이 아니며, 컨베이어의 이송속력에 따라 추적작업이 불가능한 영역이 발생될 수 있다.

정의 2 : 컨베이어의 이송속력이  $v$ 인 컨베이어추적시스템에서, 로봇관절의 속도, 가속도, 토크제한범위를 고려하여, 로봇손끝속력이  $v$ 로 유지될 수 있는 추적선  $TL$ 의 영역을 동적추적선  $DTL(v)$ 라 정의한다. 또한 동적추적선  $DTL(v)$ 의 길이를  $l_d(v)$ 라 정의한다.

이송속력  $v$ 에 대한 동적추적윈도우 (dynamic tracking window)를, 컨베이어 평면상에 존재하는 모든 동적추적선의 집합으로 정의한다. 추적선은 컨베이어의 배치동시스템의 기하학적변수에 의하여 구할 수 있다. 그러나 동적추적선을 구하기 위하여는 컨베이어의 이송속력을 추가로 고려하여야하며, 따라서 추적선을 구하는 것과는 달리 로봇 동특성에 대한 해석을 필요로 한다.

### III. 로봇의 최대선속력

#### 1. 로봇의 운동식

컨베이어로 이송되는 부품을 추적하는 로봇손끝의 운동은 가감속구간과 등속구간으로 구분될 수 있다. 가감속구간은 정지하고 있는 로봇이 이동중인 부품의 이동거리 및 속력을 추적하기 위한 초기운동구간이다. 등속구간은 이동거리 및 속력이 동기화된 상태를 계속 유지하며 컨베이어상의 부품에 대한 작업을 수행하는 구간이다. 일반적으로 가감속구간에 소요되는 시간은 전체 작업시간에 비하여 매우 짧다. 초기의 가감속운동으로 이동거리 및 속력이 일치하였다 하여도, 로봇손끝이 일정속력을 계속 유지할 수 없다면 부품에 대한 로봇의 추적작업이 수행될 수 없다. 따라서 로봇손끝이 일정한 속력으로 직선운동을 계속 유지할 수 있는 능력은 가감속능력과는 별도로 컨베이어추적의 가능여부를 결정할 수 있다.

로봇손끝이 등속직선운동을 하는 경우의  $n$ 자유도 로봇매니퓰레이터의 운동을 분석한다. 방향벡터  $b \in R^{k \times 1}$ , 법선거리벡터  $d \in R^{k \times 1}$ 인 직선경로를 이동하는 로봇손끝의 카테시안 좌표계에서의 위치벡터를  $p \in R^{k \times 1}$ 라 하고, 자세벡터를  $w \in R^{k \times 1}$ 라 정의한다(단,  $n \geq k$ ).  $n = k$ 인 로봇의 경우, 즉 손끝자세를 별도로 제어할 수 없는

1) 2자유도의 관절형 로봇등 직선운동 중 일정한 손끝자세의 유지가 불가능한 로봇의 경우, 위치추적만에 의하여 작업이 가능하다고 가정한다.

로봇에 대하여 자세벡터  $w$ 는 영차원이다. 로봇손끝의 운동은 다음과 같이 직선경로 파라메타  $\lambda \in R$ 에 의하여 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ w_0 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = v \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

단,  $0$ 는  $(n-k) \times 1$ 의 영벡터이다. 또한  $v = \dot{\lambda}$ 로서, 방향벡터  $b$ 인 직선을 이동하는 로봇손끝의 속력이다. 직선경로 파라메타  $\lambda$ 는  $b$ 와  $d$ 가 주어진 직선경로 상에서 로봇손끝의 위치를 결정한다.

관절좌표계에서 로봇관절의 위치벡터를  $q \in R^{n \times 1}$ , 로봇 매니퓰레이터의 자코비안행렬[17]을  $J \in R^{n \times n}$ 라 하면, 로봇손끝이 등속직선운동을 하는 경우, 로봇관절의 운동식은 다음과 같다.

$$J \dot{q} = v \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$J \ddot{q} + B \dot{q} = 0 \quad (7)$$

(7)의  $0$ 는  $n \times 1$ 의 영벡터이며, 행렬  $B$ 의  $ij$  번째 원소  $B_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$B_{ij} = (\nabla J_{ij})^T \dot{q}$$

단,  $\nabla = (\frac{\partial}{\partial q_1} \frac{\partial}{\partial q_2} \dots \frac{\partial}{\partial q_n})^T$ 이며,  $J_{ij}$ 는 행렬  $J$ 의  $ij$  번째 원소이다. (6), (7)에 의하여, 관절속도 및 가속도와 손끝속력의 관계식을 다음과 같이 구한다.

$$\dot{q} = v J^{-1} \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\ddot{q} = -v^2 J^{-1} \dot{B} J^{-1} \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

단, 행렬  $\dot{B}$ 의 원소는 다음과 같다.

$$\dot{B}_{ij} = (\nabla J_{ij})^T J^{-1} \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

한편, 역기구학식 (inverse kinematics)에 의하여 로봇의 관절위치  $q$ 는 로봇손끝의 위치  $p$  및 자세  $w$ 의 함수로 표현될 수 있다[17]. 직선운동하는 로봇손끝의 위치 및 자세는 (4)에 의하여 파라메타  $\lambda$ 의 함수이며, 따라서 로봇관절의 위치는  $\lambda$ 의 함수이다. 등속으로 직선을 이동하는 로봇손끝과 로봇관절의 운동은 다음의 관계식으로 표현된다.

$$q = f(\lambda) \quad (10)$$

$$\dot{q} = v f_{\lambda}(\lambda) \quad (11)$$

$$\ddot{q} = v^2 f_{\lambda\lambda}(\lambda) \quad (12)$$

단,  $f(\lambda) : R \rightarrow R^{n \times 1}$ 는 로봇매니퓰레이터의 역기구학 관계식이며,  $f_{\lambda} = \frac{\partial f}{\partial \lambda}$ ,  $f_{\lambda\lambda} = \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2}$ 이다. (11), (12)는 앞서 유도된 (8), (9)와 각각 동일한 관계식이다.

로봇관절의 토크벡터를  $\tau \in R^{n \times 1}$ 라 하면, 로봇매니퓰레이터의 동력학식은 다음의 Lagrange-Euler 식으로 표

현된다[14].

$$\tau = M(q) \ddot{q} + \dot{q}^T C(q) \dot{q} + g(q) \quad (13)$$

단,

$M(q) : R^{n \times 1} \rightarrow R^{n \times n}$ 은 관성행렬,  $C(q) : R^{n \times 1} \rightarrow R^{n \times n \times n}$ 은  $g(q) : R^{n \times 1} \rightarrow R^{n \times 1}$  코리올리스력 및 원심력과 관계된 텐서이며, 은 중력에 의한 토크벡터이다.

로봇손끝이 등속직선운동을 하는 경우, (10), (11), (12)을 (13)에 대입하여 정리하면, 다음과 같이 직선경로 파라메타로 표현된 로봇의 동력학식을 얻을 수 있다.

$$\tau = v^2 h(\lambda) + g(\lambda) \quad (14)$$

단,

$$h(\lambda) = M(f(\lambda)) f_{\lambda\lambda}(\lambda) + f_{\lambda}(\lambda)^T C(f(\lambda)) f_{\lambda}(\lambda) \quad (15)$$

$$g(\lambda) = g(f(\lambda)) \quad (16)$$

2. 최대선속력

정의 3 : 로봇손끝이 직선경로를 일정한 속력으로 이동하는 경우, 경로상의 한 점에서 관절속도, 가속도, 토크의 제한범위 ((1)-(3))를 고려한 로봇손끝의 최대허용속력을  $v$ 라 하고, 이를 로봇의 최대선속력이라 정의한다. 최대선속력은 작업영역상에 로봇의 등속직선운동 능력을 표현하기 위한 하나의 척도이며, 동적추적선의 식별에 사용될 수 있다. 최대선속력이 해석적형태로 표현되는 경우, 그 수학적분석을 통하여 동적추적선의 식별 및 작업영역의 분석을 보다 효과적으로 수행할 수 있다. 로봇관절 액추에이터의 운동제한범위와 일정하게 유지될 수 있는 로봇손끝속력의 허용범위의 관계를 분석하기 위한 연구가 수행되었다. Hollerbach[14]는 로봇이 주어진 경로를 등속으로 이동할 때, 관절토크의 제한을 고려한 로봇손끝속력의 허용범위를 구하는 방법을 제시하였다. 제안된 동적 스케일링 알고리즘을 이용하여 최소시간에 주어진 궤적을 이동하기 위한 궤적계획이 이루어졌다. 그러나 관절속도 및 관절가속도의 제한은 고려되어 있지 않으며, 로봇손끝속력의 최대치가 해석적형태로 표현되지 않았다. Wu[15]는 로봇이 주어진 경로를 등속으로 이동할 때, 관절속도 및 가속도의 제한을 고려하여 로봇손끝속력의 최대치를 구하는 방법을 제시하였다. 그러나 로봇의 동력학식과 관절토크의 제한이 고려되지 않았으며, 해석적형태로 표현되지 않았다.

다음의 예비정리 1은 로봇의 최대선속력을 해석적형태로 구하기 위한 기본정리이다.

예비정리 1 : 임의의 벡터  $t = [t_1, \dots, t_n]^T$ ,  $k = [k_1, \dots, k_n]^T$ 와 임의의 양수  $\alpha (>0)$ 에 대하여

$$t = \alpha k \quad (17)$$

인 관계가 성립하고, 벡터  $t$ 의 모든 원소의 크기가 다음과 같이 제한된다고 하자.

$$|t_i| \leq 1 \quad \forall, \quad (18)$$

위의 조건 (17), (18)을 만족시키는  $\alpha$ 의 최대허용치를  $\bar{\alpha}$ 라 하면,  $\bar{\alpha}$ 는 임의의 벡터  $k$ 에 대하여 다음과 같다.

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\|k\|_{\infty}} \quad (19)$$

증명 :  $\alpha$ 의 크기는 (17), (18)로부터 다음과 같이 제한된다.

$$|t_i| = |\alpha k_i| = \alpha |k_i| \leq 1 \quad \forall,$$

$\alpha$ 의 최대치는 위의 부등식에서 등호가 성립되는 경우이다. 그러나 모든  $i$ 에 대하여 위의 부등식이 성립되어야

하므로,  $a$ 의 최대허용치  $\bar{a}$ 는 다음 관계식을 만족시켜야 한다.

$$\bar{a} \max \{|k_1|, \dots, |k_n|\} = \bar{a} \|k\|_\infty = 1 \quad \blacksquare$$

다음의 정리 1은 관절 액추에이터의 속도 또는 가속도 제한을 고려하여 추적선 위의 한 점에서 로봇손끝이 유지할 수 있는 최대허용속력을 해석적 형태로 표현한다.

정리 1 : 각 관절 속도, 가속도의 최대허용치들로 이루어진 대각행렬  $V \in R^{n \times n}$  와  $A \in R^{n \times n}$  를 다음과 같이 정의하자.

$$V \triangleq \text{diag}(\dot{q}_{1, \max}, \dots, \dot{q}_{n, \max})$$

$$A \triangleq \text{diag}(\ddot{q}_{1, \max}, \dots, \ddot{q}_{n, \max})$$

법선거리벡터와 방향벡터가 주어진 추적선의 한 점에서, 관절속도의 제한범위 (1)을 고려한 로봇 손끝의 최대허용속력을  $\bar{v}_v$ 라 하고, 관절가속도의 제한범위 (2)를 고려한 로봇 손끝의 최대허용속력을  $\bar{v}_a$ 라 하자.  $\bar{v}_v$  및  $\bar{v}_a$ 는 다음과 같은  $\lambda$ 의 함수이다.

$$\bar{v}_v = \frac{1}{\|V^{-1} f_\lambda(\lambda)\|_\infty} \triangleq \frac{1}{\epsilon_v(\lambda)} \quad (20)$$

$$\bar{v}_a = \frac{1}{\|V^{-1} f_{\lambda\lambda}(\lambda)\|_\infty^{\frac{1}{2}}} \triangleq \frac{1}{\epsilon_a(\lambda)} \quad (21)$$

증명 : 정규화 된 관절속도벡터  $\hat{q}$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$\hat{q} \triangleq V^{-1} \dot{q} \quad (22)$$

로봇 관절속도의 제한범위 (1)은 정규화 된 관절속도벡터의 제한범위로 변형된다. 즉,

$$|\hat{q}_i| \leq 1 \quad \forall_i \quad (23)$$

한편, (11)을 (22)에 대입하면, 다음의 관계식이 유도된다.

$$\hat{q} = v V^{-1} f_\lambda(\lambda) \quad (24)$$

로봇손끝의 직선이동속력  $v$ 는 항상 양이며, (24),(23)은 각각 예비정리 1의 조건식 (17),(18)을 만족한다. 따라서 로봇손끝속력  $v$ 의 최대허용치  $\bar{v}_v$ 는 예비정리 1의 (19)에 의하여 (20)과 같이 된다. 같은 방법으로 (21)을 유도할 수 있다. 즉 정규화 된 관절가속도벡터  $\hat{a}$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$\hat{a} \triangleq A^{-1} \ddot{q} \quad (25)$$

로봇 관절가속도의 제한범위 (2)는 정규화 된 관절가속도벡터의 제한범위로 변형된다. 즉,

$$|\hat{a}_i| \leq 1 \quad \forall_i \quad (26)$$

이 때, (12)를 (25)에 대입하면, 다음의 관계식이 유도된다.

$$\hat{a} = v^2 A^{-1} f_{\lambda\lambda}(\lambda) \quad (27)$$

$v^2$ 은 항상 양이며, (27), (26)은 각각 예비정리 1의 조건식 (17),(18)를 만족한다. 따라서 로봇손끝속력  $v$ 의 최대허용치  $\bar{v}_a$ 는 예비정리 1의 (19)에 의하여 (21)과 같이 된다.  $\blacksquare$

그림 2는 직선운동을 하는 2 관절로봇에 대하여, 관절속도의 제한과 손끝속도의 제한범위를 기하학적으로 묘사한다. 즉 로봇손끝이  $x-y$  카테시안좌표계에서 방향벡터  $b$ 인 직선경로를 이동하는 경우, 경로 상의 한 점에서 관절속도의 제한범위가 로봇손끝속력의 제한에 어떻게 반영되는지를 보여준다. 그림 2(a)는 카테시안 속도

평면  $\dot{x}-\dot{y}$ 에서 단위벡터  $b$  방향으로의 로봇손끝속도와 그 제한범위를 보여준다. 벡터  $b$ 의 방향으로 가능한 로봇손끝속도의 범위는 점선으로 표시되어 있으며, 평행사변형의 제한범위에 의하여 그 크기가 제한된다. 관절좌계

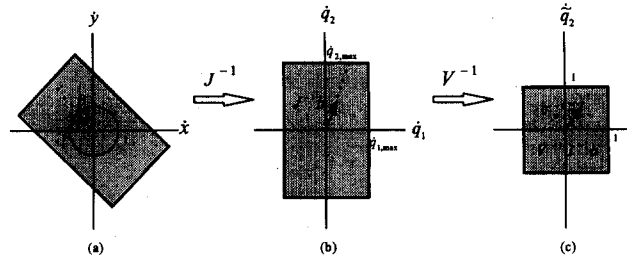


그림 2. 관절속도와 손끝속도의 제한범위.  
Fig. 2. Boundary of joint velocity and hand velocity.

에서의 속도제한의 경계는 직사각형이나 그림 2(b), 이를 자코비안행렬에 의하여 카테시안좌표계로 변환시키면 평행사변형이 된다. 따라서 로봇손끝속력의 최대허용치  $\bar{v}_v$ 는  $b$  방향으로 평행사변형의 경계선까지의 벡터의 크기와 방향벡터  $b$ 의 크기 (=1)의 비이다.

그림 2(b)는 관절좌표계에서의 속도평면  $\dot{q}_1 - \dot{q}_2$ 에서 로봇손끝속도와 그 제한범위를 보여준다. 역자코비안행렬에 의하여 로봇손끝속도는  $J^{-1}b$  방향의 벡터로 변환되며, 관절속도 제한범위 (1)은 직사각형으로 표시된다. 따라서 로봇손끝속력의 최대허용치  $\bar{v}_v$ 는  $J^{-1}b$  방향으로 직사각형의 경계선까지의 벡터의 크기와 방향벡터  $J^{-1}b$  크기의 비이다.

그림 2(c)는 관절좌표계에서의 정규화된 속도평면  $\hat{q}_1 - \hat{q}_2$ 에서 로봇손끝속도와 그 제한범위를 보여준다. 일차변환  $V^{-1}$ 에 의하여 직사각형의 관절속도제한은 각변의 길이가 1인 정사각형으로 변환된다. 또한 로봇손끝의 방향벡터는  $V^{-1}J^{-1}b$ 로 변환된다. 따라서 로봇손끝속력의 최대허용치  $\bar{v}_v$ 는  $V^{-1}J^{-1}b$  방향으로 정사각형의 경계선까지의 벡터의 크기와 벡터  $V^{-1}J^{-1}b$  크기의 비이다. 방향이 같은 두 벡터의 크기의 비는 각 벡터 성분의 크기의 비와 동일하다. 벡터  $V^{-1}J^{-1}b$ 에 대하여 각 성분크기의 최대값은  $\|V^{-1}J^{-1}b\|_\infty$ 이며, 이 때 정사각형 경계선까지의 벡터 성분의 크기는 1이다. 따라서  $\bar{v}_v = \frac{1}{\|V^{-1}J^{-1}b\|_\infty}$ 의 관계가 성립된다.

다음의 정리 2는 관절 액추에이터의 토크 제한을 고려하여 추적선 위의 로봇손끝이 유지할 수 있는 최대허용속력을 해석적 형태로 표현한다.

정리 2 :  $n \times n$ 의 대각행렬  $T(\lambda)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$T(\lambda) = \text{diag}(\hat{\tau}_{1, \max}, \dots, \hat{\tau}_{n, \max})$$

단,

$$\hat{\tau}_{i, \max} = \begin{cases} |\tau_{i, \max} - g_i|, & h_i > 0 \\ |\tau_{i, \max} + g_i|, & h_i < 0 \end{cases}$$

이며,  $g_i, h_i$ 는 각각 벡터  $g(\lambda)$ ((15)) 및  $h(\lambda)$ ((16))의  $i$ 번째 원소이다. 법선거리벡터와 방향벡터가 주어진 추적선의 한 점에서, 로봇 관절토크의 제한범위 (13)을 고

러한 로봇손끝의 최대허용속력  $\bar{v}_r$ 라 하면,  $\bar{v}_r$ 는 다음과 같이  $\lambda$ 의 함수로 표현된다.

$$\bar{v}_r = \frac{1}{\|T^{-1}(\lambda) \mathbf{h}(\lambda)\|_{\infty}^{\frac{1}{2}}} \triangleq \frac{1}{\epsilon_r(\lambda)} \quad (28)$$

증명 :  $\hat{\boldsymbol{\tau}} \triangleq \boldsymbol{\tau} - \mathbf{g}(\lambda)$ 라 정의하면, 벡터  $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ 의 원소  $\hat{\tau}_i$  ( $i=1, \dots, n$ )는 관절토크제한조건 (3)에 의하여 그 범위가 다음과 같이 제한된다.

$$-\tau_{i, \max} - g_i \leq \hat{\tau}_i \leq \tau_{i, \max} - g_i \quad \forall_i \quad (29)$$

한편, 로봇의 동력학식 (14)로부터 다음식이 성립되며,

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = v^2 \mathbf{h}(\lambda) \quad (30)$$

$\hat{\tau}_i = v^2 h_i$ 의 관계로부터, (29)의 조건은 다음과 같이 분리되어 표현된다.

$$\begin{cases} |\hat{\tau}_i| \leq |\tau_{i, \max} - g_i|, & h_i > 0 \\ |\hat{\tau}_i| \leq |\tau_{i, \max} + g_i|, & h_i < 0 \end{cases}$$

따라서, 정의된 행렬  $T(\lambda)$ 의 역행렬을 (30)의 양변에 곱하면, 다음과 같은 정규화된 관절토크  $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$  및 그 제한범위를 얻을 수 있다.

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}} = v^2 T^{-1}(\lambda) \mathbf{h}(\lambda) \quad (31)$$

$$|\tilde{\tau}_i| \leq 1 \quad \forall_i \quad (32)$$

(31),(32)는 각각 예비정리 1의 조건 (17),(18)을 만족하므로,  $v$ 의 최대허용치  $\bar{v}_r$ 는 (28)과 같이 얻어진다. ■

다음의 보조정리 1에 의하여 관절속도, 가속도 및 토크 제한범위를 모두 고려한 로봇손끝의 최대허용속력, 즉 로봇의 최대선속력을 구한다.

보조정리 1 : 벡터  $\mathbf{e} \in R^{3n \times 1}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$\mathbf{e} \triangleq \begin{bmatrix} |V^{-1} \mathbf{f}_\lambda(\lambda)| \\ \sqrt{A^{-1} \mathbf{f}_{\lambda\lambda}(\lambda)} \\ \sqrt{T^{-1}(\lambda) \mathbf{h}(\lambda)} \end{bmatrix} \quad (33)$$

단, 벡터  $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_n]^T$ 에 대하여,  $|\mathbf{a}| = [|a_1|, \dots, |a_n|]^T$ ,  $\sqrt{\mathbf{a}} = [\sqrt{|a_1|}, \dots, \sqrt{|a_n|}]^T$ 로 정의한다. 또한  $\lambda$ 의 함수  $\epsilon(\lambda): R \rightarrow R$ 을 다음과 같이 정의하면,

$$\epsilon(\lambda) \triangleq \|\mathbf{e}\|_{\infty} \quad (34)$$

추적선의 한 점에서 관절속도, 가속도, 토크 제한범위 ((1)-(3))를 모두 고려한 로봇손끝의 최대허용속력을  $\bar{v}$ 라 하면,  $\bar{v}$ 는  $\epsilon(\lambda)$ 의 역수이다. 즉,

$$\bar{v} = \frac{1}{\epsilon(\lambda)} \quad (35)$$

증명 : 관절속도, 가속도, 토크의 제한범위를 모두 고려한 로봇손끝의 최대허용속력  $\bar{v}$ 는, 관절속도, 가속도, 토크의 제한범위를 각각 고려한 로봇손끝의 최대허용속력  $\bar{v}_v, \bar{v}_a, \bar{v}_t$ 의 최소값이다. 따라서 다음의 관계식이 성립된다.

$$\bar{v} = \min \{ \bar{v}_v, \bar{v}_a, \bar{v}_t \}$$

정리 1 및 정리 2에 의하여

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \min \left\{ \frac{1}{\epsilon_v}, \frac{1}{\epsilon_a}, \frac{1}{\epsilon_t} \right\} \\ &= \frac{1}{\max \{ \epsilon_v, \epsilon_a, \epsilon_t \}} \quad (\epsilon_v, \epsilon_a, \epsilon_t \geq 0) \end{aligned}$$

따라서

$$\frac{1}{\bar{v}} = \max \{ \epsilon_v, \epsilon_a, \epsilon_t \} \quad (36)$$

$$= \max \{ \|V^{-1} \mathbf{f}_\lambda\|_{\infty}, \|\sqrt{A^{-1} \mathbf{f}_{\lambda\lambda}}\|_{\infty}, \|\sqrt{T^{-1} \mathbf{h}}\|_{\infty} \}$$

$$= \left\| \begin{bmatrix} V^{-1} \mathbf{f}_\lambda \\ \sqrt{A^{-1} \mathbf{f}_{\lambda\lambda}} \\ T^{-1} \mathbf{h} \end{bmatrix} \right\|_{\infty}$$

$$= \epsilon(\lambda) \quad \blacksquare$$

로봇의 최대선속력  $\bar{v}$ 는 (35)과 같이 추적선상의 점  $\lambda$ 에 대한 해석적함수로 표현되었다. 이때 최대선속력의 역수  $\epsilon(\lambda)$ 는 로봇의 관절제한조건과 동적 파라메타로부터 (33), (34)와 같이 얻어진다.

#### IV. 동적추적선

##### 1. 동적추적선 식별문제

정의 1의 추적선  $TL$ 은 3차원 공간상의 점들의 다. 그러나 이 점들은 모두 동일직선상에 존재하므로 직선경로 파라메타에 의하여 표현될 수 있다. 즉, 방향벡터  $\mathbf{b}$ 와 법선거리벡터  $\mathbf{d}$ 인 컨베이어 경로에 대하여, 이 경로위의 모든 점들의 위치벡터는 (4)에 의하여 직선경로 파라메타  $\lambda$ 값으로 표현된다. 주어진 컨베이어 경로와 로봇작업공간이 교차하는 점에서의  $\lambda$ 값을 각각  $\lambda_o, \lambda_f$ 라 하면, 추적선  $TL$ 은 컨베이어의 위치벡터  $\mathbf{d}$ 와 방향벡터  $\mathbf{b}$ 에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$TL = \{ \lambda \mid \lambda \in (\lambda_o, \lambda_f) \} \quad (37)$$

작업공간의 경계선은 로봇의 특이점이므로 [17], 정의 1에 의하여  $\lambda_o$ 와  $\lambda_f$ 는 추적선에서 제외된다.

컨베이어의 이송속력  $v$ 를 고려한 정의 2의 동적추적선  $DTL(v)$ 는, 추적선  $TL$  중의 일부영역으로서 직선경로 파라메타  $\lambda$ 의 집합으로 표현될 수 있다. 동적추적선의 식별문제  $DTLP$  (dynamic tracking line problem)를 다음과 같이 수학적으로 정의한다.

[DTLP] 동적추적선 식별문제

$$\text{given } v, \mathbf{b}, \mathbf{d}, \dot{\mathbf{q}}_{\max}, \ddot{\mathbf{q}}_{\max}, \boldsymbol{\tau}_{\max}$$

$$\text{find } DTL(v) = (\lambda_o, \lambda_f) \cap VC(v) \cap AC(v) \cap TC(v) \quad (38)$$

subject to

$$VC(v) = \{ \lambda \mid |\dot{\mathbf{q}}(\lambda, v)| \leq |\dot{\mathbf{q}}_{\max}| \} \quad (39)$$

$$AC(v) = \{ \lambda \mid |\ddot{\mathbf{q}}(\lambda, v)| \leq |\ddot{\mathbf{q}}_{\max}| \} \quad (40)$$

$$TC(v) = \{ \lambda \mid |\boldsymbol{\tau}(\lambda, v)| \leq |\boldsymbol{\tau}_{\max}| \} \quad (41)$$

$VC(v), AC(v), TC(v)$ 은 각각 관절속도, 가속도 및 토크의 최대허용치 이내에서 로봇손끝속력이 컨베이어의 이송속력  $v$ 를 유지할 수 있는 추적선의 영역이다. (38)은 동적추적선을 구하는 문제가  $\lambda$ 의 집합  $VC(v), AC(v), TC(v)$ 의 교집합을 구하는 문제임을 의미한다. 그러나 (39)-(41)에서 정의된 집합을 직접 구하는 것은 복잡한 연립부등식의 해집합을 구하는 것으로서 매우 많은 연산을 필요로 한다. 따라서 동적추적선을 간단하고 효과적으로 구하기 위하여, 이들 집합에 대한 수학적 변환이 필요하다.  $VC(v), AC(v), TC(v)$ 는 정리 1 및 정리 2에서 정의된 로봇손끝의 최대허용속력  $\bar{v}_v, \bar{v}_a, \bar{v}_t$ 가 컨베이어의 이송속력  $v$ 보다 큰  $\lambda$ 의 집합이다. 따라서 이 집합들은 정리 1 및 정리 2의 (20),(21),(28)에 의하여 다음과 같이 변환된다.

$$VC(v) = \left\{ \lambda \mid \epsilon_v(\lambda) \leq \frac{1}{v} \right\} \quad (42)$$

$$AC(v) = \left\{ \lambda \mid \varepsilon_a(\lambda) \leq \frac{1}{v} \right\} \quad (43)$$

$$TC(v) = \left\{ \lambda \mid \varepsilon_r(\lambda) \leq \frac{1}{v} \right\} \quad (44)$$

또한 보조정리 1에 의하여,  $VC(v)$ ,  $AC(v)$ ,  $TC(v)$ 의 교집합은, 다음과 같은  $\lambda$ 에 대한 부등식의 해집합이 된다.

$$VC(v) \cap AC(v) \cap TC(v) = \left\{ \lambda \mid \varepsilon(\lambda) \leq \frac{1}{v} \right\} \quad (45)$$

일반적으로 단일변수에 대한 부등식의 해집합은 방정식의 해로부터 구할 수 있다. 그러나 방정식의 해로부터 부등식의 해를 유도하기 위하여는 함수특성에 대한 분석이 선행되어야 한다.

보조정리 2 : 법선거리벡터와 방향벡터가 주어진 추적선을  $(\lambda_o, \lambda_f)$ 라 하면, 함수  $y = \varepsilon(\lambda)$ 는 구간  $(\lambda_o, \lambda_f)$ 에서 다음과 같은 해석적 특징을 갖는다.

- i) 연속이다.
- ii)  $\varepsilon(\lambda) > 0 \quad \forall \lambda$
- iii)  $\lim_{\lambda \rightarrow \lambda_o} \varepsilon(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow \lambda_f} \varepsilon(\lambda) = \infty$

증명 : i) 추적선은 특이점이 없는 평활한 직선이므로, 추적선을 이동하는 로봇의  $f(\lambda)$ ,  $f_\lambda(\lambda)$ ,  $f_{\lambda\lambda}(\lambda)$ 는 모두 연속인 벡터이며[16], 따라서 (33)의 벡터  $e$ 는 연속인 벡터이다. 어느 벡터가 연속이면 그 벡터의 노름 또한 연속이며[18], 따라서 (34)에서 정의된  $\varepsilon(\lambda)$ 는 구간  $(\lambda_o, \lambda_f)$ 에서 연속이다.

ii) 벡터노름의 특성에 의하여  $\varepsilon(\lambda) \geq 0$ 이다. 이때 0이 되는 유일한 경우는 (33)의 모든벡터의 원소가 0인 경우이다, 로봇작업공간의 직선경로상에 이러한 로봇의 위치 및 자세는 존재할 수 없다.

iii)  $q_o = f(\lambda_o)$ ,  $q_f = f(\lambda_f)$ 라 하면, 추적선의 경계치  $q_o$ ,  $q_f$ 는 로봇매니퓰레이터의 작업공간 경계 특이점(workspace boundary singularities)[17]이다. 이들 특이점에서 자코비안행렬의 판별식은 0이다. 즉  $|J(q_o)| = |J(q_f)| = 0$ 이다. 따라서  $\lambda \rightarrow \lambda_o$ 에 대하여 다음의 극한식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow \lambda_o} \varepsilon_v(\lambda) &= \lim_{\lambda \rightarrow \lambda_o} \|V^{-1} f_\lambda(\lambda)\|_\infty \\ &= \lim_{q \rightarrow q_o} \|V^{-1} J(q)^{-1} \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}\|_\infty \\ &= \lim_{q \rightarrow q_o} \frac{1}{|J(q)|} \|V^{-1} \Delta(q) \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}\|_\infty \\ &= \infty \end{aligned}$$

단,  $\Delta(q)$ 는 행렬  $J(q)$ 의 수반행렬(adjoint matrix)이다.  $\lambda \rightarrow \lambda_f$ 에 대해서도 마찬가지로 증명된다. ■

위의 보조정리 2에 의하여 함수  $\varepsilon(\lambda)$ 는 감소-(증가 - ... -감소) - 증가 형태의 양의 연속함수임을 알 수 있다. 따라서 구간  $(\lambda_o, \lambda_f)$ 에서 방정식  $\varepsilon(\lambda) = \frac{1}{v}$ 의 근이 존재하는 경우 근의 갯수는 짝수개이다. (단, 2중근 및 겹점의 근은 2개, 3중근은 3개 등으로 고려한다). 그러므로 정의된 동적추적선 식별문제는 다음과 같이 방정식의 해를 구하는 문제로 변환된다.

[DTLP] 동적추적선 식별문제

given  $v, b, d, \dot{q}_{\max}, \ddot{q}_{\max}, \tau_{\max}$

find  $DTL(v) = [\lambda_1, \lambda_2] \cup \dots \cup [\lambda_{2k-1}, \lambda_{2k}]$

such that  $\varepsilon(\lambda_i) = \frac{1}{v} \quad (i = 1, 2, \dots, 2k)$  (46)

subject to  $\lambda_o < \lambda_i < \lambda_f$

즉, 동적추적선의 식별문제는 변수  $\lambda$ 에 대한 방정식(46)의 해  $\lambda_1, \dots, \lambda_{2k}$ 를 구하는 문제이다. 컨베이어추적시스템에서의 작업영역인 동적추적선을 정량적으로 표시하기 위하여 정의된 동적추적선의 길이  $l_d(v)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$l_d(v) = \sum_{i=1}^k (\lambda_{2i} - \lambda_{2i-1}) \quad (47)$$

$\lambda$ 에 대한 비선형방정식 (46)으로 변환된 동적추적선 식별문제의 해는, 비선형방정식의 해를 구하기 위한 여러 가지 수치기법[19]을 사용하여 구할 수 있다. 본 논문에서는 상용화된 수치해석 라이브러리인 MATLAB [20]을 사용하여 해를 구한다. MATLAB에서 제공되는 함수 'solve'는 가우스-뉴턴 방법(Gauss-Newton method)[21]을 사용하여 비선형방정식의 해를 구한다.

2. 동적추적선 식별 예

제안된 방법을 그림 1의 4축 SCARA형 로봇을 포함한 컨베이어추적시스템에 적용한다. 이 로봇의 1축 및 2축은 X-Y 평면에서의 운동을 제어하며, 제3축은 상하운동, 제4축은 손끝각을 결정한다. 컨베이어추적시 로봇의 3축 및 4축의 위치변수는 일정하다고 가정한다. 즉 예제시스템에서의 컨베이어추적은 로봇의 1축과 2축의 운동에 의하여 수행되며, 따라서 (4)의 로봇자세  $\omega$ 항은 고려되지 않는다. 로봇 각 링크의 무게중심은 링크 중심에 있다고 가정하며, 카테시안좌표계의 원점은 로봇 기준좌표계의 원점과 동일하게 설정한다. 로봇 1, 2축 관절변수의 이동범위는 다음과 같이 제한된다고 가정한다.

$$\begin{aligned} q_{1, \min} &\leq q_1 \leq q_{1, \max} \\ q_{2, \min} &\leq q_2 \leq q_{2, \max} \end{aligned}$$

로봇 1, 2축의 기구적특성과 각 관절위치의 제한범위에 의한 로봇의 작업영역이 그림 1에 나타나있다. 또한 로봇 1, 2축 각 링크의 길이  $l_1, l_2$ 와 질량  $m_1, m_2$  및 관절속도, 가속도, 토크의 최대허용치는 표 1에 요약된다. 컨베이어는 x축에 평행하게 배치되며 방향벡터는  $b = [1 \ 0]^T$ 이다. 로봇중심과 컨베이어경로사이의 수직거리를  $d$ 라하면, 컨베이어의 법선거리벡터는  $d = [0 \ d]^T$ 로서 컨베이어의 배치위치를 결정한다. 이 때 로봇작업영역을 고려한  $d$ 의 범위는 다음과 같다.

$$\sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos(\pi - q_{2, \max})} \leq d \leq l_1 + l_2$$

주어진 시스템에 대한 추적선은 (37)로부터,

$$TL = \{ \lambda \mid \lambda_o < \lambda < \lambda_f \}$$

이며, 그 경계값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_o &= -\sqrt{(l_1 + l_2)^2 - d^2} \\ \lambda_f &= \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - d^2} \end{aligned}$$

동적추적선을 구하기 위한 로봇의 동적과파라메타를 유도한다. 관절위치는 로봇의 역기구학식으로부터 다음과 같이 얻어진다[17].

$$q_2 = \frac{\cos^{-1}(\lambda^2 + d^2 - l_1^2 - l_2^2)}{2l_1l_2}$$

표 1. 로봇시스템의 파라메타.  
Table 1. Parameters of a robot system.

$l_1$ (m)	1	$l_2$ (m)	1
$l_2$ (Kg)	1	$m_2$ (Kg)	1
$q_{1, \min}$ (rad)	$-\frac{\pi}{6}$	$q_{2, \min}$ (rad)	0
$q_{1, \max}$ (rad)	$\frac{7\pi}{6}$	$q_{2, \max}$ (rad)	$\frac{4\pi}{5}$
$\dot{q}_{1, \max}$ (rad/s)	0.8	$\dot{q}_{2, \max}$ (rad/s)	1.0
$\ddot{q}_{1, \max}$ (rad/s <sup>2</sup> )	1.8	$\ddot{q}_{2, \max}$ (rad/s <sup>2</sup> )	1.6
$\tau_{1, \max}$ (Nm)	0.5	$\tau_{2, \max}$ (Nm)	0.2
$b$	$[1 \ 0]^T$	$d$	$[0 \ d]^T$

$$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{d}{\lambda}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

또한, 로봇손끝속도와 로봇관절 속도, 가속도, 토크와의 관계를 위한 벡터는 다음과 같다.

$$f_\lambda = \begin{bmatrix} f_{\lambda,1} \\ f_{\lambda,2} \end{bmatrix} = \frac{1}{l_1 l_2 s_2} \begin{bmatrix} l_2 c_{12} \\ -l_1 c_1 - l_2 c s_{12} \end{bmatrix}$$

$$f_{\lambda\lambda} = \begin{bmatrix} f_{\lambda\lambda,1} \\ f_{\lambda\lambda,2} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{l_1^2 l_2^2 s_2^3} \begin{bmatrix} l_2^2 c_2 c_{12}^2 + l_1 l_2 c_1^2 \\ -l_2^2 c_2 c_{12}^2 - l_1 l_2 c_1^2 - l_1 l_2 c_{12} - l_1^2 c_1^2 c_2 \end{bmatrix}$$

$$h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{3} m_1 l_1^2 + \frac{4}{3} m_2 l_2^2 + m_2 l_2 c_2\right) f_{\lambda,1} + \left(\frac{1}{3} m_2 l_2^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2 c_2\right) f_{\lambda,2} \\ -\frac{1}{2} m_2 l_2^2 s_2^2 f_{\lambda,2}^2 - \frac{1}{3} m_2 l_2^2 f_{\lambda,1} f_{\lambda,2} \\ \left(\frac{1}{3} m_2 l_2^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2 c_2\right) f_{\lambda,1} + \frac{1}{3} m_2 l_2^2 f_{\lambda,2} + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 s_2^2 f_{\lambda,1} \end{bmatrix}$$

최대선속력의 역수를 구하기 위하여 필요한 (33)의 벡터  $e$ 의 모든 원소는 다음과 같으며,

$$e_1 = \frac{|f_{\lambda,1}|}{\dot{q}_{1, \max}}, \quad e_2 = \frac{|f_{\lambda,2}|}{\dot{q}_{2, \max}}, \quad e_3 = \sqrt{\frac{|f_{\lambda\lambda,1}|}{\dot{q}_{1, \max}}}$$

$$e_4 = \sqrt{\frac{|f_{\lambda\lambda,2}|}{\dot{q}_{2, \max}}}, \quad e_5 = \sqrt{\frac{|h_1|}{\tau_{1, \max}}}, \quad e_6 = \sqrt{\frac{|h_2|}{\tau_{2, \max}}}$$

최대선속력의 역수  $\epsilon$ 는 (34)로부터 다음과 같다.

$$\epsilon = \max \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

그림 3은 추적선 상의 위치  $\lambda$ 에 대한  $e_1(\lambda), \dots, e_6(\lambda)$  및  $\epsilon(\lambda)$ 의 그래프로서, 보조정리 2의  $\epsilon(\lambda)$ 의 수학적 특성을 확인할 수 있다. 즉, 추적선 상의 모든  $\lambda$ 에 대하여 항상 양이고, 연속이며 또한 양쪽 경계점에서 무한히 증가한다. 그림 4는 추적선 상의 위치  $\lambda$ 에 대한 최대선속력  $\bar{v}$ 의 그래프로서, (35)로부터 계산된다. 이 최대선속력 그래프로부터 동적추적선을 식별할 수 있다. 즉, 컨베이어의 이송속력  $v$  위치에서  $\lambda$ 축에 평행하게 그은 직선보다  $\bar{v}$ 가 위에 존재하는  $\lambda$ 의 영역이 동적추적선이다. 예를 들어  $v=0.4$ (m/s)인 경우, 이 값보다  $\bar{v}$ 가 큰  $\lambda$ 의 구간은  $-1.35$ (m)부터  $1.33$ (m)까지이며, 따라서  $DTL(0.4) = \{\lambda - 1.35 \leq \lambda \leq 1.33\}$ 이다. 컨베이어의 이송속력이 증가

하는 경우 대체적으로 동적추적선 구간이 감소함을 확인할 수 있다. 예컨대 컨베이어의 이송속력  $v=0.7$ (m/s)인 경우,  $DTL(0.7) = \{\lambda - 1.18 \leq \lambda \leq 1.02\}$ 이다. 만일  $v$ 가 모든  $\lambda$ 에 대한  $\bar{v}$ 의 최대치보다 큰 경우 동적추적선은 존재하지 않으며, 이는 컨베이어추적작업이 불가능을 의미한다. 한편 컨베이어의 이송속력을 고려하지 않는 추적선  $TL$ 은  $v=0$ 인 경우의 동적추적선  $DTL(0)$ 에 해당하며, 그림 4에서  $\bar{v}$ 곡선의  $\lambda$ 축 절편 사이의 영역이다.

그림 5는 컨베이어 이송속력  $v$ 에 대한 동적추적선의 길이  $l_d(v)$ 의 변화를 보여주는 그래프이다. 상용 수치해석 라이브러리를 사용하여 방정식 (46)의 해를 구하고, (47)로부터  $l_d(v)$ 를 구한다. 컨베이어 이송속력이 커질수록 동적추적선의 길이는 감소하며, 특히 고속에서 급격히 감소한다. 또한 컨베이어경로의 위치 ( $d$ )에 따른 동적추적선길이의 추이를 관찰할 수 있다. 컨베이어 이송속력이 저속인 경우, 컨베이어가 로봇중심에 근접할수록 ( $d$ 가 작을수록) 동적추적선길이는 커지나, 고속인 경우에는 이 관계가 성립되지 않는다.

그림 6(a)-그림 6(d)는 컨베이어 이송속력의 변화에 따른 동적추적원도우를 보여준다. 이 때 동적추적원도우는 로봇의 전체작업영역에 대한 동적추적선의 집합으로서, 컨베이어경로의 위치  $d$ 를 그 최소치부터 최대치까지 변화시키며 동적추적선을 구하고 이를 연결하여 얻을 수 있다. 컨베이어의 이송속력  $v$ 가 증가함에 따라, 로봇손끝의추적작업영역은 작아진다. 특히 고속에서 추적작업영역은 급변하며, 로봇작업영역의 극히 일부에 존재하게 된다. 이 결과는 컨베이어의 배치위치는 물론 컨베이어의 이송속력에 따라 컨베이어추적시스템에서의 작업가능영역이 크게 달라짐을 보여준다. 로봇의 동특성을 고려함으로써 컨베이어의 이송속력과 작업영역사이의 관계를 유도할 수 있었는 바, 컨베이어추적시스템의 설계를 위한 작업영역의 식별 및 분석에, 본 논문에서 제안된 개념과 방법이 유용함을 확인할 수 있다.

V. 결론

동적추적선은 로봇의 동특성을 고려한 추적선으로서, 로봇과 컨베이어가 결합되어 추적작업이 이루어지는 컨베이어추적시스템에서의 작업영역이다. 기존에 사용되는 추적선은 컨베이어의 배치에 의하여 결정되나, 동적추적선은 컨베이어의 배치와 함께 컨베이어의 이송속력에 의하여 결정된다. 컨베이어추적시스템은 등속추적운동에 의한 로봇의 동기화를 필요로하는 특수한 로봇시스템으로서, 일반적인 로봇시스템의 작업영역 식별법을 적용하는 것은 적절하지 않다. 특히 복잡한 알고리즘이 요구되는 식별법은 그 실용적가치를 저하시킬 수 있다. 따라서 본 논문에서는 컨베이어추적시의 로봇의 동특성을 새로이 분석하여 수식화하였으며, 이를 작업영역의 식별에 활용하는 접근을 시도하였다. 즉, 최대선속력의 개념을 새로이 정립하고 이를 작업영역에 대하여 해석적형태로 유도하였다. 또한 최대선속력의 수학적특성을 분석하여 동적추적선 식별문제를 단일변수에 대한 방정식문제로 변환하였다. 동적추적선의 식별문제의 해를 구하기 위하여 상용화된 수치기법들의 적용이 가능하며, 이는 제안된 식별방법의 실용적 가치를 높여준다. 제안된 식별법을 예제 시스템에 적용한 결과, 컨베이어의 이송속력에 따라 로봇의 작업영역이 현격히 변함을 관찰할 수 있었다. 이 결과는 컨베이어추적시스템의 작업영역은 시스템의 기하학적

특성에 의존하는 추적선에 의하여 적절히 표현될 수 없으며, 시스템의 동특성을 고려한 동적추적선에 의하여 보다 정확하게 표현될 수 있음을 의미한다. 그러나 동적추적선은 로봇의 등속운동을 전제로 한 작업영역이며, 로봇의 가감속 운동을 고려한 경우, 동적추적선의 일부구간에서 추적작업이 불가능할 수 있다. 즉 동적추적선은 엄밀한 의미에서 작업가능영역의 필요조건에 해당한다. 그러나 가감속구간이 등속구간보다 매우 작은 컨베이어추적에 대하여, 동적추적선은 작업가능영역의 보다 정밀한 식별에 사용될 수 있다.

본 논문에서 제안된 동적추적선의 식별기법은 로봇시스템 설계용 CAD 시스템등에 활용될 수 있다. 즉 로봇과 컨베이어의 실배치 이전에, 컨베이어의 이송속력과 로봇의 동특성에 대한 시스템의 작업영역을 예측하고 분석하여, 보다 효과적인 시스템설계를 도모할 수 있다.

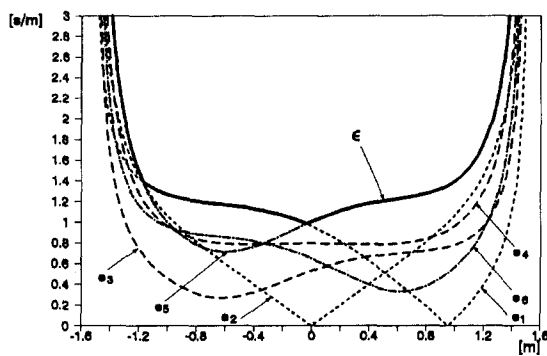


그림 3. 최대선속력의 역수 곡선 :  $\lambda - \epsilon(\lambda)$ .  
Fig. 3. Reciprocal of maximum line speed.

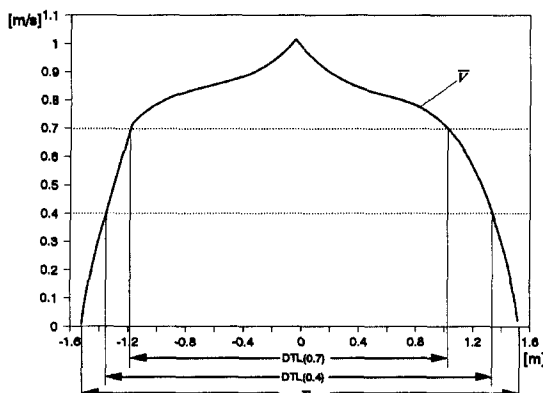


그림 4. 최대선속력 곡선 :  $\lambda - \bar{v}(\lambda)$ .  
Fig. 4. Maximum line speed :  $\lambda - \bar{v}(\lambda)$ .

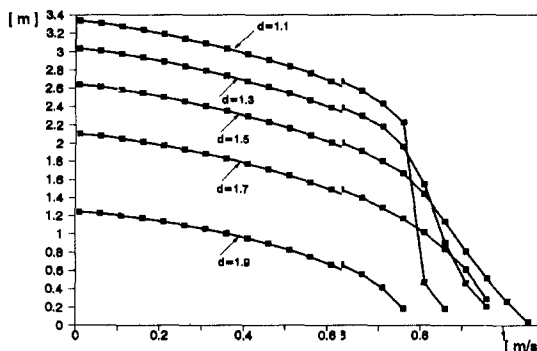
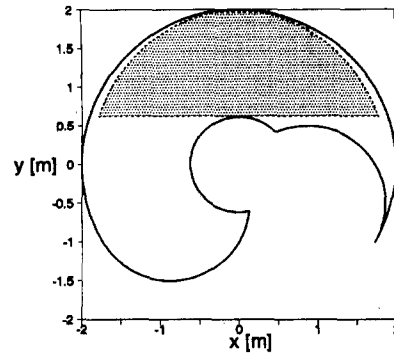
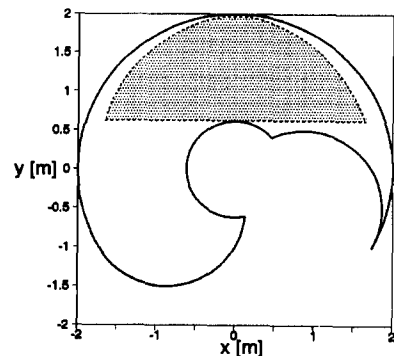


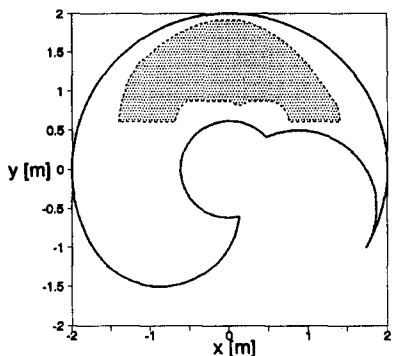
그림 5. 동적추적선의 길이 곡선 :  $v - l_d(v)$ .  
Fig. 5. The length of dynamic tracking line.



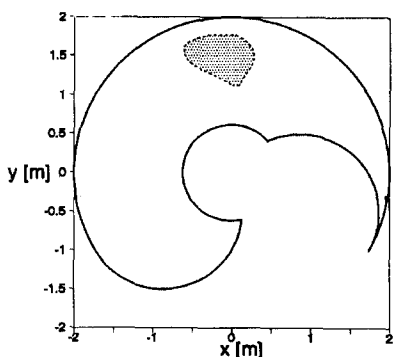
(a)  $v = 0.3$  (m/s)



(b)  $v = 0.5$  (m/s)



(c)  $v = 0.7$  (m/s)



(d)  $v = 0.9$  (m/s)

그림 6. 동적추적윈도우.  
Fig. 6. Dynamic tracking windows.



## 참고문헌

- [1] W. E. Wilhelm, "Conveyor tracking," in *International Encyclopedia of Robotics: Applications and Automation*, R. C. Dorf, Ed., Wiley, pp. 283-298, 1988.
- [2] T. J. Bublick, "Robot applications in finishing and painting," in *Handbook of Industrial Robots*, S. Y. Nof, Ed., John Wiley and Sons, 1985.
- [3] M. P. Groover, M. Weiss, R. Nagel and N. G. Odrey, *Industrial Robotics: Technology, Programming and Applications*, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- [4] J. F. Eugelberger, *Robotics in Practice*, American Management Association, 1983.
- [5] T. H. Park and B. H. Lee, "Dynamic control of a robot manipulator for high-performance conveyor tracking," *J. of Robotic Systems*, vol. 12, no. 10, pp. 647-660, 1995.
- [6] T. H. Park and B. H. Lee, "An approach to robot motion analysis and planning for conveyor tracking," *IEEE Trans Systems, Man and Cybernetics*, vol. 22, no. 2, pp. 378-384, 1992.
- [7] H. Asada, "A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design," *ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 105, Sept., 1983.
- [8] J. R. Singh, J. Rastegar, "Optimal synthesis of robot manipulators based on global dynamic parameters," *Int. J. Robotics Research*, vol. 11, no. 6, pp. 538-548, 1992.
- [9] T. Yoshikawa, "Dynamic manipulability of robot manipulators," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 1033-1038, 1985.
- [10] R. Koeppe and T. Yoshikawa, "Dynamic manipulability analysis of compliant motion," *Proc. of the 1997 IEEE/RSJ I. Conf. Intelligent Robot and Systems*, vol. 3, pp. 1472-1478, 1997.
- [11] T. J. Tarn, A. K. Bejczy, Z. F. Li, "Dynamic workspace analysis of two cooperating robot arms," *Proc. '88 American Control Conference*, pp. 489-498, 1988.
- [12] Z. Shiller and S. Dubowski, "Time optimal paths and acceleration lines of robotic manipulators," *Proc. of the 26th Conf. Decision and Control*, pp. 199-204, 1987.
- [13] T. J. Graettinger and B. H. Krogh, "The acceleration radius : a global performance measure for robotic manipulators," *IEEE J. of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 4, pp. 60-69, 1988.
- [14] J. M. Hollerbach, "Dynamic scaling of manipulator trajectories," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 106, pp. 102-106, March, 1982.
- [15] D. W. Wu, "Prediction of the upper limit of feed-rate for robot translational contouring," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 5, no. 5, pp. 670-680, 1989.
- [16] K. G. Shin, N. D. McKay, "Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, no. 6, pp. 531-541, 1985.
- [17] J. J. Craig, *Introduction to robotics : mechanics and control*, Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
- [18] K. A. Horn and C. A. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1985.
- [19] M. J. Maron, *Numerical Analysis : A Practical Approach*, Macmillan Publishing Co., Inc., 1985.
- [20] A. Grace, *Optimization Toolbox : For Use with MATLAB*, USA : The Mathworks Inc., 1992.
- [21] J. E. Dennis, Jr., "Nonlinear least squares," *State of the Art in Numerical Analysis*, ed. D. Jacobs, Academic Press, pp. 269-312, 1977.



박 태 형

1988년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1990년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1994년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1992년~1994년 제어계측신기술연구센터 연구원, 1994년~1997년 삼성항공산업(주) 선임연구원, 1997년~현재 충북대학교 전기전자공학부 전임강사. 주관심분야는 로봇시스템 제어, 최적제어 및 최적화기법, 반도체 장비용 CAD/CAM 시스템.