

# 강인·적응학습제어 방식에 의한 이동로봇의 동력학 제어

## Dynamic Control of Mobile Robots using a Robust·Adaptive Learning Control Method

남재호, 백승민, 국태용  
(Jae-Ho Nam, Seung-Min Baek and Tae-Yong Kuc)

**Abstract** : In this paper, a robust·adaptive learning control scheme is presented for precise trajectory tracking of rigid mobile robots. In the proposed controller, a set of desired trajectories is defined and used in constructing the control input and learning rules which constitute the main part of the proposed controller. Stable operating characteristics such as precise trajectory tracking, parameter estimation, disturbance suppression, etc., are shown through experiments and computer simulations.

**Keywords** : mobile robot, adaptive learning control, robot dynamics, robustness

### I. 서론

산업현장의 다양한 분야에서 이용되고 있는 로봇 머니 플레이터는 고정된 위치에서 작업을 수행하므로 작업공간이 제한되는 단점을 갖는다. 이러한 문제점을 해결하고 로봇의 기능을 확장하기 위해 이동기능을 갖춘 이동로봇에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[1]-[7]. 그러나, 기구학적 논홀로노믹 구속 방정식(nonholonomic constraints)으로 인해 구동바퀴를 지닌 이동로봇 시스템에 대한 제어기의 설계는 쉽지 않다. 이는 연속 신호의 상태 궤환으로 논홀로노믹 시스템을 안정화시킬 수 없기 때문이다[8]. 이동로봇의 제어에 대한 여러 연구결과 중, 최근 Kanayama[1]는 안정한 궤적추종을 위한 제어입력의 설계를 위하여 Lyapunov 안정도 정리를 이용하였고, 비선형 모델의 선형화방법을 통하여 제어파라미터의 임계감쇠비(critical damping ratio)를 결정하였다. 그러나, 이 방법은 단순한 형태의 기구학 모델을 이용한 기구학적 제어구조로서 정확한 속도추종이 이루어진다는 가정이 필요하다. 따라서, 다양한 동작조건에서 속도추종을 위해서는 제어입력이 이동로봇의 동력학 특성을 고려하여 구성되는 제어기가 필요한데 기존의 동력학을 고려한 제어기 설계의 대표적인 방법으로 비선형 궤환 방법, 입·출력 궤환 선형화 방법 등이 있다[2]-[6]. 또한, 실제 환경에서 이동로봇의 파라미터는 이동로봇이 수행하는 작업에 따라 변하므로 속도추종등 정확한 궤적 추종을 위해서는 이동로봇의 파라미터를 추정하고 이에 따른 제어입력을 구성하여야 하며, 모델링되지 않은 부분과 외란에 대한 보상, 반복작업의 학습등 적응성, 강인성, 학습능력을 지닌 동력학 제어기를 도입할 필요가 있다. 따라서, 본 논문에서는 이동로봇을 제어하고 모델링하는데 있어서 비이상적인 조건-파라미터의 변동, 마찰력, 외부 외란등-에 대하여 적절히 반응하고 일정한 크기를 갖는 제어입력을 비롯하여 반복적 또는 주기적 동력학 제어입력을 학습할 수 있는 강인한 적응학습제어기를 설계하고자 한다. 특히, 설계된 제어기는 기준속도를 추종하는 동력학속도추종제어를 가능케함으로써 속도추종에 대한 가정

만을 사용한 Kanayama[1]제어기의 단점을 개선한 결과라고도 할 수 있다.

### II. 이동로봇의 기구학 및 동력학

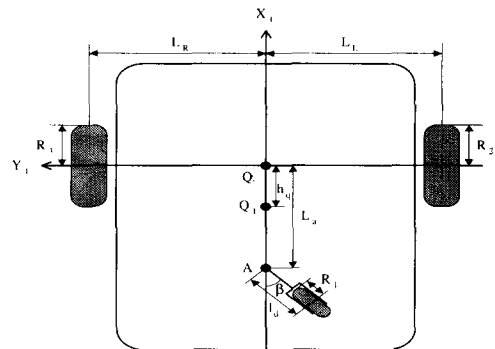


그림 1. 평면에서의 이동로봇의 구성도.  
Fig. 1. Planar robot model.

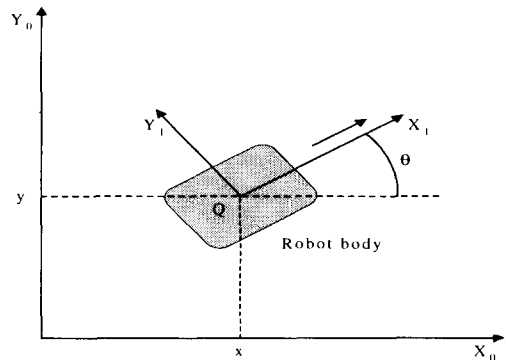


그림 2. 이동로봇의 좌표계.  
Fig. 2. Coordinates of a mobile robot.

본 논문에서 고려하는 이동로봇은 그림 1과 같이 하단부의 1개의 보조 바퀴와 좌우 2개의 구동 바퀴를 지닌 2자유도 이동로봇이다. 먼저, 이동로봇의 동력학을 모델링하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입한다.

가정 1 : 이동로봇의 모든 부분은 강체로 구성되어 있다.  
 가정 2 : 이동로봇의 바퀴는 순수한 회전과 비 미끄럼 조건을 만족한다.

가정 3 : 바닥과 바퀴의 회전축의 수직축은 항상 90°를 이룬다.

그림 2와 같이 주어진 좌표계에서 이동로봇의 기구학 및 동력학 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$\dot{\zeta} \equiv \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = J(\theta) \eta \equiv \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{1}{l_d} [\sin(\beta)\eta_1 + (l_d + L_a \cos \beta)\eta_2]$$

$$D(\beta)\dot{\eta} + C(\theta, \beta)\eta + f(\eta) + d = \tau \quad (2)$$

여기서,  $\eta_1, \eta_2$ 는 이동로봇의 선 속도 및 회전 속도이다.  $D(\beta)$ 는 대칭인 양의 한정 관성 행렬 [ $D(\beta) \in R^{2 \times 2}$ ]이고,  $C(\theta, \beta)\eta$ 는 구심력과 코리올리력 [ $C(\theta, \beta) \in R^{2 \times 2}$ ]을 나타내며,  $f(\eta)$ 는 마찰력 [ $f(\eta) \in R^{2 \times 1}$ ],  $d$ 는 확정외란 [ $d \in R^{2 \times 1}$ ], 그리고  $\tau$ 는 입력토크 벡터 [ $\tau \in R^{2 \times 1}$ ]를 나타낸다. 제어기 설계를 위하여 유도된 이동로봇의 동력학 모델식이 다음과 같은 가정을 만족한다고 하자.

가정 4 :  $\dot{D} - 2C$ 는 왜대칭(skew-symmetric)인 성질을 갖는다.

가정 5 :  $\tau - d = y(\eta, \dot{\eta})\psi$   
 여기서,  $y(\cdot) \in R^{2 \times m}$ 과  $\psi \in R^{m \times 1}$ 는 각각 회기행렬과 미지의 파라미터 벡터를 나타낸다. 즉, 동력학식은 미지의 파라미터 벡터에 대하여 선형이다.

가정 6 : 미지의 확정외란( $d$ )은 유계되어 있으며,  $d = d_0 + d_1$ 로 기술될 수 있고,  $\|d_1\| \leq d_m$ 이고  $d_0$ 는 상수이다. 즉, 여기서  $d_1$ 은 유한한 크기의 시변확정 외란이다.

그러면, 이동로봇의 제어문제는 다음과 같이 요약된다:  
 $\zeta_d = J(\theta_d)\eta_d$ 을 만족하는 이동로봇의 요구궤적( $\zeta_d, \dot{\zeta}_d$ )에 대하여, 시간이 흐름에 따라  $\zeta$ 가  $\zeta_d$ 을 추종하도록 하는 제어입력을 설계한다.

### III. 강인·적응학습제어기

실제 환경에서 이동로봇이 작업을 수행함에 따라 이동로봇의 파라미터(질량, 무게중심점, 관성항 등)에는 변동이 생기게 된다. 그러므로, 변동에 따른 제어입력의 보정이 필요하며, 마찰력에 대한 보상과 외란에 대한 강인한 제어기의 설계가 필요하다. 따라서 이 장에서는 우선 이동로봇의 불확실한 동력학을 고려한 속도추종 제어기를 제안한 후 제어기 설계를 위치추종 제어기로 확장한다.

#### 1. 속도추종 제어기

그림 3은 이동로봇의 파라미터를 추종하여 그에 따른 제어입력을 구성하는 속도 추종 제어기의 전체 블록선도를 보여준다.

명령 속도( $\eta_d$ )와 이동로봇의 실제속도( $\eta$ )에 대한 오차, 기준속도( $S_r$ ) 및 기준속도오차( $S$ )를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \tilde{\eta} &= \eta_d - \eta, S = S_r - \eta \\ S_r &= \eta_d + a \int_0^t \tilde{\eta} d\varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $a$ 는 양수이다. 위의 정의를 이용하여 이동로봇의 (2)을 정리하면 동력학식은 다음과 같이 재배열된다.

$$D\dot{S} + CS + \Gamma S = Y\psi + \Gamma S + d - \tau \quad (4)$$

여기서  $\Gamma$ 는 양의 요소를 지닌 대각행렬이고,

$$Y\psi = D\dot{S}_r + CS_r + f \quad (5)$$

(5)는 로봇 동력학 방정식의 일반적인 성질로서 파라미터와 회기행렬의 선형적인 관계를 표현한 것이다. 또한 실제 파라미터와 기준 속도로 이루어진 명령궤적에 대한 역동력학 입력은 다음과 같다.

$$Y_d\psi = D\dot{\eta}_d + C\eta_d + f(\eta_d) \quad (6)$$

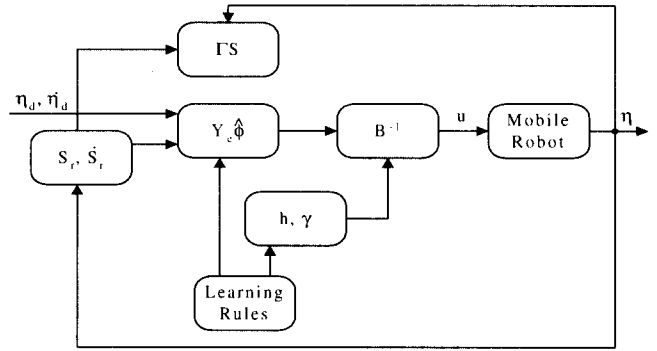


그림 3. 속도추종 제어기의 블록선도.

Fig. 3. Block diagram of velocity tracking controller.

이제, 이동로봇에 대한 속도추종 제어기의 출력을 다음과 같이 설정하자.

$$\tau = Y_e \text{Pr}[\hat{\psi}] + \Gamma S + \text{Pr}[h] + \gamma \quad (7)$$

여기서  $Y_e = Y - Y_d$ 이고  $\hat{\psi}$ 는 추정된 파라미터,  $h$ 는 학습입력,  $\gamma$ 는 강인제어입력으로 아래에서 정의된다. 제어기의 출력을 (4)에 대입하면 속도 오차 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$D\dot{S} + CS + \Gamma S = Y_e \tilde{\psi} + \tilde{h} + d_1 - \gamma \quad (8)$$

여기서  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ ,  $\tilde{h} = h_d - h$ 이고 강인제어입력은  $\gamma = \text{Pr}[\hat{d}_m(t)] \text{sgn}(S)$ 과 같이 정의한다.

$h_d$ 는 명령궤적에 대한 역동력학 제어입력과 유계된 외란( $d_0$ )으로 이루어져 있다. 즉,  $h_d = Y_d \psi + d_0$ . 그리고  $\hat{d}_m(t)$ 은  $d_m$ 의 추정값이며  $\text{sgn}(S)$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\text{sgn}(S) = \begin{cases} \frac{S}{|S|}, & |S| \neq 0 \\ 0, & |S| = 0 \end{cases}$$

학습입력과 추정파라미터 그리고 외란의 경계치에 대한 학습법칙을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} h(t) &= \text{Pr}[h(t-\delta)] + \sigma \Lambda_1^{-1} S(t-\delta) \\ \hat{\psi}(t) &= \text{Pr}[\hat{\psi}(t-\delta)] + \sigma \Lambda_2^{-1} Y_e^T S(t-\delta) \\ \hat{d}_m(t) &= \text{Pr}[\hat{d}_m(t-\delta)] + \sigma \Lambda_3^{-1} |S(t-\delta)| \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 각각의 학습법칙은 시스템 오차 및 회기행렬 오차 등을 이용하여 학습입력 오차, 파라미터 오차들로 구성된 전체 시스템의 에너지함수를 감소하는 방향으로 각 제어변수를 갱신한다. 또한,  $\Lambda_1, \Lambda_2$ 는 양의 대각행렬인 학습이득이고,  $\Lambda_3, \sigma$ 는 양수인 학습이득,  $\delta$ 는 갱신 시간간격이다. 그리고 학습신호의 과도한 변화를 방지하기 위하여 사용되는 projection 연산자( $\text{Pr}[\cdot]$ )의 정의는 다음과 같다.

$$\Pr[x(t)] = \begin{cases} \bar{X}, & \text{if } x(t) > \bar{X} \\ x(t), & \text{if } \underline{X} \leq x(t) \leq \bar{X} \\ \underline{X}, & \text{if } \underline{X} > x(t) \end{cases}$$

위의 학습법칙에 있어서 갱신 시간간격( $\delta$ )의 선택은 목표 제어입력 값이 다음 조건이 만족하도록 선택한다.<sup>1)</sup>

$$h_d(t) \cong h_d(t-\delta) \quad (10)$$

그러면, 제어입력(7)과 학습규칙(9)를 지닌 속도추종 제어기는 점근적으로 수렴한다.

정리 1 : 속도추종 제어입력(7)과 학습입력, 파라미터, 시변 외란의 경계치를 위한 학습규칙(9)로 구성된 속도추종 제어기에 의하여 오차시스템(8)은 점근적으로 수렴한다.

증명 : Lyapunov function candidate를 다음과 같이 설정하자.

$$V = \frac{1}{2\sigma} \int_{t-\delta}^t H dv + \frac{1}{2} S^T(t-\delta)DS(t-\delta) \quad (11)$$

여기서  $H = \tilde{h}^T \Lambda_1 \tilde{h} + \tilde{\psi}^T \Lambda_2 \tilde{\psi} + \tilde{d}_m^T \Lambda_3 \tilde{d}_m$  이고  $\tilde{h} = h_d - h$ ,  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ ,  $\tilde{d}_m = d_m - \hat{d}_m$ 이다.

오차시스템(8)에 대한 Lyapunov 함수의 시간미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T(D\dot{S} + \frac{1}{2} \dot{D}S) + \Delta H(t) \\ &= -|S(t-\delta)|_r^2 \\ &\quad + S^T(t-\delta) [ Y_e \tilde{\psi} + \tilde{h} + d_1 \\ &\quad - \hat{d}_m(t-\delta) \text{sgn}(S(t-\delta)) ] \\ &\quad + \Delta H(t) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $|M|_r^2 = M^T L M$ ,  $\Delta H = \frac{1}{2\sigma} (H(t) - H(t-\delta))$  을 나타낸다. 이제  $\underline{M} \leq M^* \leq \bar{M}$  를 만족하는  $M^*$  에 대하여 부등식  $|M^* - pr(M)|_r^2 \leq |M^* - M|_r^2$  과 (10)을 이용하여  $\Delta H(t)$  를 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta H(t) &= \frac{1}{2\sigma} (H(t) - H(t-\delta)) \\ &\leq \frac{1}{2\sigma} [ |h(t)|_{A_1}^2 - |\Pr[h(t-\delta)]|_{A_1}^2 ] \\ &\quad + \frac{1}{2\sigma} [ |\hat{\psi}(t)|_{A_2}^2 - |\Pr[\hat{\psi}(t-\delta)]|_{A_2}^2 ] \\ &\quad + \frac{1}{2\sigma} [ |\hat{d}_m(t)|_{A_3}^2 - |\Pr[\hat{d}_m(t-\delta)]|_{A_3}^2 ] \\ &\quad - \frac{1}{\sigma} [ h_d^T(t) \Lambda_1 h(t) - h_d(t) \Lambda_1 \Pr[h(t-\delta)] ] \\ &\quad - \frac{1}{\sigma} [ \psi^T \Lambda_2 \hat{\psi}(t) - \psi^T \Lambda_2 \Pr[\hat{\psi}(t-\delta)] ] \\ &\quad - \frac{1}{\sigma} [ d_m^T \Lambda_3 \hat{d}_m - d_m^T \Lambda_3 \Pr[\hat{d}_m(t-\delta)] ]. \end{aligned}$$

이를 이용하여 위의 (12)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -S^T(t-\delta)\Gamma S^T(t-\delta) \\ &\quad + \frac{\sigma}{2} S^T(t-\delta)AS(t-\delta) \\ &\quad + E(t) + S^T(d_1 - \hat{d}_m \text{sgn}(S(t-\delta))) \\ &\quad - |S|^T(d_m - \hat{d}_m). \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_3 + Y_e \Lambda_2^{-1} Y_e^T$  이다.

$$\begin{aligned} E(t) &= \frac{1}{2\sigma} [ |h(t)|_{A_1}^2 + |\hat{\psi}(t)|_{A_2}^2 + |\hat{d}_o(t)|_{A_3}^2 ] \\ &\quad - \frac{1}{2\sigma} |\Pr[h(t-\delta)] + \sigma \Lambda_1^{-1} S(t-\delta)|_{A_1}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2\sigma} |\Pr[\hat{\psi}(t-\delta)] + \sigma \Lambda_2^{-1} Y_e^T S(t-\delta)|_{A_2}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2\sigma} |\Pr[\hat{d}_m(t-\delta)] + \sigma \Lambda_3^{-1} |S(t-\delta)|_{A_3}^2 \\ &\quad - \frac{1}{\sigma} h_d^T(t) \Lambda_1 [h(t) - \Pr[h(t-\delta)] - \sigma \Lambda_1^{-1} S(t-\delta)] \\ &\quad - \frac{1}{\sigma} \psi^T \Lambda_2 [\hat{\psi}(t) - \Pr[\hat{\psi}(t-\delta)] - \sigma \Lambda_2^{-1} Y_e^T S(t-\delta)] \\ &\quad - \frac{1}{\sigma} d_o^T \Lambda_3 [\hat{d}_m(t) - \Pr[\hat{d}_m(t-\delta)] - \sigma \Lambda_3^{-1} S(t-\delta)]. \end{aligned}$$

위 식에 학습규칙을 대입하여 E(t)항을 소거하고 나머지 항을 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -S^T(t-\delta)\Gamma S(t-\delta) \\ &\quad + \frac{\sigma}{2} S^T(t-\delta)AS(t-\delta) \\ &\quad + S^T(d_2 - \hat{d}_m \text{sgn}(S(t-\delta))) \\ &\quad - |S|^T(d_0 - \hat{d}_m). \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 케환이득을  $\Gamma = \sigma \Lambda$  로 두면 위식은 다음과 같이 간략하게 표현할 수 있다.

$$\dot{V} \leq -\frac{\sigma}{2} S^T(t-\delta)AS(t-\delta) \leq 0. \quad (15)$$

따라서 S는 유계되어 있고, Rayleigh-Ritz 정리[9]를 이용하여 (15)로부터 다음식을 유도할 수 있다.

$$V(0) - V(\infty) \geq \frac{\delta}{2} \lambda_{\min}[\Lambda] \int_0^\infty |S|^2 dt \quad (16)$$

따라서  $S \in L_2$  이다. 또한 오차 방정식(8)의 우변은 학습규칙에 의해 유계되어 있다. 그러므로  $\dot{S} \in L_\infty$  임을 알 수 있다. 따라서 S는 Barbalat's Lemma[9]에 의해 점근적으로 수렴한다. 즉,  $\lim_{t \rightarrow \infty} S = 0$  이다. 여기서 (3)은 S를 입력으로 하는 안정한 1차 미분방정식으로 볼 수 있으므로 입력 S가 '0'으로 수렴함에 따라 출력  $\hat{\eta}$ 도 '0'으로 수렴한다는 것을 알 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\eta} = 0. \quad (17) \blacksquare$$

2. 위치추종 제어기

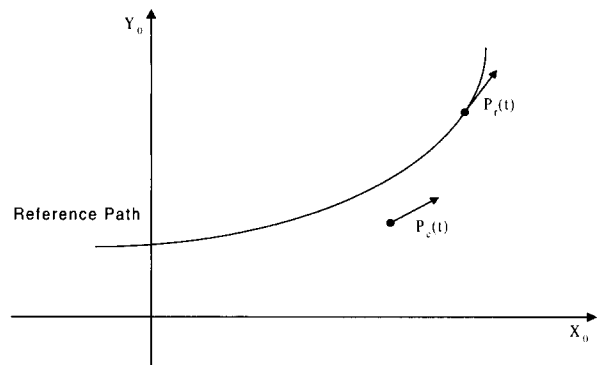


그림 4. 이동로봇의 기준 자세와 현재 자세.  
Fig. 4. Reference and current position vectors of a mobile robot.

이제 위치추종 제어기를 설계하기 위하여 그림 4와 같이 기준자세벡터와 이동로봇의 현재 자세벡터를 정의하자. 그림 4에서 기준 좌표계에서 본 자세벡터 오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

주1) 목표속도( $\eta_d$ )가 일정한 경우 또는 주기함수로서(즉,  $\eta_d(t) = \eta_d(t+T)$ ),  $\delta = T$ 로 설정할 수 있는 경우는  $h_d(t) = h_d(t-\delta)$  을 만족한다.

$$P_e = \begin{bmatrix} P_{e1} \\ P_{e2} \\ P_{e3} \end{bmatrix} = P_r - P_c = \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta_c \end{bmatrix}. \quad (18)$$

여기서 실제 이동로봇이 보정해야 할 오차는 이동로봇 좌표계에서 계산된 오차이므로 좌표 변환행렬에 의해 보정할 오차를 계산하여야 한다. 즉, 위치추종 오차를 이동로봇에 설정된 좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_c) & \sin(\theta_c) & 0 \\ -\sin(\theta_c) & \cos(\theta_c) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{e1} \\ P_{e2} \\ P_{e3} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

위치추종을 위한 제어입력의 변수는 속도추종 제어기의 기준속도성분 ( $\eta_d$ ) 대신 보조속도성분 ( $\eta_r$ )을 사용한다. 보조 속도성분의 구성은 기준 선 속도, 회전 속도, 변환된 자세벡터 오차로 이루어진다[1].

$$\eta_r = \begin{bmatrix} \eta_{1d} \cos(e_3) + K_1 e_1 \\ \eta_{2d} + K_2 \eta_{1d} e_2 + K_3 \eta_{1d} \sin(e_3) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

여기서  $K_1, K_2, K_3$ 는 양수이다.

그러면, 속도추종 제어기는 보조속도성분을 추종하게 되므로 기존의 제어변수를  $\eta_d$ 에서  $\eta_r$ 로 치환하여 다음과 같이 재정의한다

$$\begin{aligned} \tilde{h} &= h_r - h, \quad \tilde{\eta}_r = \eta_r - \eta \\ S_r &= \eta_r + a \int \tilde{\eta}_r, \quad S = S_r - \eta \end{aligned} \quad (21)$$

$$Y_d \psi \equiv Y_r \psi = D\dot{\eta}_r + C\eta_r + H(\eta_r) + f(\eta_r). \quad (22)$$

여기서  $h_r = Y_r \psi + d_0$ 이다. 또한, 위치추종 제어기의 출력은 다음과 같다.

$$\tau = Y_e \Pr[\hat{\psi}] + IS + \gamma + \Pr[h]. \quad (23)$$

여기서  $Y_e = Y - Y_r$ 이다.

속도추종이 보장되는 속도추종 제어기에 추종속도로써 위의 보조속도 성분을 지닌 위치추종 제어기는 정확한 위치와 속도추종을 할 수 있다[1]. 내부에 동력학 속도추종기를 가진 학습제어기의 전체적인 위치추종 제어구조가 그림 5에 나타나 있다.

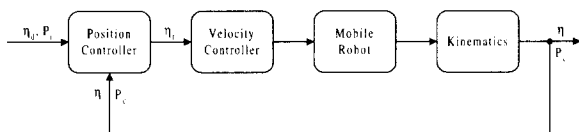


그림 5. 위치추종 학습제어기의 블록선도.

Fig. 5. Block diagram of learning controller for position tracking of a mobile robot.

위의 위치추종 제어기의 성능은 다음과 같이 요약할 수 있다.

정리 2 :  $|\eta_d| \ll 1$ 인 연속이고 유한한 목표궤적  $\eta_d$ 에 대하여 학습규칙(9)와 제어입력(23)을 사용한 속도 및 위치추종 제어기는 다음을 만족한다.

- i)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\eta}_r = 0.$
- ii)  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0.$  (locally asymptotically)

증명 : 속도추종 제어기에서와 같은 방법으로 보조입력 ( $\eta_r$ )을 기준입력( $\eta_d$ )으로 치환하여 정리하면 속도 오차 ( $\tilde{\eta}_r$ )는 '0'으로 점근적으로 수렴함을 알 수 있다. 위치

오차의 수렴에 대한 증명은  $e = 0$ 이 점근적으로 안정한 평형점인 것을 증명한 후 모든 시간 구간에서 점근적으로 안정하다는 것을 보이면 된다. 따라서 (19)를 미분하면 위치 오차의 미분은 다음과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} [\eta_{1d} + \eta_{1d}(K_2 e_2 + K_3 \sin(e_3))]e_2 - K_1 e_1 \\ -[\eta_{1d} + \eta_{1d}(K_2 e_2 + K_3 \sin(e_3))]e_1 + \eta_{1d} \sin(e_3) \\ -\eta_{1d}[K_2 e_2 + K_3 \sin(e_3)] \end{bmatrix}. \quad (24)$$

여기서 Lyapunov function candidate를 다음과 같이 설정하자.

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + (1 - \cos(e_3))/K_2. \quad (25)$$

그러면 Lyapunov function candidate의 시간미분은 다음과 같다.

$$\dot{V} = -K_1 e_1^2 - \eta_{1d} K_3 \sin^2(e_3)/K_2 \leq 0. \quad (26)$$

$\eta_{1d} > 0$ 을 만족하면 Lyapunov 안정도 의미에서  $e = 0$ 는 임계안정한 평형점이다.

또한 기준 속도가 연속함수이고 유계되어 있으며 기준 가속도가 충분히 작으면  $e = 0$  부근에서 (24)는 다음과 같이 선형화된다.

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} -K_1 & \eta_{1d} & 0 \\ -\eta_{1d} & 0 & \eta_{1d} \\ 0 & -K_2 \eta_{1d} & -K_3 \eta_{1d} \end{bmatrix} e. \quad (27)$$

따라서 위 식의 특성 다항식을 구하면 다음과 같다.

$$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 s = 0 \quad (28)$$

여기서  $a_1 = K_3 \eta_{1d} + K_1$ ,  $a_2 = K_2 \eta_{1d}^2 + K_1 K_3 \eta_{1d} + \eta_{1d}^2$ ,  $a_3 = K_1 K_2 \eta_{1d}^2 + \eta_{1d}^2 K_3 \eta_{1d}$ 이다.

Routh-Hurwitz 판별법에 의해 각 계수가 양수이고  $a_1 a_2 - a_3 > 0$ 이면 모든 근의 실수부는 음수이다. 그러므로  $e = 0$ 는 점근적으로 안정한 평형점이며 위치오차는 점근적으로 '0'으로 수렴한다. ■

#### IV. 모의실험

제안한 제어기의 성능을 검증하기 위하여 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 모의실험에 사용된 이동로봇의 파라미터는 표 1과 같다.

표 1. 모의 실험에 사용된 파라미터 값.

Table 1. Parameter values used in computer simulation.

표시	값	설명
$M$	35 Kg	이동로봇의 질량
$L_a$	0.19 m	보조바퀴의 위치
$l_d$	0.01 m	보조 바퀴의 회전축과 위치까지의 길이
$R_2, R_3$	0.055 m	구동 바퀴의 반경
$R_1$	0.02 m	보조 바퀴의 반경
$m_2, m_3$	0.2 Kg	구동바퀴의 질량
$m_1$	0.05 Kg	보조바퀴의 질량
$p_1, p_2$	0.05 m	무계중심 위치
$B_i$	2	정지 마찰 계수
$C_i$	4	운동 마찰 계수

학습규칙에 의하여 추정된 파라미터의 수는 16개이고 유계된 외란 모델은 다음과 같이 설정하였다.

$$d_i = 5 + 0.5 \sin(1000t), i=1,2 \quad (29)$$

이와 같은 외란 모델은 모터의 토크리플등 비선형 잡음으로 가정할 수 있다. 모의실험은 부정확한 파라미터에 대한 제어기의 적응성과 외란에 대하여 강인한 제어성능의 고찰을 목적으로 한다. 모의 실험시 추종 파라미터의 초기값을 모두 '0'으로 두고, 이동로봇의 파라미터는 학습규칙에 의해 추정하게 된다. 제어 파라미터는 각각

$\alpha = 10.2$ ,  $\sigma A_1^{-1}$ 는 대각원소가 0.9인 대각행렬,  $\sigma A_2^{-1}$ 는 대각원소가 0.001인 대각행렬,  $\sigma A_3^{-1}$ 는 0.001이다. 모의실험을 위한 기준 궤적은 일반적으로 이동로봇의 경로를 설계하는데 기본이 되는 직선궤적과 원궤적을 사용하였다. 우선 직선궤적에 대한 기준 속도는  $Y_0$  방향으로 0.5[m/s]로 하였다. 그림 6-9는 직선궤적에 대한 이동로봇의 응답특성을 보여준다. 또한 그림 10-14는 원궤적 추종시 추종 성능을 나타내며 기준 속도로 선 속도는 0.4[m/s]이며 회전 속도는 0.4[rad/s]이다.

모의 실험에서는 두 종류의 기본궤적에 대한 이동로봇의 추종특성에 대해 고찰하였는데, 그 결과 유계된 외란과 바퀴의 마찰력 존재 시에도 강인한 제어특성을 보임을 알 수 있다. 또한 이동로봇의 질량, 관성 그리고 질량중심 등, 파라미터에 대한 사전 정보 없이도 적절한 제어입력을 구성하여 기준 궤적을 추종하는 것을 알 수 있다.

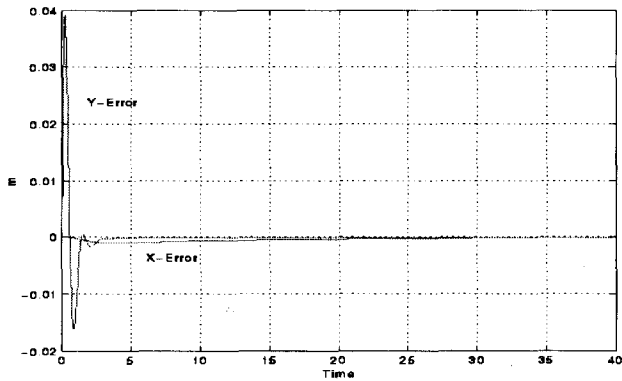


그림 6. 이동로봇의 위치오차-[직선궤적].  
Fig. 6. Position errors of the mobile robot-[linear trajectory].

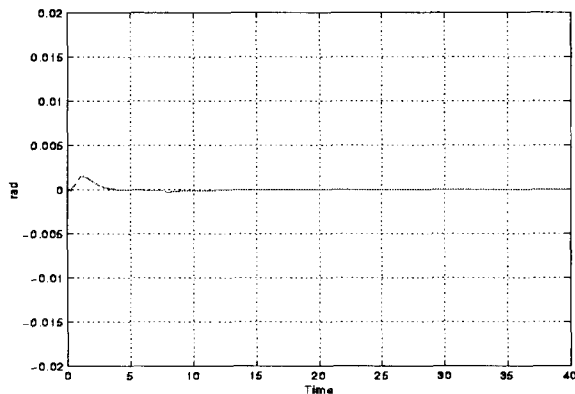


그림 7. 이동로봇의 방향오차-[직선궤적].  
Fig. 7. Orientation error of the mobile robot-[linear trajectory].

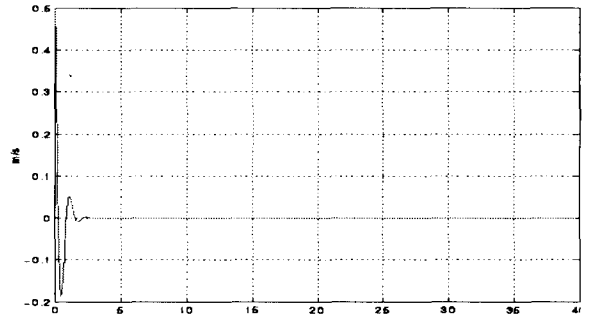


그림 8. 이동로봇의 선 속도오차-[직선궤적].  
Fig. 8. Linear velocity error of the mobile robot-[linear trajectory].

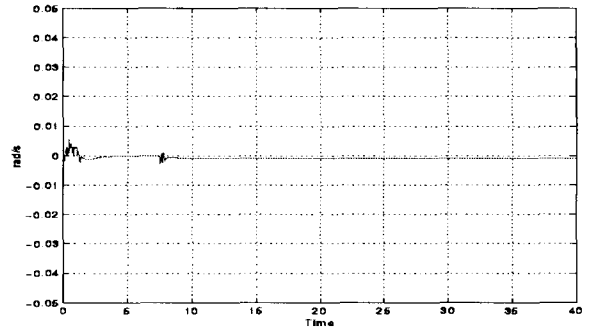


그림 9. 이동로봇의 회전 속도오차-[직선궤적].  
Fig. 9. Rotational velocity error of the mobile robot-[linear trajectory].

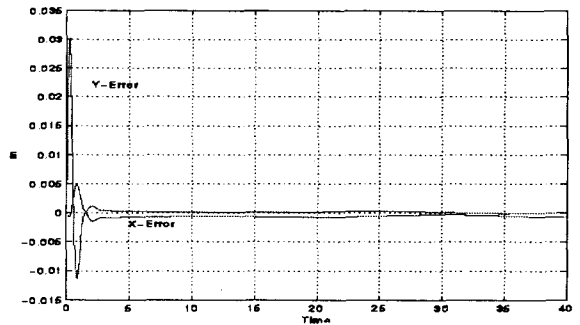


그림 10. 이동로봇의 위치오차-[원궤적].  
Fig. 10. Position errors of the mobile robot-[circle trajectory].

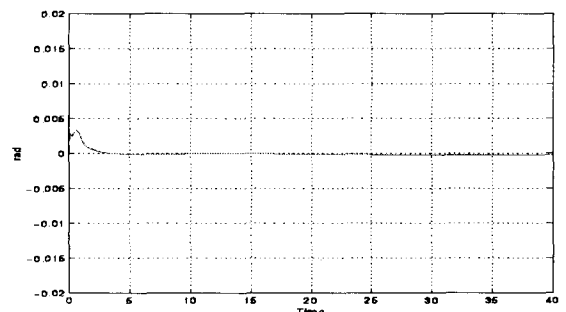


그림 11. 이동로봇의 방향오차-[원궤적].  
Fig. 11. Orientation error of the mobile robot-[circle trajectory].

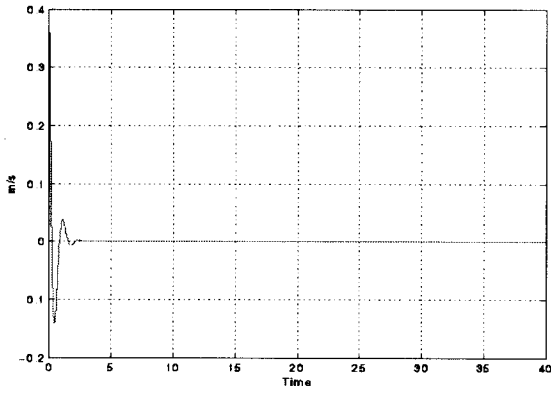


그림 12. 이동로봇의 선 속도오차-[원궤적].  
Fig. 12. Linear velocity error of the mobile robot-[circle trajectory].

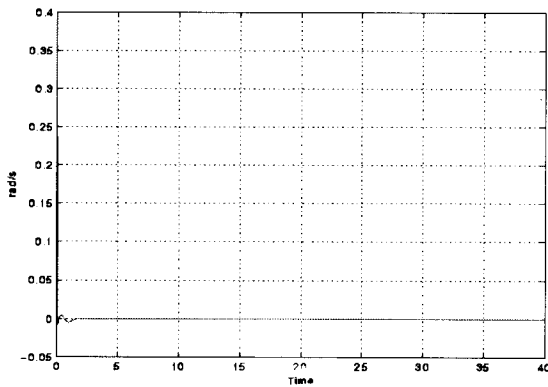


그림 13. 이동로봇의 회전 속도오차-[원궤적].  
Fig. 13. Rotational velocity error of the mobile robot-[circle trajectory].

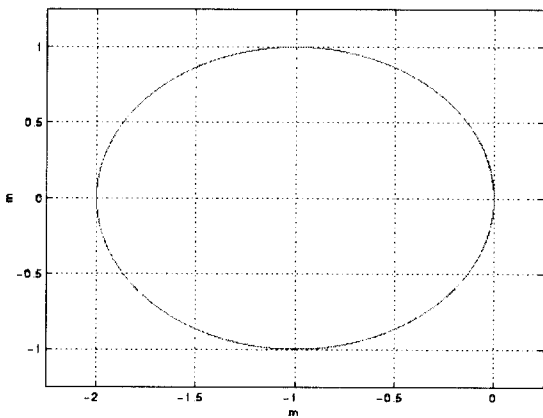


그림 14. 이동로봇의 위치응답-[원궤적].  
Fig. 14. Position response of the mobile robot-[circle trajectory].

**V. 실험**

이 장에서는 이동로봇의 바퀴 마찰력, 미지의 파라미터 등이 존재하는 조건에서 제안한 학습제어기를 이동로봇 시스템에 구현하여 그 성능을 검토하고자 한다.

실험장치의 전체 구조는 그림 15에서와 같이 상위제어기인 486 노트북 PC, 하위제어기인 80c196kc, 모터드라이버용 선형증폭기, 600p/r 인코더, DC 모터, 로봇몸체 등으로 이루어진다. 제안된 제어알고리즘은 노트북 PC에서

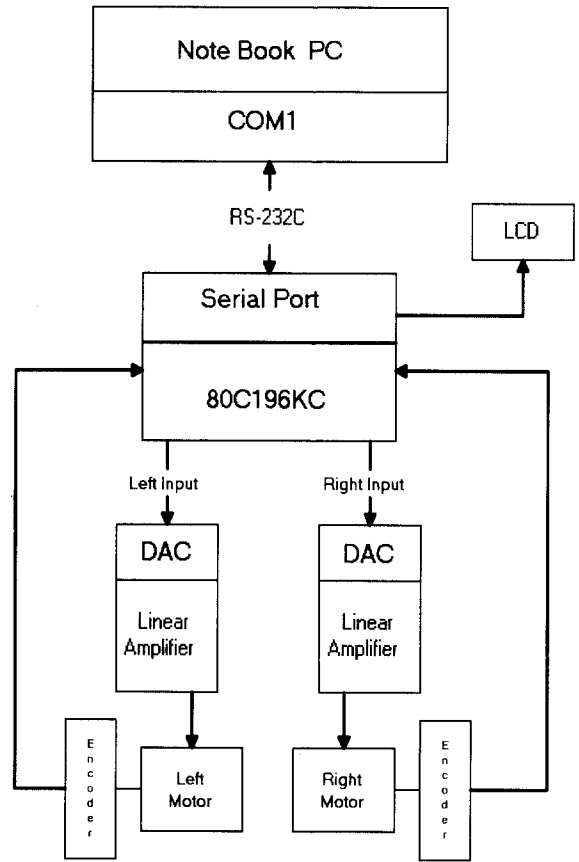


그림 15. 이동로봇의 전체구성도.  
Fig. 15. Schematic diagram of the mobile robot.

수행하고, 산출된 모터제어값을 80c196kc에 직렬포트를 통해 전달해주면 80c196kc는 매 샘플링주기마다 그에 맞는 제어입력으로 DAC, 선형증폭기를 통해 모터를 제어한다. 또한 80c196kc에서 매 샘플링주기마다 인코더값을 노트북 PC로 전달해준다. 사용된 모터는 24V 40W DC 모터로서 12.5:1의 기어비의 기어박스를 붙여서 사용했다. 실험에서 사용된 이동로봇 시스템은 인코더 정보만을 이용하여 제어입력을 발생시키게 되므로 제어입력 구성과정은 인코더의 정보를 이용하여 로봇의 자세와 속도를 추정하는 dead reckoning 과정을 필요로 한다[8].  $\Delta_R$  과  $\Delta_L$  을 샘플주기 동안 변화한 각 바퀴의 주행거리라 하고  $\Delta_\theta$  를 샘플주기( $\delta$ )동안의 이동로봇의 방향 변화라 했을 때 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\Delta_R = 2\pi \cdot R \cdot \frac{z_R}{P \cdot G}$$

$$\Delta_L = 2\pi \cdot R \cdot \frac{z_L}{P \cdot G}$$

$$\Delta_\theta = \frac{\Delta_R - \Delta_L}{W}$$

여기서,  $P$ 는 인코더의 1회전당 펄스 수,  $G$ 는 기어의 비례상수,  $z_R, z_L$  은  $\delta$  시간 동안 변화된 각 바퀴의 인코더 펄스 수 그리고  $W$ 는 이동로봇의 폭을 나타낸다. 위의 수식으로부터 이동로봇의 선속도와 회전속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v = (\Delta_R + \Delta_L) / 2\delta$$

$$\omega = \Delta_\theta / \delta$$
(30)

또 자세벡터의 각 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_{old} + \Delta\theta \\ x &= x_{old} + \frac{(\Delta_R + \Delta_L)}{2} \cos\left(\theta_{old} + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ y &= y_{old} + \frac{(\Delta_R + \Delta_L)}{2} \sin\left(\theta_{old} + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서,  $(x_{old}, y_{old}, \theta_{old})$  는  $\delta$  시간 이전의 로봇의 자세이다. 실험에서 사용된 이동로봇의 추정 파라미터는 모의실험에서와 같이 16개이고 프로그램은 C언어와 80c196kc 어셈블리어로 구현되었다. 제어 파라미터는 각각  $\alpha = 12.1$ ,  $\sigma A_1^{-1}$  는 대각원소가 0.2인 대각행렬,  $\sigma A_2^{-1}$  는 대각원소가 0.001인 대각행렬,  $\sigma A_3^{-1}$  는 0.005 이다. 또한 적응학습 간격( $\delta$ )은 0.05초로 하였고 추정파라미터의 초기값은 모두 '0'이다. 실험을 위한 기준 궤적은 모의실험에서와 마찬가지로 이동로봇의 경로를 설계하는데 기본이 되는 직선궤적과 원궤적을 사용하였다. 직선궤적에 대한 기준 속도는  $Y_0$  방향으로 0.5[m/s]이다.

그림 16-19는 이동로봇의 직선궤적에 대한 응답특성을 나타내고 그림 20-24는 기준궤적으로 선 속도 0.34[m/s], 회전 속도 0.3[rad/s]로 주어졌을 때 이동로봇의 원궤적에 대한 응답특성을 보여준다. 그림의 응답에서 보듯이 초기 위치는 시간이 경과함에 따라 점진적으로 수렴함을 알 수 있고 속도 오차도 일정한 오차범위 내에 존재한다. 직선 궤적 실험시 이동로봇의 X축 방향으로의 변동폭은 Y축 방향으로 25[m]이동하는 동안 왼쪽으로 0.2[m]정도 발생되었다. 이러한 오차의 발생 원인으로는 이동로봇의 정확한 초기 방향을 설정하지 못할 경우 시간의 경과에 따른 오차의 누적, 고르지 못한 평면을 이동함에 따른 로봇의 이동궤적의 기준궤적으로부터의 이탈 등을 들 수 있다.

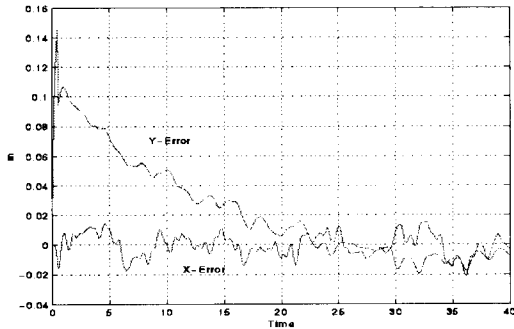


그림 16. 이동로봇의 위치오차-[직선궤적].  
Fig. 16. Position errors of mobile robot-[linear trajectory].

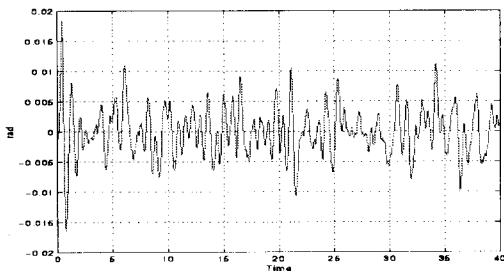


그림 17. 이동로봇의 방향오차-[직선궤적].  
Fig. 17. Orientation error of mobile robot-[linear trajectory].

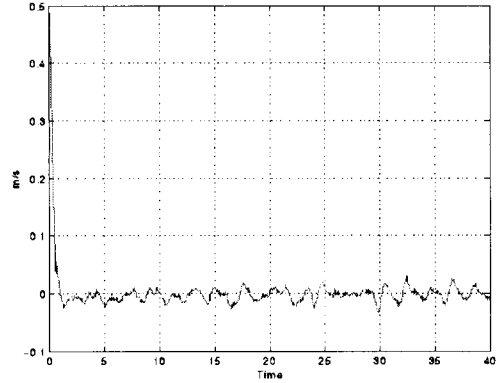


그림 18. 이동로봇의 선 속도오차-[직선궤적].  
Fig. 18. Linear velocity error of the mobile robot-[linear trajectory].

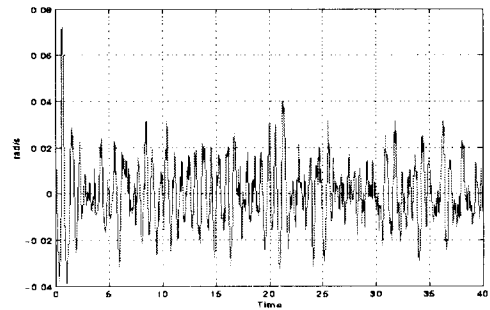


그림 19. 이동로봇의 회전 속도오차-[직선궤적].  
Fig. 19. Rotational velocity error of mobile robot-[linear trajectory].

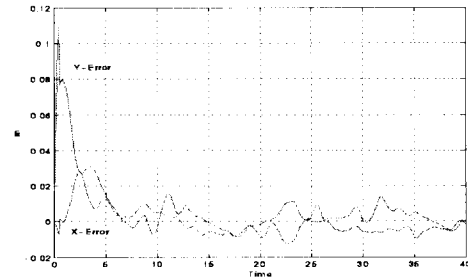


그림 20. 이동로봇의 위치오차-[원궤적].  
Fig. 20. Position errors of mobile robot-[circle trajectory].

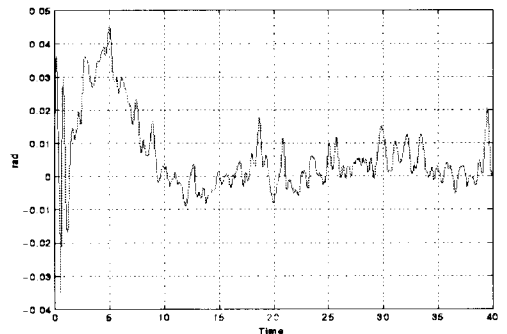


그림 21. 이동로봇의 방향오차-[원궤적].  
Fig. 21. Orientation error of the mobile robot-[circle trajectory].

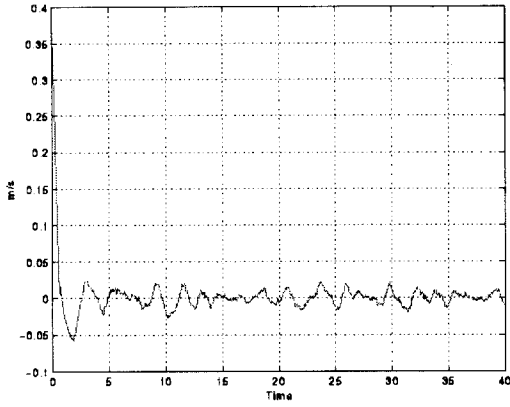


그림 22. 이동로봇의 선 속도오차-[원궤적].  
 Fig. 22. Linear velocity error of the mobile robot-[circle trajectory].

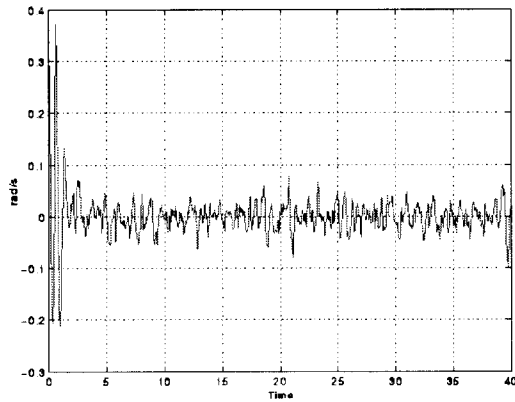


그림 23. 이동로봇의 회전 속도오차-[원궤적].  
 Fig. 23. Rotational velocity error of the mobile robot-[circle trajectory].

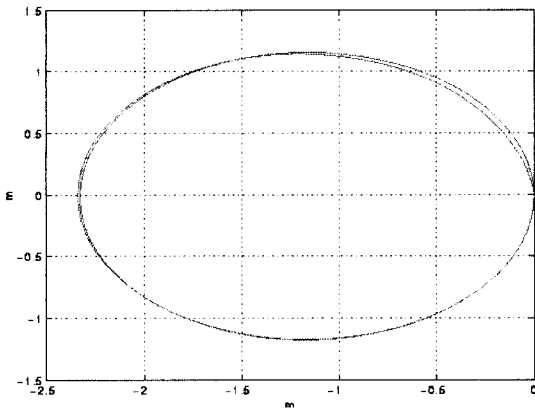


그림 24. 이동로봇의 위치응답-[원궤적].  
 Fig. 24. Position response of the mobile robot-[circle trajectory].

**VI. 결론**

본 논문에서는 미지의 파라미터와 마찰력등 외란을 추정하고 요구되는 입력을 학습하여 이동로봇이 안정하게 기준 궤적을 추종할 수 있는 동력학학습제어기를 제안하였다. 또한 제안된 제어기의 안정성을 증명하였으며, 실험을 통해서 여러 조건의 기준 궤적에 대한 응답 특성을 살펴보았는데 제안된 제어기는 이동로봇의 파라미터(질량, 관성항, 무게중심 등)변화에 대한 적응성, 외란에 대한 강인성, 정확한 궤적 추종특성 등을 가짐을 알 수 있다. 추후 연구과제로 시각정보등 외부센서 정보를 이용하여 고르지 못한 평면에서 이동시에도 궤적추종이 가능하도록 하고, 속도 변화가 빠른 궤적에 대한 적응성을 높이기 위하여 병렬통신방식으로 상위제어기와 하위서보제어기의 통신속도를 높여 고속주행이 가능하도록 하는 문제를 고려하고 있다. 또한 기준궤적의 정확한 추종특성을 장애물회피 문제에 활용하기 위한 연구도 고려하고 있다.

**참고문헌**

- [1] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 384-389, 1990.
- [2] B. d'Andrea-Novet, G. Bastin and G. Campion, "Modelling and control of non holonomic wheeled mobile robots," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 1130-1135, 1991.
- [5] R. Zulli, R. Fierro, G. Conte and F. L. Lewis, "Motion planning and control for non-holonomic mobile robots," *Proc. IEEE IECON*, pp. 551-557, 1995.
- [6] P. Riaux, G. Bourooun, S. Delaplacé, N. Pons, J. Rabit, "A rapid mobile robot synthesis," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 4073-4078, 1995.
- [7] Y. Kanayama, S. Yuta, "Vehicle path specification by a sequence of straight lines," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 3, pp 265-276.
- [8] R. W. Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization," *Differential Geometric Control Theory* R. W. Brockett, R. S. Millman and H. J. Sussmann (Eds.), Birkhauser : Birkhauser Boston, Inc., 1983.
- [9] F. L. Lewis, C. T. Abdallah, D. M. Dawson, *Control of Robot Manipulators*, Macmillan Publishing Co., 1993.



**남 재 호**

1969년생. 1994년 성균관대학교 전자공학과 졸업 (공학사). 1994년-1995년 2월 현대전자근무. 1997년 성균관대학교 전자공학과 졸업 (공학석사). 1997년~현재 KEFICO KETI 연구원 재직중. 관심분야는 EMS, 디지털 제어,

비전시스템 등.

**백 승 민**

1974년생. 1996년 성균관대학교 전자공학과 졸업 (공학사). 1998년 성균관대학교 전자공학과 졸업 (공학석사). 1998년~현재 성균관대학교 전자공학과 박사과정. 관심분야는 지능제어, 로보틱스, 디지털 제어 등.

**국 태 용**

1961년생. 1988년 서울대학교 제어계측공학과 졸업 (공학사). 1990년 포항공대 전자전기공학과 졸업 (공학석사). 1993년 포항공대 전자전기공학과 졸업 (공학박사). 1993년 4월~8월 삼성항공(주)정밀기기연구소 주임연구원. 1993

년 9월~1995년 2월 목포대학교 전기공학과 전임강사. 1995년~현재 성균관대학교 전기·전자 및 컴퓨터공학부 조교수. 관심분야는 지능제어, 로보틱스, Dynamic Simulator 등.