

# 최적 연료주입 모델 추종형 $\mu$ -합성 제어기의 설계에 관한 연구

## A Study of Design on Model Following $\mu$ -Synthesis Controller for Optimal Fuel-Injection

황 현 준, 김 동 완, 정 호 성, 손 무 현, 김 영 훈, 황 기 현, 문 경 준, 박 준 호, 황 창 선  
(Hyun-Joon Hwang, Dong-Wan Kim, Ho-Seong Jeong, Mu-Hun Son,  
Yeung-Hun Kim, Gi-Hyun Hwang, Kyeong-Jun Mun, June-Ho Park and Chang-Sun Hwang)

**Abstract** : In this paper, we design an optimal model following  $\mu$ -synthesis control system for fuel-injection of diesel engine which has robust performance and satisfactory command tracking performance in spite of uncertainties of the system. To do this, we give gain and dynamics parameters to the weighting functions and apply genetic algorithm with reference model to the optimal determination of the weighting functions that are given by the D-K iteration method which can design  $\mu$ -synthesis controller in the state space. These weighting functions are optimized simultaneously in the search domain which guarantees the robust performance of the system. The  $\mu$ -synthesis control system for fuel-injection designed by the above method has not only the robust performance but also a better command tracking performance than those of the  $\mu$ -synthesis control system designed by trial-and-error method. The effectiveness of this  $\mu$ -synthesis control system for fuel-injection is verified by computer simulation.

**Keywords** : optimal model following  $\mu$ -synthesis control system, fuel-injection, genetic algorithm, weighting functions, D-K iteration method

### I. 서론

디젤엔진 제어 시스템(diesel engine control system)은 다수의 센서들을 사용하여 엔진의 회전속도, 가속기 페달의 위치 등을 측정하고 이 값들을 사용하여 엔진에 주입될 연료의 양을 계산하는 전자제어장치(electronic control unit : ECU) 부분과 선형 솔레노이드(linear solenoid)에 의해 측정 슬리브(metering sleeve)의 위치를 조정함으로써 피스톤(plunger)에 의해 연소실로 분사, 주입되는 연료의 양을 직접적으로 제어하는 구동기(actuator) 및 서보 제어기(servo controller) 등으로 구성된다. 따라서 일반적으로 디젤엔진의 연료주입 제어 시스템(fuel-injection control system)은 연소실로 주입되는 연료의 양을 직접적으로 제어하는 구동기와 서보 제어기로 되어있다.

현재 연료주입 제어 시스템의 가장 큰 문제점은 구동기가 들어 있는 주입펌프(injection pump)내의 온도변화에 따라 연료의 점도(viscosity)가 변화하며 연료속에 잠겨서 왕복운동을 하는 측정슬리브의 동작이 이러한 점도변화에 직접적인 영향을 받는다는 점이다. 따라서 온도변화에 따른 연료주입 시스템의 계수 변동에 대해서도 제어 시스템의 성능을 보장하는 강인한 서보 제어기의 설계가 요구된다.

지금까지 강인한 제어(robust control)는 불확실성에도 불구하고 시스템의 안정성을 보장하도록 제어기를 설계하는 강인한 안정성(robust stability)[1] 문제를 주로 다루어 왔다. 1980년대 초반 Zames[2]에 의해 제기된  $H_\infty$  제어이론은 비구조적 불확실성(unstructured uncertainty)[1]에 대한 강인한 안정성 문제를 주파수 영역에서 해석하였고 1988년 Glover와 Doyle[3]은 상태공간에서 두 개의 대수 리카티

방정식(algebraic Riccati equation)을 풀어  $H_\infty$  노름(norm)을 최소화하는 강인한 안정성 문제의 해를 제시하였다. 그러나 최근에는 강인한 안정성 뿐만 아니라 실제 시스템의 적용측면에서 강인한 성능(robust performance)[4] 문제가 제기되고 있으며 이것은 기존의  $H_\infty$  제어이론으로는 해결이 곤란하다. 1982년 Doyle 등[5]은 구조적 특이치(structured singular value)를 제안하여 구조적 불확실성(structured uncertainty)[4]에 대한 강인한 성능 문제를 다루는  $\mu$ -합성법을 소개하였고 1988년 Milich 등[6]은 개선된 D-K 반복(D-K iteration)법을 통하여 강인한 성능 문제의 해를 구하였다.

최근까지  $H_\infty$  제어기 및  $\mu$ -합성 제어기를 설계하기 위한 적절한 가중치 함수(weighting function)의 선정은 최적의 가중치 함수를 선정하기 위한 다수의 방법[7][8]들이 발표되었음에도 불구하고 실제 적용상의 어려움 등으로 인하여 시행착오(trial-and-error)적인 방법[8][9][10]에 크게 의존하고 있다. 실제로 최적의 가중치 함수를 선정하기 위한 대부분의 방법들은 복잡한 최적화의 과정을 요구하고 있으며 가중치 함수들사이의 상호의존성[10]에도 불구하고 어느 한쪽을 고정시키고 최적화를 행하므로 동시최적화를 할 수 없는 결점이 있다.

1970년대 초반 Holland에 의해 제시된 유전 알고리즘(genetic algorithm)[11]은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도(fitness)가 큰 문자열(string)을 다음 세대에 복제함으로써 전역해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘은 기존의 최적화 이론들과는 근본적으로 다른 중요한 특징들을 가지고 있다. 특히 다수의 변수들을 하나의 문자열로 부호화(coding)화함으로써 동시최적화가 가능하다. 따라서 최근 공학적인 분야를 중심으로 많은 적용사례들[12][13]이 발표되고 있다.

본 연구에서는 복잡한 최적화의 과정이 없이 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수들을 동시에 최적화함으로써 시스템의 불확실성에 대한 강인한 성능과 기준모델에 따른

접수일자 : 1997. 7. 15., 수정완료 : 1998. 3. 6.

황현준, 김영훈 : 포항공과대학교 전기과

김동완, 손무현 : 동명전문대학교 전기과

정호성 : 연암공업전문대학교 전자과

황기현, 문경준, 박준호, 황창선 : 부산대학교 전기공학과

최적의 명령추종성을 가지는 디젤엔진의 연료주입 모델 추종형  $\mu$ -합성 제어 시스템을 설계한다. 이를 위해 적절히 선정된 해집단내에서 기준모델의 출력을 최적으로 추종하도록 유전 알고리즘을 사용하여 주어진 가중치 함수의 이득 및 동특성 계수를 동시에 최적화한다. 끝으로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 유용성을 확인한다.

**II. 디젤엔진의 연료주입 제어 시스템**

디젤엔진 제어 시스템은 엔진으로 주입될 연료의 양을 계산하는 전자제어장치(ECU)부분과 이 값에 따라 축정슬리브의 위치를 조정함으로써 연료의 양을 직접적으로 제어하는 구동기 및 서보 제어기 그리고 주입펌프 및 디젤엔진 등으로 구성되어 있다. 따라서 서보 제어기의 역할은 ECU에서 계산된 연료의 양과 디젤엔진의 연소실로 주입될 실제 연료의 양이 일치하도록 구동기내의 선형 솔레노이드에 펄스신호(pulse signal)를 주어 정확한 축정슬리브의 위치를 제어하는 것이다.

구동기와 서보 제어기로 구성되는 디젤엔진의 연료주입 제어 시스템은 캠(cam)의 회전작용에 의해 피스톤이 이동하고 이에 따라 압축된 연료가 노즐(nozzle)을 통하여 엔진의 연소실로 고압분사되는 메카니즘을 가진다. 한편 피스톤에 존재하는 스피로포트(spill port)는 축정슬리브의 오른쪽 끝에서만 열리도록 되어 있다. 따라서 엔진에 주입된 연료의 양은 펄스신호의 크기(서보 제어기의 출력)에 따른 선형 솔레노이드의 자기장의 세기 및 이에 따라 동작하는 축정슬리브의 위치에 의해 결정된다. 여기서 축정슬리브의 현재 위치(서보 제어기의 입력)는 구동기내의 솔레노이드 위치센서(solenoid position sensor)에 의해 측정되며 스피로포트를 통하여 유출된 연료는 주입펌프속으로 복귀하게 된다.

연료주입 제어 시스템의 문제점은 일반적으로 선형 솔레노이드의 히스테리시스(hysteresis) 현상과 연료속에서 수평 왕복운동을 하는 축정슬리브의 동특성변화로 인해 발생한다. 펌프내부의 기계적 마찰로 인해 발생하는 히스테리시스 현상은 간단한 논리 제어기(logic controller)[14]에 의해 쉽게 보상되므로 본 연구에서는 이를 무시하기로 한다. 반면에 연료속에 잠겨서 동작하는 축정슬리브는 주위의 온도변화에 따른 연료의 점도변화에 직접적인 영향을 받는다.

본 연구에서는 Kuraoka와 Ohka 등[14]에 의해 제시된 연료주입 시스템의 적분요소 첨가형 선형 모델을 사용한다. 온도변화에 따른 계수 변동과 그에 따른 시스템의 모델링 오차를 해석하기 위해 제시된 3가지의 선형모델들은 각각 다음과 같다.

$$P_{00}(s) = \frac{-1.736 \times 10^{-2} s^2 + 4.939 \times 10^3 s - 3.137 \times 10^5}{s^4 + 98.34 s^3 + 9.223 \times 10^3 s^2 + 8.771 \times 10^5} \text{ at } 0^\circ\text{C} \quad (1)$$

$$P_{25}(s) = \frac{5.498 s^2 + 4.007 \times 10^3 s - 4.444 \times 10^6}{s^4 + 93.72 s^3 + 9.520 \times 10^3 s^2 + 1.214 \times 10^5} \text{ at } 25^\circ\text{C} \quad (2)$$

$$P_{60}(s) = \frac{4.677 s^2 - 2.859 \times 10^3 s - 5.053 \times 10^6}{s^4 + 91.53 s^3 + 1.008 \times 10^4 s^2 + 1.762 \times 10^5} \text{ at } 60^\circ\text{C} \quad (3)$$

또한 25°C에서의 선형모델  $P_{25}(s)$ 를 공칭플랜트(nominal plant)로 하여  $P_{00}(s)$ 와  $P_{60}(s)$ 에 대한 곱셈형(multiplicative) 모델링 오차  $E_{m00}(s)$ 와  $E_{m60}(s)$ 를 구하면 각각 다음과 같다.

$$E_{m00}(s) = [P_{00}(s) - P_{25}(s)] \times P_{25}(s)^{-1} \quad (4)$$

$$E_{m60}(s) = [P_{60}(s) - P_{25}(s)] \times P_{25}(s)^{-1} \quad (5)$$

따라서 이러한 모델링 오차에 대해서도 시스템의 성능을 보장하는 강인한 서보 제어기의 설계가 요구된다.

**III. 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 설계**

지금까지 강인한 제어는 주로 비구조적 불확실성에 대한 안정성 측면에서 다루어져 왔으나 최근에는 강인한 안정성 뿐만 아니라 구조적 불확실성에 대한 강인한 성능이 요구되고 있다. 따라서  $\mu$ -설계법은 구조적 특이치  $\mu$ 를 도입하여 시스템에 대한  $\mu$ -해석을 행한 후 D-K 반복에 의해  $H_\infty$  제어이론과  $\mu$ -해석을 합성시킴으로써 강인한 성능 문제를 해결하도록 한 것이다.

공칭 성능(nominal performance)과 강인한 안정성을 얻기 위한 필요충분조건은 (6)과 (7)이 만족하는 것이다. 여기서  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 는 각각 감도(sensitivity)함수  $S(s)$ ( $\equiv [I + P_{25}(s)K(s)]^{-1}$ )와 상보감도(complementary sensitivity)함수  $T(s)$ ( $\equiv [I + P_{25}(s)K(s)]^{-1} P_{25}(s)K(s)$ )에 대한 가중치 함수이다.

$$\|W_1(s)S(s)\|_\infty < 1 \quad (6)$$

$$\|W_2(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (7)$$

그런데 강인한 성능을 얻기 위해서는 불확실성을 포함하는 실제 플랜트(real plant)에 대해서도 (6)이 성립해야 한다. 따라서 강인한 성능을 얻기 위한 필요충분조건식은 (8)[1]과 같다.

$$\|W_2(s)T(s)\|_\infty + \|W_1(s)S(s)\|_\infty < 1 \quad (8)$$

그림 1은 가중치 함수를 포함하는 일반화 플랜트(generalized plant)  $P(s)$ 와 되먹임 제어기  $K(s)$ 로 구성된 선형분수변환(linear fractional transformation)식  $F_l(P, K)$ 와 구조적 불확실성  $\Delta_{perf}$  및 비구조적 불확실성  $\Delta_{del}$ 에 의해 (8)의 강인한 제어성능 문제를 나타낸 것이다. 여기서 그림 1과 (9)로 주어진 불확실성의 집합  $\Delta$ 에 대하여 구조적 특이치  $\mu$ 를 정의하면 (10)과 같다.

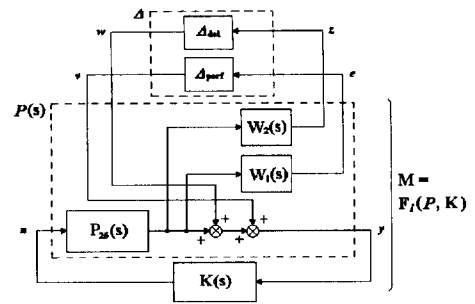


그림 1. 강인한 제어성능 문제.

Fig. 1. Robust control performance problem.

$$\Delta = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_{del} & 0 \\ 0 & \Delta_{perf} \end{bmatrix}; \|\Delta_{del}\|_\infty \leq 1, \|\Delta_{perf}\|_\infty \leq 1 \right\} \quad (9)$$

$$\mu(M) := \frac{1}{\min \{ \bar{\sigma}(\delta) : \delta \in \Delta, \det(I - M\delta) = 0 \}} \quad (10)$$

단  $\det(I - M\delta) = 0$  인  $\delta (\in \Delta)$ 가 존재하지 않을 경우에는  $\mu(M) = 0$  으로 정의한다. 또한  $\bar{\sigma}(\cdot)$ 는 최대 특이치(maximum singular value)를,  $\min(\cdot)$ 는 최소치 연산자(minimum operator)를 각각 나타낸다.

그런데 강인한 성능 문제는 (9)의 불확실성의 집합  $\Delta$ 에 대해 그림 1의 제어 시스템을 안정하게 하는 것을 의미하므로 불확실성의 집합  $\Delta$ 에 대해 제어 시스템의 불안정성을 나타내는 구조적 특이치  $\mu[M(j\omega)]$ 를 최소화해야 한다. 따라서 강인한 성능을 얻기 위한 필요충분조건식 (8)은 (11)[4]과 같으며 이 식은 구조적 특이치  $\mu$ 를 이용하여 시스템의 강인한 안정성을 해석하였으므로  $\mu$ -해석의 결과라

고 할 수 있다.

$$\mu[M(j\omega)] = \mu[F(P, K)(j\omega)] < 1, \forall \omega \quad (11)$$

그러나 일반적으로  $\mu[M(j\omega)]$ 의 값을 직접 구할 수 없으므로 크기조절 행렬(scaling matrix)  $D$ [10]를 도입하여 (12)와 같이  $\mu[M(j\omega)]$ 의 상한치를 나타낸 후 이것을 최소화한다.

$$\mu[M(j\omega)] \leq \inf \bar{\alpha}(DMD^{-1}) \quad (12)$$

한편  $\infty$ -노름의 정의에 의해 (12)의 상한치는 다음 식과 같이 주어진다.

$$\inf \bar{\alpha}(DMD^{-1}) < \sup \bar{\alpha}(DMD^{-1}) = \|DF(P, K)D^{-1}\|_{\infty} \quad (13)$$

결국 D-K 반복법이란 제어기 K와 크기조절 행렬 D를 2개의 변수로 하여 상한치  $\|DF(P, K)D^{-1}\|_{\infty}$ 을 최소화하는 문제로 생각할 수 있다. 즉 처음에는 D를 고정시켜  $H_{\infty}$  제어이론으로 상한치  $\|DF(P, K)D^{-1}\|_{\infty}$ 을 작게하는 제어기 K를 구하고 다음에는 K를 고정시키고 D에 의해  $\|DF(P, K)D^{-1}\|_{\infty}$ 을 작게한다. 그리고 이 과정을 (11)이 만족될 때까지 반복한다. D-K 반복 알고리즘에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌[4]에 제시되어 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다.

D-K 반복법에 의해 강인한 성능 및 만족스러운 명령추종성을 가지는 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어기를 구하기 위해서는 설계명세에 따라 적절한 가중치 함수들을 선정하는 것이 중요하다. 일반적으로 가중치 함수  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 는 각각 외란  $d(s)$ 와 (4)와 (5)로 주어지는 모델링 오차  $E_{m0}(s)$  및  $E_{m60}(s)$ 에 대해 (14)와 (15)를 만족[1]하도록 모델링한다. 여기서  $\max(\cdot)$ 는 최대치 연산자(maximum operator)를 나타낸다. 또한  $d(s)$ 는 단위 계단외란으로 가정한다.

$$|d(j\omega)| \leq |W_1(j\omega)| \quad \text{at low frequencies} \quad (14)$$

$$|E_m(j\omega)| \triangleq \max\{|E_{m0}(j\omega)|, |E_{m60}(j\omega)|\} \leq |W_2(j\omega)| \quad \text{at high frequencies} \quad (15)$$

본 연구에서는 다음과 같은 사항들을 고려하여 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템을 설계한다.

- 시스템의 응답속도와 외란제거 및 강인한 안정성 등을 고려하여 이득교차 주파수(gain crossover frequency)  $\omega_c$ 는 50[rad/sec]정도로 한다.
- 단위 계단응답에 대한 시스템의 최대 오버슈트는 정상상태 값의 20%이내로 한다.

(14), (15) 및 위의 설계명세들을 동시에 만족시키기 위해 시행착오법에 의해 선정된 가중치 함수  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 는 (16), (17)과 같다. 제시된 가중치 함수들은 본 연구의 객관성을 높이기 위해 참고문헌[14]를 기준으로 선정하였으며 또한 설계된 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 구체적인 시뮬레이션 결과는 5장에서 나타낸다.

$$W_1(s) = \frac{\rho \times (20)}{s(s + 20)} \quad \text{and} \quad \rho = 20 \quad (16)$$

$$W_2(s) = \frac{(s + 30)(s + 60)}{30 \times 60 \times 10} \quad (17)$$

#### IV. 유전 알고리즘을 이용한 최적 연료주입 모델 추종형 $\mu$ -합성 제어기의 설계

최근까지  $H_{\infty}$  제어기 및  $\mu$ -합성 제어기를 설계하기 위한 적절한 가중치 함수의 선정은 다수의 방법들이 발표되었으나 실제 적용상의 어려움 등으로 인하여 3장에서와 같은 시행착오적인 방법이 크게 의존하고 있다. 또한 감도 및 상보감

도함수 사이의 절충조건(trade-off)으로 인해 가중치 함수들의 선정에도 절충조건이 존재[10]한다. 즉  $W_1(s)$ 의 이득을 크게하면 시스템의 성능이 향상되지만 안정성이 저하된다. 반면에  $W_2(s)$ 는  $W_1(s)$ 와 반대의 특성을 가진다. 따라서 최적의  $\mu$ -합성 제어 시스템을 설계하기 위해서는 가중치 함수  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 를 동시에 최적화하는 것이 중요하다.

따라서 본 장에서는 다수의 변수들을 하나의 문자열에 부호화하여 이들 변수들에 대한 동시최적화가 가능한 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수들을 선정함으로써 기존 모델에 따른 최적의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템을 설계하고자 한다.

##### 1. 유전 알고리즘

유전 알고리즘(simple genetic algorithm, SGA)[11]은 적자생존에 따른 확률적인 방법에 의해 최적해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나로서 기존의 최적화 방법들과는 다른 중요한 특징들을 가지고 있다. 유전 알고리즘의 특징은 다음과 같다.

- 연속미분가능과 같은 목적함수에 대한 제한이 없다.
- 문자열에 대한 부호화를 통해 다수의 변수들을 동시에 최적화 할 수 있다.
- 탐색공간내의 다수의 점들을 사용하여 최적화를 행하므로 병렬연산이 가능하며 확률적인 방법에 의해 전역해를 찾을 가능성이 높다.
- 개별문자열에 대한 적합도외에 기타의 정보가 필요치 않다.

유전 알고리즘은 복제(reproduction), 교배(crossover) 및 돌연변이(mutation)의 3개의 유전 연산자(genetic operator)들을 사용하여 최적화를 행한다. 유전 알고리즘에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌[11]에 제시되어 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다. 또한  $\mu$ -합성 제어기 설계시 유전 알고리즘의 각 단계에서 필요한 문자열의 크기( $m$ ), 해집단의 크기( $n$ ), 세대수( $z$ ) 그리고 교배 확률( $P_c$ ) 및 돌연변이 확률( $P_m$ ) 등은 경험적인 방법에 의해 적절히 선정하기로 한다.

##### 2. 가중치 함수 $W_1(s)$ 및 $W_2(s)$ 의 동시 최적화

유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 를 동시에 최적화하기 위해 먼저 (16)과 (17)로 주어진 가중치 함수에 크기와 형태를 결정하는 이득(gain) 및 동특성(dynamics) 계수를 변수로 주고 (18) 및 (19)와 같이 가중치 함수의 매개변수화를 행한다. 여기서  $g_{w1}$ ,  $g_{w2}$ 와  $p_{w1}$ ,  $p_{w2}$ ,  $p_{w3}$ 는 각각 가중치 함수  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 의 이득 및 동특성 계수들을 나타낸다.

$$W_1(s) = \frac{g_{w1} \times (p_{w1})}{(s^2 + p_{w1}s)} \quad (18)$$

$$W_2(s) = \frac{g_{w2} \times (s^2 + (p_{w2} + p_{w3})s + (p_{w2} \times p_{w3}))}{(p_{w2} \times p_{w3} \times 10)} \quad (19)$$

한편 최적화를 위해 선정된 이득 계수의 탐색구간(search domain)  $D_1$ 과  $D_2$ 는 (20) 및 (21)과 같다. 특히 탐색구간  $D_1$ 과  $D_2$ 의 하한치  $L_1$ 과  $L_2$ 는 시스템의 외란제거 특성 및 강인한 안정성을 보장하기 위해 가중치 함수에 대한 조건식 (14)와 (15)를 각각 만족하도록 결정하였다.

$$D_1 = \{ g_{w1} \mid L_1 = 1 \leq g_{w1} \leq 50 = U_1 \} \quad (20)$$

$$D_2 = \{ g_{w2} \mid L_2 = 0.5 \leq g_{w2} \leq 1.5 = U_2 \} \quad (21)$$

또한 최적화를 위해 선정된 동특성 계수의 탐색구간  $D_3$ - $D_5$ 는 (22)-(24)와 같다.

$$D_3 = \{ p_{w1} \mid L_3 = 1 \leq p_{w1} \leq 40 = U_3 \} \quad (22)$$

$$D_4 = \{ p_{w2} \mid L_4 = 1 \leq p_{w2} \leq 60 = U_4 \} \quad (23)$$

$$D_5 = \{ p_{w3} \mid L_5 = 1 \leq p_{w3} \leq 120 = U_5 \} \quad (24)$$

최적  $\mu$ -합성 제어를 설계하기 위해 도입된 가중치 함수의 이득, 동특성 계수를 동시에 최적화하기 위해 이들 5개의 변수를 그림 2와 같이 하나의 문자열에 적절한 크기 ( $m_i, i = 1, 2, \dots, 5$ )의 비트(bit)수로 부호화한다.

그림 2. 이득 및 동특성 계수의 부호화.

Fig. 2. Coding of gain and dynamics parameters.

여기서 비트수  $m_i$ 로 부호화된 임의의  $i$ 번째 계수  $X_i$ 에 대하여 탐색구간  $D_i$ 와의 관계식을 유도하면 (25)와 같다.

$$X_i = L_i + \frac{x_i}{2^{m_i} - 1} (U_i - L_i) \quad (25)$$

단  $x_i$ 는  $m_i$ 의 비트수를 가지는 2진수의 현재 정수값이며  $D_i$ 의 상·하한치는 각각  $U_i$ 와  $L_i$ 이다. 따라서 탐색구간  $D_i$ 는  $(2^{m_i}-1)$ 개로 분할되고 비트수  $m_i$ 는 탐색의 정밀도(resolution)을 나타내게 된다. 일반적으로  $m_i$ 를 크게 하면 정밀 탐색이 가능하지만 탐색시간이 많이 걸리므로 수렴시간 및 해집단의 크기 등을 고려하여 결정한다.

디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템이 강한 안정성과 외란제거 및 설계명세에 따른 만족스러운 응답속도를 가지기 위해서는 최적화에 따른 실질적인 제한조건들이 필요하다. 실제로 (14) 및 (15)에 의해 설정된 가중치 함수의 탐색구간  $D_1$ 과  $D_2$ 는 가중치 함수들사이의 절충조건으로 인해 외란제거 및 강한 안정성을 완전히 보장하지 못한다. 따라서 이러한 문제점을 해결하고 제어 시스템의 응답속도를 보장하기 위해 루프전달함수(loop transfer function)  $L(s)$ 에 대해 (26) 및 (27)과 같은 제한조건(constraint)[10]을 주고 유전 알고리즘을 사용하여 최적화를 행한다.

$$d(j\omega) \leq \sigma(L(j\omega)), \quad \text{at } \omega \leq \omega_l \quad (26)$$

$$\sigma(L(j\omega)) \leq E_m^{-1}(j\omega), \quad \text{at } \omega > \omega_h \quad (27)$$

여기서 상·하한치  $\omega_l(=10[\text{rad/sec}])$ 과  $\omega_h(=100[\text{rad/sec}])$ 는 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 응답속도( $\omega_c=50[\text{rad/sec}]$ )와 외란 및 모델링 오차의 유효주파수를 고려하여 각각 선정하였다. 단  $\sigma(\cdot)$ 는 최소 특이치(minimum singular value)를 나타낸다.

또한 D-K 반복법에 의해 설계된 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 강한 성능을 보장하기 위해 (11)로부터 구조적 특이치의 최대값  $\mu_{\max}(\equiv \max\{\mu[M(j\omega)]\})$ 에 대해 다음과 같은 제한조건을 주어 최적화를 행한다.

$$\mu_{\max} < 1 \quad (28)$$

본 연구에서는 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템이 설계명세에 따른 최적의 명령추종성을 가지도록 (29)와 같이 적절한 기준모델(reference model)을 선정한 후 그림 3과 같이 유전 알고리즘을 사용하여 일반화 플랜트  $P(s)$ 와 불확실성의 집합  $\Delta$ 로 표현되는 연료주입 시스템의 출력이 기준모델의 출력을 추종하도록 하였다. 기준모델은 설계명세에 따른 최적의 응답특성을 가지도록 ITAE의 최소표준형 2차 모델( $\omega_0=55.5[\text{rad/sec}]$ )로 선정하였다. 즉 시스템의 응답속도를 고려하여 대역폭(bandwidth)  $\omega_b$ 가  $50[\text{rad/sec}](\cong \omega_c$

$=50[\text{rad/sec}]$ )정도이며 최대 오버슈트는  $5\%( \leq 20\%)$  이내가 되도록 하였다.

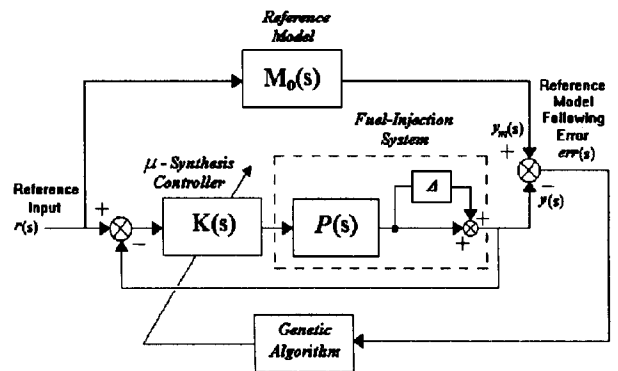


그림 3. 유전 알고리즘을 이용한 연료주입 모델 추종형  $\mu$ -합성 제어 시스템.

Fig. 3. Model following  $\mu$ -synthesis control system for fuel-injection using genetic algorithm.

$$M_o(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 1.4 \times \omega_0 s + \omega_0^2} \quad (29)$$

또한 기준모델 및 유전 알고리즘에 따른 개별 문자열의 적합도  $fit_{weight}$ 는 온도변화에 따른 시스템의 계수 변동을 최적화에 따른 모델 추종형 제어기의 설계시 직접적으로 고려하기 위해 적절한 가중치(weight value)를 도입하여 (30) 및 (31)과 같이 선정하였다. 여기서  $k(t+1) = k(t) + T_s$ ,  $k(1) = 0[\text{sec}]$ 이고  $T_s = 0.02[\text{sec}]$ 는 샘플링 시간(sampling time)을 나타내며 적합도  $fit_{goal}$ 은 미리 설정된 목표값이다.

$$err_{fit, wght} = \sum_{j=1}^3 (w_j \times \sum_{k=1}^{16} abs(err_j(k(t))))$$

$$= \sum_{j=1}^3 (w_j \times \sum_{k=1}^{16} abs(y_m(k(t)) - y_j(k(t)))) \quad (30)$$

$$fit_{weight} = \frac{1}{1 + err_{fit, wght}} > fit_{goal} \quad (31)$$

단 각각의 가중치는 제어 시스템의 공칭성능 및 기준모델에 대한 추종성 등을 고려하여  $w_1 = 0.15, w_2 = 0.5, w_3 = 0.35(w_1 + w_2 + w_3 = 1)$ 로 선정하였다. 여기서  $y_j(k(t)), y_m(k(t))$ 는 각각 연료주입 시스템 및 기준모델의 출력,  $err_j(k(t)) = abs(y_m(k(t)) - y_j(k(t)))$ 는 이에 따른 기준모델 추종오차를 나타낸다. 또한  $abs(\cdot)$ 는 절대값을,  $j = 1, 2, 3$ 은 각각 (1)-(3)으로 주어지는 플랜트  $P_{10}(s) \sim P_{30}(s)$ 를 의미한다. 한편 (31)로부터 적합도  $fit_{weight}$ 는 기준모델 추종오차  $err_{fit, wght}$ 의 역수로 정의되어 있으므로 설계결과 적합도가 높을수록 기준모델에 보다 잘 추종하고 설계명세(오버슈트 및 시스템의 응답속도)도 잘 만족시킬 것이다. 따라서 최적해에 대한 판별기준은 (31)과 같이 설계결과  $z$ 세대후의 최대 적합도가 미리 설정된 목표값  $fit_{goal}$ 에 도달하는지의 여부로 판단하며 만약 목표값에 도달하지 못하면 새롭게 탐색을 시작한다. 본 연구에서는 목표값  $fit_{goal}$ 을 0.8500으로 선정하였다.

유전 알고리즘을 사용하여 디젤엔진의 최적 연료주입 모델 추종형  $\mu$ -합성 제어 시스템을 구성하기 위한 설계 순서는 다음과 같다. 또한 그림 3은 설계 순서를 흐름 선도로 나타낸 것이다.

<설계 순서>

Step 1 : 가중치 함수에 (18), (19)와 같이 적절한 이득 및 동특성 계수를 준다.

Step 2 : 강인한 안정성 등에 관한 조건식 (14)와 (15)에 의해 이득 및 동특성 계수에 대한 각각의 탐색구간  $D_i$ 를 결정한다.

Step 3 : 유전 알고리즘에 의해 계수의 집합  $\Phi \triangleq [g_{w1}, g_{w2}, p_{w1}, p_{w2}, p_{w3}]$ 를 계산한다.

Step 4 : 주어진 계수의 집합  $\Phi$ 와 D-K 반복법을 사용하여 디젤엔진의 연료주입  $\mu$ -합성 제어기를 설계한다. 단 설계 알고리즘의 일관성을 위해 D-K 반복법에 의한 반복 횟수는 두번째까지로 한정한다.

Step 5 : 설계된  $\mu$ -합성 제어 시스템이 강인한 성능 등에 관한 조건식 (26)-(28)을 만족하는지 조사한다. 만족시키면 (31)을 사용하여 적합도를 계산하고 그렇지 않으면 적합도를 0으로 한다.

Step 6 : 설정된 세대수 만큼 Step 3에서 Step 5의 과정을 반복한다.

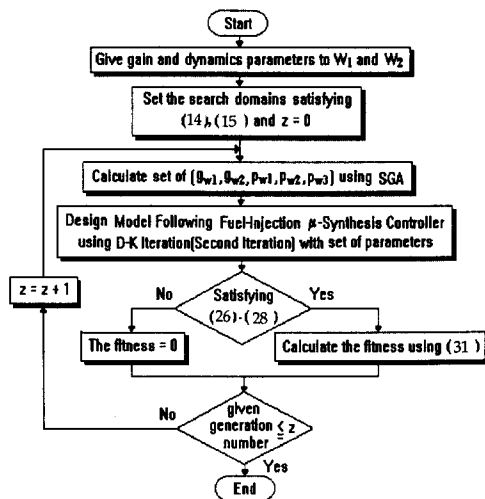


그림 4. 모델 추종형  $\mu$ -합성 제어기의 설계 순서.  
Fig. 4. Procedure for design of model following  $\mu$ -synthesis controller.

V. 시뮬레이션 및 비교고찰

본 장에서는 4장에서 제시한 설계 순서에 따라 디젤엔진의 최적 연료주입 모델 추종형  $\mu$ -합성 제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 성능을 비교고찰한다. 유전 알고리즘에서 사용된 계수들과 계산시간 및 적합도는 표 1과 같고 이에 따라 선정된 가중치 함수의 이득 및 동특성 계수 그리고 표 2와 같다. 단 방법 1(method 1)은 (16) 및 (17)로 주어지는 가중치 함수에 이득 계수  $g_{w1}, g_{w2}$ 만을 주고 유전 알고리즘을 사용하여 최적화한 것이고 방법 2(method 2)는 4장에서 제시한 설계 순서에 의한 것이다. 본 연구에서는 유전 알고리즘에 따른 계산시 PENTIUM-5 133MHz (RAM 32M bytes)기종의 컴퓨터를 사용하였다.

표 1로부터 4장에서 제시된 설계 방법(방법 2)이 3장에서 시행착오법[14]이나 방법 1과 같이 단순히 이득만을 고려한 경우보다 상대적으로 높은 적합도를 가짐을 알 수 있다. 따라서 방법 2와 같이 가중치 함수의 이득과 동특성을 함께 최적화하는 것이 필요하다.

그림 1은 표 2로 주어진 최적화의 결과에 따라 선정된 가중치 함수들과 (4) 및 (5)로 주어지는 모델링 오차  $E_{m0}(s)$

및  $E_{m0}(s)$ 와 단위 계단외란  $d(s)$ 를 함께 나타낸 것이다. 그림으로부터 선정된 가중치 함수들은 (14)와 (15)를 모두 만족시키고 있음을 알 수 있다.

표 1. 유전 알고리즘에서 사용된 계수들과 설계시간 및 적합도.

Table 1. Parameters in SGA, computation time and fitness.

	String length (m)	Population size (n)	Generation number (z)	Computation time (min./sec.)	$P_i$ [actual value]	$P_o$ [actual value]	$err_{fit}$	$fit_{avg}$
Trial-& error[14]	•	•	•	•	•	•	0.4384	0.6857
Method 1	14 bits	20	30	558/47	0.7 [220/300 -0.7333]	0.03 [257/8400 -0.0306]	0.3184	0.7585
Method 2	38 bits	20	30	688/34	0.7 [205/300 -0.6833]	0.03 [1674/22800 -0.0296]	0.1745	0.8514

표 2. 유전 알고리즘에 의해 선정된 이득 및 동특성 계수 그리고 구조적 특이치의 최대값  $\mu_{max}$ .

Table 2. Gain, dynamics parameters selected by SGA and maximum structured singular value  $\mu_{max}$ .

	$g_{w1}$	$g_{w2}$	$p_{w1}$	$p_{w2}$	$p_{w3}$	$\mu_{max}(< 1)$
Trial-& error[14]	20.0000	1.0000	20.0000	30.0000	60.0000	0.5716
Method 1	26.8504	1.4134	20.0000	30.0000	60.0000	0.6406
Method 2	26.0787	0.5394	19.2000	6.3216	83.1333	0.6934

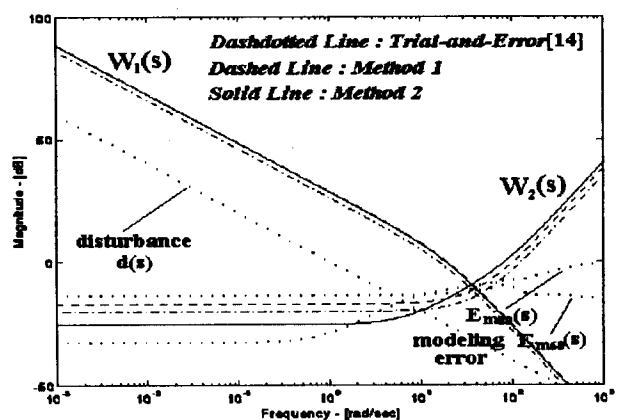


그림 5. 가중치 함수  $W_1(s), W_2(s)$  그리고 모델링 오차와 단위 계단외란.

Fig. 5. Weighting functions  $W_1(s), W_2(s)$  and modeling error, unit step disturbance.

그림 6에서 그림 8까지는 설계된 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 온도변화에 따른 각각의 단위 계단응답과 기준모델 추종오차를 함께 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 주입펌프내의 온도변화( $0^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}$ )에 따른 연료주입 시스

템의 계수 변동에 대해 방법 2의 경우가 방법 1의 경우보다 상대적으로 % 오버슈트가 작음을 알 수 있다.

따라서 적합도가 가장 높은 방법 2( $fit_{lucithu} = 0.8514$ )의 경우가 기준모델의 응답에 가장 잘 추종하며 이에 따라 과도응답 특성도 시행착오법[14]( $fit_{lucithu} = 0.6857$ ) 및 방법1( $fit_{lucithu} = 0.7585$ )의 경우에 비해 상당히 개선되었음을 알 수 있다.

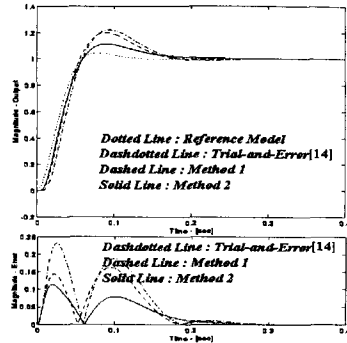


그림 6. 0°C 에서의 연료주입 시스템의 단위 계단응답과 기준모델 추종오차.

Fig. 6. Unit step response and reference model following error of fuel-injection system at 0°C.

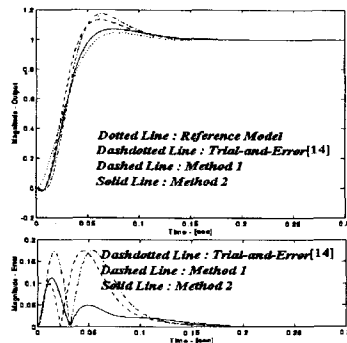


그림 7. 25°C 에서의 연료주입 시스템의 단위 계단응답과 기준모델 추종오차.

Fig. 7. Unit step response and reference model following error of fuel-injection system at 25°C.

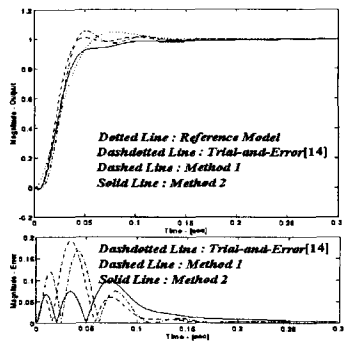


그림 8. 60°C 에서의 연료주입 시스템의 단위 계단응답과 기준모델 추종오차.

Fig. 8. Unit step response and reference model following error of fuel-injection system at 60°C.

VI. 결론

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 함수들을 동시에 최적화함으로써 시스템의 불확실성에 대한 강인한 성능과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는

디젤엔진의 연료주입 모델 추종형  $\mu$ -합성 제어 시스템을 설계하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 연료주입  $\mu$ -합성 제어 시스템의 유용성을 확인하였다. 설계된  $\mu$ -합성 제어 시스템의 % 오버슈트와 상승시간 및 정정시간은 기준모델과 마찬가지로 설계명세를 잘 만족한다. 한편 가중치 함수의 이득만을 고려한 경우(방법 1) 및 시행착오법의 경우는 기준모델추종오차가 제시된 설계 방법(방법 2)의 경우보다 상대적으로 크다. 따라서 설계명세에 따른 좀더 나은 출력특성을 얻기 위해서는 제시된 방법과 같이 이득 뿐만 아니라 가중치 함수의 동특성을 함께 최적화하는 것이 필요하다. 또한 기존의 방법들과는 달리 최적화에 따른 제한조건 및 복잡한 최적화의 과정이 없으므로 제시된 방법을 보다 쉽게 실제의 제어 시스템 설계에 적용할 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [2] G. Zames, "Feedback and optimal sensitivity : model reference transformations, multiplicative semi-norms, and approximate inverses," *IEEE, Trans. on Automatic Control*, vol. 26, no. 2, pp. 301-320, 1981.
- [3] K. Glover, J. C. Doyle, "State-space formulate for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_{\infty}$ -norm bound and relations to risk sensitivity," *Systems & Control Letters*, vol. 11, pp. 167-172, 1988.
- [4] S. Fujita, "Robust control performance and  $\mu$ -synthesis", *System and Control, Information*, vol. 37, no. 2, pp. 93-101, 1993.
- [5] J. C. Doyle, J. E. Wall, G. Stein, "Performance and robustness analysis for structured uncertainty," *Proc. of Conf. on Decision and Control, IEEE, Orlando, FL*, pp. 629-636, 1982.
- [6] D. A. Milich, M. Athans, L. Valavani, G. Stein, "A method for designing robust multivariable feedback systems," *Proc. of Conf. on Decision and Control, IEEE*, vol. 3, pp. 2150-2156, 1988.
- [7] F. B. Yeh, T. S. Hwang, "Optimal sensitivity bound estimation and controller design", *Int. J. of Control*, vol. 47, no. 4, pp. 979-984, 1988.
- [8] C. D. Yang, H. S. Ju, S. W. Liu, "Experimental design of  $H_{\infty}$  weighting functions for flight control systems", *J. of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 17, no. 3, pp. 544-552, May-June, 1994.
- [9] S. Pannu, H. Kazerooni, G. Becker, A. Packard, " $\mu$ -synthesis control for a walking robot", *IEEE Control Systems*, pp. 20-25, Feb., 1996.
- [10] J. M. Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [11] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [12] C. L. Karr, E. J. Gentry, "Fuzzy control of pH using genetic algorithms," *IEEE, Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 46-53, Feb., 1993.
- [13] A. Homaifar, E. McCormick, "Simultaneous design

of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms," *IEEE, Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 129-139, May, 1995.

[14] H. Kuraoka, N. Ohka, M. Ohba, "Application of H<sub>∞</sub> optimal design to automotive fuel control," *American Control Conference*, vol. 3, pp. 1957-1962, June, 1989.



**황 현 준**

1969년 8월 20일생. 1992년 부산대학교 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1995). 동대학원 박사과정수료(1998). 1996년~1997년 부산대 및 부산전문대 강사. 1998년~현재 포항전문대학교 전기과전임강사. 주관심분야는 강인제어 및 유

전알고리즘.



**김 동 완**

1960년 2월 1일생. 1984 동아대학교 전기공학과 졸업. 부산대학교 대학원 전기공학과 석사(1987). 동대학원 박사(1995). 1997년~현재 부산대학교 생산기술연구소 연구원, 동명전문대학교 전기과 전임강사. 주관심분야는 강인제어

및 2자유도계.



**정 호 성**

1960년 1월 21일생. 1983년 부산대학교 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1985). 동대학원 박사(1997). 1985년~1991년 (주)포항종합제철 기술연구소 및 산업과학기술연구소 주임연구원. 현재 연암공업전문대학교 전자과 부교수. 주관심

분야는 강인제어 및 지능제어.



**손 무 헌**

1944년 10월 3일생. 1967년 연세대학교 전기공학과 졸업. 동아대학교 대학원 전기공학과 석사(1982). 동대학원 박사과정중(1998). 현재 동명전문대학교 전기과 교수. 주관심분야는 제어 및 전기응용.



**김 영 훈**

1963년 4월 12일생. 1986년 영남대학교 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1991). 동대학원 박사(1998). 현재 포항전문대학교 전기과 조교수. 주관심분야는 제어 및 전력.



**황 기 현**

1968년 3월 1일생. 1994년 경성대학교 전기공학과 졸업. 부산대학교 대학원 전기공학과 석사(1996). 동대학원 박사과정수료(1998). 1997년~현재 부산대학교 강사. 주관심분야는 전력계통제어 및 진화연산.



**문 경 준**

1972년 10월 25일생. 1994년 부산대학교 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1996). 동 대학원 박사과정수료(1998). 1997년~현재 부산대학교 강사. 주관심분야는 전력계통제어 및 진화연산.



**박 준 호**

1955년 9월 17일생. 1978년 서울대학교 전기공학과 졸업. 동대학원 석사(1980). 동대학원 박사(1987). 1978년~1981년 한국전기연구소 연구원. 1981년~1984년 충남대학교 전기공학과 조교수. 1989년~1990년 Pen. State. Univ.

Visiting Scholar. 현재 부산대학교 전기공학과 교수. 주관심분야는 전력계통제어 및 진화연산.



**황 창 선**

1932년 1월 12일생. 1955년 서울대학교 전기공학과 졸업. 일본 동경공대 대학원 전기공학과 석사(1969). 부산대학교 대학원 전기공학과 박사(1974). 1972년 미국 알라바마대학 수학. 1987년 일본 동경공대 객원 연구원. 1962년~1996

년 부산대학교 전기공학과 교수. 1997년~현재 부산대학교 명예교수. 주관심분야는 강인제어 및 지능제어.