바이어스 분리 칼만필터를 이용한 속도보정 SDINS의 측정오차 추정

Measurement of Error Estimation for Velocity-Aided SDINS using Separate-Bias Kalman Filter

전 창 배, 유 준
(Chang Bae Jeon, Joon Lyou)

Abstract : The velocity measurement error in the velocity-aided SDINS on the maneuvering vehicle is unavoidable and degrades the performance of the SDINS. The characteristics of the velocity measurement error can be modeled as a random bias. This paper proposes a new method for estimating the velocity measurement error in the SDINS. The generalized likelihood ratio test is used for detecting the error and a modified separate-bias Kalman filter in the feedback configuration is suggested for estimating the magnitude of the velocity measurement error.

Keywords : SDINS, separate-bias Kalman filter, measurement error estimation, GLR

I. 서론

기준좌표계에 대한 항체의 항법정보를 계산하는 스트랩다운 관성항법장치(SDINS : Strapdown Inertial Navigation System)는 외부장치의 도움없이 항법정보의 연속적인 계산이 가능하다. 그런데 SDINS의 항법정보는 지구 모델 오차, 중력 편향 및 자이로와 가속도계 오차 등의 요인에 의해 시간이 경과함에 따라 오차가 증가되는 특성이 있다[1]. 이러한 오차특성을 억제시키는 방법으로 비관성 센서인 외부의 위치 또는 속도 측정장치의 정보를 이용하여 칼만필터에 의해 SDINS의 오차를 추정하여 보정한다[2]. 속도보정 SDINS의 속도계는 항공기에서 사용하는 도플러 속도계, 선박에서 사용하는 EM log(Electro Magnetic log)와 같이 정밀한 것들이 있으며, 정밀하지는 않지만 소형이고 경제적인 이유 때문에 항체의 추진기관에 장착된 회전속도계에 의해 회전속도를 측정하여 항체의 속도를 계산하여 사용하는 방법이 있다. 그런데 항체의 항진속도가 변화할 때 회전속도계로서는 감지할 수 없는 가속도의 발생, 유체역학 계수의 비선형성 등으로 인하여 속도계의 척도계수가 급작스럽게 변화하는 것으로 나타난다. 이러한 속도계 척도계수의 점프는 미지의 랜덤 바이어스로 취급할 수 있으며 바어어스의 크기와 지속시간은 측정장치인 속도계가 놓인 환경에 따라 달라진다. 점프의 존재는 일반 칼만필터를 사용하는 속도보정 SDINS에서는 추정속도가 느려지고 추정성능이 떨어져 항법성능을 나쁘게 만들므로 점프의 발생여부를 즉시 검출한 후 그 크기를 추정하여 칼만필터의 추정값에 보상해 주어야 한다. 점프의 검출은 주로 칼만필터의 잔여치(residual)를 이용하여 수행하는데 대표적인 것으로는 χ^2-시험기법과 일반공산비(GLR:Generalized Likelihood Ratio) 시험기법이 있는데 GLR 기법의 검출성능이 더 우수하다[3][4]. 점프 크기의 추정기법으로는 GLR 기법에 의해 점프의 발생여부를 검출한 후 저장된 사전(a priori) 데이터를 사용하여 최적의 점프 크기를 추정한 후 사후 적응기법으로 상태변수의 추정값을 보상해 주는 방법이 주로 사용되는데[5], 점프의 크기를 실시간으로 정확하게 추정하는데 있어 많은 데이터를 저장하여 사용해야 하며 계산량이 많은 불편함이 있다. 따라서 SDINS와 같이 시스템 차수가 크고 시변형의 시스템에는 적용할 수 없다는 단점이 있다[6].

본 논문에서는 미지의 바이어스로 취급되는 점프 발생여부는 GLR 시험기법에 의해 검출하되 점프 크기의 추정은 바이어스 분리 칼만필터를 이용하는 방법을 제시하였다. 제시된 바이어스 분리 추정기법은 점프를 검출한 후 사후(a posteriori)의 잔여치 데이터 시퀀스를 이용하여 점프의 크기를 실시간으로 추정하기 때문에 계산을 단순하게 할 수 있다. 바이어스 분리 칼만필터는 본래 상태변수로 취급되는 바이어스의 숫자가 많을 경우에 계산량 감소를 위하여 동적 상태변수와 바이어스 상태변수를 분리하여 계산하는 기법이다[7]. 이를 점프를 검출하는데 이용하는 방법은 바이어스를 랜덤상수로 간주하고 바이어스 칼만필터의 잔여치로부터 미지의 바이어스의 변화 여부를 검출한 후 크기를 추정하여 이를 칼만필터의 상태변수 추정치에 반영시켜 주는 것이다[8]. Ignagni는 랜덤상수가 아닌 백색잡음 성분이 있는 바이어스를 고려하여 정지상태에서 SDINS의 계수를 교정하는데 적용하였으며[9], Alouani 등은 바이어스 분리 칼만필터에서 바이어스가 랜덤상수인 경우는 최적이고 백색잡음 성분이 있는 바이어스의 경우는 준최적임을 수식적으로 증명하였다[10].

본 논문에서 GLR에 의한 점프의 검출 및 바이어스 분리 칼만필터에 의한 추정기법을 속도보정 SDINS에 적용하기 위하여, 오차상태변수 추정치를 SDINS에 되먹임하여 보상해 줌으로써 비선형적으로 증가하는 오차전파특성을 선형적으로 유지시켜주는 되먹임형 바이어스 분리추정 칼만필터로 변형하여 적용하였다.

마지막으로 제시한 기법을 속도계의 척도계수에 바이어스의 점프가 존재하는 속도보정 수중항법장치에 적용하여 전산 시뮬레이션을 수행하였으며 일반 칼만필터를 사용했을 때에 비하여 항법오차 추정성능이 우수함을 입증하였다.

II. 속도보정 SDINS의 수학적 모델

SDINS의 시스템 모델은 비선형성 및 시변성을 가지고 있는데 섭동방법에 의해 선형화 된 오차 상태방정식을 얻을 수 있다[1]. SDINS의 수직채널과 수평채널은 결합정도가 매우 약하기 때문에 분리가 가능하며 본 논문에서는 주 관

접수일자 : 1997. 10. 21., 수정완료 : 1998. 1. 20.
전창배 : 국방과학연구소
유 준 : 충남대학교 전자공학과

심사인 수평채널만 고려하기로 한다.

먼저 동체좌표계에서의 선형가속도 f^b는 좌표변환행렬 C_b^n을 이용하여 항법좌표계의 선형가속도 f^n으로 변환되어 항체의 속도 $V^n=[V_N, V_E, V_D]^T$이 계산되며 이들로 구성되는 속도 미분방정식으로부터 속도오차 미분방정식이 (1)과 같이 유도된다. 여기서 아래첨자 N, E, D는 각각 항법좌표계의 북쪽, 동쪽, 수직 아래쪽 성분을 의미한다.

$$\begin{aligned}\delta\dot{V}^n = {} & C_b^n\delta f^b - 2C_b^n[f^b\times Q^T(q)]\delta Q \\ & -(2\delta\omega_{ie}^n+\delta\omega_{en}^n)\times V^n \\ & -(2\omega_{ie}^n+\omega_{en}^n)\times\delta V^n\end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\delta(\cdot)$은 오차성분이고 ω_{ie}^n는 항법좌표계에서의 지구의 회전각속도, $\omega_{en}^n=[\rho_N, \rho_E, \rho_D]^T$는 항법좌표계에서의 지구 고정좌표계에 대한 항법좌표계의 각속도이다. 또한 위도 L, 경도 l 및 지구중심으로부터 항체까지의 반경 벡터 R로 표현되는 항체의 위치 미분방정식으로부터 위치오차 미분방정식이 (2), (3)과 같이 유도된다.

$$\delta\dot{L} = \frac{1}{R}\delta V_N + \frac{\rho_E}{R}\delta h \tag{2}$$

$$\delta\dot{l} = \frac{\rho_N\tan L}{\cos L}\delta L + \frac{1}{R\cos L}\delta V_E - \frac{\rho_N}{R\cos L}\delta h \tag{3}$$

(1)의 좌표변환행렬 C_b^n은 자세계산을 위한 쿼터니온 성분 $Q=[q_0, q_1, q_2, q_3]^T$를 이용하여 표현할 수 있으며, 동체좌표계에서 측정된 각속도 $\omega_{ib}^b=[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$와 관성좌표계에 대한 항법좌표계의 상대적인 각속도 $\omega_{in}^n=[\omega_N, \omega_E, \omega_D]^T$로부터 얻어지는 쿼터니언 미분방정식으로부터 쿼터니언 오차 미분방정식이 유도된다. 여기서 x, y, z는 동체좌표계 성분을 의미한다.

$$\begin{aligned}\delta\dot{Q} = {} & \frac{1}{2}[\omega_{ib}^b]\delta Q - \frac{1}{2}[\omega_{in}^n]\delta Q - \frac{1}{2}R(q)\delta\omega_{in}^n \\ & + \frac{1}{2}Q(q)\delta\omega_{ib}^b\end{aligned} \tag{4}$$

여기서

$$[\omega_{ib}^b] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\omega_{in}^n] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_N & -\omega_E & -\omega_D \\ \omega_N & 0 & -\omega_D & \omega_E \\ \omega_E & \omega_D & 0 & -\omega_N \\ \omega_D & \omega_E & -\omega_N & 0 \end{bmatrix}$$

이고

$$Q(q) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}$$

$$R(q) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix}$$

이다.

(1)에서의 가속도계 오차 δf^b와 (4)에서의 자이로 오차 $\delta\omega_{ib}^b$는 주로 바이어스에 의해 발생되며 이들은 랜덤 상수로 모델링할 수 있다.

$$\delta\dot{f}^b = 0 \tag{5}$$

$$\delta\dot{\omega}_{ib}^b = 0 \tag{6}$$

속도계의 측정오차 모델은 관성속도 V^n과 동체좌표계 상에서 측정되는 속도계에 의한 기준속도 $V_R^b=[V_{Rx}, 0, 0]^T$를 항법좌표계로 변환한 값의 차 $(V^n - C_b^n V_R^b)$로부터 구할 수 있다. 속도계의 속도오차는 척도계수오차 δV_{SF}와 측정바이어스 δb_{SF}에 의해서 발생된다고 가정하면 (7)의 측정오차 모델을 얻는다.

$$V_{\text{diff}} \cong \delta V^n + C_b^n V^b \delta V_{SF} + \delta b_{SF} + \eta \tag{7}$$

여기서 η는 측정잡음이고, 속도계 척도계수의 측정오차는 랜덤 바이어스 성질을 가지고 있다고 가정한 것이다.

그런데 항체의 항진속도가 변화하거나 기동 중 일 때에 가속도의 발생, 유체역학 계수의 비선형성 등으로 인하여 가속도계 및 자이로의 바이어스와 속도계 척도계수오차 등이 급작스럽게 변화하는 점프현상이 나타나며 크기와 지속시간은 항체가 놓인 환경에 따라 달라진다. 이러한 바이어스의 점프는 미지의 랜덤 바이어스로 취급하여 일반 칼만필터를 사용하여 추정이 가능하나 추정속도가 느리고 추정성능이 떨어져 결국 항법성능을 나쁘게 만들므로 점프의 발생여부를 신속히 검출한 후 그 크기를 정확하게 추정하여 칼만필터의 추정값에 보상해 주는 기법을 필요로 하게 된다.

III. 속도보정 칼만필터의 구성

1. 시스템 방정식

II장의 속도보정 SDINS의 수학적 모델로부터 동적 상태벡터 x_k와 바이어스 상태벡터 b_k로 분리하여 구성된 선형의 이산화된 오차 상태방정식과 측정방정식을 얻을 수 있다.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k b_k + \xi_k \tag{8}$$

$$b_{k+1} = b_k + \beta_k \tag{9}$$

$$y_k = H_k x_k + C_k b_k + \eta_k \tag{10}$$

$$x_k = [\delta L_k \ \delta l_k \ \delta V_{Nk} \ \delta V_{Ek} \ \delta q_{1k} \ \delta q_{2k} \ \delta q_{3k} \ \delta q_{4k}]^T \tag{11}$$

$$b_k = [\delta f_{xk}^b \ \delta f_{yk}^b \ \delta\omega_{xk}^b \ \delta\omega_{yk}^b \ \delta\omega_{zk}^b \ \delta V_{SFk} \ \delta b_{SFk}]^T \tag{12}$$

여기서 y_k는 측정벡터이고 A_k, B_k, H_k, C_k는 시변계수 행렬이다. ξ_k, β_k, η_k는 영 평균 백색 가우시안 시퀀스로 공분산은 다음과 같고 서로 상관관계가 없다고 가정한다.

$$E[\xi_k\xi_l^T] = Q_k^x\delta_{kl} \tag{13}$$

$$E[\beta_k\beta_l^T] = Q_k^b\delta_{kl} \tag{14}$$

$$E[\eta_k\eta_l^T] = R_k^x\delta_{kl} \tag{15}$$

이상과 같이 구성된 상태방정식과 측정방정식은 칼만필터를 구성하기 위해서 먼저 상태변수의 추정 가능성과 칼만필터의 공칭안정도를 분석하기 위하여 가관측성을 분석하여야 하는데, 천천히 변하는 시변시스템으로 고려할 수 있는 속도보정 SDINS의 가관측성은 항체의 운동 즉 자세운동과 가속도운동 등을 기준으로 하여 분석한다. 즉 속도보정 SDINS의 가관측성 분석은 운동상태에 따라 구간별 시불변 시스템으로 나눠 SOM(Stripped Observability Matrix)[12]을 이용하여 판정하면, 자세운동과 가속/감속운동이 동시에 발생될 때 속도보정 SDINS의 오차모델이 완전 관측가능하고, 방위각 변화나 가속/감속운동이 발생될 때 방위각 오차성분이 관측 가능하게 된다. 즉 자세운동을 하며 방위각 변화나 가속/감속운동이 일어날 때에는 칼만필터의 추정성능을 보장할 수 있음을 알 수 있다[13].

2. 바이어스 분리 추정기법

바이어스 상태변수를 분리 추정하기 위해 먼저 바이어스가 무시되었을 때의 바이어스가 없는 (bias-free) 칼만필터 추정기는 일반 칼만필터의 구성과 동일하며 정리하면 다음과 같다[7].

$$\hat{x}_k^- = A_{k-1}\hat{x}_{k-1} \tag{16}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \hat{K}_k^x(y_k - H_k\hat{x}_k^-) \tag{17}$$

$$\hat{P}_{k+1}^{x-} = A_k\hat{P}_k^x A_k^T + \hat{Q}_k^x \tag{18}$$

$$\hat{P}_k^x = [I - \hat{K}_k^x H_k]\hat{P}_k^{x-} \tag{19}$$

$$\hat{K}_k^x = \hat{P}_k^{x-}H_k^T[H_k\hat{P}_k^{x-}H_k^T + R_k]^{-1} \tag{20}$$

여기서 $(\cdot)_k^-$는 상태변수 예측치이고 $(\cdot)_k$는 상태변수 추정치를 의미하며 $\hat{x}_k$는 바이어스를 무시했을 때 x_k의 추정값이다. $\hat{P}_k^x$는 $\hat{x}_k$의 계산된 오차 공분산 행렬이며 $\hat{K}_k^x$는 칼만 이득 행렬이고,

$$\hat{Q}_k^x = Q_k^x - U_{k+1}Q_k^bU_{k+1}^T \tag{21}$$

이다[10]. 여기서 $\hat{Q}_k^x$는 positive semidefinite라고 가정하며 U_k는 (34)에서 정의된다. 바이어스 b_k의 크기를 알고 있다고 가정하면 바이어스가 없는 칼만필터 추정기의 잔여치 $\tilde{r}_k$는

$$\begin{aligned}\tilde{r}_k &= y_k - H_k\hat{x}_k^- \\ &= S_kb_k + w_k\end{aligned} \tag{22}$$

로 표시된다. 여기서

$$S_k = H_kU_k + C_k \tag{23}$$

$$w_k = y_k - H_k\hat{x}_k - C_kb_k \tag{24}$$

이다. w_k는 영평균의 백색 가우시안으로 W_k의 공분산을 갖는다[8][9].

$$W_k = H_k\hat{P}_k^{x-}H_k^T + R_k \tag{25}$$

위 (22)의 잔여치 $\tilde{r}_k$는 공분산 W_k의 백색 가우시안 랜덤 시퀀스 성분과 바이어스의 점프에 의한 성분 S_k로 구성되어 있다. 따라서 $\tilde{r}_k$는 측정행렬이 S_k인 바이어스 b_k에 대한 가상의 측정 모델로 사용할 수 있다. 즉 잔여치 $\tilde{r}_k$에 갑작스런 변동이 일어나는 지를 검사하여 바이어스의 점프 발생 여부를 검출할 수 있으며 본 논문에서는 다음절에서 소개하는 GLR 시험기법에 의해 검출한다.

위 (22)에서의 계수 S_k는 점프에 대한 $\tilde{r}_k$의 민감도로 간주할 수 있으므로 바이어스의 점프가 검출된 후 다음의 바이어스 칼만필터에 의해 잔여치 $\tilde{r}_k$로부터 바이어스의 크기추정한다.

$$\hat{b}_k^- = \hat{b}_{k-1} \tag{26}$$

$$\hat{b}_k = \hat{b}_k^- + K_k^b(y_k - H_k\hat{x}_k^- - S_k\hat{b}_k^-) \tag{27}$$

$$P_{k+1}^{b-} = P_k^b + Q_k^b \tag{28}$$

$$P_k^b = [I - K_k^bS_k]P_k^{b-} \tag{29}$$

$$K_k^b = P_k^{b-}S_k^T[S_kP_k^{b-}S_k^T + W_k]^{-1} \tag{30}$$

시스템의 최적 상태벡터 추정값 $\hat{x}_k$는 일반 칼만필터의 추정값 $\tilde{x}_k$와 바이어스 추정값 $\hat{b}_k$의 선형결합으로 얻어지며 다음과 같다.

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + V_k\hat{b}_k \tag{31}$$

$$\hat{x}_k^- = \tilde{x}_k^- + U_k\hat{b}_k^- \tag{32}$$

여기서

$$V_k = U_k - \hat{K}_k^xS_k \tag{33}$$

$$U_{k+1} = A_kV_k + B_k \tag{34}$$

이다. 여기서 V_k, U_k는 바이어스에 대한 추정오차의 민감도이다. 바이어스 칼만필터에서 점프량의 크기를 신속히 추정하기 위해서는 점프가 검출된 후 바이어스 추정을 위한 바이어스 칼만필터의 점프에 관련된 상태변수를 재초기화해야 한다. 이것은 필터의 이득을 증가시켜 줌으로써 필터의 추정속도를 빠르게 하기 위함이다. 대부분의 관성항법장치에서는 점프의 크기에 대한 사전정보를 어느 정도 알고 있다. 따라서 이 값을 이용하여 필터를 재초기화하면 추정속도를 빠르게 하고 추정성능을 향상시킬 수 있다.

3. GLR 시험에 의한 점프 검출기법

이 방안은 잔여치의 공분산이 평상시에 머무르는 한계영역을 설정해 놓고 어떤 순간의 값이 이 영역을 벗어나면 점프가 발생된 것으로 판정한다. 잔여치 $\tilde{r}_k$는 평균값이 m이고 공분산 값이 W_j인 백색 가우시안 시퀀스이다[2]. 따라서 확률밀도함수는

$$\begin{aligned}f_{\tilde{R}|M}(\tilde{r}|m) = &\prod_{j=k-N+1}^{k}[(2\pi)^{r/2}|\det W_j|^{1/2}]^{-1} \\ &\exp\left\{-\frac{1}{2}(\tilde{r}_j - m)^TW_j^{-1}(\tilde{r}_j - m)\right\}\end{aligned} \tag{35}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 N은 moving window의 크기를 나타낸다. 점프를 검출하기 위해서는 최대공산(maximum likelihood) 기법에 의해 잔여치 $\tilde{r}_k$에서 평균값 m을 추정한 후 다음 식의 GLR 시험기법을 이용한다[4].

$$L_k = \frac{\max\limits_{m} f_{\tilde{R}|M,H_1}(\tilde{r}_k|m,H_1)}{f_{\tilde{R}|M,H_0}(\tilde{r}_k|m,H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_k \tag{36}$$

(36)에서 $f_{\tilde{R}|M,H_0}(\tilde{r}_k|M,H_0)$, $f_{\tilde{R}|M,H_1}(\tilde{r}_k|m,H_1)$는 각각 점프가 일어나지 않은 가설 H_0, 점프가 일어난 가설 H_1에 대한 잔여치의 확률 밀도함수이다. 점프 발생에 대한 가설 검증은 $L_k < \eta_k$이면 H_0가 되고 $L_k \geq \eta_k$이면 H_1이 된다. (35)를 (36)에 대입한 후 양변에 대수를 취하고 간단히 하면

$$\begin{aligned}l_k = &\frac{1}{N}\sum_{j=k-N+1}^{k}\tilde{r}_j^T\left(2W_j^{-1} - \frac{1}{N}\sum_{j=k-N+1}^{k}W_j^{-1}\right)\tilde{r}_j \\ &\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 2\ln\eta = \gamma_k\end{aligned} \tag{37}$$

가 된다. GLR 시험기법을 적용하기 위해서는 문턱값 γ_k와 moving window의 크기 N을 결정해야 한다. 이는 검출지연시간, false alarm 확률 P_F, 검출 확률 P_D간의 절충이다. P_F와 P_D의 값을 결정하는 확률분포는 χ^2 밀도함수로서 [14]의 표로부터 구할 수 있고, 규정된 값의 P_F와 P_D에 대한 문턱값 γ_k를 구하는 것도 마찬가지로 구할 수 있다.

4. 되먹임형 바이어스 분리 칼만필터의 구성

속도보정 SDINS의 칼만필터는 앞먹임형 또는 되먹임형으로 구성할 수 있다. 그런데 서론에서 언급하였듯이 SDINS는 비선형의 성질을 가지고 있으며, 칼만필터에 사용되는 섭동방법에 의해 구해진 SDINS의 오차 상태방정식도 미약하지만 고차원의 비선형성을 내재하고 있으므로 이에 대한 고려를 하여 칼만필터를 설계하여야 한다. 앞먹임형의 칼만필터는 추정된 오차상태변수를 SDINS의 출력에 보정하여 시스템 그 자체의 성질에는 영향을 주지 않는 형태로서 시간이 경과함에 따라 비선형성이 크게 나타날 수 있으므로 선형의 칼만필터 이론을 적용하기 힘들게 된다. 따라서 이 앞먹임형의 칼만필터는 시간이 경과하여도 비선형성이 그다지 크게 나타나지 않는 고급 성능의 SDINS에나 적용이 가능하다. 되먹임형 칼만필터는 오차 전파특성을 선형적으로 유지할 수 있다는 것이다. 즉 폐루프 시스템에서 되먹임방식은 상태벡터 오차가 영 가까이 되도록 SDINS 그 자체를 보정하게 되어 이것은 오차 전파특성의 비선형성을 제거시킨다[2]. 따라서 본 논문에서 다루는 중급 성능의 SDINS에서는 추정된 모든 오차 상태변수가 시스템에 되먹임되는 되먹임형 칼만필터를 구성하기로 한다.

앞에서 기술한 바이어스 분리 추정기법을 되먹임형 칼만필터에 적용하기 위해서는 다음과 같이 변형하여야 한다. 되먹임형 칼만필터에서는 매 측정 샘플 뒤에 바이어스의 영향이 보상된 상태변수 추정치 $\hat{x}_k$ 및 바이어스 추정치 $\hat{b}_k$를 되먹임하여 SDINS의 오차를 보정해 주기 때문에 다음 샘플 전에 예측되는 동적상태변수 예측치 $\hat{x}_k^-$와 바이어스 예측치 $\hat{b}_k^-$는 영이 되므로 (32)로부터 $\tilde{x}_k^-$도 영이 된다. 따라서 바이어스가 없는 칼만필터 계산과정에서 (16), (17)과

(26), (27)의 $\tilde{x}_k^-$와 $\hat{b}_k^-$는 계산할 필요가 없다. 이것은 측정치 y_k 그 자체가 바이어스가 없는 필터 추정기의 잔여치 $\tilde{r}_k$가 되어 (17), (27)은 다음과 같이 정리된다.

$$\tilde{x}_k = \tilde{K}_k^x y_k \tag{38}$$

$$\hat{b}_k = K_k^b y_k \tag{39}$$

따라서 (31)의 상태변수 추정치는

$$\hat{x}_k = (\tilde{K}_k^x + V_k K_k^b) y_k \tag{40}$$

로 정리된다. 이상의 과정에서 추정된 값은 시스템에 되먹임된다. 즉 상태변수 추정 $\hat{x}_k$는 위치, 속도, 자세 오차를 보상하고 $\hat{b}_k$는 관성감지기의 바이어스 및 속도계 척도계수 오차와 척도계수의 점프에 의한 측정오차를 보상하여 정확한 항법계산을 하도록 한다. 변형된 되먹임형 바이어스 분리 칼만필터를 이용한 속도보정 SDINS의 구성도는 그림 1과 같다.

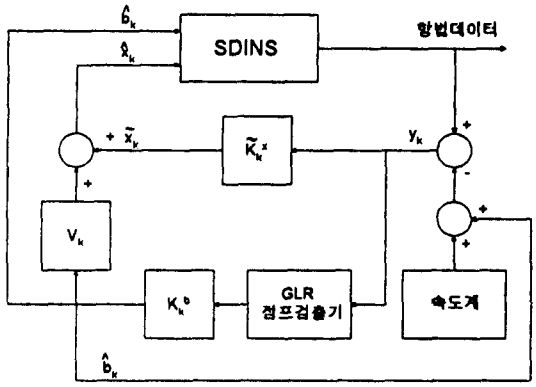


그림 1. 변형된 바이어스 분리 칼만필터를 이용한 속도보정 SDINS의 구성도.

Fig. 1. Configuration of the velocity aided SDINS using a modified separate-bias Kalman filter.

IV. 시뮬레이션 및 결과분석

본 장에서는 속도계의 척도계수에 점프가 발생하여 큰 측정오차가 발생했을 경우 본 논문에서 제시하는 변형된 바이어스 분리 칼만필터의 성능이 일반 칼만필터의 성능보다 현저히 개선됨을 보인다. 시뮬레이션을 위한 수중항체의 기동방법은 항진속도의 변화를 기준으로 하였다. 속도보정 SDINS의 상태변수는 표 1과 같으며 시뮬레이션에 사용된 관성감지기의 오차요소로서는 중급의 SDINS 성능인 표 2의 가속도계와 자이로의 오차계수를 사용하였다. 수중항법장치와 같이 심도의 변화율이 작은 경우의 SDINS는 수평축과 수직축을 분리할 수 있으며 여기서는 주 관심사인 수평축 분야만 고찰하였다. 변형된 바이어스 분리 칼만필터의 공분산 전파식의 구현은 계산시간의 감소, 계산의 정확도 및 안정도를 고려하여 U-D 필터로 구성하였으며 modified weighted Gram-Schmidt 방법으로 알고리즘을 구성하였다.

우선 먼저 시스템에 점프가 없다고 가정하여 칼만필터를 구현한다. 그리고 측정 잔여치를 모니터하여 그것에 점프가 일어났는지를 검출하고 크기를 추정하여 이에 따라 필터의 상태변수 추정값을 사용하여 SDINS를 보정한다. 시뮬레이션을 위한 주행궤적은 다음과 같다. 즉 초기에 북쪽 방향으로 10ft/sec의 속도로 항진하다가 50초 구간에서 60초 구간까지 3ft/sec/sec의 가속도로 가속을 하여 60초부터 40ft/sec의 속도로 660초간 항진하는 항체로서, 척도계수오차가 초기에 0.8%에서 항체의 속도가 10ft/sec에서 40ft/sec로 변화 시에 4.0%로 변화하는 것으로 가정하여 이의 추정성능과 이에 따른 SDINS의 항법성능을 고찰하였다. 직선 상에서 가속운동을 하는 수중항체의 운동을 추정하기 위해 1초 간격으로 속도 측정값을 사용하는 칼만필터를 설계하였다. 항체에 미치는 외부영향은 단지 백색 가우시안 가속도 만이며 동적상태변수의 백색잡음은 $Q_k^x = (20\,\mu g)^2$이고 바이어스 상태변수의 백색잡음은 $Q_k^b = (0.04)^2$, 측정잡음은 $R_k = (2\,\text{ft/sec})^2$이라고 가정하였다. 점프 검출을 위해 구현된 GLR 검출기의 window의 크기는 10이고 문턱값 γ_k는 7.879로 하였다. 이때에 0.005의 P_F, 0.9 이상의 P_D를 나타낸다[14]. 4.0%의 척도계수 점프에 대해 60번의 몬테 칼로 시뮬레이션 결과 제시된 기법은 점프 발생후 8초 후 점프를 검출하고 12초 후에 그 크기를 적당한 값으로 추정하여 빠른 추정성능을 보여주었다.

표 1. 속도보정 SDINS의 상태변수.

Table 1. State variables of the velocity-aided SDINS.

상태변수	상태변수명	초기 오차
δL, δl	위치오차	100 ft
δV_N, δV_E	속도오차	1 ft/sec
δq_1, δq_2, δq_3, δq_4	쿼터니언 (자세) 오차	롤각 1도, 피치각 1도, 요각 2도
δf_x^b, δf_y^b	가속도계 바이어스	600 μg
$\delta\omega_x^b$, $\delta\omega_y^b$, $\delta\omega_z^b$	자이로 바이어스	3 도/시간
δV_{SF}	속도계 척도계수 오차	500 ppm
δb_{SF}	속도계 바이어스	500 ppm

표 2. SDINS의 자이로 및 가속도계의 오차 모델(1σ).

Table 2. Error models(1σ) of the gyro and the accelerometer of the SDINS.

항 목	바이어스	백색잡음	척도계수 오차	비정렬 오차
자이로	3 도/시간	0.25 도/시간	500 ppm	1 acrmin
가속도계	600 μg	20 μg	500 ppm	1 arcmin

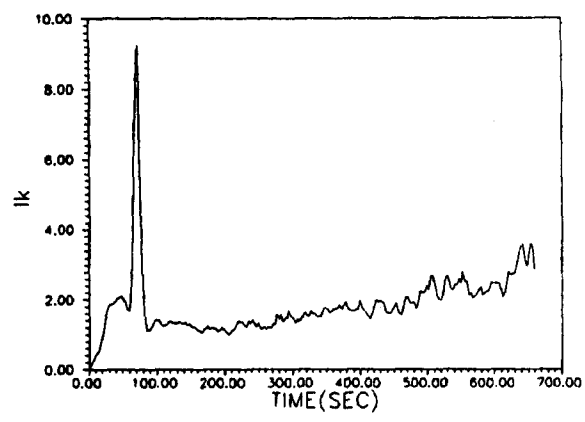


그림 2. 변형된 바이어스 분리 칼만필터의 일반공산비 (γ_k=7.879).

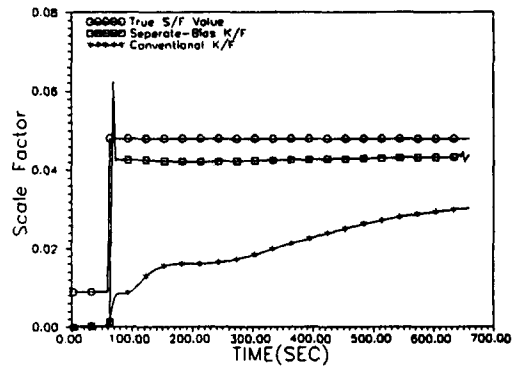
Fig. 2. Generalized likelihood ratio of the modified separate-bias Kalman filter (γ_k=7.879).

그림 2는 시간에 따른 GLR의 rms 값으로 속도계 척도계수에 점프가 발생하였을 때에 칼만필터의 잔여치가 주어진 문턱값 이상으로 크게 증가하여 잔여치를 이용하여 점프 발생을 검출할 수 있음을 보여 주었으며 1번의 false alarm과 5번의 miss detection이 발생하여 0.016의 P_F와 0.91의 P_D의 검출성능을 나타냄으로서 [14]의 통계치와 거의 일치하였다.

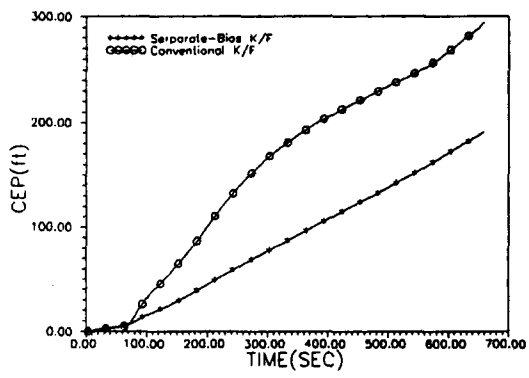
표 3. 일반 칼만필터와 변형된 바이어스 분리 칼만필터의 추정오차.

Table 3. Estimation errors of the conventional Kalman filter and the modified separate-bias Kalman filter.

항 목	일반 칼만필터	바이어스 분리 칼만필터
속 도계 척도계수오차	37%	9%
위 치 오 차	294ft(CEP)	191ft(CEP)



(a) 속도계 척도계수



(b) SDINS의 위치오차

그림 3. 정상 칼만필터와 변형된 바이어스 분리 칼만필터에 대한 시간응답.

Fig. 3. Time responses of the conventional Kalman filter and the modified separate-bias Kalman filter.

표 3 및 그림 3은 일반 칼만필터와 변형된 바이어스 분리 칼만필터의 추정치의 rms 값을 비교한 것이다. 점프 발생후 660초 뒤의 속도계 척도계수 추정오차는 일반 칼만필터가 37%, 변형된 바이어스 분리 칼만필터가 9%이고 위치 추정오차는 일반 칼만필터가 294ft(CEP), 변형된 바이어스 분리 칼만필터가 191ft(CEP)의 추정성능을 보여 변형된 바이어스 분리 칼만필터의 성능이 우수함을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 수중항체용 속도보정 SDINS에서 바이어스의 점프가 발생할 때 GLR에 의해 점프의 발생을 검출한 후 변형된 바이어스 분리 추정기법을 도입하여 미지의 점프의 크기를 추정하는 변형된 바이어스 분리 칼만필터를 사용하는 측정오차 추정기법을 제시하였다. 제시한 기법의 성능을 입증하기 위한 시뮬레이션 결과 속도계 척도계수에 측정오차가 발생했을 때 제시한 변형된 바이어스 분리 칼만필터가 일반 칼만필터에 비해 우수한 추정성능을 나타냄을 보여 주었다. 따라서 제시된 측정오차 추정기법은 수중항체에서와 같이 가속/감속 구간에서의 측정오차가 발생할 경우에 효과가 있음을 입증하였다. 추가적으로 연구되어야 할 것으로는 수중항체에 선회할 때 발생되는 관성에 의한 미끄러짐이나 해류에 의해 속도계 척도계수에 측정 바이어스 등을 고려한 측정오차의 추정기법을 들 수 있다.

참고문헌

[1] K. R. Britting, *Inertial Navigation Systems Analysis*. Wiley Interscience, New York, 1971.

[2] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation and Control*. vol. 1, Academic Press, 1979.

[3] A. S. Willsky, "A survey of design methods for failure detection in dynamic systems," *Automatica*, vol. 12, pp. 601-611, Nov., 1976.

[4] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Molation Theory*. John and Wiley & Sons, Inc., 1968.

[5] A. S. Willsky and H. L. Jones, "A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jump in linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 12, pp. 108-112, Feb., 1976.

[6] T. Kerr, "Decentralized filtering and redundancy management for multisensor navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 23, no. 1, pp. 83-119, 1987.

[7] B. Friedland, "Treatment of bias in recursive filtering," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 14, no. 4, pp. 359-367, Aug., 1969.

[8] B. Friedland, "Estimating sudden changes of biases in linear dynamic system," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 27, no. 1, pp. 237-240, 1982.

[9] M. B. Ignagni, "Separate-bias Kalman estimator with bias Ssate noise," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 3, pp. 338-341, March, 1990.

[10] A. T. Alouani, et. al, "On the optimality of two-stage state estimation in the presence of random bias," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, no. 8, pp. 1279-1282, Aug., 1993.

[11] R. Mckern and H. Musoff, "Strapdown attitude algorithms from geometric viewpoint," *Journal of Guidance, Control and Navigation*, vol. 4, no. 6, pp.

287-291, Nov.-Dec., 1981.

[12] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant system-Part II : application to inertial navigation in-flight alignment," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 1068-1075, Oct., 1992.

[13] 박홍원, 분산계층형 스무딩필터 설계 및 보조 관성항법시스템에의 응용, 서울대학교 대학원 박사 학위 논문, 1995.

[14] D. B. Owen, *Handbook of Statistical Tables*. Addison-Wesley, 1962.

전 창 배

1973년 서강대학교 전자공학과 (학사). 1984년 서강대학교 전자공학과(석사). 1992년~현재 충남대학교 전자공학과 박사과정. 1973년~현재 국방과학연구소 책임연구원. 주요 관심분야는 유도항법제어, 고장검출 및 추정.

유 준

1978년 서울대학교 전자공학과(학사). 1984년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(박사). 1984년~현재 충남대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 제어계측공학, 산업공정에의 제어응용.