

무인 수중운동체의 경로추적기와 심도제어기 설계 연구

A Study on the Design of a Path Tracker and Depth Controller for Autonomous Underwater Vehicles

양승윤, 이만형
(Seung Yun Yang and Man Hyung Lee)

Abstract : In this paper, a robust path tracker and depth controller of Autonomous Underwater Vehicle based on sliding mode control is presented. We have also designed augmented equivalent control inputs by analyzing the sliding mode with the reaching mode. This can enhance the reaching rate, and improve chattering problems, that is, noise caused by the control plane actuator of the vehicle, which is one of the problems that occur when sliding mode control is used. Also to resolve the steady state error generated in the path tracker under current effect, a modified sliding plane is constructed. Also a redesigned sliding plane and control input using transformation matrix is proposed to do easy design of MIMO depth controller. For state variables that cannot be measured directly, reduced order sliding mode control is used to design an observer. The performance of designed path tracker and depth controller is investigated by computer simulation. The results show that the proposed control system has robust performance to parameter variation, modelling error and disturbance.

Keywords : autonomous underwater vehicle, path tracking, depth control, sliding mode control

1. 서론

무인 운동체(autonomous vehicles)에 관한 연구는 1960년대 초부터 시작되었으나 기술적인 제한으로 이 분야에 대한 흥미는 60년대 후반부터 점차 줄어들었다. 그러나 최근에 무인운동체의 개발에 필요한 고속 연산처리, 항법장비, 고출력 구동기 등의 기술들이 상당히 발전이 이루어짐에 따라 인명위험을 줄이고, 인간의 조작이 불가능한 환경에서도 다양한 임무수행이 가능하며, 또한 효과도의 증대 등을 목적으로 군사적인 적용에 활발한 연구개발이 수행되고 있다[1].

이러한 무인 운동체의 연구에서 가장 중요한 목표는 임무 실행동안 인간의 간섭없이 운동체가 임무를 자율적으로 수행할 수 있도록 자율제어 시스템을 갖도록 하는 것이다. 특히 무인 수중운동체는 정찰, 조사, 기만(decoy) 등의 많은 임무를 자율적으로 수행해야 되기 때문에 자율제어에서 경로추적, 자동 조종장치, 항법장비, 장애물 회피 모듈이 무인 수중운동체 자율제어의 심장부라 할 수 있다. 특히, 경로 추적기와 자동 조종장치로 연결되는 유도 조종제어는 무인 수중운동체의 매우 중요한 기능이라 하겠다. 경로추적기는 현재 운동체의 위치와 방향에 대한 정보를 항법시스템으로부터 받아 목적 경유점의 위치와 방향과 비교하여, 만약 현재의 위치와 방향이 목적 경유점과 같으면 현재의 경로를 유지하게 하고, 차이가 있으면 목적 경유점에 도달하도록 교정값을 자동 조종장치에 보내는 역할을 한다. 만약 외란 등에 의하여 목적경로를 이탈하게 되면 부가적인 항해가 소요되므로 경유점 도달 시간을 예측하기 어렵고, 경유점에의 도달평가가 어려우므로 오버슈트가 발생할 수 있다. 따라서 무인 수중운동체의 자율제어를 위해서는 이런 문제점들을 극복해야 하며, 또한 근본적으로 무인 수중운동체는 유체계수의 불확실성을 가진 비선형 운동방정식과 외란을 함유하는 센서 측정치에 의해 묘사되므로, 자동 조종장치를 지배하는 경로추적기의 유도제어 법칙은 모델오차나 외란에

인한 알고리즘으로 설계되어야 한다. 그리고 자동 심도와 자동 방향제어를 위한 자동 조종장치는 수중운동체의 운동특성이 제어판에 비하여 몸체가 크고, 운항속도가 느려 제어력이 약하기 때문에 운동체의 외부형상에 지배적인 영향을 받고, 외부형상의 상하 비대칭으로 인한 유체역학적인 특성 때문에 심도제어 영역인 연직면 운동은 특히 복잡한 연성효과와 강한 비선형 특성을 나타내므로 모델오차나 외란에 강인한 제어기 설계가 필수적으로 요구된다.

가변구조 제어기 이론에 의하여 제어기 구조를 바꿀 수 없는 불변구조 제어기론 즉, 선형제어 이론의 대부분이 그러하지만 이들 제어기론의 대부분은 모델의 불확실성, 파라메타 변동이나 외부로부터의 외란을 적극적으로 다루기에는 어려움이 있다. 제어기의 구조를 바꾸는 이론은 가변구조 제어기(variable structure control system) 이론이라 불리고 있으며, 이 가변구조 제어기 이론 중에서 가장 이론적으로 체계화되어 있는 것이 슬라이딩 모드 제어기론이다. 슬라이딩 모드 제어기론의 기원은 의외로 오래되어 구소련에서 1950년대 초에 이론으로서 생겨났다고 일컬어지지만 정확한 것은 잘 모른다. 실제로 이 이론이 널리 알려지게 된 것은 Itkin[2]과 Utkin[3]의 책자를 통해서 이루어졌다고 할 수 있다. 그 후 Zinober[4], Slotine[5], Young[6] 등의 공헌을 비롯한 많은 연구성과에 따라 다입력계로의 정식화가 이루어지고 동시에 슬라이딩 모드 제어의 최대 약점이었던 채터링 극복방법이 제안되어 겨우 실제 플랜트에 적용할 수 있는 제어기 설계 이론으로서의 틀이 완성되게 되었다. 특히 1980년대 후반에 들어가서 컴퓨터의 눈부신 발달과 고성능화로의 요구에 의해 또다시 슬라이딩 모드제어는 이론적 연구와 함께 응용연구도 활발해 졌다. 최근에 Healey[7] 등은 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 무인 수중운동체의 심도와 방향 제어를 설계하였으며, 특히 Slotine[8] 등은 무인 수중운동체의 경로추적에 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 가능성을 제시하였다.

따라서 본 연구에서는 무인 수중운동체와 같이 비선형성, 파라메타 변동, 외란 등에 대하여 보다 강인한 제어성능을 가지는 슬라이딩 모드 제어로 경로추적기와 심도제어기를

설계하였다. 또한 슬라이딩 모드 제어기 구현에 있어서 가장 문제점 중의 하나가 제어입력에 나타나는 채터링 문제다. 이것은 무인 수중운동체의 제어판 구동장치에 심한 소음발생을 야기시키므로 수중운동체의 정숙성에 치명적인 문제를 야기시킨다. 이 채터링 문제는 현재 가장 많이 응용되고 있는 방법이 Slotline[5]에 의해 제안된 것으로 슬라이딩 평면 주위에 미소의 경계층을 설정하여 이 경계층 내에서는 부호함수 대신 포화함수를 정의함으로써 상당한 성능개선을 가져왔다. 하지만 제어판 구동장치의 중요한 시간지연은 경계층이 보다 두텁고 폭이 넓어질 것을 필요로 하고 있다. 이 경우 가변구조 제어기는 더 이상 의미를 상실한다. 즉, 시스템의 불변성이라든가 강인성은 더 이상 존재하지 않는다. 또한 초기상태에서 슬라이딩 모드까지의 도달시간을 보장하기 어렵기 때문에 무인 수중운동체의 속응성에도 제약을 받는다. 따라서 채터링 감소와 함께 도달률을 향상시킬 수 있는 방법으로 Gao[9]가 제시한 도달 모드를 슬라이딩 모드와 함께 해석하여 확대계의 등가 제어입력을 설계하였다. 또한 조류의 영향 아래서 경로추적기에서 발생하는 정상상태 오차 문제를 해결하기 위하여 수정된 슬라이딩 평면식을 새로이 구성하였으며, 다변수 시스템인 심도 제어기 설계를 용이하게 하기 위하여 변환행렬을 구성하여 변환된 슬라이딩 평면식과 제어입력을 설계하였다. 그리고 무인 수중운동체 상태변수 중에서 연직면 속도와 같은 변수는 직접 측정이 불가능하기 때문에 관측기를 설계하여 이 문제를 해결하였다.

II. 무인 수중운동체의 구성

무인 수중운동체는 자체 전원을 보유하고 있으며, 항법시스템 및 계측센서, 자동 조종장치, 자체추진 및 구동장치 등을 탑재하고 해상에서 임무계획자에 의해 주어진 임무를 자율체어로 수행하는 장치이다. 본 연구에서 설계한 무인 수중운동체의 구성은 그림 1과 같다. 그림에서 보는 것처럼 선수부, 중앙평행부(압력선체), 선미부 세 개의 모듈로 분리되어 있다. 부력조절을 위한 발라스트 탱크 및 압축공기 시스템이 선수부 및 선미부에 설치되어 있으며, 장애물과의 충돌방지를 위한 회피소나가 선수부에 설치되어 있다. 그리고 모선과의 송/수신을 위한 무선/수중 통신장비, 항법시스템을 비롯한 각종 계측센서, 센서보정을 위한 GPS(Global Positioning System), 주제어 컴퓨터, 긴급부상을 위한 감시제어 컴퓨터, 전원 배터리 등이 중앙평행부에 설치되어 있다.

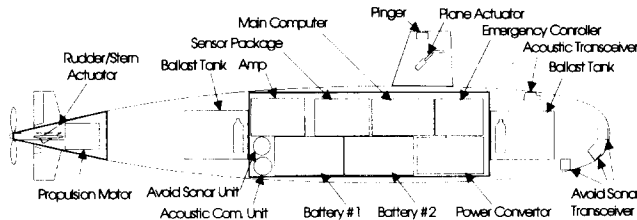


그림 1. 무인 수중운동체의 구성도.
Fig. 1. Configuration of autonomous underwater vehicle.

선미부에는 추진모터와 제어판 구동장치가 설치되어 있다. 이상과 같이 구성된 탑재장비의 상호 인터페이스 개념은 다음 그림 2와 같다. 특히 수중항법 시스템은 크게 IMU(Inertial Measurement Unit), 비관성 보조센서 그리고 항법컴퓨터로 구성되는 항법 하드웨어와 항법 알고리즘과

항법용 소프트웨어로 구성된 항법 소프트웨어로 이루어진다. IMU는 자이로와 선형 가속도계로 구성되며 비관성 보조센서들은 GPS, 속도계, 심도계, 방향계, 경사계 등이다. 구성개념도는 그림 3과 같다[10].

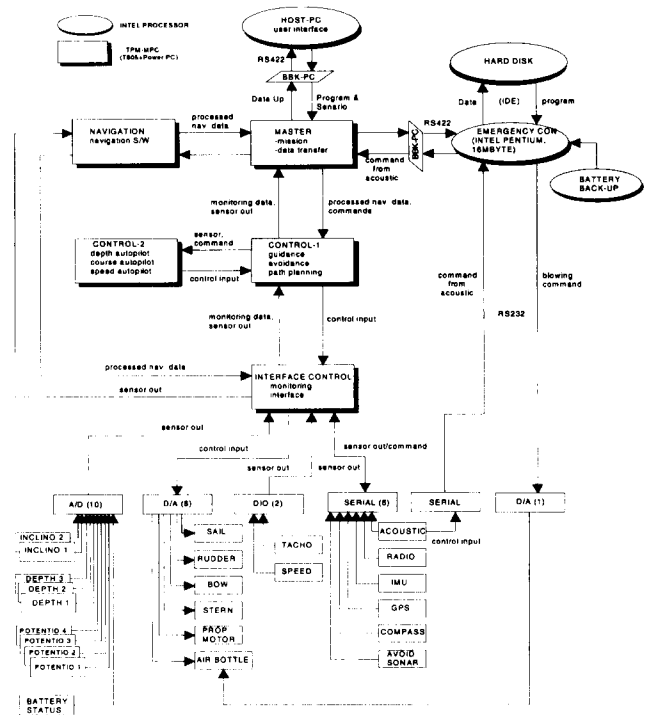


그림 2. 탑재장비 인터페이스 개념.
Fig. 2. Interface concept of on-board systems.

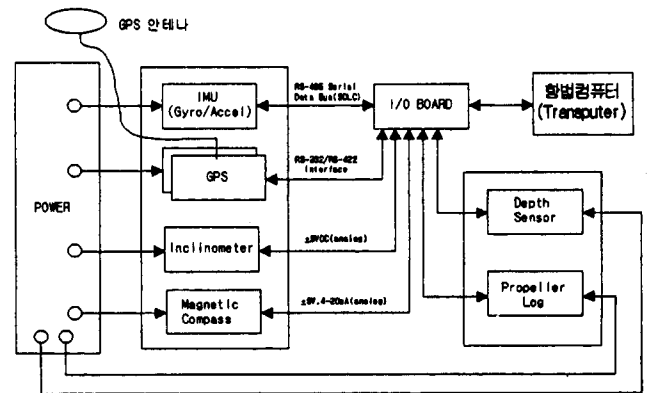


그림 3. 항법시스템 구성도.
Fig. 3. Configuration of navigation system.

III. 무인 수중운동체의 운동방정식

1. 좌표계의 설정
수중을 항해하는 수중운동체의 위치, 속도 및 자세를 나타내기 위해서는 관성좌표계를 정의해야 한다. 또한 운동체에 작용하는 힘과 모멘트를 계산하기 위해서는 동체좌표계의 설정이 필요하다. 관성좌표계는 수중운동체가 출발하는 지점에 대한 해수면 상의 한 점을 원점으로 하여 운동체가 출발하는 방향이 해수면에 투영된 방향을 X축, 해수면에 수직인 아래축 방향을 Z축, 그리고 오른손 법칙에 따라 이미 구해진 두 축으로부터 결정되는 방향을 Y축으로 정한다. 수중운동체의 동체좌표계는 무게중심을 원점으로 하고 원점에서 선수로 향하는 주대칭면상의 축을 x축, 이 축에 수직으로 주평면상에서 아래쪽으로 향하는 방향을 z축, 그

리고 오른손 법칙에 의하여 결정되는 우현으로 향하는 방향을 y 축으로 정한다. 이들 관성좌표계와 동체좌표계의 관계를 도시하면 위의 그림 4와 같다. 동체좌표계와 관성좌표계 사이에 각변위가 있을 때 두 좌표계 사이의 관계식이 변환행렬이다. 이 변환행렬은 각 변위의 순서에 따라 다르게 표현되는데, 여기에서는 선박에서 사용하는 통상적인 방법으로 요(Yaw) ψ , 피치(Pitch) θ , 롤(Roll) ϕ 의 순서로 관성좌표계에서 동체좌표계로의 변환을 생각하자.

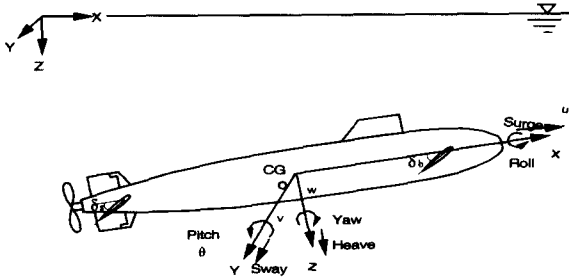


그림 4. 좌표계의 설정.
Fig. 4. Coordinate systems.

우선 각각의 각변위에 대한 변환은 다음과 같다.

$$T(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$T(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

(1)과 같은 좌표변환 관계식을 이용하여 동체좌표계에서의 속도로 관성좌표계에서의 속도를 계산하면 (2)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_{11} &= l \cos \psi \cos \theta \\ a_{12} &= \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi \\ a_{13} &= \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ a_{21} &= \sin \psi \cos \theta \\ a_{22} &= \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ a_{23} &= \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ a_{31} &= -\sin \theta \\ a_{32} &= \cos \theta \sin \phi \\ a_{33} &= \cos \theta \cos \phi \end{aligned}$$

또한 두 좌표계가 설정되면 관성좌표계에 대한 수중운동체의 동체좌표계의 자세는 오일러 각으로 표시된다. 오일러 각의 각속도를 $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ 라고 하고 동체좌표계에서의 각속도를 p, q, r 이라고 하면 관계식은 (3)과 같다.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

2. 수중운동체의 운동방정식 유도

가. 수중운동체의 비선형 운동방정식

수중운동체의 운동을 완전히 묘사하기 위해서는 6자유도 비선형 운동방정식이 필요하다. 이 방정식은 뉴턴의 제 2운동법칙에서 유도된다. 수중운동체에 작용하는 힘 F 와 모멘트 M 의 관계식은 다음과 같다[11].

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = f(X, U, t)$$

(4)의 운동방정식에서 상태변수 X 및 입력 U 에 대한 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X &= [x, y, z, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]^T \\ U &= [\delta s, \delta b, \delta r]^T \end{aligned}$$

6자유도를 가지는 수중운동체에 대하여 12개의 상태변수를 사용하여 아래와 같이 비선형 미분방정식으로 간략히 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_c(q^2 + r^2) + y_c(pq - \dot{r}) + z_c(pr + \dot{q})] &= \Sigma X \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_c(r^2 + p^2) + z_c(qr - \dot{p}) + x_c(qp + \dot{r})] &= \Sigma Y \\ m[\dot{w} - vq + vp - z_c(p^2 + q^2) + x_c(rp - \dot{q}) + y_c(rq + \dot{p})] &= \Sigma Z \\ I_x \dot{p} + (I_x - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} &= \Sigma K \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} &= \Sigma M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_z)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} &= \Sigma N \end{aligned}$$

여기서 $\Sigma X, \Sigma Y$ 및 ΣZ 는 운동체에 작용하는 힘 벡터, $\Sigma K, \Sigma M$ 및 ΣN 는 항체에 작용하는 모멘트 벡터의 각 방향성분을 나타내는 것으로서 이 항들은 유체역학적인 항, 부력과 중력에 의한 항, 프로펠러에 기인하는 항 등으로 구성되어 있다.

나. 선형 운동방정식 유도

제어시스템의 설계와 종합분석을 위해서는 간단화된 선형 운동방정식이 필요하다. 수중운동체의 6자유도 비선형 운동방정식에서 아래와 같은 적절한 가정을 설정하므로써 선형화된 운동방정식을 유도할 수 있다.

- 전진방향의 속도는 일정한 것으로 한다.
- 롤각이 아주 작은 것으로 가정한다.
- 관승상승적은 무시될 수 있다.
- 수중운동체가 수중에서는 중성부력 상태를 유지한다고 가정한다.

6자유도 비선형 운동방정식에 설정한 가정을 적용시키면 선형화된 2자유도 연직면 운동방정식을 얻을 수 있다.

- 히브(Heave) 방정식 :

$$\begin{aligned} m\dot{w} - umq &= \frac{1}{2} \rho l^2 Z_q \dot{q} \\ &+ \frac{1}{2} \rho l^3 (Z_w \dot{w} + Z_q uq) \\ &+ \frac{1}{2} \rho l^2 (Z_w uw + u^2 (Z_{\delta s} \delta s + Z_{\delta b} \delta b)) \end{aligned}$$

- 피치(Pitch) 방정식 :

$$\begin{aligned} I_y \dot{q} &= \frac{1}{2} \rho l^2 M_q \dot{q} \\ &+ \frac{1}{2} \rho l^2 (M_q uq + M_w \dot{w}) \\ &+ \frac{1}{2} \rho l^3 (M_w uw + u^2 (M_{\delta s} \delta s + M_{\delta b} \delta b)) + Bz_B \delta b \end{aligned}$$

선형적인 수중운동체의 미분 연성항인 Z_q 와 M_w 는 다른 항들에 비하여 매우 작기 때문에 무시할 수 있다. 수중운동체의 상태변수를 다음과 같이 정의하면,

$$X_d = [w, z, q, \theta]^T$$

정의된 상태변수에 의하여 수중운동체의 방정식을 유도하면 다음과 같이 표현되어 진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{z} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -u \\ a_{31} & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ z \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta s \\ \delta b \end{bmatrix}$$

여기서, δs 는 선미타, δb 는 선수타이다. 또한 선형화된 수평면 운동방정식은 다음과 같다.

●스웨이(Sway) 방정식

$$m\dot{v} + mur = \frac{1}{2} \rho l^2 Y_r \dot{r} + \frac{1}{2} \rho l^3 (Y_v \dot{v} + Y_r ur) + \frac{1}{2} \rho l^2 (Y_v uv + u^2 Y_{\delta} \delta r) \quad (11)$$

●요(Yaw) 방정식

$$I_z \dot{r} = \frac{1}{2} \rho l^5 N_r \dot{r} + \frac{1}{2} \rho l^4 (N_r ur + N_v \dot{v}) + \frac{1}{2} \rho l^3 (N_v uv + u^2 N_{\delta} \delta r) \quad (12)$$

시스템 해석과 제어기 설계를 용이하게 하기 위하여 (11)과 (12)를 상태방정식으로 표현하기 위하여 상태변수를 (13)과 같이 정의한다.

$$X_h = [v, r, \psi]^T \quad (13)$$

정의된 상태변수에 의하여 수평면에서의 운동방정식을 미분방정식 형태에서 상태공간 방정식으로 표현하면 (14)와 같이 나타낼 수가 있다.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \\ 0 \end{bmatrix} [\delta r] \quad (14)$$

여기서, δr 은 방향타이다.

IV. 무인 수중운동체 경로추적과 심도제어를 위한 슬라이딩 모드 제어 설계

1. 경로추적을 위한 확대계 등가 슬라이딩 모드 제어

수중운동체가 목적경로를 이탈하게 되면 부가적인 항해가 소요되므로 내장용 전원의 불필요한 소모로 인한 수중항해거리에 제약을 받게 된다. 특히 조류의 영향 아래서의 경로추적기는 정상상태 오차의 발생이 문제가 되는데 이를 위하여 수정된 슬라이딩 평면식을 구성하여 확대계의 등가제어를 설계하였다.

가. 정상상태 오차 해석

무인 수중운동체의 경로추적기 설계를 위한 제어모델인 (14)를 간단한 미분방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= r \\ \dot{v} &= a_{11}v + a_{12}r + b_1\delta \\ \dot{r} &= a_{21}v + a_{22}r + b_2\delta \end{aligned} \quad (15)$$

또한 관성좌표계에서의 운동체의 현재 위치를 나타내기 위한 동체좌표계의 속도에 관한 기구학적 관계식은 (16)과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \cos \psi - v \sin \psi + u_c \\ \dot{y} &= u \sin \psi + v \cos \psi + v_c \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 u_c, v_c 는 x, y 방향에 대한 조류의 절대속도를 나타낸다. 만약 조류의 영향 아래서의 경로추적기 설계를 위해서는 수평면 운동방정식과 기구학적 관계식을 이용하여 구성하므로 이 문제를 해결할 수 있다. 즉, 경로추적기 설계를 위한 제어모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= r \\ \dot{v} &= a_{11}v + a_{12}r + b_1\delta \\ \dot{r} &= a_{21}v + a_{22}r + b_2\delta \\ \dot{y} &= u\psi + v + v_c \end{aligned} \quad (17)$$

또한 정상상태에서 $\dot{\psi} = \dot{v} = \dot{r} = \dot{y} = 0$ 이므로, (17)은 (18)로 나타난다.

$$\begin{aligned} 0 &= r_s \\ 0 &= a_{11}v_s + a_{12}r_s + b_1\delta_s \\ 0 &= a_{21}v_s + a_{22}r_s + b_2\delta_s \\ 0 &= u\psi_s + v_s + v_c \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 아래첨자 s 는 정상상태에서의 값을 의미한다. (18)에서 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2, u$ 등은 영이 아닌 계수값을 가지므로 $r_s = v_s = \delta_s = 0$ 이다. 그러므로 위의 (18)에서 다음의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\psi_s = -v_c / u \quad (19)$$

또한 추적기 모델식에서 슬라이딩 모드 제어를 이용한 제어입력과 슬라이딩 평면식을 간단하게 표현하면 (20)과 (21)로 표현할 수 있다.

$$\delta = k_1\psi + k_2v + k_3r + \eta_i^2 \text{sat}(\sigma) \quad (20)$$

$$\sigma = s_1\psi + s_2v + s_3r + s_4y \quad (21)$$

여기서 $\text{sat}(\sigma)$ 는 포화함수를 나타낸다. 정상상태 $\delta_s = 0$ 에서, 슬라이딩 평면 위에서의 제어입력과 슬라이딩 평면식을 구하고, 여기에 (19)를 대입하여 y_s 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$y_s = \frac{1}{s_4} \left(\frac{\phi k_1}{\eta_i^2} + s_1 \right) \frac{v_c}{u} \quad (22)$$

여기서 ϕ 는 경계층 두께를 나타낸다.

따라서 조류의 영향이 있는 경우에 있어서는 정상상태 오차가 존재함을 알 수 있다. 정상상태 오차식에서 나타난 바와 같이 η_i^2 을 크게 할수록 정상상태 오차는 줄어들지만 η_i^2 을 아무리 크게 하더라도 $\frac{s_1}{s_4} \frac{v_c}{u}$ 의 정상상태 오차는 발생한다. 또한 η_i^2 을 크게 할수록 모델오차나 계수변화에는 강인하지만 심한 채터링 현상을 유발시키는 원인이 된다.

나. 도달모드 동특성을 이용한 확대계의 등가제어

무인 수중운동체의 제어관 구동장치에 심한 소음의 발생은 피탐능력 중에서 제일 중요한 정숙성에 치명적인 문제를 야기시킨다. 본 연구에서는 정상상태 오차와 채터링 문제를 동시에 보완하기 위하여 Gao가 제안한 방법을 응용하여 절환함수의 운동방정식을 직접 구성하여 확대계 등가제어를 설계하므로써 도달조건을 확립할 뿐만 아니라 도달위상중의 시스템 동특성도 지정한다. 도달모드의 동특성을 이용한 확대계의 등가제어를 설계하기 위하여 먼저 절환함수의 운동방정식을 다음의 미분방정식 형태로 구성한다.

$$\dot{\sigma} = -Q \text{sgn}(\sigma) - Rf(\sigma) \quad (23)$$

여기서 계인 Q, R 는 대각행렬에서 양의 요소로 이루어지며 sgn 은 부호함수를 나타낸다.

또한 스칼라 함수 f_i 는 다음 조건을 만족한다.

$$\sigma_i f_i(\sigma_i) > 0 \quad (\sigma_i \neq 0, i=1, 2, \dots, m) \quad (24)$$

(23)을 도달 방정식이라 부르고 Q, R 를 임의로 지정함으로써 도달 모드에서의 σ 의 구조상태를 지정할 수 있다. 시스템 방정식과 절환함수를 (25)로 구성하고 확대계의 등가 제어입력을 설계한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ \sigma &= Sx \end{aligned} \quad (25)$$

먼저 (25)에서 σ 를 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma} = S(Ax + Bu) \quad (26)$$

(23)과 (26)을 이용해서 제어입력을 유도하면

$$\begin{aligned} u &= -(SB)^{-1} \{SAx + Q \text{sgn}(\sigma) + Rf(\sigma)\} \\ &= -(SB)^{-1} SAx - (SB)^{-1} \{Q \text{sgn}(\sigma) + Rf(\sigma)\} \\ &= u_{eq} + u_{nl} \end{aligned} \quad (27)$$

이 된다. 즉, 슬라이딩 모드 제어입력을 선형 제어항과 비선형 제어항으로 구성한다. (27)에서 u_{eq} 는 등가 슬라이딩 모드 제어입력이고, u_{nl} 은 도달조건을 만족하기 위해 부가된 항이다. (23)에 대한 리아프노프 함수의 후보를 다음과 같이 선택한다.

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (28)$$

이 함수의 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \sigma^T \dot{\sigma} + \frac{1}{2} \dot{\sigma}^T \sigma \\ &= \sigma^T \{-Q \operatorname{sgn}(\sigma) - R f(\sigma)\} \\ &= - \sum_{i=1}^m \{ \sigma_i q_i \operatorname{sgn}(\sigma_i) + \sigma_i r_i f_i(\sigma_i) \} \\ &= - \sum_{i=1}^m \{ q_i |\sigma_i| + \sigma_i r_i f_i(\sigma_i) \} < 0 \end{aligned} \quad (29)$$

여기에서 \dot{V} 는 음이 된다는 것을 알 수 있다. 따라서 슬라이딩 모드의 존재조건을 충족시킴을 알 수 있다.

다. 수정된 슬라이딩 모드 제어

조류의 영향이 있는 경우에 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 경로추적기를 설계할 경우에는 정상상태 오차가 발생함을 (22)에서 알 수 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 확대계의 등가제어 구성식에서 슬라이딩 평면식을 다음과 같이 수정하여 구성하였다.

$$\sigma = s_1 \psi + s_2 v + s_3 r + s_4 y + \left(\frac{\epsilon}{Q + \epsilon R} k_1 + s_1 \right) \frac{v_c}{u} \quad (30)$$

$$\delta = k_1 \psi + k_2 v + k_3 r + Q \operatorname{sgn}(\sigma) + R \sigma \quad (31)$$

여기서, $\epsilon > 0$ 이고, δ 는 제어입력이다.

새로 구성된 슬라이딩 평면식과 제어입력을 (22)의 추적기 설계모델에 적용하여 정상상태 오차를 해석해 보기로 한다. 정상상태에서의 모델조건 (18)과 (19)를 적용하여 정상상태에서의 슬라이딩 평면식과 제어입력을 나타내면 (32)와 (33)으로 표현이 된다.

$$\sigma = s_1 \psi_s + s_4 y_s + \left(\frac{\epsilon}{Q + \epsilon R} k_1 + s_1 \right) \frac{v_c}{u} \quad (32)$$

$$0 = k_1 \psi_s + Q \operatorname{sgn}(\sigma) + R \sigma \quad (33)$$

해석을 용이하게 하기 위하여 위의 (33)에서 $Q \operatorname{sgn}(\sigma)$ 의 항을 평활함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q \operatorname{sgn}(\sigma) &= \frac{Q}{|\sigma| + \epsilon}, \quad \epsilon > 0 \\ &= \frac{Q}{\epsilon} \left(1 - \frac{|\sigma|}{\epsilon} + \frac{|\sigma|^2}{\epsilon^2} + \dots \right) \sigma \\ &\approx \frac{Q}{\epsilon} \sigma, \quad |\sigma| < \epsilon \end{aligned} \quad (34)$$

이제 (32), (33), (34)를 이용하여 y_s 에 대하여 유도한다. (32)에서 (35)를 유도할 수 있고,

$$\sigma = s_4 y_s + \frac{\epsilon}{Q + \epsilon R} k_1 \frac{v_c}{u} \quad (35)$$

또한 (33)에 (34)를 대입하여 σ 에 대하여 전개하면

$$\sigma = \left(\frac{\epsilon}{Q + \epsilon R} k_1 \right) \frac{v_c}{u} \quad (36)$$

따라서 정상상태오차 $y_s = 0$ 임을 알 수 있다.

2. 심도제어를 위한 다변수 슬라이딩 모드 제어

가. 시스템이 안정 가능한 경우의 다변수 슬라이딩 모드 제어기 설계

심도제어 모델은 제어입력이 선수타와 선미타 제어편각을 가지는 다변수 시스템임을 알 수 있다. 다변수 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어기 설계는 (37)과 (38)로 표현되는 선형화된 표준상태 방정식과 슬라이딩 평면식으로부터 유도되는 폐회로 동적행렬에서 시스템의 원하는 응답을 가지도록 극점을 선정하면 슬라이딩 평면과 제어입력을 설계할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (37)$$

여기서, $x \in R^n$ 는 상태변수, $u \in R^m$ 는 제어입력벡터

$$A \in R^{n \times n}, \quad B \in R^{n \times m}$$

n 는 상태변수의 갯수, m 은 제어입력의 개수

$$\sigma(x) = S^T x = 0 \quad (38)$$

여기서, $S \in R^{n \times m}$, $\sigma \in R^m$

만약 폐회로 동적행렬이 m 부족 랭크(Rank)를 가지면, 즉 원점에서 m 개의 극점을 가지면 m 개 선형독립 해가 존재한다. 그러나 m 개의 중복 영 고유값에 해당하는 m 좌측 고유벡터가 항상 존재하는 것이 아니기 때문에 S 를 계산하는 것이 항상 가능한 것은 아니다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 상태벡터를 변환하여 해석하였다. 먼저 변환행렬 T 를 구하면 (39)와 같이 구성할 수가 있다.

$$TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

여기서, $B_1 \in R^{m \times m}$, $0 \in R^{(n-m) \times m}$

또한 B 행렬은 Q_i, R_i 요소를 이용하여 표현할 수 있다.

$$B = Q_i \begin{bmatrix} R_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

여기서, Q_i 는 대각행렬, R_i 은 상삼각행렬이다.

(40)을 재정리하면 다음과 같다.

$$Q_i^T B = \begin{bmatrix} R_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

이제 변환행렬에 의한 새로운 상태변수를

$$y = Tx \quad (42)$$

으로 두면, 시스템 (37)은 다음과 같이 유도된다.

$$\dot{y} = TAT^T y + TBu \quad (43)$$

즉,

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (44)$$

새로운 상태변수에 의한 시스템 방정식 (43)은 (45)와 (46)과 같이 분리하여 표시할 수 있다.

$$\dot{y}_1 = A_{11} y_1 + A_{12} y_2 + B_1 u \quad (45)$$

$$\dot{y}_2 = A_{21} y_1 + A_{22} y_2 \quad (46)$$

여기서,

$$\begin{aligned} y_1 &\in R^m, \quad y_2 \in R^{(n-m)}, \quad A_{11} \in R^{m \times m}, \quad A_{12} \in R^{m \times (n-m)} \\ A_{21} &\in R^{(n-m) \times m}, \quad A_{22} \in R^{(n-m) \times (n-m)}, \quad B_1 \in R^{m \times m} \end{aligned}$$

이제 슬라이딩 평면의 변환을 위하여 변환된 상태변수 (42)를 슬라이딩 평면식 (38)에 적용하면 다음과 같다.

$$\sigma(y) = C^T y = 0 \quad (47)$$

여기서, $C = TS$

(47)은 다음과 같이 분리 될 수 있다.

$$\sigma(y) = C_1^T y_1 + C_2^T y_2 = 0 \quad (48)$$

여기서, $C_1^T \in R^{m \times m}$, $C_2^T \in R^{m \times (n-m)}$, $0 \in R^m$

(48)의 행렬 C_1 은 슬라이딩 평면 방정식을 단순화하기 위하여 단위행렬로 설정한다. 새로이 변환된 제어입력은 (48)을 시간에 대하여 미분한 후 절환함수의 운동방정식 (23)에 대입하면 (49)를 얻을 수 있다.

$$\dot{y}_1 + C_2^T \dot{y}_2 = -Q \operatorname{sgn}(\sigma) - R \sigma \quad (49)$$

(45)와 (46)을 (49)에 대입하고 u 에 대하여 전개하면 변환된 제어입력이 유도된다.

$$u = -B_1^{-1} \left[(A_{11} + C_2^T A_{21}) y_1 + (A_{12} + C_2^T A_{22}) y_2 \right] - B_1^{-1} \{ Q \operatorname{sgn}(\sigma) + R \sigma \} \quad (50)$$

다시 u 를 선형 제어입력과 비선형 제어입력 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{u} = -B_1^{-1}[(A_{11} + C_2^T A_{21})y_1 + (A_{12} + C_2^T A_{22})y_2] \quad (51)$$

$$\bar{u} = -B_1^{-1}\{Qsgn(\sigma) + R\sigma\} \quad (52)$$

슬라이딩 평면 (48)을 y_1 에 대하여 풀면

$$y_1 = -C_2^T y_2 \quad (53)$$

(51)과 (53)을 (45)에 적용하여 정리하면

$$-C_2^T \dot{y}_2 = -C_2^T(A_{21}y_1 + A_{22}y_2) \quad (54)$$

(54)를 \dot{y}_2 에 대하여 정리하면

$$\dot{y}_2 = (A_{22} - A_{21}C_2^T)y_2 \quad (55)$$

이 된다.

따라서 슬라이딩 평면은 극점배치 기법을 이용하여 (55)에서 C_2^T 를 결정하므로써 구할 수가 있다. 또한 제어입력은 C_2^T 를 결정 한 후에 (51)과 (52)에 대입하므로써 계산된다.

나. 최소차원 슬라이딩 모드 제어 관측기의 설계

무인 수중운동체의 심도제어기 설계시 직접 측정 불가능한 상태변수들은 관측기를 이용하여 추정하므로써 이런 문제들을 해결하였다. 먼저 다음 선형 시스템을 생각한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + D \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (56)$$

단 $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{p \times n}$, D 는 매칭조건을 충족시키고 있는 것으로 한다. 또한

$$D = B\gamma(x, t) \quad (57)$$

를 충족시키는 $\gamma(x, t)$ 가 존재한다고 한다. 또 $\gamma(x, t)$ 는

$$\|\gamma(x, t)\| \leq \rho(x, t) \quad (58)$$

로 가정한다.

먼저 (56)의 시스템에 관하여 출력벡터 y 에 대한 수반벡터 z 를 생각하고, 다음과 같은 새로운 벡터를 생각한다.

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x \quad (59)$$

여기서 $C_2 \in R^{(n-d) \times n}$ 이다. 행렬 $[C_1 \ C_2]^T$ 의 계수는 n 과 같은 것으로 한다. 이때 다음의 함수를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = [Q_1 \ Q_2] \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \\ &= Q_1 y + Q_2 z \end{aligned} \quad (60)$$

따라서 (56), (59)와 (60)에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u + D_1 \quad (61)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_1 &= C_1 A Q_1, \quad A_2 = C_1 A Q_2, \quad A_3 = C_2 A Q_1, \quad A_4 = C_2 A Q_2 \\ B_1 &= C_1 B, \quad B_2 = C_2 B, \quad D_1 = [C_1 \ C_2]^T D \end{aligned}$$

이제 슬라이딩 모드 제어를 이용한 관측기를 구성한다. (56)으로 표시되는 모델을 고려하여 최소차원 슬라이딩 모드 제어 관측기는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}} &= A_3 \hat{y} + A_4 \hat{z} + B_2 u - L M sgn(\bar{y}) \\ \hat{y} &= A_1 \hat{y} + A_2 \hat{z} + B_1 u + M sgn(\bar{y}) \end{aligned} \quad (62)$$

여기서 \hat{z} 와 \hat{y} 는 추정치이다. 또 L 은 선형회환행렬, M 은 절환행렬이다. 슬라이딩 모드의 초평면은 다음 식으로 정의한다.

$$\zeta = \bar{y} = y - \hat{y} \quad (63)$$

행렬 L 은 슬라이딩 모드 관측기의 안정성을 보증하고 동시에 관측오차에 관한 운동방정식을 지정하기 위해 적절히

선택된다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= A_3 \bar{y} + A_4 \bar{z} + L M sgn(\bar{y}) + C_2 D_1 \\ \dot{\bar{y}} &= A_1 \bar{y} + A_2 \bar{z} - M sgn(\bar{y}) + C_1 D_1 \end{aligned} \quad (64)$$

슬라이딩 모드가 발생되어 있을 때 시스템은 등가 제어계가 되어 $\bar{y} = \dot{\bar{y}} = 0$ 가 성립된다. (64)를 대입하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\bar{z}} = (A_4 + L A_2) \bar{z} + [L, I] D_1 \quad (65)$$

따라서 $D=0$ 일 때 (65)는 출력오차의 미분치를 계인 K 로 피드백한 선형 최소오차 방정식과 일치한다. 행렬 M 의 선택은 초평면으로의 도달과 슬라이딩 모드의 존재에 있어서 중요하다. 관측기의 슬라이딩 모드 존재조건은

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \zeta^T \zeta < 0 \quad (66)$$

로 주어진다. 이 때 절환계인 행렬은 안정성과 가도달성을 고려하여 설계하였다.

$$M = M_1 \text{diag}(|\bar{y}|) + M_2 \quad (67)$$

여기서 M_1 은 안정성을 만족하는 행렬, M_2 는 가도달성을 보증하고 있는 행렬이다.

V. 심도제어기와 경로추적기의 설계 및 성능분석

1. 심도제어기 설계 및 성능분석

슬라이딩 모드를 이용하여 다변수 시스템인 심도제어기 설계를 위하여 상태변수의 위치를 $[w, q, \theta, z]^T$ 로 변환하여 새로이 유도하면 (68)과 같이 표현된다. 또한 이때 슬라이딩 평면과 제어기 설계를 위하여 시스템을 경제속도인 4Kts에서 선형화를 하였다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.3342 & 0.5659 & 0.0 & 0 \\ 0.1527 & -0.7393 & 0.0209 & 0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0 \\ 1.0 & 0 & -2.056 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \\ z \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -0.1262 & -0.1037 \\ 0.0491 & -0.1111 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta b \\ \delta s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (68)$$

유도된 상태방정식에서 Utkin[12]의 설계방법을 응용하여 다변수 슬라이딩 모드 제어기 설계를 하기 위하여 (68)은 (45)와 (46)의 관계식을 이용하여 다음과 같이 분리하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2.056 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ z \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.3342 & 0.5659 \\ 0.1527 & -0.7393 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.0209 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ z \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -0.1262 & -0.1037 \\ 0.0491 & -0.1111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta b \\ \delta s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (70)$$

먼저 슬라이딩 평면과 제어입력을 설계하기 위하여 (55)에서 C_2^T 를 결정해야 한다. 계산된 C_2^T 와 슬라이딩 평면은 (71)과 (72)와 같다.

$$C_2^T = \begin{bmatrix} 0.2682 & -0.0164 \\ 0.5364 & -0.0328 \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= w + 0.2682\theta - 0.0164(z - z_c) \\ \sigma_2 &= q + 0.5364\theta - 0.0328(z - z_c) \end{aligned} \quad (72)$$

여기서 z_c 는 명령심도를 나타낸다. 슬라이딩 평면이 계산되면 제어입력은 (50)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta s &= -0.109w + 0.8031q - 0.3339\theta + 2.569(q_1 \text{sign}(\sigma_1) + r_1 \sigma_1) \\ &\quad + 6.603(q_2 \text{sign}(\sigma_2) + r_2 \sigma_2) \\ \delta b &= -2.6886w + 5.9495q + 0.565\theta + 5.813(q_1 \text{sign}(\sigma_1) + r_1 \sigma_1) \\ &\quad - 5.4258(q_2 \text{sign}(\sigma_2) + r_2 \sigma_2) \end{aligned} \quad (73)$$

여기서 $q_1=0.0001, q_2=0.0001, r_1=2.0, r_2=2.0$ 이다. 또한 슬라이딩 모드 제어로 z, q, θ 를 측정치로 하여 w 를 추정하는 관측기의 설계는 다음과 같이 하였다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= A_3\hat{y}_2 + A_4\hat{y}_1 + B_2u - (M_1\text{sgn}(\bar{y}) + M_2\bar{y}) \\ \hat{y}_2 &= A_1\hat{y}_2 + A_2\hat{y}_1 + B_1u - L(M_1\text{sgn}(\bar{y}) + M_2\bar{y}) \end{aligned} \quad (74)$$

여기서,

$$y_1 = [q, \theta, z]^T, y_2 = [w], C_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0], C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = C_1AC_1, A_2 = C_1AC_2, A_3 = C_2AC_1, A_4 = C_2AC_2$$

$$B_1 = C_1B, B_2 = C_2B$$

$$L = [-3.2 \ -0.01 \ 0.0]$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00015 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.012 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

슬라이딩 모드 관측기를 가진 심도제어의 블록선도를 간단히 나타내면 그림 5와 같이 나타난다.

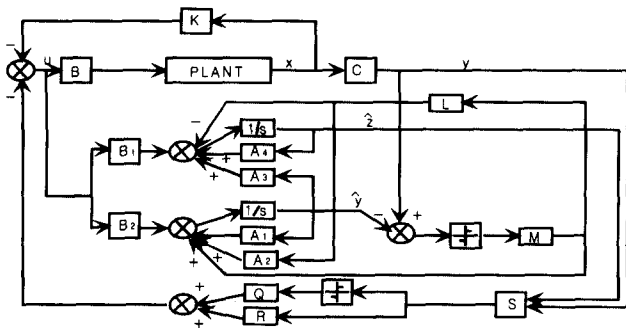


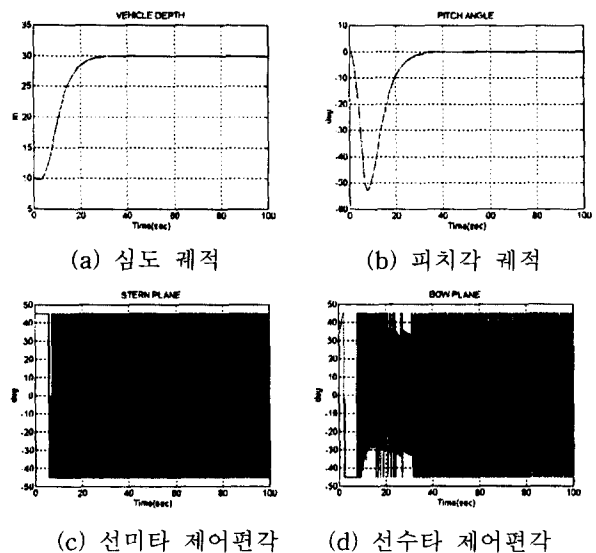
그림 5. 관측기를 가진 슬라이딩 모드 심도제어의 구성도.

Fig. 5. Configuration of sliding mode depth controller with observer.

이상과 같이 설계된 심도제어의 제어성능을 분석하기 위하여 선형모델로 유도된 (68)에 (72)와 (73)으로 설계된 슬라이딩 평면과 제어입력을 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 적분 시간간격은 0.05초로 하였다. 먼저 현재심도 10m에서 명령심도 30m로 하강하도록 하였다.

그림 6은 제어입력의 비선형항 즉, $\hat{u} = Q\text{sgn}(\sigma)$ 로 하여 시뮬레이션을 수행한 전형적인 슬라이딩 모드 제어 결과이다. 선미타, 선수타의 제어편각에서 잘 나타났듯이 슬라이딩 모드 제어의 최대 결점인 채터링 현상이 심하게 발생함을 알 수 있다. 그림 7은 선수타와 선미타에 나타나는 심한 채터링 현상을 제거하기 위하여 Slotine이 제시한 경계층 이론을 사용하여 설계한 슬라이딩 모드 심도제어 결과이다. 즉, $\hat{u} = Q\text{sat}(\frac{\sigma}{\phi})$ 로 구성하였다. 여기서 사용된 Q 와 ϕ 는 각각 1.5와 1.0으로 선정하였다. 이 시뮬레이션 결과는 $\hat{u} = Q\text{sgn}(\sigma)$ 항으로 설계된 제어기보다는 선수타, 선미타 제어편각의 채터링 현상이 많이 개선된 결과를 나타내지만 아직도 채터링 현상과 제어편의 포화 현상이 나타남을 알 수 있다. 그림 8은 시스템의 요구성능을 내면서 특히 오버슈트의 발생없이 제어편의 채터링 현상을 제거하기 위하여 비선형 제어입력항 \hat{u} 을 $Q\text{sgn}(\sigma) + R\sigma$ 로 구성하여 시뮬레이션을

수행한 결과이다. 여기서 사용된 Q 와 R 는 0.0001과 2.0이다. 시뮬레이션 결과 심도제어는 오버슈트 발생없이 약 20초에 정상상태에 도달하며, 특히 선수타, 선미타에 채터링 현상이 전혀 발생하지 않는 좋은 결과를 가져왔다. 그림 9는 w 항을 추정하기 위하여 슬라이딩 모드로 설계된 관측기를 부착하여 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 관측기를 사용한 결과도 전체 상태변수를 측정 가능한 경우와 마찬가지로 좋은 제어성능을 나타냈다. 특히 관측기에 의해 추정된 \hat{w} 값은 측정치(시뮬레이션 계산치)인 w 값에 아주 유사한 결과를 가져왔으며 최소차원 관측기에 비하여 상대적으로 성능이 우수함을 알 수 있다.



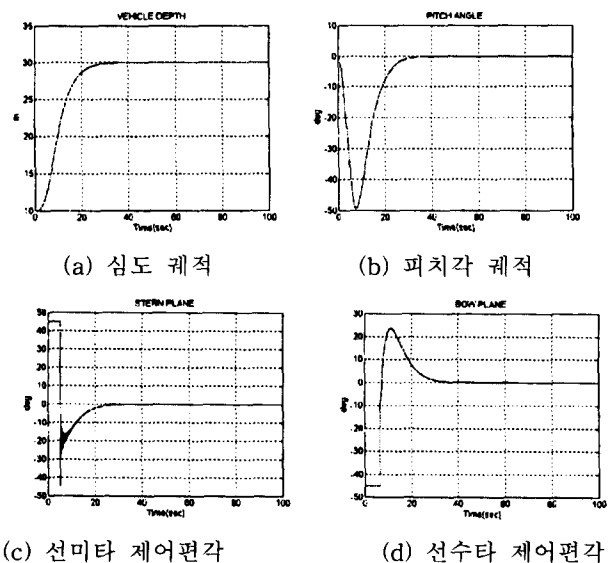
(a) 심도 궤적

(b) 피치각 궤적

(c) 선미타 제어편각

(d) 선수타 제어편각

그림 6. 슬라이딩 모드 제어에 부호함수를 사용한 심도 제어 결과 (전 상태 측정가능한 하강조종 경우).
Fig. 6. Depth results using sliding mode control with signal function (Case of diving maneuver with all measurable state variables).



(a) 심도 궤적

(b) 피치각 궤적

(c) 선미타 제어편각

(d) 선수타 제어편각

그림 7. 슬라이딩 모드 제어에 포화함수를 사용한 심도 제어결과 (전 상태 측정가능한 하강조종 경우).
Fig. 7. Depth results using sliding mode control with saturation function (Case of diving maneuver with all measurable state variables).

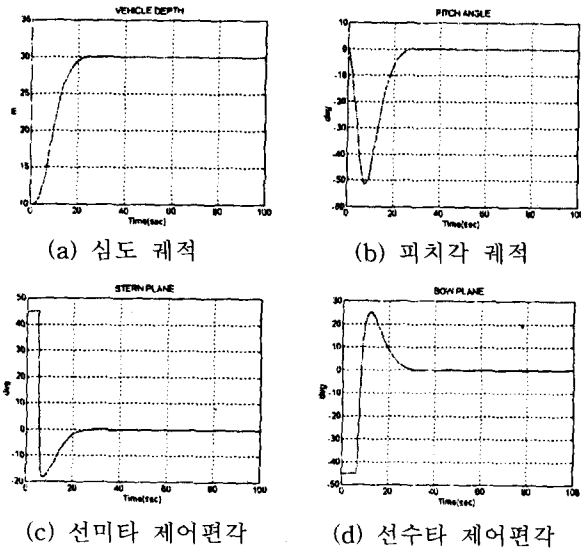


그림 8. 슬라이딩 모드 제어와 도달 모드를 사용한 심도 제어결과 (전 상태 측정가능의 하강조종 경우).
 Fig. 8. Depth results using sliding mode control with reaching mode (Case of diving maneuver with all measurable state variables).

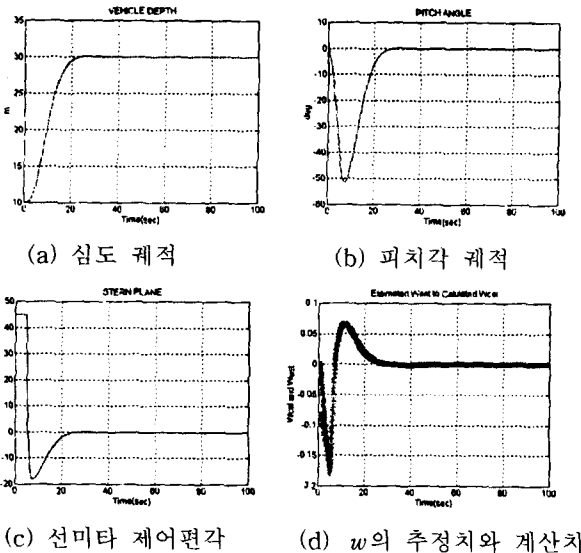


그림 9. 슬라이딩 모드 제어와 도달 모드를 사용한 심도 제어결과 (슬라이딩 모드 관측기를 사용한 하강조종 경우).
 Fig. 9. Depth results using sliding mode control with reaching mode (Case of diving maneuver with sliding mode observer).

2. 경로추적기 설계 및 성능분석

슬라이딩 모드를 이용하여 무인수중운동체의 경로추적기 설계를 위한 모델은 시스템 전진속도 4Kts에서 선형화하여 상태방정식을 유도하면 (75)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.4372 & -0.66 & 0.0 \\ 0.0 & -0.3376 & -0.7292 & 0.0 \\ 2.056 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ v \\ r \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.1185 \\ -0.1358 \\ 0.0 \end{bmatrix} \delta r \quad (75)$$

설계된 슬라이딩 평면은 (76)과 같다.

$$\sigma = 0.1979(\psi - \psi_c) + 0.2346v + 0.9517r + 0.0087y \quad (76)$$

슬라이딩 평면이 설계되고 나면 (24)을 이용하여 제어입력을 결정할 수 있다.

$$\delta r = 0.1766(\psi - \psi_c) - 4.0914v - 6.4162r + 0.0001 \operatorname{sgn}(\sigma) + 20.0\sigma \quad (77)$$

또한 조류와 같은 외력이 작용할 때 정상상태 오차 문제를 해결하기 위하여 수정 설계된 슬라이딩 모드는 다음과 같다

$$\sigma = 0.1979(\psi - \psi_c) + 0.2346v + 0.9517r + 0.0087y + \left[\frac{0.0001}{0.00001 + 0.001 * 20} * 0.1766 + 0.1979 \right] \frac{v_c}{u} \quad (78)$$

이상과 같이 설계된 경로추적기의 성능을 분석하기 위하여 선형모델로 유도된 (75)에 설계된 슬라이딩 평면과 제어입력을 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 적분 시간 간격은 심도제어기 시뮬레이션 때와 마찬가지로 0.05초로 하였다. 또한 경유점은 (0, 0)에서 출발하여 (10, 0), (40, 20), (80, 30)을 추적하도록 명령하였다. 그림 10은 (76)과 (77)로 설계된 슬라이딩 모드와 제어입력으로 경로추적 성능을 시뮬레이션한 결과이다. 방향타 제어편각의 채터링 발생 없이 모든 경유점을 잘 찾아 추종함을 알 수 있다. 그림 11은 조류의 영향 아래서 경로추적 성능을 시뮬레이션하였다. 이때 조류의 크기는 0.3m/sec로 설정하였다. 조류의 영향에 의하여 각 경유점마다 정상상태 오차가 발생함을 알 수 있다. 그림 12는 조류의 영향 아래서 정상상태 오차문제를 해결하기 위하여 수정 설계된 슬라이딩 모드로 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 시뮬레이션 결과 조류의 영향아래서도 정상상태 오차 발생없이 경유점을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.

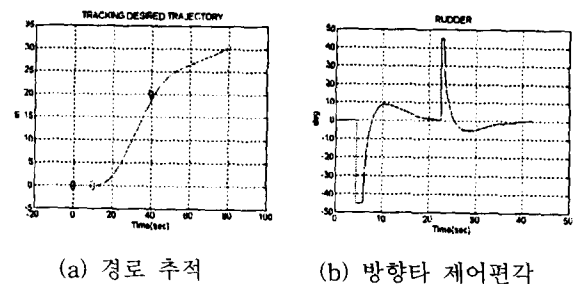


그림 10. 슬라이딩 모드 제어와 도달 모드를 사용한 경로추적 결과 (조류의 영향이 없는 경우).
 Fig. 10. Path tracking results using sliding mode control with reaching mode (Case of no currents effect).

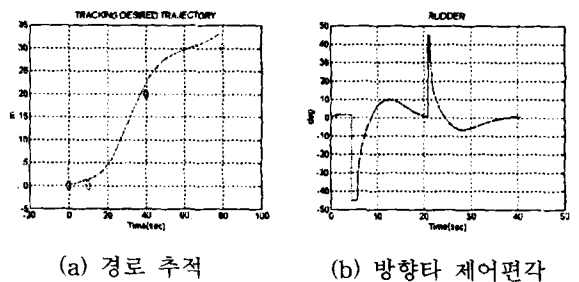


그림 11. 슬라이딩 모드 제어와 도달 모드를 사용한 경로추적 결과 (조류의 영향이 있는 경우).
 Fig. 11. Path tracking results using sliding mode control with reaching mode (Case of currents effect).

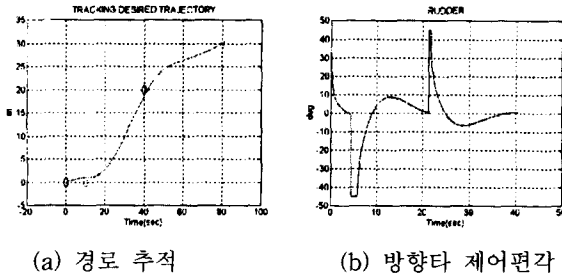


그림 12. 수정된 슬라이딩 모드 제어를 사용한 경로추적 결과 (조류의 영향이 있는 경우).
 Fig. 12. Path tracking results using modified sliding mode control (Case of currents effect).

VI. 시뮬레이션 및 결과고찰

1. 시뮬레이션 개요

먼저 모델오차에 대한 특성분석을 위하여 선형화된 수평면과 수직면의 방정식에 대하여 제어입력을 영으로 인가했을 때의 상태와 동일 조건에서의 6자유도 비선형 운동방정식에서의 결과와 궤적비교를 해보았다.

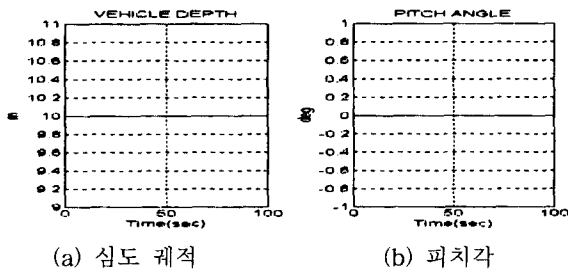


그림 13. 연직면 선형모델 거동 시뮬레이션 결과.
 Fig. 13. Simulation results of linear model dynamics in vertical plane.

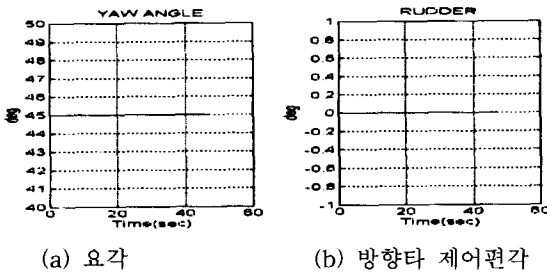


그림 14. 수평면 선형모델 거동 시뮬레이션 결과.
 Fig. 14. Simulation results of linear model dynamics in horizontal plane.

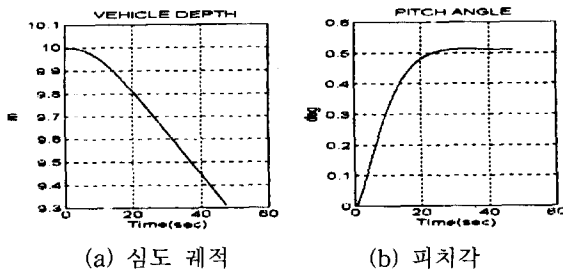


그림 15. 6자유도 비선형모델 연직면거동 시뮬레이션 결과.
 Fig. 15 Simulation results of nonlinear model dynamics in vertical plane.

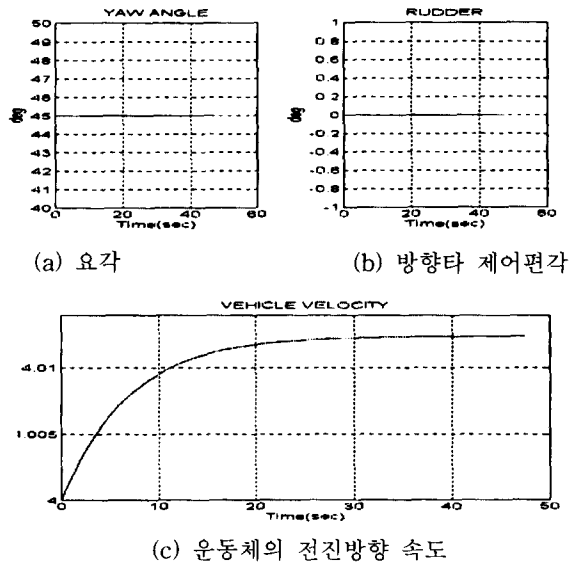


그림 16. 6자유도 비선형모델 수평면 거동 시뮬레이션 결과.
 Fig. 16. Simulation results of nonlinear model dynamics in horizontal plane.

시뮬레이션 결과에서도 잘 나타나듯이 연직면의 경우에 있어서는 선형모델과 비선형모델 사이에는 어느 정도 모델오차를 수반하고 있음을 알 수 있다. 또한 수중운동체의 6자유도 비선형 운동방정식에 포함되는 유체계수들을 살펴보면 (79)에서 잘 나타나듯이 속도의 함수임을 알 수 있다. 각 방향의 유체계수 중에서 대표적인 계수값을 한 개씩만 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 X_{\delta\delta r} &= \frac{1}{2} \rho l^2 U^2 X'_{\delta\delta r} & Y_p &= \frac{1}{2} \rho l^3 U Y'_p \\
 K_r &= \frac{1}{2} \rho l^4 U K'_r & Z_q &= \frac{1}{2} \rho l^3 U Z'_q \\
 M_* &= \frac{1}{2} \rho l^3 U^2 M'_* & N_r &= \frac{1}{2} \rho l^4 U N'_r
 \end{aligned} \quad (79)$$

선형모델에서는 속도가 일정한 것으로 가정하였으므로 모든 유체계수는 상수로 처리하였다. 하지만 비선형 모델에서는 속도차이가 약간 발생했고 이 결과는 앞서도 언급하였듯이 계수변화를 초래한다. 따라서 속도변화에 따른 유체계수의 변화, 선형화에 따른 모델오차 그리고 외란 등에 대하여 설계된 심도제어기와 경로추적기의 제어성능 특히 강인성을 분석하기 위하여 6자유도 비선형 운동방정식에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다[13].

무인 수중운동체에 대하여 설계된 심도제어기와 경로추적기의 제어성능을 시뮬레이션으로 검증하기 위하여 적용한 6자유도 비선형 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M_o] \dot{X}_s = [F_o] \quad (80)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 X_s &= [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T \\
 M_o &= \begin{bmatrix} m \cdot X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & m \cdot Z_G & -m \cdot Y_G \\ 0 & m \cdot Y_{\dot{v}} & 0 & -Y_p \cdot m \cdot Z_G & 0 & -Y_r + m \cdot X_G \\ 0 & 0 & m \cdot Z_{\dot{w}} & m \cdot Y_G & -Z_q \cdot m \cdot X_G & 0 \\ 0 & -K_w \cdot m \cdot Z_G & m \cdot Y_G & -I_{Xx} & Z_r \cdot M_{\dot{q}} & -Z_{Zz} \\ m \cdot Z_G & 0 & -M_w \cdot m \cdot X_G & -I_{Xy} & Z_r \cdot M_{\dot{q}} & -Z_{Zz} \\ -m \cdot Y_G & -N_{\dot{v}} + m \cdot X_G & 0 & -I_{Xz} \cdot N_{\dot{p}} & -Z_{Zz} & I_{Zr} \cdot N_{\dot{v}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_o(1) &= -m[-vr+wq-X_G(q^2+r^2)+Z_Gpr]+X_{qq}q^2+X_{rr}r^2 \\
 &\quad +X_{rp}rp+X_{dr}u^2\delta r^2+X_{\delta\delta s}u^2\delta s^2+X_{\delta\delta b}u^2\delta b^2 \\
 &\quad +PROP \\
 F_o(2) &= -m[-wp+ur+Z_Gqr+X_Gqp]+Y_{p|p}|p|+Y_{p|q}pq \\
 &\quad +Y_{qr}qr+Y_{vq}vq+Y_{wp}wp+Y_{wr}wr+Y_rur+Y_pup \\
 &\quad +Y_vuv+Y_{v|v}v(v^2+w^2)^{\frac{1}{2}}+Y_{dr}u^2\delta r \\
 F_o(3) &= -m[-uq+vp-Z_G(p^2+q^2)+X_Crp]+Z_{pp}p^2 \\
 &\quad +Z_{rr}r^2+Z_{rp}rp+Z_{vp}vp+Z_{uq}uq+Z_wuw \\
 &\quad +Z_{v|v}v(v^2+w^2)^{\frac{1}{2}}+Z_{\delta s}u^2\delta s+Z_{\delta b}u^2\delta b \\
 F_o(4) &= -(I_z-I_y)qr+mz_G(-wp+ur)+K_{qr}qr+K_{pq}pq \\
 &\quad +K_{rp}rp+K_rur+K_{vq}vq+K_{wp}wp+K_{wr}wr+K_vuv \\
 &\quad -(Z_GW-Z_BB)\cos\theta\cos\phi \\
 F_o(5) &= -(I_x-I_z)rp-m[Z_G(-vr+wq)-X_C(-uq+vp)] \\
 &\quad +M_{rp}rp+M_{vr}vr+M_{vp}vp+M_quq+M_{|u|q}u(v^2+w^2)^{\frac{1}{2}} \\
 &\quad +M_{*}u^2+M_wuw+M_{v|v}v(v^2+w^2)^{\frac{1}{2}}+M_{\delta s}u^2\delta s \\
 &\quad +M_{\delta b}u^2\delta b-(X_CW-X_BB)\cos\theta\cos\phi \\
 &\quad -(Z_GW-Z_BB)\times\sin\theta \\
 F_o(6) &= -(I_y-I_x)pq-mX_G(-wp+ur)+N_{pq}pq+N_{qr}qr \\
 &\quad +N_{wr}wr+N_{wp}wp+N_{vq}vq+N_pup+N_rur+N_vuv \\
 &\quad +N_{dr}u^2\delta r+(X_CW-X_BB)\cos\theta\cos\phi
 \end{aligned}$$

무인 수중운동체의 추진은 프로펠러의 회전으로 이루어지는데 사용된 추력모델은 다음과 같다.

$$PROP = \frac{1}{2} \rho l^2 u^2 (a_i \eta^2 + b_i \eta + c_i) \quad (81)$$

여기서 전진비 $\eta = nP/u$, n 는 프로펠러 회전수, P 는 프로펠러 피치이다. 또한 추진모델에 계수는 전진비에 따라 저항시험 결과를 여러 구간으로 나누어 피팅(fitting)하여 사용하였다.

표 1. 추진모델 계수.
Table 1. Coefficients of propulsion model.

	a_i	b_i	c_i
$\eta \leq -0.8$	-0.001745	-0.00041865	-0.00104275
$-0.8 < \eta \leq 0$	-0.0005385	0.0	-0.00148
$0.0 < \eta \leq 0.8$	0.001077	0.0	-0.00148
$\eta > 0.8$	0.00349	-0.0008373	-0.0023545

또한 시뮬레이션시 구동장치는 운동체의 안전조종과 작동기의 성능을 고려하여 선미타, 선수타 및 방향타를 $\pm 45^\circ$ 로 작동범위를 제한하였다.

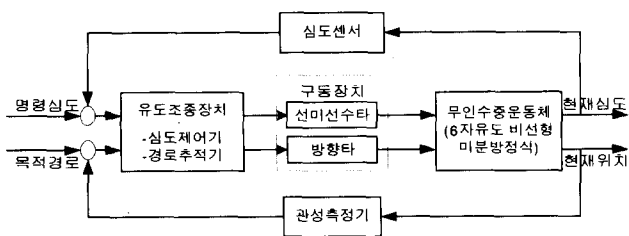


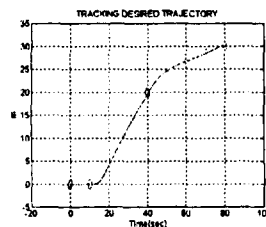
그림 17. 무인 수중운동체의 심도제어와 경로추적을 위한 시스템 구성도.
Fig. 17. System configuration for depth control and path tracking of autonomous underwater vehicle.

2. 시뮬레이션 결과 및 고찰
시뮬레이션 시나리오는 먼저 선형모델 제어성능 해석시

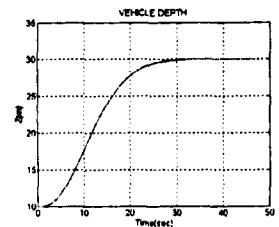
와 비교분석을 위하여 동일한 조건으로 출발점 (0, 0)에서 출발하여 (10, 0), (40, 20), (80, 30)의 경유점을 거치며, 일정심도(30m)를 유지하는 경우와 심도 30m에서 심도 10m로 상승한 후 다시 20m로 하강하는 심도변화를 동시에 하는 경우에 대하여 수행하였다. 마지막으로 기본 운용형태인 심도 영의 출발점에서 운용심도(30m)로 변경하여 여러 경유점을 거처서 원래의 위치로 되돌아오는 경우에 대해서도 시뮬레이션을 수행해 보았다.

그림 18은 일정심도(30m)를 유지하며 3개의 경유점을 추적하는 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 선형모델 제어성능 분석을 위한 시뮬레이션 결과와 마찬가지로 비선형 시뮬레이션 결과에서도 심도제어의 경우 오버슈트가 발생하지 않고, 경로추적의 경우는 정상상태 오차의 발생없이 목적경로를 잘 추종하는 제어성능을 나타내었다.

그림 19는 심도변화와 경로추적을 병행하여 동시에 조종하는 경우에 대한 시뮬레이션 수행 결과이다. 이 결과는 경로추적의 경우는 정상상태 오차 발생없이 원하는 경유점을 잘 추종함을 알 수 있다. 그러나 심도제어의 경우는 심도 30m에서 10m로 변경시 약간의 심도오차가 발생함을 알 수 있다. 이것은 경유점(10, 0)에서 (40, 20)까지 경로추적기의 도달시간은 약 25초 정도가 소요되는 반면, 심도 20m를 변경하기 위해서는 약 30초 정도가 소요되므로 미처 명령심도(10m)에 도달하기 전에 새로운 심도변화의 명령(20m)이 주어지므로 인한 결과이다. 그림 20은 기본 운용형태인 출발점에서 여러 목적 경유점을 거쳐 원래의 위치로 되돌아오는 경우에 대한 시뮬레이션 결과이다. 시뮬레이션 결과에서도 잘 나타내듯이 심도제어의 경우에 있어서는 심도변경과 심도유지 능력이 우수함을 알 수 있다. 그러나 경로추적기의 경우는 출발점(0, 0)에서 시작하여 임의로 주어진 경유점을 거쳐 원래의 위치로 무사히 돌아오는 결과를 가져왔지만, (55, 10)에서 (60, 50)으로 추적해 갈 때 심한 오버슈트가 발생하였다. 이것은 심한 방향각의 변화에 대한 무인 수중운동체 선회능력의 한계로 인하여 미처 추종을 하지 못한 결과로 판단된다.

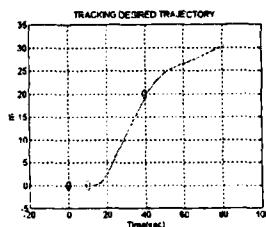


(a) 경로 추적

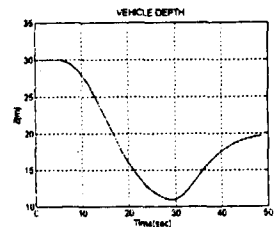


(b) 심도 제적

그림 18. 일정심도(30m)에서 경로추적하는 경우.
Fig. 18. Case of path tracking in constant depth(30m).

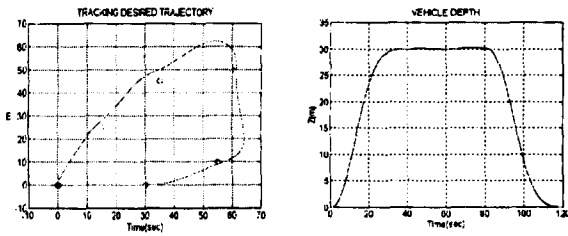


(a) 경로 추적



(b) 심도 제적

그림 19. 심도변경과 경로추적을 동시에 하는 경우.
Fig. 19. Case of path tracking in changing depth.



(a) 경로 추적 (b) 심도 궤적

그림 20. 출발점에서 경유점을 거쳐 원래의 위치로 되돌아 오는 경우.

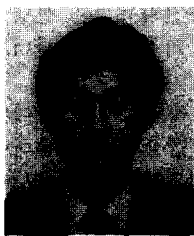
Fig. 20. Case of return to original point through intermediate points from starting point.

VII. 결론

본 논문에서는 복잡한 연성효과와 매우 심한 비선형 특성을 나타내는 무인 수중운동체의 자율제어를 위하여 계수변화, 모델오차 및 외란에 강인한 경로추적기와 심도제어기를 설계 제안하였다.

무인 수중운동체의 자세나 위치를 제어하기 위한 크고, 급격한 제어입력의 인가는 제어판 구동장치에 심한 소음을 발생시키므로 피탐능력 중에서 제일 중요한 정숙성에 치명적인 문제를 야기시킨다. 그래서 정숙성의 증대 즉, 채터링 감소와 함께 도달률을 향상시킬 수 있는 방법으로 도달 모드를 슬라이딩 모드와 함께 해석하여 확대계의 등가 제어입력을 설계하였다. 또한 무인 수중운동체가 조류와 같은 외란의 영향 아래서 경로추적기에서 발생하는 정상상태 오차 문제를 해결하기 위하여 수정된 슬라이딩 평면식을 새로이 구성하였다. 그리고 다변수 비선형 시스템인 심도제어기의 경우 제어 불가능한 부분공간이 존재하더라도 설계를 용이하게 하기 위하여 새로이 변환행렬을 구성하여 변환된 슬라이딩 평면식과 제어입력을 설계하였다. 그리고 상태변수 중에서 직접 측정이 불가능한 변수는 슬라이딩 모드로 관측기를 설계하여 추정하므로써 이 문제를 해결하였다.

이상과 같은 연구결과를 바탕으로 무인 수중운동체의 완전 자율제어가 이루어지기 위해서는 운용해역의 환경 데이터 베이스와 운동체의 조종성능 즉, 운동체의 형상, 추진기의 추력 및 제어판의 제어력 등에 의한 하강 및 상승능력, 선회능력을 고려한 최적 경로생성기에서의 최적경로와 연동이 필요함을 알 수 있었고, 설계된 경로추적기와 심도제어기에 대한 시뮬레이션 상의 양호한 제어성능은 다음에 실선건조 후 유도 조종장치에 직접 적용하여 해상시험을 수행해 봄으로써 신뢰성이 객관적으로 검증될 것으로 판단된다.



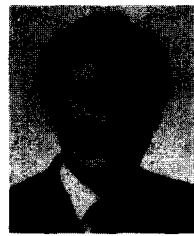
양 승 운

1960년 11월 19일생. 1983년 2월 부산대학교 기계공학과 졸업(공학사). 1989년 2월 동 대학원 기계공학과 졸업(공학석사). 1994년~현재 동 대학원 정밀기계공학과 박사과정. 1989년~현재 국방과학연구소 선임 연구원. 연구분야 수중운

동체 조종제어 및 자율제어.

참고문헌

- [1] F. Busby and J. R. Vadus, "Autonomous underwater vehicle R&D trends," *Sea Technology*, pp. 65-73, May, 1990.
- [2] Y. Itkin, *Control Systems of Variable Structure*, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [3] V. I. Utkin, *Sliding Modes and their Applications In Variable Structure Systems*, MIR Publisher Moscow, 1978.
- [4] A. S. I. Zinober, *Variable Structure and Lyapunov Control*, Springer Verger, 1994.
- [5] J. J. Slotine, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces," Ph.D. Thesis, M.I.T., 1983.
- [6] K. K. D. Young, *Variable Structure Control for Robotics and Aerospace Applications*, Elsevier, 1993.
- [7] A. J. Healey and D. Lienard, "Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 18, no. 3, pp. 327-339, July, 1993.
- [8] J. J. Slotine and D. R. Yoerger, "Robust trajectory control of underwater vehicles," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 10, no. 4, pp. 462-470, July, 1993.
- [9] J. Y. Hung, W. B. Gao and J. C. Hung, "Variable structure control: A survey," *IEEE Trans. Ind. Eletron.*, vol 40, no. 1, pp. 2-22, Feb., 1993.
- [10] 양승운 외, "자율운항 모형시험장치 개념설계 연구," NWSD-513-960801, 국방과학 연구소, 1996.
- [11] M. A. Abkowitz, *Stability and Motion Control of Ocean Vehicles*, M.I.T Press, 1969.
- [12] V. I. Utkin and K. D. Yang, "Methods for constructing discontinuity planes in multidimensional variable structure systems," *Automate Remote Control*, vol. 32, no. 12, pp. 1466-1470, Oct., 1978.
- [13] B. R. Groves, J. T. Dorsey and D. Tucker, "Advanced submarine systems equations study," NAVTRADEVNEN 68-C-0050-1, 1969.



이 만 형

1946년 10월 18일생. 1969년 2월 부산대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1971년 2월 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1983년 2월 오리건 주립대학교 전기, 컴퓨터공학과(공학박사). 1975년 3월~현재 부산대학교 기계공학부 교수. 연구

분야는 메카트로닉스, 확률제어, 랜덤프로세스 및 필터링.