

# 채터링 제거를 위한 유도 전동기의 슬라이딩 모드 제어기 설계

金星邑, 郭君平, 安鎬均

## Design of Sliding Mode Controller for Induction Motor to Remove Chattering

Sung-Up Kim, Gun-Pyong Kwak, Ho-Kyun Ahn

### 요 약

본 논문에서는 유도 전동기의 슬라이딩 모드 제어기가 설계되었다. 슬라이딩 모드 제어기의 단점인 채터링 현상을 제거하기 위해 연속치 제어입력이 제안되었으며 제안된 기법으로 고속 마이크로 프로세서인 DSP를 이용한 유도전동기의 속도제어를 보였다. 슬라이딩 모드하에서의 유도 전동기는 전동기의 각속도가 지정된 궤적을 추종하도록 동작한다. 실험 결과를 통해 제안된 방법의 유용성을 보였다.

### ABSTRACT

This paper presents an improved sliding mode controller design for induction motor. In place of the discontinuous control inputs, continuous inputs are proposed in order to remove the undesirable chattering phenomena, which represent major drawbacks of the sliding mode controller. The design strategy is illustrated with a microprocessor based implementation for the velocity control of an induction motor. An induction motor is operated under sliding mode control such that the motor angular velocity follows a predetermined trajectory. The experimental results confirm the validity of the proposed method.

**Key Words:** induction motor, sliding mode, chattering, variable structure control system

### 1. 서 론

가변구조 제어계(VSCS : variable structure control system)의 중요한 특징은 종래의 제어 계통과 달리 불연속치 제어입력에 의해 과도 기간 중 제어계통의 구조를 현재의 편차 또는 상태 변수들의 값에 따라 의도적으로 스위칭 논리에 의해 바꿔줌으로서 일반 자동제어 분야에서 서로 상충관계에 있는 응답의 정확성과 속응성을 동시에 개선할 수 있다는 점이다. 또한 계통을 슬라이딩 모드(sliding mode)라는 특이한 동태내에 머무르도록 제어 입력을 스위칭 해 줌으로써 계통이 파라미터 변화나 외란에 둔감해짐으로 계통의 견실성이 향상된다. 기존의 가변구조 제어계가 여러 가지 좋은 점을 가지고 있는 반면, 도달기간(reaching phase)과 채터링

(chattering)현상이라는 큰 단점도 가지고 있다. 첫 번째 단점인 도달기간은 상태가 초기위치에서 스위칭 평면까지 도달하는데 걸리는 시간이다. 이 기간 동안에는 슬라이딩모드가 발생하지 않는 상태에 있으므로 계통의 응답은 파라미터의 변화나 외란에 민감하다. 두 번째 단점인 채터링 현상은 상태 궤적이 슬라이딩 평면을 따라 진행되는 동안 슬라이딩 모드를 얻기 위해 스위칭 논리에 따라 제어 입력의 구조를 바꾸어 주기 때문에, 제어입력은 본질적으로 불연속이며 매우 높은 고주파 성분을 포함하게 된다. 따라서 상태 궤적은 스위칭 평면을 따라 'sliding' 하기보다는 'chattering' 하게 되며 이 현상은 계통의 비모델화된 고주파 동태를 여기하여 계통 자체를 불안정하게 만든다. 이러한 단점들을 제거하기 위해 이제까지 많은 연구가 진행되었다. 특히 가변구조 제어계의 최대

단점인 채터링 현상 제거를 위해 Slotine 등은 슬라이딩 평면 주위에 경계층을 설정하여 이 경계층내에서는 'smoothing'한 입력을 인가하여 채터링 현상을 제거하였고<sup>[1]</sup> Luo 등은 reaching law의 제어 이득을 작게하여 계통의 채터링 현상을 감소시켰으나 완전히 제거하진 못했다<sup>[2]</sup>. 본 논문에서는 가변 구조 제어계의 단점 중 채터링 현상 제거를 위해 연속치 제어 입력을 제안하였다. 제안된 기법은 유도 전동기의 속도 제어를 위해 슬라이딩 모드 제어기가 설계되었고 실험을 통해 제안된 방법의 유효성을 보였다.

## 2. 채터링 현상을 수반하는 슬라이딩 모드 제어기 (알고리즘 1)

다음과 같이 주어진 선형 시불변 다변수 계통을 생각하자.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (1)$$

여기서  $X \in R^n$ ,  $U \in R^m$ 는 상태 및 입력 벡터이다. 가변구조 제어기의 설계 목적은 임의의 초기위치  $X(0) = X_0$ 로부터  $t \rightarrow \infty$ 에 따라 계통의 상태를 점근적으로 원점에 이동하도록 해주는 것이다. 전통적인 가변구조제어기 설계에 있어서 원점을 통과하는  $j$ 번째 스위칭 평면은 다음과 같이 정의된다.

$$S_j(X) = \{X \in R^n \mid C_j X = 0\} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

여기서  $C_j \in R^{1 \times n}$ 는 행벡터로서,  $j$ 번째 스위칭 평면의 스위칭 표면 행렬이다. 슬라이딩 모드는 상태가 동시에 각각의 스위칭 평면  $S_j$ 에 놓여 있을 때 일어난다. 즉,

$$S = \sum_{j=1}^m s_j = \{X \mid CX = 0\} \quad (3)$$

스위칭 평면  $S$ 상에서 슬라이딩 모드가 존재할 조건은 스위칭 함수  $S$ 가 다음과 같은 부등식을 만족해야 한다<sup>[3]</sup>.

$$S^T \dot{S} < 0 \quad (4)$$

여기서

$$S = [s_1, s_2 \dots s_m]^T \quad (5)$$

식 (1)에 대해 임의의 시간  $t_0$ 에 계통의 상태가 스위칭 평면에 도달하고, 그후 시간  $t \geq t_0$ 에서 이 평면상에 슬라이딩 모드가 존재한다고 하면 다음의 관계가 성립한다.

$$S = 0, \dot{S} = 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad (6)$$

따라서 식 (1)과 (6)으로부터 다음의 관계를 얻는다.

$$\dot{S} = C\dot{X} = C(AX + BU_{eq}) = 0 \quad (7)$$

위에서 구해지는 입력  $U_{eq}$ 를 등가 제어 입력(equivalent control input)이라 하며, 이 제어입력을 식 (1)에 대입하면 스위칭 평면 위에서의 계통의 동특성을 나타낸다. 등가 제어 입력은 식 (7)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$U_{eq} = -(CB)^{-1}CAX, |CB| \neq 0 \quad (8)$$

따라서, 스위칭 평면상에서의 슬라이딩 모션 동안 계통의 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{X} = [I_n - B(CB)^{-1}C]AX = A_{eq}X \quad \forall t \geq t_0, X(0) = X_0 \quad (9)$$

스위칭 논리를 갖는 가변구조 제어이론에 의한 제어입력  $u_i$ 는 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(X) & \text{if } s_i(X) > 0 \\ u_i^-(X) & \text{if } s_i(X) < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

위 식에서  $u_i^+$ 와  $u_i^-$ 는 각각 상태  $X$ 에 대하여 연속 함수이지만  $u_i$ 는 스위칭 함수  $s_i$ 의 값에 따라 스위칭 논리에 의해  $u_i^+$ 와  $u_i^-$ 중 하나의 값만 취하도록 정해지므로 전체 시간 구간에서 불연속적인 값을 갖게된다. 또한 식 (10)은 등가적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i = u_{ieq} + u_{iN} \quad (11)$$

이것을 벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$U = U_{eq} + U_N \quad (12)$$

여기서  $U_{eq}$ 는 등가 제어입력으로서 연속함수이고,  $U_N$ 은 불연속 함수이다. 불연속 제어입력  $U_N$ 을 구성하는 방법은 여러 가지가 있으나<sup>[4]</sup> 어떤 경우이든 식 (4)가 만족되도록 하면 상태는 초기위치로부터 스위칭 평면으로 향하며 슬라이딩모드가 일어난다. 기존의 불연속 제어입력  $U_N$ 은 일반적으로 다음과 같이 정의된다.

$$U_N = (CB)^{-1}\Omega \operatorname{sgn}(S) \quad (13)$$

여기서

$$\Omega = \operatorname{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m), \alpha_i > 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$\operatorname{sgn}(S) = [\operatorname{sgn}(S_1), \dots, \operatorname{sgn}(S_m)]^T \quad (15)$$

따라서 식 (13)과 같은 불연속 성분의 제어입력을 이용하여 식 (11)의 제어입력을 구성하면 항상 식 (4)을 만족함을 알 수 있다. 즉

$$S^T \dot{S} = -\sum_{i=1}^m \alpha_i s_i \operatorname{sgn}(s_i) = -\sum_{i=1}^m \alpha_i |s_i| < 0 \quad (16)$$

그러므로 식 (12)와 같은 제어입력에 의해 슬라이딩 모드가 발생함을 보장 할 수 있다. 그림 1은 종래의 가변구조 제어이론에 의한 계통의 슬라이딩 모드를 나타낸다. 여기서 보면 계통이 초기위치로부터 스위칭 평면에 도달한 후 채터링이 발생하면서 상태들이 원점으로 이동함을 알 수 있다.

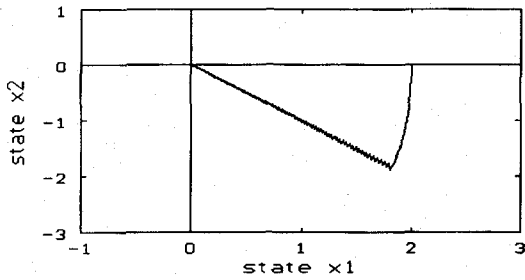


그림 1 기존의 가변구조 제어계에 대한 슬라이딩 모드 (알고리즘 1)  
Fig. 1 Sliding mode for the conventional VSCS (Algorithm 1)

가변구조 제어계의 입력이 근본적으로 불연속인 것은 식 (13)의  $U_N$ 이 signum함수를 포함하고 있기 때문에  $\operatorname{sgn}(s)$ 는  $s$  값에 따라 +1 또는 -1로 주어지기 때문이다. 따라서 이러한 단점을 제거하기 위해 식 (17)과 같은  $\operatorname{sgn}(s)$ 를 식 (20)으로 대치하여 연속치 함수로 나타내었다. 그림 2는 제안된 방법에 의한 계통의 슬라이딩 모드를 나타낸다. 여기서 보면 상태는 스위칭 평면에 도달한 후 채터링 현상없이 원점으로 이동함을 알 수 있다.

$$\operatorname{sgn}_c = \frac{s}{|s| + e^{-\alpha s}} \quad (20)$$

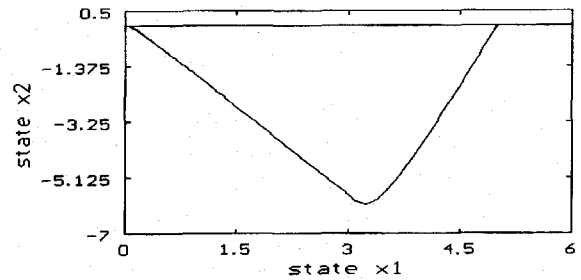


그림 2 연속치 제어입력에 의한 슬라이딩 모드 (알고리즘 2)  
Fig. 2 Sliding mode for the continuous control input (Algorithm 2)

### 3. 연속치 제어입력을 갖는 슬라이딩 모드 제어기 (알고리즘 2)

가변구조 제어계에서 채터링 현상이 발생하는 것은 식 (13)에서와 같이 스위칭 논리 또는 signum함수에 의해 제어입력을 불연속으로 바꿔주기 때문이다. Slotine 등은 signum함수를 식 (17) 대신 식 (18)로 설정하여 경계층 내에서는 식 (18)과 같은 연속함수를 이용하여 계통의 채터링 현상을 제거하였다<sup>(1)</sup>.

$$\operatorname{sgn}(s) = \frac{s}{|s|} \quad (17)$$

$$\operatorname{sgn}_c = \frac{s}{|s| + \delta}, \quad \delta > 0 \quad (18)$$

본 논문에서는 계통의 채터링 현상을 제거하기 위해 식 (11)과 같은 불연속 제어입력  $u_i$  대신 연속치 제어입력  $u_{ci}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$u_{ci} = -p_i \frac{|u_{ieq}| |s_i|}{|s_i| + e^{-\alpha s_i}}, \quad p > 1 \quad (19)$$

### 4. 유도 전동기 시스템 구성

유도 전동기의 전압 방정식과 토오크 식을 동기 속도 회전 기준 좌표계의  $x, y$ 축상에서 표현하면 다음과 같다<sup>(5)</sup>.

$$T_s' \frac{di_{sx}}{dt} i_{sx} = \frac{u_{sx}}{R_s} + \omega_{mr} T_s' i_{sy} - (T_s - T_s') \frac{d|i_{mr}|}{dt} \quad (21)$$

$$T_s' \frac{di_{sy}}{dt} i_{sy} = \frac{u_{sy}}{R_s} - \omega_{mr} T_s' i_{sx} - (T_s - T_s') \omega_{mr} |i_{mr}| \quad (22)$$

$$i_{sx} = |i_{mr}| + T_r \frac{d|i_{mr}|}{dt} \quad (23)$$

$$T_e = \frac{3}{2} P \frac{L_m^2}{L_r} |i_{mr}| |i_{sy}| \quad (24)$$

$$T_e = J \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r + T_l \quad (25)$$

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (26)$$

$$\omega_{mr} = P\omega_r + \omega_{s1} = P\omega_r + \frac{i_{sy}}{T_r |i_{mr}|} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } T_s &= \frac{L_s}{R_s} & T_s' &= \frac{L_s'}{R_s} \\ T_r &= \frac{L_r}{R_r} & L_s' &= L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \end{aligned}$$

- P : 극대수
- $i_{sy}$  : 고정자 전류의 토크 성분
- $u_{sx}$  : 고정자 전압의 자속 성분
- $u_{sy}$  : 고정자 전압의 토크 성분
- $\omega_{mr}$  : 회전자 쇄교 자속의 각속도
- $\omega_{sl}$  : 슬립 각속도
- $i_{mr}$  : 회전자 쇄교 자화 전류

식 (23)에서  $|i_{mr}|$ 이 일정하면  $i_{sx} = |i_{mr}|$ 이고, 만약  $i_{sx}$ 가 정확히 자속 성분 지령치  $i_{sx\_ref}$ 와 일치되도록 제어된다면 식 (22), (24), (25)로부터 속도 와 토크 성분 전류를 상태 변수로 한 전동기의 상태 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_r \\ \dot{i}_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & \frac{K_t}{J} \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ i_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -\frac{T_L}{J} \\ -\frac{L_s}{L_s} \omega_{mr} i_{sx\_ref} \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서  $K_t = \frac{3}{2} \frac{L_m^2 i_{sx\_ref}}{L_r}$ ,  $u = u_{sy}$  이다.

본 논문의 제어 목적은 기존의 가변구조 제어계의 단점을 보완하기 위해 제안된 연속치 제어입력으로 전동기의

chattering 현상을 제거하는 것이다. 따라서 본 논문에서는 식 (28)에서 부하 토크가 없는 경우에 대해 실험을 수행하였다. 만약 부하가 존재하는 경우에는 미지의 외란에 대해서는 상태관측기를 설계해야 하고 반대로 외란의 변동 범위를 알고 있으면 상태 관측기를 사용하지 않고 외란의 변동 범위만을 가지고 보상 입력을 구성해야 한다<sup>[4]</sup>. 본 논문에서 실험에 사용한 유도 전동기는 효성중공업에서 판매한 HICO-IM인 3상 4극 농형 유도 전동기로서 정격 및 전동기의 파라미터값은 다음과 같다.

- 출력 : 0.75(Kw) (1 [HP])
- 전압 : 3상 220(V)
- 주파수 : 60(Hz)
- 전류 : 3.6 [A]
- 속도 : 1656(rpm)
- $R_r = 11.61 [\Omega]$
- $R_s = 10.9 [\Omega]$
- $L_m = 0.2 [H]$
- $L_r = 0.23245 [H]$
- $L_s = 0.23257 [H]$
- $T_L = 0.$
- $J = 0.02 [Kg m^2]$
- $i_{sx\_ref} = 1 [A]$
- $B = 0.02 [Kg m^2/s]$

안정된 속도 응답 특성을 보이기 위해 속도 제어기는 가변 구조제어계로 구성하였으며 가변속 운전시 빠른 응답 특성을 보일 수 있도록 하기 위해 PI 전류 제어기를 사용하여공간 벡터의 입력 전압을 결정해 주도록 하였다. 실험에서 사용한 비례 제어기 이득은  $K_p=16.25$ 이고 적분기 이득은  $K_i=0.24$ 이다. 스위칭 평면은  $S=[10 \ 1]X(t)=0$ 로 설정하였으며, 제안된 기법에서 제어이득은  $p=1.1$  그리고  $\alpha=0.1$ 로 하였다. 그림 3은 전체 시스템의 블록선도를 나타내 주었다.

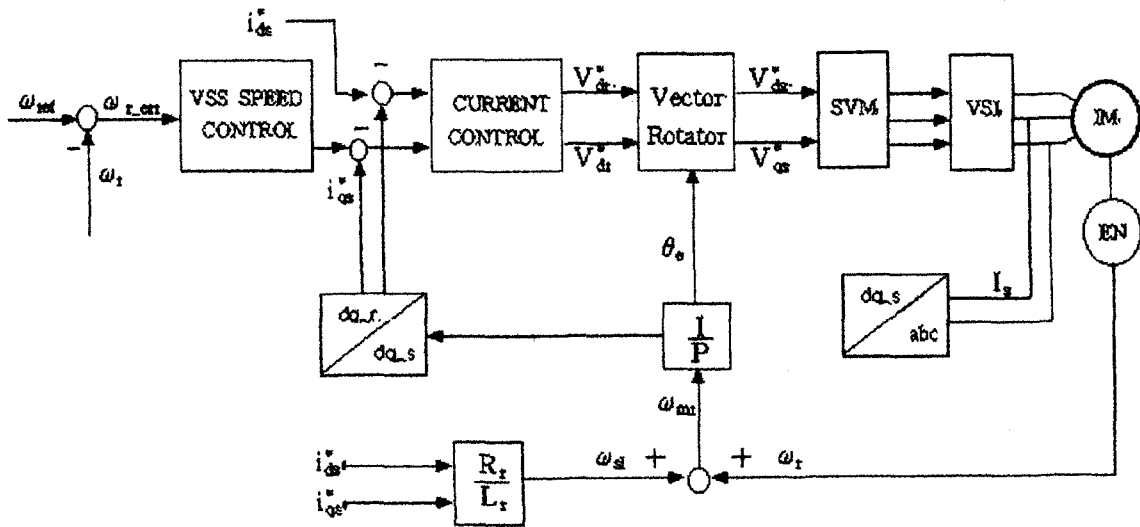


그림 3 시스템 구성도  
Fig. 3 System Configuration

설계된 제어 알고리즘을 수행하는 제어기는 32bit 곱셈을 하나의 명령 실행 시간(60nsec)에 처리할 수 있는 DSP(TMS320C31)와 프로그램 및 실험 데이터를 저장할 메모리 그리고 디스플레이부와 통신 포트등으로 구성하였다. 전동기 속도 검출을 위해 2,000펄스/rev의 분해능을 갖는 광학 엔코더를 4채널 회로를 통하여 이를 속도 계산에 이용하였다. 전류 검출을 위해서는 TO-U-50V4 홀 센서를 이용하여 이 신호는 12bit의 분해능 및 35 $\mu$ sec의 컨버전 시간을 갖는 A/D컨버터(AD7874)를 통하여 DSP로 전달되도록 설계하였다. 전동기를 구동하기 위해 공간 벡터 PWM 방식을 이용하여 입력과 출력단이 각각 절연된 게이트 드라이버 IC인 TF1205를 거쳐 IGBT 게이트에 신호를 인가한다. 이상과 같은 하드웨어 구성을 그림 4에 나타내었다.

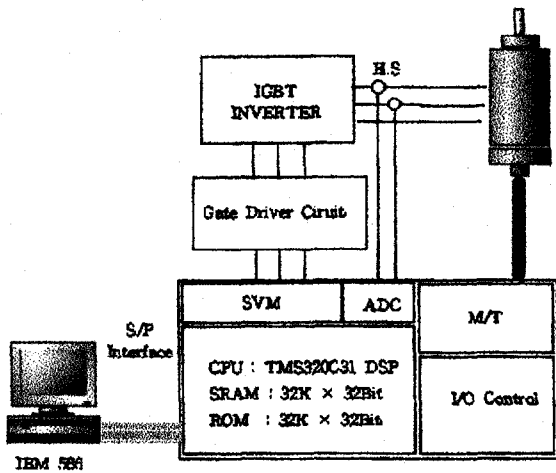


그림 4 하드웨어 구성도  
Fig. 4 Schematic diagram of hardware

5. 실험 결과 및 고찰

전 영역에서의 전동기의 속도를 가변하면서 종래의 가변구조 제어기와 제안된 기법을 비교하고자 한다. 이를 위해 1.2sec에서 각속도를 58.5(rad/s)에서 -200(rad/s)로 변속하고 2.5sec에서는 157(rad/s)로 가변속 운전하여 제안된 이론에 대해 속도제어기의 성능을 평가한다. 그리고 전류 제어기에 의한 출력을 전류 기준 출력으로 잡고 직접 측정된 전류를 회전자 프레임으로 변환하고 이를 기준 전류와 비교해 전류 오차를 구하였다. 그림 5에서 그림 9까지는 종래의 가변구조 제어기에 의한 결과를 나타내었다. 그림 5에서보면 가변속 운전시에도 기준 각속도를 원활히 추종함을 알 수 있다. 하지만 그림 8에서 보면 전류 응답의 떨림 현상이 발생함을 알 수 있다. 그림 10에서 그림 14까지는 제안된 기법에 의한 결과를 나타내었다. 그림 10 및 11은 가변속 운전시의 각속도 및



그림 5 유도전동기의 속도 응답(알고리즘 1)  
Fig. 5 Angular velocity response of an induction motor(Algorithm 1)

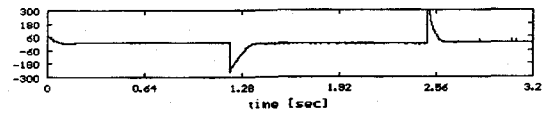


그림 6 속도에 대한 오차 응답(알고리즘 1)  
Fig. 6 Error response for angular velocity(Algorithm 1)

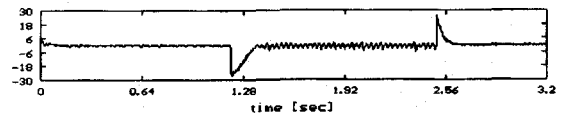


그림 7 전류에 대한 오차 응답(알고리즘 1)  
Fig. 7 Error response for current(Algorithm 1)

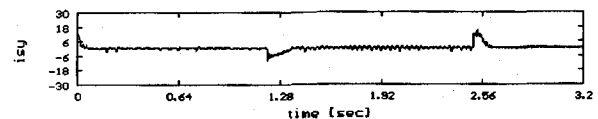


그림 8 유도전동기의 전류 응답(알고리즘 1)  
Fig. 8 Current response of an induction motor(Algorithm 1)

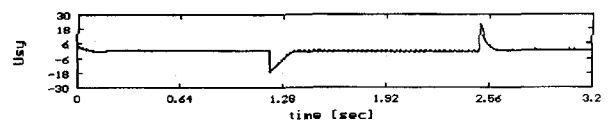


그림 9 유도전동기의 입력 전압(알고리즘 1)  
Fig. 9 Input voltage of an induction motor(Algorithm 1)

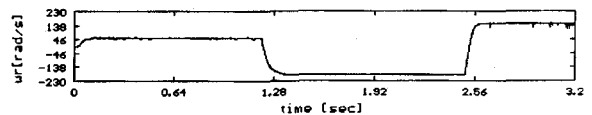


그림 10 유도전동기의 속도 응답(알고리즘 2)  
Fig. 10 Angular velocity response of an induction motor(Algorithm 2)

기준 속도와의 오차를 나타낸다. 그림 13은 제안된 기법에 따른 전류의 응답 특성을 나타낸다. 여기서 보면 종래의 가변구조 제어 기법과는 달리 떨림현상이 완전히 제거되었음을 알 수 있다. 아울러 그림 9와 그림 14는 각각 기존의 가변구조

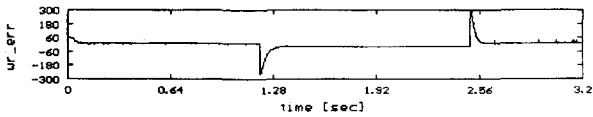


그림 11 속도에 대한 오차 응답(알고리즘 2)  
Fig. 11 Error response for angular velocity (Algorithm 2)



그림 12 전류에 대한 오차 응답(알고리즘 2)  
Fig. 12 Error response for current(Algorithm 2)

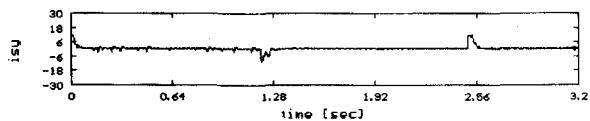


그림 13 유도전동기의 전류 응답(알고리즘 2)  
Fig. 13 Current response of an induction motor(Algorithm 2)

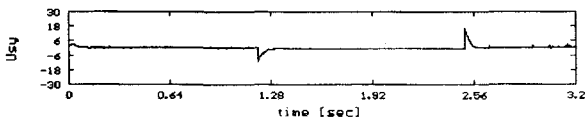


그림 14 유도전동기의 입력 전압(알고리즘 2)  
Fig. 14 Input voltage of an induction motor (Algorithm 2)

제어계와 제안된 기법에 관한 유도 전동기의 입력 전압을 나타내 주었다. 여기서 보면 그림 9와는 달리 그림 14에서 계통의 떨림현상이 제거되었음을 볼 수 있다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 단지 가변구조 제어계의 단점인 chattering 현상을 제거하기 위해 유도 전동기에 제안된 기법을 적용하였다. 불연속함수에 의해 발생하는 계통의 chattering 현상은 제어입력을 연속함수로 대치하여 제거하였다. 제안된 기법은 연속치 제어입력을 계통에 인가할 때 경계층 설정이 필요치 않고 또한 지수함수를 적절히 설정해 줌으로써 유도 전동기의 속도 제어도 좋은 제어 특성을 나타내 주었다. 향후 부하가 존재할 때 전동기 제어 특성을 고찰하기 위해 상태 관측기 또는 외란 보상 입력등에 대한 연구가 진행될 것이다.

## 참고 문헌

- [1] J. J. Slotine, S. S. Sastry, "Tracking control of non-linear systems using sliding surface, with application to robot manipulators", Int. J. CONTROL, Vol.38, No.2, pp.465-492, 1983.
- [2] N. S. Luo, C. B. Feng, "Anew method for suppressing high-frequency chattering in variable structure control systems", IFAC Symp. on Nonlinear Control Systems Design, Capri, Italy, pp.279-284, 1989.
- [3] V. I. Utkin, "Sliding modes and their applications", Moscow: Mir, 1978.
- [4] J.Y. Hung, W. Gao, J.C. Hung, "Variable Structure Control:Survey", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.40, No.1, pp.2-22, 1993.
- [5] 진승오, "최대 오차 벡터를 이용한 최적 공간 벡터 변조 기법에 관한 연구", 창원대학교 석사학위논문, pp.5-7, 1997.

## 〈 저 자 소 개 〉



### 김성喆(金星喆)

1972년 1월 5일생. 1998년 창원대 공대 전기공학 학과 졸업. 현재 동 대학원 석사과정.



### 박군평(郭君平)

1959년 3월 9일생. 1982년 고려대 공대 전기공학 학과 졸업. 1985년 동 대학원 졸업(석사). 1990년 동 대학원 졸업(공학박). 1990년 - 1997년 LG 산전 제어기기연구소 책임연구원. 현재 창원대 전기공학과 교수.



### 안호균(安鎬均)

1958년 1월 14일생. 1981년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1989년 동 대학원 졸업(석사). 1992년 동 대학원 졸업(공학박). 현재 창원대 공대 전기공학과 교수.