

論文98-35S-4-6

입력 공간의 변환을 이용한 새로운 방식의 퍼지 모델링 - KL 변환 방식

(A Transformed Input-Domain Approach to Fuzzy Modeling - KL Transform Approach)

金 殷 泰 * , 朴 玟 基 ** , 李 壽 榮 *** , 朴 玟 用 *

(Euntai Kim, Minkee Park, Sooyeong Yi, and Mignon Park)

요 약

어떤 미지의 시스템이 주어졌을 때 그 입출력 데이터로부터 미지의 시스템을 역으로 찾아내는 모델링은 대단히 중요한 작업이며 이를 위해 최근에 퍼지의 비선형성을 이용한 퍼지 모델링에 대한 연구가 널리 진행되고 있다. 퍼지 모델은 기존의 선형 모델과 비교해 볼 때, 그 입력 공간을 분할할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 그러나 지금까지 제안된 퍼지 모델들은 모두 샘플 데이터 성분간의 상관(correlation)을 고려하지 않고 성분들을 독립적으로 다루어 입력 공간의 분할이 비효율적으로 이루어지는 문제점을 가지고 있었다. 즉 데이터의 각 성분들은 서로 상관되어 있음에도 불구하고 이들을 각각 독립적으로 다루어 입력 공간을 분할함으로써 불필요하게 퍼지 규칙의 수가 증가하고 모델링 오차 또한 커지는 문제점을 가지고 있었다. 이 같은 문제점을 해결하고 입력 공간의 분할을 좀더 효율적으로 하기 위해 본 논문에서는 샘플 데이터 성분간의 상관 관계를 고려하여 입력 공간을 분할하는 새로운 방식의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안한다. 입력 공간을 분할하는 방법으로는 주성분 분석 기법을 이용하며 또 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 알고리즘의 타당성을 보인다.

Abstract

In many situations, it is very important to identify a certain unknown system, it from its input-output data. For this purpose, several system modeling algorithms have been suggested heretofore, and studies regarding the fuzzy modeling based on its nonlinearity get underway as well. Generally, fuzzy models have the capability of dividing input space into several subspaces, compared to linear ones. But hitherto suggested fuzzy modeling algorithms do not take into consideration the correlations between components of sample input data and address them independently of each other, which results in ineffective partition of input space. Therefore, to solve this problem, this letter proposes a new fuzzy modeling algorithm which partitions the input space more efficiently than conventional methods by taking into consideration correlations between components of sample data. As a way to use correlation and divide the input space, the method of principal component is used. Finally, the results of computer simulation are given to demonstrate the validity of this algorithm.

* 正會員, 延世大學校 電子工學科
(Yonsei University, the Dept. of Electronic Eng.)

** 正會員, 서울産業大學校 電子工學科
(Seoul National Polytechnic University, the
Dept. of Electronic Eng.)

*** 正會員, 韓國科學技術研究員 機電研究部

(Korea Institute of Science and Technology,
Div. of Mechanical/control System)

※ 본 연구는 정보 통신부 대학 기초 연구 지원 사업
에 의해 지원되었습니다.

接受日字: 1997年10月24日, 수정완료일: 1997年6月23日

I. 서 론

1965년 Zadeh에 의해 제안된 퍼지 이론^[1]은 여러 공학, 과학 및 산업 분야에서 성공적으로 응용되고 있으며 그 비선형성을 이용하여 전체 시스템을 묘사하고자 하는 퍼지 모델링에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다^[2]. 일반적으로 지금까지 제안된 퍼지 모델들은 기존의 선형 모델에 비해 묘사력이 뛰어나며, 신경망 모델과 달리 구조가 명백하고 오퍼레이터에게 직관적으로 설득력이 있어, 구조가 명확한 비선형 모델을 필요로 하는 여러 응용에 사용될 수 있다는 장점이 있다.

지금 까지 소개된 대표적인 퍼지 모델링 방법으로는 Bezdek^[3], Tong^[4], Pedrycz^[5] 등의 방법이 있다. 또 1985년 Takagi와 Sugeno에 의해 제안된 모델^[6]은 뛰어난 시스템 묘사력을 갖으며 모델 근거(model-base)제어에도 적당하다는 장점을 가지고 있다^[7]. Sugeno와 Yasukawa에 의해 제안된 모델^[8]은 패턴 인식 기법을 이용한 모델로 컴퓨터 구현이 간단하며 후건부가 언어 변수의 형태로 직관적으로 설득력이 있다는 특징이 있다. 또 최근에는 [6]과 [8]의 장점을 결합한 파라미터 설정이 간단한 퍼지 모델링 방법이 제안되었다^{[9] [10] [11]}.

그러나 이러한 모델들은 모두 샘플 데이터 성분간의 상관(correlation)을 고려하지 않고 각 성분들을 독립적으로 다루어 모델링하는 문제점을 가지고 있었다. 즉 데이터의 각 성분들은 서로 상관되어 있음에도 불구하고 이들을 각각 독립적으로 다루어 입력 공간을 분할함으로써 불필요하게 퍼지 규칙의 수가 증가하며 모델링 오차 또한 커지는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 이미 클러스터링 과정을 통하여 분할된 공간 [10]에 대하여 각 공간에 속하는 데이터의 상관관계를 이용함으로써 모델링 오차를 줄일 수 있는 새로운 방식의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안한다.

본 제안된 모델은 기본적으로는 설정 알고리즘이 간단하고 묘사력이 뛰어난 [9]의 퍼지 모델링 (편의상 SI (Simply Identified) 퍼지 모델이라 칭한다) 알고리즘을 이용한다. 그러나 샘플 데이터의 성분간의 상관을 고려하여, 이를 없애기 위해 대략 조정과 미세 조정 과정 사이에서 주성분 분석 기법 (the method of principal component) [12] [13]을 각 퍼지 규칙마다 이용하여 모델링 오차를 줄이도록 한다.

본 논문에서 사용하는 방식은, 각 퍼지 규칙에 간단히 주성분 분석 기법을 적용하여 입력 공간의 성분간 상관이 없도록 분할함으로써 모델링 오차를 줄이는 방법으로, [9]의 방법 이외에도 다른 기존의 퍼지 모델링 방법에도 적용될 수 있는 방법이다. 2장에서는 본 논문에서 기본으로 사용할 SI 퍼지 모델링 알고리즘을 간단히 설명하고 3장에서는 샘플 데이터의 성분간 상관을 무시함으로써 생기는 문제점을 지적하고 이를 고려한 새로운 퍼지 모델링 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 퍼지 모델의 유효함을 보인다.

II. SI (Simply Identified) 퍼지 모델

본 논문에서 사용하게 될 SI 퍼지 모델^[9]은 기존의 퍼지 모델 중에서 가장 주목할 만한 2개의 모델인 Takagi-Sugeno 모델^[6]과 Sugeno-Yasukawa 모델^[8]의 장점을 결합한 새로운 퍼지 모델링 방법이다.

외형상으로는 Takagi-Sugeno 모델을 취함으로 적은 수의 퍼지 규칙으로도 훌륭한 시스템 묘사력 갖으며 시스템 파라미터 설정에 있어서는 Sugeno-Yasukawa 모델만큼 쉽게 컴퓨터로 구현할 수 있는 장점이 있다. 기본적인 알고리즘은 대략 조정과 미세 조정의 두 단계로 이루어지며 SI 모델의 파라미터 설정 기본 블록도는 그림1과 같다.

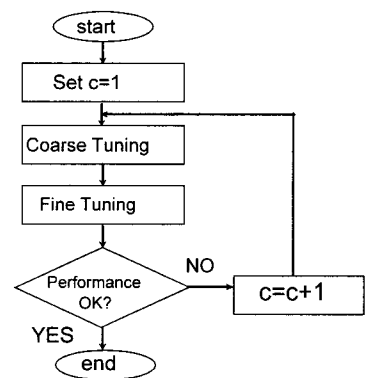


그림 1. SI 퍼지 모델링 알고리즘
Fig. 1. SI fuzzy modeling Algorithm.

1. 대략 조정 단계

앞에서 언급한 바와 같이 SI 퍼지 모델의 기본 구조는 식(1)과 (2)의 1985년 Takagi와 Sugeno에 의해 제안된 퍼지 모델과 같다.

R^i : If x_1 is A_1^i and x_2 is A_2^i , ..., x_m is A_m^i

then $y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m$ (1)

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c w^i y^i}{\sum_{i=1}^c w^i} \text{ 이때 } w^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (2)$$

여기서 $R^i (i=1, 2, \dots, c)$ 는 i 번째의 플랜트 법칙, x_j 는 입력, y^i 는 R^i 가 주장하는 플랜트의 출력이다. A_1^i, \dots, A_m^i 는 퍼지 변수이다.

그러나 SI 퍼지 모델링 알고리즘의 경우 Takagi와 Sugeno의 알고리즘과 달리 후건부를 먼저 설정하며, 따라서 선 혹은 하이퍼평면 (hyperplane) 형태의 클러스터를 필요로 하게 된다. 이를 위해 기존의 패턴 클러스터링 알고리즘인 C-MEANS 알고리즘을 변형하여 퍼지 모델링에 적용 가능하도록 수정한 새로운 클러스터링 알고리즘인 HPC-MEANS 알고리즘을 이용한다. 본 알고리즘은 다음과 같은 특징을 갖는다. (알고리즘에 대한 자세한 설명은 부록 A에서 하도록 한다.)

- (1) 평면을 중심으로 평면형으로 클러스터를 형성한다.
- (2) RLS^[14]를 이용하여 주어진 데이터들의 새로운 피팅 평면(fitting hyperplane)을 구함으로써 각 클러스터의 중심을 계산한다. 다음 그림 2는 HPC-MEANS와 C-MEANS를 비교한 그림이다.

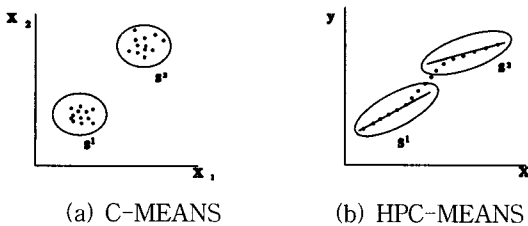


그림 2. C-MEANS와 HPC-MEANS와의 비교
Fig. 2. Comparison between C-MEANS and HPC-MEANS.

식 (1)과 (2)의 전건부 함수는

$A(x) = \exp\left\{-\left(\frac{x-p_1}{p_2}\right)^2\right\}$ 으로 표현되는 종형 함수이며, HPC-MEANS 알고리즘에 의해 후건부가 대략적으로 결정된 후 분할된 입력 공간을 참조하여 전건부를 대략적으로 정한다. 이 들은 나중에 미세 조정에 의해 더욱 자세히 조정된다.

2. 미세 조정 과정

HPC-MEANS 알고리즘에 의해 대략 조정된 퍼지 모델에 대해 파라미터를 미세 조정하는 알고리즘이 필요하게 되는데 이는 HPC-MEANS 알고리즘이 입력 공간을 ‘크리스프(crisp) 분할’함으로 오차가 발생할 것이다. 미세 조정 알고리즘은 파라미터 조정에 널리 사용되는 그레디언트 하강법을 이용하여 실행한다. 정리 1은 퍼지 모델의 전건부 미세 조정 알고리즘이며 정리 2는 후건부 미세 조정 알고리즘이다. (이의 증명은 참고문헌 [10]을 참조한다.)

정리 1 [10]

퍼지 모델이 다음의 식(3)로 표현되고 추론식이 (4)이다.

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i(p_{11}^i, p_{12}^i) \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i(p_{21}^i, p_{22}^i) \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_m^i(p_{m1}^i, p_{m2}^i), \quad (3)$$

then $y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c w^i y^i}{\sum_{i=1}^c w^i} \text{ 이때, } w^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (4)$$

본 논문에서 사용하는 언어 변수 A_j^i 는 편의상 2개의 파라미터만을 갖는 종형 멤버십으로 하고 p_{jk}^i 는 i 번째 퍼지 규칙의 j 번째 전건부 언어 변수를 구성하는 k 번째 변수로 한다. ($k=1$ 은 종의 중심이고 $k=2$ 는 종의 폭이다) 이 경우, 퍼지 모델의 전건부 파라미터는 다음과 같은 학습 방법에 의해 미세 조정할 수 있다.

$$\Delta p_{jk}^i = \gamma (y_{des} - \hat{y}) (y^i - \hat{y}) \frac{1}{\sum_{i=1}^c w^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \quad (5)$$

여기서 γ 는 학습률(learning rate)이고 y_{des} 는 원하는 출력 값이며 \hat{y} 는 퍼지 모델로부터의 출력 값이다.

여기서

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{j1}^i} = \frac{\partial A_j^i}{\partial p_{j1}^i} = \frac{2}{p_{j2}^i} \frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i} \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$$

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{j2}^i} = \frac{\partial A_j^i}{\partial p_{j2}^i} = \frac{2}{p_{j2}^i} \left\{\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right\}^2 \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{j1}^i}$$

정리 2 [10]

퍼지 모델이 위의 식(3)으로 표현되고, 그 추론식이

식(4)와 같이 표현될 때, 퍼지 모델의 후건부 파라미터는 다음과 같은 학습 방법에 의해 미세 조정할 수 있다.

$$\Delta a_j^i = \gamma (y_{des} - \hat{y}) \frac{1}{\sum w^i} w^i x_j \quad (6)$$

III. 입력 데이터 성분간의 상관을 고려한 새로운 방식의 퍼지 모델

II장에서 설명한 SI 퍼지 모델을 시스템 묘사력이 뛰어나고 설정 알고리즘이 간단한 장점을 가지고 있다. 그러나 기존의 알고리즘들과 마찬가지로 이 알고리즘 또한 입력 데이터 성분간 갖게 되는 상관을 고려하지 않고 입력 공간을 각 변수에 따라 분할하는 문제점을 가지고 있었다. 이 문제점을 해결하기 위한 비상관 과정(uncorrelation)의 개념을 다음절에서 설명한다.

1. 비상관 과정의 개념

2차원 이상의 다입력 시스템의 경우, 입력 데이터의 성분간에 강한 상관(strong correlation) 관계가 있을 때 이를 무시하고 각 입력 변수에 대해

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_m^i, \text{ then } \dots$$

형태로 입력 공간을 분할하는 것은 바람직하지 않으며 오차를 발생시키게 된다

예컨대 2차원 입력 시스템의 경우, 그림 3에서 보는 바와 같이, 서로 다르데 상관된 (a)(b)(c)의 경우에 대해 모두

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i, \text{ then } \dots$$

형태로 입력 공간을 분할하는 것은 바람직하지 않음을 알 수 있다.

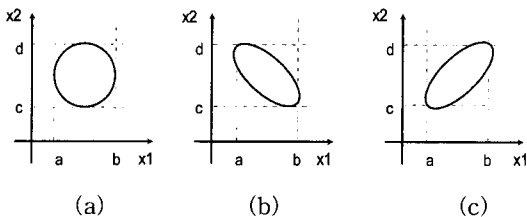


그림 3. 같은 입력 공간을 차지하는 서로 다르게 상관된 샘플 데이터

Fig. 3. Sample data which are differently correlated, but governing the same input subspace.

더욱이 HPC-MEANS 알고리즘을 적용한 이후 각 퍼지 규칙에 속하는 데이터 성분간의 상관이 서로 달라서 그림 4와 같이 샘플의 입력 데이터가 분할된 경우, 클러스터 1과 클러스터 2의 x_1, x_2 축 범위가 거의 비슷하여

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i, \text{ then } \dots$$

형태로 전건부를 분할하는 것은 사실상 의미가 없음을 알 수 있다.

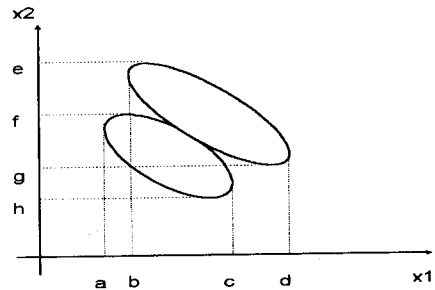


그림 4. 한 입력공간상에서 서로 다르게 상관된 2개의 클러스터

Fig. 4. Differently Correlated Two Clusters in Input Space.

따라서 본 논문에서는 주성분 분석 기법을 이용하여 각 퍼지 규칙에 소속된 데이터 성분간의 상관을 없애므로서 모델링 오차를 줄이는 새로운 방식의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안한다. 주성분 분석법은 주로 코딩 이론에서 이산 KL변환 (Karhunen and Loeve 변환)이라 알려진 최적 코딩 이론으로 퍼지 모델링에서도 입력 공간을 최적 분할하는 역할을 한다. 즉, 각 퍼지 규칙에 소속된 샘플 데이터의 성분간 상관을 없애기 위해, 각 규칙에 주성분 분석 기법을 적용하여 분할 입력 공간을 변환하게 되는데 결과적으로 얻게 되는 퍼지 모델은 다음과 같은 형태를 취하게 된다.

$$\begin{aligned} R^i: & \text{ If } (t_{11}^i x_1 + t_{12}^i x_2 + \dots + t_{1m}^i x_m) \text{ is } B_1^i \\ & \text{ and } (t_{21}^i x_1 + t_{22}^i x_2 + \dots + t_{2m}^i x_m) \text{ is } B_2^i \text{ and} \\ & \dots \text{ and } (t_{m1}^i x_1 + t_{m2}^i x_2 + \dots + t_{mm}^i x_m) \text{ is } B_m^i, \quad (7) \\ & \text{ then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \end{aligned}$$

여기서 $t_j^i = [t_{j1}^i \ t_{j2}^i \ \dots \ t_{jm}^i]^T$ 는 i 번째 퍼지 규칙의 j 번째 전건부 조건식의 방향을 나타내는 단위 벡터이며 $j=1, \dots, m$ 에 대해 서로 상호 단위 직교(mutually orthonormal)한다. 따라서

$T^i = [t_{i1} \ t_{i2} \ \dots \ t_{im}]$ 라 할 때 $(T^i)^T(T^i) = I$ 인 유니터리 행렬이 된다. (I 는 i 의 단위 행렬이다.)

이같이 주성분 분석 기법을 이용하여 입력 데이터 성분간 상관을 없애는 과정은 II장에서 설명한 SI 퍼지 모델링의 경우, 대략 조정과 미세 조정 사이에 들어가게 된다. 결과적으로 얻게 되는 데이터 성분간 상관을 고려한 수정된 SI 퍼지 모델링 알고리즘은 다음의 블락도와 같이 표현되게 된다.

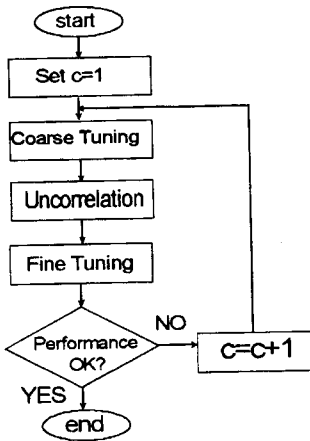


그림 5. 입력 데이터 성분간의 상관을 고려한 수정된 SI 퍼지 모델링 알고리즘

Fig. 5. Modified SI fuzzy modeling Algorithm considering Correlation between Elements of Input Data.

이제 다음절에서 대략 조정과 미세 조정 과정 사이에 들어가게 되는 비상관 과정(uncorrelation process)을 자세히 설명한다.

2. 비상관 과정

이제 $(x_i, y_i), 1 \leq i \leq n$ 인 n 개의 샘플 데이터 벡터가 주어지, 대략 조정 과정에서 c 개의 클러스터로 나뉘어지고, i 번째 클러스터(퍼지 규칙)에 속하는 샘플 데이터의 수를 N_i ($\sum N_i = n$)라 할 때:

STEP 1: 퍼지 규칙 R^i 에 대해 평균 벡터 m^i 를 계산한다.

$$m^i = \frac{1}{N_i} \sum_{x_j \in R^i} x_j \quad (i=1, \dots, c)$$

STEP 2: 각 퍼지 규칙 R^i 에 대해 공통 분산 행렬(covariance matrix)

$$C^i = \frac{1}{N_i} \sum_{x_j \in R^i} x_j^T x_j - m^{iT} m^i \quad (i=1, \dots, c)$$

을 계산하고 그 고유치 및 고유 벡터를 계산한다. $m \times m$ 행렬 C^i 의 고유치를 $\lambda(C^i) = \lambda_1^i, \lambda_2^i, \dots, \lambda_m^i$ 라 하고, 또 그 각각에 해당하는 고유 벡터를 $t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{im}$ 라 한다. 여기서 $t_i = [t_{i1} \ t_{i2} \ \dots \ t_{im}]^T$ 의 성분을 갖는 벡터이다.

STEP 3: STEP 2에서 구한 고유 벡터를 이용하여 입력 데이터 성분간의 상관을 없앤 다음과 같은 변형된 형태의 퍼지 모델을 형성한다.

$$R^i : \text{If } z_1^i \text{ is } B_{11}^i(\phi_{11}^i, \phi_{12}^i) \text{ and } z_2^i \text{ is } B_{21}^i(\phi_{21}^i, \phi_{22}^i) \text{ and } \dots \text{ and } z_m^i \text{ is } B_m^i(\phi_{m1}^i, \phi_{m2}^i), \quad (8)$$

$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c \mu^i y^i}{\sum_{i=1}^c \mu^i} \text{ 이 때 } \mu^i = \prod_{j=1}^m B_j^i(z_j^i) \quad (9)$$

여기서 $z_j^i = t_j^i x = t_{j1}^i x_1 + t_{j2}^i x_2 + \dots + t_{jm}^i x_m$ ($i=1, \dots, c, j=1, \dots, m$)으로 식(7)과 일치하는 식이다. 여기서 각 후건부 파라미터는 2절에서 설명한 대략 조정 과정에서 정해진 파라미터이며 전건부 파라미터는 다음 식에 의해 결정된다.

$$B_j^i = \exp\left(-\left(\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right)^2\right) \text{ 에서} \quad (10)$$

$$\phi_{j1}^i = t_j^{iT} m^i \text{ (mean)} \quad (11)$$

$$\phi_{j2}^i = \sqrt{2} \times \sqrt{\lambda_j^i} \text{ (deviation)} \quad (12)$$

(\because 통계적으로 볼 때 $\frac{(\phi_{j2}^i)^2}{2}$ 와 λ_j^i 는 각 방향 분산으로 볼 수 있으므로)

이 값들은 나중에 미세 조정 과정에서 초기 값으로 사용된다.

3. 비상관 과정을 고려한 전체 퍼지 모델링 알고리즘의 구성

3.2절에서 설명한 비상관 과정을 고려한 전체 알고리즘의 구성은 이미 앞에서 설명한 바와 같이 그림 5와 같다. 그러나 모델의 식이 식(3)(4)에서 식(8)(9)로 바뀌었기 때문에 미세 조정 과정에서의 조정식이 정리 1, 2와는 조금 다르게 되며 이 식은 다음과 같이 표현된다.

수정 정리1

식(8)(9)로 표현되는 퍼지 모델에 대하여 전건부 조정식은 다음과 같다.

$$\Delta\phi_{jk}^i = \gamma (y_{des} - \hat{y}) (y^i - \hat{y}) \frac{1}{\sum_{i=1}^m \mu^i} \frac{\partial \mu^i}{\partial \phi_{jk}^i} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu^i}{\partial \phi_{j1}^i} &= \frac{\partial B_j^i}{\partial \phi_{j1}^i} = \frac{2}{\phi_{j2}^i} \frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i} \exp\left\{-\left\{\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right\}^2\right\} \\ \frac{\partial \mu^i}{\partial \phi_{j2}^i} &= \frac{\partial B_j^i}{\partial \phi_{j2}^i} = \frac{2}{\phi_{j2}^i} \left\{\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right\}^2 \exp\left\{-\left\{\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right\}^2\right\} \\ &= \frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i} \frac{\partial \mu^i}{\partial \phi_{j1}^i} \end{aligned}$$

수정 정리2

식(8)(9)로 표현되는 퍼지 모델 대하여 전건부 조정 식은 다음과 같다.

$$\Delta a_{ji} = \gamma (y_{des} - \hat{y}) \frac{1}{\sum_{i=1}^m \mu^i} \mu^i x_j \quad (14)$$

수정 정리 1과 2의 증명 과정은 정리1과 2와 같은 방법으로 보일 수 있으므로 여기서는 생략한다.

여기서 주목할 것은 퍼지 모델링에 있어서 특정 규칙이 0에 가까운 매우 작은 고유치를 갖는 경우 그 고유치가 소속되어 있는 규칙 전체를 무시하여야 한다는 것이다. 이는 고유치중 하나만 0이더라도 실제로 그 규칙은 입력 공간상에서 차지하는 부분이 없기 때문이다.

IV. 시뮬레이션 및 결과 고찰

1. 정적 시스템에의 응용

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 알고리즘의 타당성을 확인한다. 대상으로 사용하는 시스템은 식(15)로 표현되는 데

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (15)$$

이는 퍼지 모델의 성능 분석에 널리 사용되는 2차원 정적 비선형 시스템이다. 기존의 퍼지 모델과 성능을 비교함으로써 성능을 확인한다. 우선 식 (15)로 표현되는 시스템으로부터 데이터를 50개 취득하여 퍼지 모델을 구성한다.

그림 6은 다음 퍼지 규칙의 수에 따른 오차의 제곱의 평균의 그래프이다. 퍼지 규칙이 3인 경우가 적음을 알 수 있다.

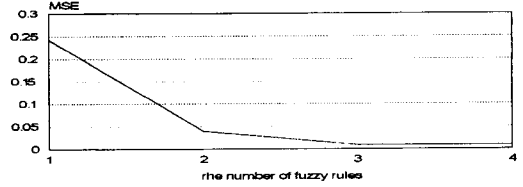


그림 6. 퍼지 규칙의 수에 따른 오차
Fig. 6. MSE according to the number of rules.

그림 7은 퍼지 규칙이 3개인 경우, 대략 조정 이후 생긴 클러스터 및 각 클러스터의 주성분 방향을 보인다.

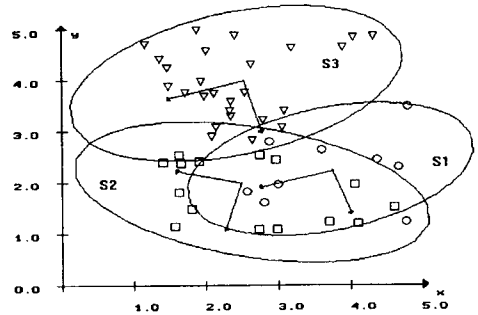


그림 7. 대략 조정 이후 생긴 클러스터의 주성분 방향
Fig. 7. Principal components of the clusters formed after coarse tuning.

식(16)은 대략 조정, 비상관 과정, 미세 조정의 모든 과정을 거친 퍼지 모델링 결과이다.

$$R^1: \text{If } (-0.9480x_1 - 0.3182x_2) \text{ is } B_1^1 \text{ and } (0.3182x_1 - 0.9480x_2) \text{ is } B_2^1 \text{ then } y^1 = 3.910624 - 0.362504 x_1 - 0.245329 x_2$$

$$R^2: \text{If } (-0.9647x_1 + 0.2632x_2) \text{ is } B_1^2 \text{ and } (-0.2632x_1 - 0.9647x_2) \text{ is } B_2^2 \text{ then } y^2 = 7.944374 - 0.529847 x_1 - 1.311219 x_2 \quad (16)$$

$$R^3: \text{If } (-0.9386x_1 - 0.3450x_2) \text{ is } B_1^3 \text{ and } (0.3450x_1 - 0.9386x_2) \text{ is } B_2^3 \text{ then } y^3 = 4.541276 - 1.484543 x_1 + 0.066644 x_2$$

식 (16)식의 전건부 파라미터는

$$B_j^i = \exp\left(-\left(\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right)^2\right) \text{ 에서 표1과 같다.}$$

표 1. 퍼지 모델의 전건부 파라미터
Table 1. Premise parameters of fuzzy model.

	ϕ_{11}	ϕ_{12}	ϕ_{21}	ϕ_{22}
R^1	-3.487551	0.856906	-1.825514	1.288084
R^2	-3.216354	1.397547	-0.592064	1.236503
R^3	-3.147508	0.644325	-3.206048	1.677419

다음의 평가 함수를 기존의 알고리즘과 비교하여 보면

$$e^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(i) - \hat{y}(i))^2$$

0.008754로서 Sugeno-Yasukawa 모델의 0.079, SI 퍼지 모델의 0.0197로 보다 우수함을 알 수 있다.

2. Box 와 Jenkins Data를 이용한 동적 시스템

본 절에서는 Box와 Jenkins의 데이터를 이용하여 제안한 알고리즘의 타당성을 확인한다^[17]. 본 데이터는 296개의 샘플 데이터로 구성되어 있고 가스의 흐름 $u(k)$ 를 을 입력으로 CO_2 밀도 $y(k)$ 을 출력으로 사용한다. 샘플링 주기는 9초로 $u(k), u(k-1), u(k-2)$ 과 $y(k-1), y(k-2), y(k-3)$ 를 입력 데이터로 사용한다.

표 2. Box and Jenkins 데이터에 대한 퍼지 모델의 변환 공간 방향

Table 2. Transformed Directions of The Fuzzy Model for Box and Jenkins Data. ($t_j^i = [t_{j1}^i \ t_{j2}^i \ \dots \ t_{j6}^i]^T$)

	t_{j1}^i	t_{j2}^i	t_{j3}^i	t_{j4}^i	t_{j5}^i	t_{j6}^i	
R^1	t_1^1	0.383781	-0.772213	0.470807	0.110607	-0.141204	0.050665
	t_2^1	-0.157790	0.184069	0.054114	0.435416	-0.778422	0.377844
	t_3^1	-0.641115	0.085231	0.706665	0.110536	0.157885	-0.212569
	t_4^1	-0.291082	-0.153264	0.064207	-0.670481	-0.026791	0.661359
	t_5^1	-0.573109	-0.577462	-0.512903	0.111458	-0.104111	-0.227490
	t_6^1	-0.060024	-0.074759	-0.094047	0.569204	0.581065	0.566981
R^2	t_1^2	0.347943	-0.773439	0.508821	0.099183	-0.105402	0.029709
	t_2^2	-0.135676	0.171988	0.081726	0.467546	-0.775896	0.353157
	t_3^2	-0.652936	0.131695	0.674362	0.115685	0.174862	-0.240016
	t_4^2	-0.417541	-0.241571	-0.012286	-0.624402	-0.080953	0.608869
	t_5^2	-0.501398	-0.534573	-0.515178	0.206962	-0.123367	-0.371289
	t_6^2	-0.091996	-0.103658	-0.118738	0.570499	0.577071	0.556169

제안한 알고리즘을 이용한 결과 시스템은 다음과 같다.

R^1 : If $z_1^1(k)$ is B_1^1 and $z_2^1(k)$ is B_2^1 and $z_3^1(k)$ is B_3^1 and,

$z_4^1(k)$ is B_4^1 and $z_5^1(k)$ is B_5^1 and $z_6^1(k)$ is B_6^1 ,

then $y^1(k) = 3.350750 + 0.067303 u(k) - 0.155765 u(k-1) - 0.159554 u(k-2) + 2.028533 y(k-1) - 1.523993 y(k-2) + 0.433772 y(k-3)$

(17)

R^2 : If $z_1^2(k)$ is B_1^2 and $z_2^2(k)$ is B_2^2 and $z_3^2(k)$ is B_3^2 and

$z_4^2(k)$ is B_4^2 and $z_5^2(k)$ is B_5^2 and $z_6^2(k)$ is B_6^2 ,

then $y^2(k) = 11.122767 - 0.398395 u(k) + 1.317115 u(k-1) - 1.545791 u(k-2) + 1.061814 y(k-1) - 0.152195 y(k-2) - 0.119401 y(k-3)$

여기서

$$z_j^i(k) = t_{j1}^i u(k) + t_{j2}^i u(k-1) + t_{j3}^i u(k-2) + t_{j4}^i y(k-1) + t_{j5}^i y(k-2) + t_{j6}^i y(k-3)$$

여기서 전진부 파라미터는 표 2와 같다.

표 3. 퍼지 모델의 전진부 파라미터

Table 3. Premise Parameters of Fuzzy Model. (for Box and Jenkins Data)

	ϕ_{11}	ϕ_{12}	ϕ_{21}	ϕ_{22}	ϕ_{31}	ϕ_{32}
R^1	1.189447	0.086670	1.721636	0.151560	2.905812	0.459666
	ϕ_{41}	ϕ_{42}	ϕ_{51}	ϕ_{52}	ϕ_{61}	ϕ_{62}
	-1.996836	1.311864	-11.717236	2.316746	91.664431	8.136640
R^2	ϕ_{11}	ϕ_{12}	ϕ_{21}	ϕ_{22}	ϕ_{31}	ϕ_{32}
	1.232271	0.068556	2.288304	0.135880	2.769145	0.514571
	ϕ_{41}	ϕ_{42}	ϕ_{51}	ϕ_{52}	ϕ_{61}	ϕ_{62}
	-5.076363	1.233349	-15.586671	2.442081	91.218627	7.439683

V. 결 론

기존의 제안된 퍼지 모델들은 모두 샘플 데이터 성분간의 상관(correlation)을 고려하지 않고 성분들을 독립적으로 다루어 비효율적으로 입력 공간을 분할하는 문제점을 가지고 있었다.

본 논문에서는 이 같은 문제점을 해결하고 입력 공간의 분할을 효율적으로 하기 위해 비상관 개념을 도입하여 입력 공간을 분할하는 새로운 방식의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안하였다. 본 논문의 개념은 기본적으로 SI퍼지 모델 방법에 적용되었지만, 기존의 다른 알고리즘에도 적용 가능 할 것으로 생각된다.

끝으로 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 기존의 다른 방법과의 비교하여 제안된 알고리즘의 우수성을 보였다.

참 고 문 헌

[1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Algorithm," *Information and Control*, vol. 12, pp.94-102, 1968.

[2] J. C. Bezdek, "Editorial: Fuzzy Models - What Are They, and Why ?", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, No. 1, pp. 1-6, Feb. 1993.

[3] J. C. Bezdek and S. K. Pal, Fuzzy Models For Pattern Recognition: Methods that Search for Structures in Data, *IEEE Press*.

[4] R. M. Tong, "The Evaluation of Fuzzy Models Derived From Experimental Data," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4, pp.1-12, 1980.

[5] W. Pedrycz, "An Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 13, pp.153-167, 1984.

[6] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Systems Man Cybernet*, vol. 15, No. 1, pp116-132, 1985

[7] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability Analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, 136-156, 1992

[8] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp 7-31, Feb. 1993,

[9] E. Kim, M. Park, S. Ji and M. Park, "A new approach to fuzzy modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 5, No. 3, pp. 328-337, Aug, 1997.

[10] 김은태, 박민기, 김승우, 박민용, "새로운 방식의 퍼지 모델링," 대한 전자 공학회논문지, 제 32권, B편, 제 2호, pp. 199-207

[11] S. -K. Sin and R. J. P. deFigueiredo, "Fuzzy System Design Through Fuzzy Clustering and Optimal Predefuzzification," *2nd IEEE Int'l Conf on Fuzzy Systems*, San Francisco, Calif., 1993, pp.190-195.

[12] L. -X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall International, Inc. pp. 83-99

[13] H. Hotelling, "Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components," *J. Educ. Psychol.*, vol.24, pp. 417-441, 498-520

[14] K. Karhunen, "Über Lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung." *Ann.*

Acad. Sci. Fennicae, Ser. A137.(Translated by I. Selin in "On Linear Methods in Probability Theory." T-131, 1960, The RAND Corp., Santa Monica, Calif.)

[15] K.Åstrom and B.Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison Wesley, 1988.

[16] B. Widrow, S. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall

[17] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco: Holden Day, 1970.

부록 A (HPC-MEANS 알고리즘)

입력이 m 차원이고 출력이 하나인 경우, HPC-MEANS 알고리즘은 i 번째 클러스터에서의 중심으로 식(A-1)로 표현되는 하이퍼평면 형태를 사용한다.

$$y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \tag{A-1}$$

벡터 식으로는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y^i = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^i \tag{A-2}$$

여기서 $\mathbf{X} = [1 \ x_1 \ \dots \ x_m]^T$ 이고 $\mathbf{P}^i = [a_0^i \ a_1^i \ \dots \ a_m^i]^T$ 이다.

이제 (\mathbf{X}_l, y_l) , $1 \leq l \leq n$ 인 n 개의 샘플 데이터 벡터가 주어지고 원하는 클러스터의 수를 c 라 하면, 즉 c 개의 퍼지 규칙을 이용하여 퍼지 모델링을 하려 한다면:

STEP 1: 초기 클러스터의 중심의 역할을 하는 c 개의

$$\text{평면 } y^1 = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^1(1)$$

...

$$y^c = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^c(1) \text{ 을 결정한다.}$$

여기서 괄호 안의 1은 1번째 반복을 의미한다.

STEP 2: k 번째 반복에서, 각 샘플 데이터 (\mathbf{X}_l, y_l) $1 \leq l \leq n$ 에 대하여 가장 가까운 $\mathbf{P}^j(k)$ 의 클러스터에 주어진 샘플 데이터를 배정한다.

즉 $(\mathbf{X}_l, y_l) \in S_j(k)$

$$\text{if } |y_i - \mathbf{X}_i^T \mathbf{P}^j(k)| \leq |y_i - \mathbf{X}_i^T \mathbf{P}^i(k)|, \\ \text{for all } i=1,2,\dots,c$$

여기서 $S_i(k)$ 는 하이퍼평면 $y^j = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^j(k)$ 을 중심으로 갖는 클러스터이다.

STEP 3 : 다음과 같이 k 번째 반복에서의 클러스터링 오차 D_k 를 계산한다.

$$D_k = \sum_{j=1}^c \frac{1}{N_j} \sum_{(\mathbf{x}_i, y_i) \in S_j(k)} |y_i - \mathbf{X}_i^T \mathbf{P}^j(k)|$$

여기서 N_j 는 $(\mathbf{X}_i, y_i) \in S_j(k)$ 인 샘플 데이터의 수이다.

이제, $\frac{D_k - D_{k-1}}{D_k} \leq \delta$ 이면 프로그램을 중단하고 아닌 경우 다음의 STEP 4로 넘어간다.

STEP 4 : STEP 2에서 얻어진 $S_1(k), S_2(k), \dots, S_c(k)$ 에 대하여 다음의 식(A-3)(A-4)(A-5)로 표현되는 RLS 알고리즘을 이용하여 새로운 클러스터

의 중심 평면 $y^j = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^j(k+1)$, for $j=1, 2, \dots, c$ 을 계산한다. 즉 i 번째 클러스터에 N_i 개의 샘플 데이터가 있고 이들을 $(\mathbf{X}_1, y_1), (\mathbf{X}_2, y_2), \dots, (\mathbf{X}_{N_i}, y_{N_i})$ 라고 한다면 $(\sum_{i=1}^c N_i = n)$ 이 클러스터의 중심 역할을 하는 하이퍼평면은 다음의 반복 형 식에 의해 구해진다.

$$\mathbf{P}_{j+1}^i = \mathbf{P}_j^i + \mathbf{K}_j [y_{j+1} - \mathbf{X}_{j+1}^T \mathbf{P}_j^i] \quad (A-3)$$

$$\mathbf{K}_j = \mathbf{S}_{j+1} \mathbf{X}_{j+1} = \frac{\mathbf{S}_j \mathbf{X}_{j+1}}{1 + \mathbf{X}_{j+1}^T \mathbf{S}_j \mathbf{X}_{j+1}} \quad (A-4)$$

$$\mathbf{S}_{j+1} = [1 - \mathbf{K}_j \mathbf{X}_{j+1}^T] \mathbf{S}_j \quad (A-5)$$

여기서 $j = 1, \dots, N_i, \mathbf{P}^i = \mathbf{P}_{N_i}^i$ 이 알고리즘의 초기치는 다음과 같이 설정한다.

$$\mathbf{P}_0^i = \mathbf{0}, \quad \mathbf{S}_0 = a\mathbf{I}$$

여기서 a 는 충분히 큰 수이며 \mathbf{I} 는 항등행렬이다.

STEP 5 : STEP 2로 돌아가고 $k = k+1$ 로 한다.

저 자 소 개



金 殷 泰(正會員)

1970년 3월 17일 생. 1992년 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사,전체수석). 1994년 연세대학교 대학원 전자 공학과 석사 과정 졸업(공학석사). 1994년 - 현재 연세대학교 대학원 박사과정. 주관심분

야는 지능 제어 및 모델링, 로봇틱스 및 자동화등임



朴 玟 基(正會員)

1985년 연세 대학교 전자공학과 졸업. 1985년-1992년 LG전자 연구원. 1992년 연세 대학교 대학원 전자 공학과 석사 과정 졸업. 1996년 연세대학교 대학원 전자공학과(공학박사). 1996년 - 현재 서울 산업

대학교 전자 공학과 교수. 주관심분야는 퍼지 및 지능 제어, 로봇틱스, 컴퓨터 비전 시스템등임

李 壽 榮(正會員)

1964년 10월 2일생. 1988년 연세대학교 전자공학과 졸업 (공학사). 1990년 2월 한국 과학 기술원 전기 및 전자 공학과 석사 과정 졸업(공학석사). 1994년 8월 한국 과학 기술원 전기 및 전자 공학과 박사 과정 졸업(공학박사). 1997년 University of South California 객원 연구원. 현재 한국과학기술연구원 기전연구부 선임연구원. 주관심분야는 가변 구조 시스템 기반 강인 제어 이론, 지능 제어 이론 및 로봇 제어등 임

朴 玟 用(正會員)

第 32卷, B編, 第 2號 參照
현재 연세대학교 전자공학과 교수