

論文98-35D-4-12

# 2차원 BJT의 전기적 특성 및 왜곡 해석 시뮬레이션

## (Simulation for the Analysis of Distortion and Electrical Characteristics of a Two-Dimensional BJT)

李鍾和\*, 申閔權\*\*

(Jong Hwa Lee and Yun Gueon Shin)

### 요 약

2차원 규소 쌍극성 트랜지스터의 전기적 특성과 왜곡 특성을 해석하기 위한 프로그램을 개발하였다. 기본 반도체방정식에 대한 소신호, 2차 및 3차 조화신호의 유한차분 방정식들은 시간 의존성과 비선형 특성을 테일러 급수와 볼테라 급수로 처리하여 유도되었다. 각 연립방정식을 수정된 Stone 알고리즘을 이용하여 풀므로, 기본파에서 3차 조화 방정식까지 3세트 연립방정식의 해는 비결합 반복법을 이용하여 순차적으로 얻었다. 주파수와 부하저항에 따라 왜곡지수와 입력 임피던스, 전류이득 등의 전기적 특성 인자들을 계산하였다. 왜곡지수 부하저항 특성곡선에서 한 개의 상쇄점이 출력전압의 위상이 반전될 때에 나타났다. 소신호 특성의 왜곡은 트랜지스터 구조에서 베이스 폭의 감소, 에미터 길이의 증가, 콜렉터 적층농도의 감소 등에 의해서 감소됨을 확인하였다. 이 모의실험 프로그램(TRADAP)은 규소 트랜지스터의 소신호 해석 및 왜곡 해석 뿐 아니라 소자와 회로의 설계 최적화에 이용될 수 있다.

### Abstract

A program was developed to analyze the electrical characteristics and harmonic distortion in a two-dimensional silicon BJT. The finite difference equations of the small signal and its second and third harmonics for basic semiconductor equations are formulated treating the nonlinearity and time dependence with Volterra series and Taylor series. The solutions for three sets of simultaneous equations were obtained sequentially by a decoupled iteration method and each set was solved by a modified Stone's algorithm. Distortion margins and ac parameters such as input impedance and current gains are calculated with frequency and load resistance as parameters. The distortion margin vs. load resistance curves show cancellation minima when the phase of output voltage shifts. It is shown that the distortion of small signal characteristics can be reduced by reducing the base width, increasing the emitter stripe length and reducing the collector epitaxial layer doping concentration in the silicon BJT structure. The simulation program called TRADAP can be used for the design and optimization of transistors and circuits as well as for the calculation of small signal and distortion solutions.

### I. 서 론

BJT에 대한 수치 해석기법은 Gummel<sup>[1]</sup>이 최초로 개발한 후 수많은 연구가 수행되었으며 유한 차분 및 유한 요소법을 적용하여 아주 효과적으로 이용되고 있다.<sup>[2-7]</sup> 트랜지스터의 소신호·비선형 왜곡 해석에 대해서도 몇몇 연구가 수행되었는데<sup>[8-11]</sup> 대부분이 비선형성을 갖는 등가회로를 이용한 해석기법으로 측정치와 곡선 점철시켜 근사화하였다. 그러나 이 방법으로는 왜곡에 대한 반도체 공정 인자

\* 正會員, 蔚山大學校 電氣電子 및 自動化工學部  
(School of Electrical Eng. and Automation, University of Ulsan)

\*\* 正會員, 慶州專門大學 電氣電子電算系列  
(School of Electrical, Electronic Eng. and Computer Science, Kyungju Junior College)

※ 이 논문은 1995학년도 울산대학교 학술연구구성비 (과제번호 95-0125)에 의하여 연구되었음.

接受日字:1997年7月30日, 수정완료일:1998年3月25日

나 소자의 기하학적 구조의 변화의 효과를 평가하기가 쉽지 않다.

Macheck<sup>[12]</sup>는 기본 반도체 방정식을 이용하여 1차원 트랜지스터에서 교류신호의 비선형 왜곡 특성을 연구하였다. 그러나 그의 1차원 왜곡모델로는 축벽 주입, 에미터 전류 국부화, 베이스 내부 저항 효과 등을 설명하기가 힘들다.

따라서 본 연구에서는 SRH와 오제 재결합, 이동도의 불순물농도와 전장에 대한 의존성과 밴드갭 축소효과 등의 2차효과들을 포함한 모델을 사용하여, Macheck의 1차원 왜곡해석을 2차원으로 확대하여, 트랜지스터의 소신호 특성의 왜곡을 줄일수 있는 방안과 조건들을 연구한다.

반도체 소자의 왜곡 해석을 위하여 모든 신호 전송 관계를 볼테라 급수<sup>[13-17]</sup>의 형태로 표현할 수 있다. 일반적으로 선형증폭기의 2차와 3차 조화 신호는 기본 신호보다 훨씬 더 적으므로 3차 왜곡해석까지 의미있게 하기 위해서는 상당히 정확한 물리적 모델로 표현할 필요성이 있다.

본 연구의 목적은 볼테라 급수를 이용한 소신호의 2차원 비선형 왜곡 방정식 표현을 유도하여 정상 능동 모드로 바이어스된 공통 에미터 증폭회로의 2차원 트랜지스터의 조화 왜곡 현상을 해석하기 위한 프로그램을 개발하는데 있다. 본 연구에서는 소자의 x, y 좌표, 망구성, 캐리어의 확산계수, 진성 캐리어 농도, 의사 페르미 준위, 정전위, 바이어스 조건 등, 모든 DC 물리량과 인자들은 Lee<sup>[18]</sup>의 "Bipole" 프로그램을 이용해 계산하여 본 프로그램의 입력 데이터로 사용하였다.

## II. 교류소신호 수치모델

소신호 교류성분 물리량들을 계산하기 위해서는 DC 프로그램 Bipole에서 사용한 비등간격의 십자형 망점을 사용한다. 모든 물리량은 적당한 정규화 인자들을 이용하여 정규화시킨다.

### 1. 소신호 교류방정식의 유도

직류변수들에 소신호 교류항들을 중첩시킴에 의해서 소신호 기본반도체 방정식들을 유도할 수 있다. 직류 성분은 첨자 "0"을 가진 문자이고, 교류소신호 변수는 모자 "~"을 쓴 소문자로 표현한다. 모든 변수와 물리적 인자들은 참고문헌<sup>[18]</sup>의 표현을 따른다.

$$\phi = \phi_0(x, y) + \hat{\psi}(x, y, t) \quad (1)$$

$$\phi_n = \phi_{n0}(x, y) + \hat{\phi}_n(x, y, t) \quad (2)$$

$$\phi_p = \phi_{p0}(x, y) + \hat{\phi}_p(x, y, t) \quad (3)$$

위의 식들을 대입하면 전자와 정공의 전류밀도식들은 직류와 교류성분으로 다음과 같이 분리할 수 있다.

$$\begin{aligned} J_p &= -D_p n_{ie} \exp(\phi_p - \psi) \text{grad } \phi_p \\ &= -D_p p_0 \text{grad } \phi_{p0} + \hat{j}_p(x, y, t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hat{j}_p &= -D_p p_0 ((\exp(\hat{\phi}_p - \hat{\psi}) - 1) \text{grad } \phi_{p0} \\ &+ \exp(\hat{\phi}_p - \hat{\psi}) \text{grad } \hat{\phi}_p) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} J_n &= -D_n n_0 \text{grad } \phi_{n0} + \hat{j}_n(x, y, t) \\ \hat{j}_n &= -D_n n_0 ((\exp(\hat{\psi} - \hat{\phi}_n) - 1) \text{grad } \phi_{n0} \\ &+ \exp(\hat{\psi} - \hat{\phi}_n) \text{grad } \hat{\phi}_n) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $p_0, n_0$ 는 직류 정공과 전자 밀도이다. 정공과 전자의 소신호 교류연속 방정식들은 다음과 같다.

$$\text{div}(\hat{j}_p) = \frac{\partial}{\partial x} \hat{j}_{px} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j}_{py} = -p_0 \frac{\partial}{\partial t} (\exp(\hat{\phi}_p - \hat{\psi}) - 1) - \hat{r} \quad (7)$$

$$\text{div}(\hat{j}_n) = \frac{\partial}{\partial x} \hat{j}_{nx} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j}_{ny} = n_0 \frac{\partial}{\partial t} (\exp(\hat{\psi} - \hat{\phi}_n) - 1) + \hat{r} \quad (8)$$

여기서 교류소신호 재결합속도  $\hat{r} = R(n_0 + \hat{n}, p_0 + \hat{p}) - R(n_0, p_0)$ 인데  $\hat{n}$ 과  $\hat{p}$ 에 대해서 테일러급수로 전개하였다. 소신호 교류정공, 전자농도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{n} &= n - n_0 = n_{ie} \exp(\phi_0 + \hat{\psi} - \phi_{n0} - \hat{\phi}_n) - n_0 \\ &= n_0 (\exp(\hat{\psi} - \hat{\phi}_n) - 1) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{p} &= p - p_0 = n_{ie} \exp(\phi_{p0} + \hat{\phi}_p - \phi_0 - \hat{\psi}) - p_0 \\ &= p_0 (\exp(\hat{\phi}_p - \hat{\psi}) - 1) \end{aligned} \quad (10)$$

2차원 트랜지스터에 적용할 소신호 교류 포아송방정식은 다음과 같다.

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \hat{\psi} = -\hat{p} + \hat{n} \quad (11)$$

### 2. 소신호 교류 경계조건

열평형상태를 가정할 때 접촉에서의 캐리어농도의 곱  $n \cdot p = n_{ie}^2 \exp(\phi_p - \phi_n) = n_0 p_0$ 이므로 직류경계조건  $\phi_{p0} = \phi_{n0}$ 과 같이 교류경계조건도  $\hat{\phi}_p = \hat{\phi}_n = \hat{\phi}$ 이다. 접

촉에서의 전하중성조건 가정에서  $(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}) = -\hat{p} +$

$\hat{n}=0$ 이므로 접촉에서의  $\psi = \phi = \phi_n = \phi_p$  이다.

공통에미터 결선에서 에미터 접촉에선  $\hat{\phi}_p = \hat{\phi}_n = \phi = 0$ , 교류입력신호  $\hat{u}_b$ 와 직렬입력저항  $R_b$ 가 베이스에 연결되면 베이스 접촉에선  $\hat{\phi}_p = \hat{\phi}_n = \hat{u}_{be} = \hat{u}_b - \hat{i}_b R_b$ , 부하저항  $R_L$ 을 컬렉터에 연결한 것으로 가정하면

$$\hat{\phi}_p = \hat{\phi}_n = \phi = \hat{u}_{ce} = -\hat{i}_c R_L \tag{12}$$

이고 여기서 y는 일정할때,  $\hat{i}_c = \int \hat{j}_y dx$

접촉 이외의 경계에서는 경계의 법선성분 교류 전류 밀도가 없는 것으로 가정하면 소신호 교류전위들은 경계면 직각방향에 대해서 대칭으로 가정한다. 소신호 교류성분 물리량들을 계산하기 위해서는 DC프로그램 Bipole<sup>[18]</sup>에서 사용한 망점을 그대로 사용하고, 모든 물리량은 적당한 정규화 인자들로 정규화시킨다.

### 3. 조화출력의 볼테라급수 표현

볼테라 급수 표현은 통신시스템의 왜곡계산에 아주 유용한데, 기억성 있는 비선형 볼테라 시스템에 볼테라급수형 해석기법을 간단히 소개한다. n차 볼테라 커널의 푸리에변환( $G_n$ )이 왜곡해석에 중요한 역할을 하므로 비선형 시스템 방정식에서의  $G_n$  계산법 및  $G_n$ 과 조화출력관계를 설명한다. 어떤 시스템이 입력신호  $x(t)$ 를 출력신호  $y(t)$ 로 변환하면

$$y(t) = F(x(t)) \tag{13}$$

이고, 만일, 그 시스템이 기억이 없고(과거신호에 무관하고) 비선형 시스템이면,  $y(t)$ 는  $x(t)$ 의 테일러 급수로 표현될 수 있다. 즉,

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n(t) \tag{14}$$

시간에 무관하다함은 시스템 오퍼레이터 F가 시간에 따라 변하지 않는다는 뜻이다. 위 식을 기억성이 있고 시간에 무관한 비선형 시스템으로 표현하면,

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_n \cdot g_n(\tau_1, \dots, \tau_n) (x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_n)) \tag{15}$$

이다. n차 볼테라 커널  $g_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ 의 n점 푸리에변

환  $G_n(f_1, \dots, f_n)$ 을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$G_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_n \cdot g_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \exp(-j(\omega_1 \tau_1 + \dots + \omega_n \tau_n)) \tag{16}$$

이다. 여기서  $G_1(f_1)$ 는 선형 볼테라 전달함수이고  $G_n(f_1, \dots, f_n)$ 은 n차 비선형 볼테라 전달함수이다.

정현파 입력함수  $x(t) = A \cos \omega t$ 에 대한 출력함수  $y(t)$ 는

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{A}{2}\right)^k \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\exp(j(2k-n)\omega t)}{k!(n-k)!} G_{k,n-k}(f) \tag{17}$$

이고, 여기서  $G_{k,n-k}(f)$ 는 f의 첫 k번까지는 +f이고 나머지 n-k까지는 -f를 갖는다. 위 식의 첫 4항은

$$\begin{aligned} y(t) &= y_0 + y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + \dots \\ &= \frac{A^2}{4} G_2(f, -f) + e^{j\omega t} \cdot \left(\frac{A}{2}\right) \cdot G_1(f) + e^{-j\omega t} \cdot \left(\frac{A}{2}\right) \cdot G_1(-f) + e^{j2\omega t} \cdot \left(\frac{A^2}{8}\right) \cdot G_2(f, f) + e^{-j2\omega t} \cdot \left(\frac{A^2}{8}\right) \cdot G_2(-f, -f) + e^{j3\omega t} \cdot \left(\frac{A^3}{48}\right) \cdot G_3(f, f, f) + e^{-j3\omega t} \cdot \left(\frac{A^3}{48}\right) \cdot G_3(-f, -f, -f) + \dots \end{aligned} \tag{18}$$

이고,  $G_n$ 의 공액 복소수

$$\begin{aligned} G_n^*(f_1, \dots, f_n) &= G_n(-f_1, \dots, -f_n) \text{이므로,} \\ y(t) &= A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega t + \theta_1) + A_2 \cdot \cos(2\omega t + \theta_2) + A_3 \cdot \cos(3\omega t + \theta_3) + \dots \end{aligned} \tag{19}$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{A^2}{2} (G_2(f, -f) \cdot G_2^*(f, -f))^{\frac{1}{2}} \\ A_1 &= A (G_1(f) \cdot G_1^*(f))^{\frac{1}{2}} = A |G_1(f)| \\ A_2 &= \frac{A^2}{4} (G_2(f, f) \cdot G_2^*(f, f))^{\frac{1}{2}} = \frac{A^2}{4} |G_2(f)| \\ A_3 &= \frac{A^3}{24} (G_3(f, f, f) \cdot G_3^*(f, f, f))^{\frac{1}{2}} = \frac{A^3}{24} |G_3(f, f, f)| \\ \theta_n &= \arctan\left(\frac{Im(G_n)}{Re(G_n)}\right) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

### 4. 볼테라 전달 함수의 계산

일반적으로  $G_n$ 은 다음 순서로 계산할 수 있다.

- a>. 모든 소신호 교류방정식을 3차까지 테일러 급수 전개
- b>. 기본파, 2차, 3차 조화 방정식으로 분해

c>. 각 방정식에 합성공식 적용

d>. 변수 대칭화 처리

여기서 합성공식이란  $G_n$ 의 역승 ( $y^m$ 에 대한  $G_n^m$ )의 분해 공식인데,

$$G_n^{(m)} = 0 \quad m > n \text{ 일때}$$

$$G_n^{(n)}(f, \dots, f) = n!(G_1(f))^n \quad (20)$$

이다. 예로써,  $G_2^{(2)}(f, f) = 2!(G_1(f))^2$

$$G_3^{(3)}(f, f, f) = 3!(G_1(f))^3, G_3^{(3)}(f, f, f) = 6G_1(f) \cdot G_2(f, f)$$

이고,  $G_n(f, \dots, f)$  볼테라 전달함수의 대칭화는  $Sym(G_n(f_1, \dots, f_n)) = \frac{1}{n!} \sum_{n!} G_n(f_1, \dots, f_n)$ 이다.  $\sum$ 에 대한 첨자  $n!$ 은  $f$ 에 대한 첨자들의 모든  $n!$  permutation 합성을 의미한다.

트랜지스터의 비선형특성에 대한 볼테라 급수를 이용한 해법은 2차원 트랜지스터내의 각 망점에 대한  $\hat{\phi}, \hat{\phi}_p, \hat{\phi}_n$ 이 선형, 2차 및 3차 볼테라 전달함수로 표현된다는 사실이다. 세 개의 기본 소신호 반도체 방정식을 이용하여 각 전위에 대한 선형 전달 함수  $G_1$ 을 먼저 결정한 후  $G_2$ 를  $G_1$ 의 향으로 계산하고,  $G_3$ 은  $G_1$ 과  $G_2$ 의 향으로 계산한다.

### 5. 소신호 수치 해석 모델

소신호 교류 물리량들을 계산하기 위하여 십자형 망점은 Bipole<sup>[18]</sup>에서 생성한 그대로 사용한다. 각 물리량과 인자들은 적당한 정규화 인자로 정규화 시킨다. 소신호 교류 방정식의 차별화를 위해 모든 지수항은 3차항 까지 테일러급수로 전개한 후  $G_n$ 을 계산하기 위해  $\frac{\partial}{\partial t}$ 는  $j\omega$ 로 대체된다. 소신호 전류 밀도 방정식을 차별화한 후 전자 및 정공의 연속방정식과 포이송 방정식을 유한 차분법을 이용하여 차별화한다.

2개의 연속 방정식과 1개의 포이송방정식을 각각 기본과, 2차 고조파, 3차 고조파로 분해하고, 볼테라 전달 함수  $G_1, G_2, G_3$  들을 연속적으로 계산한다. 각 방정식들은  $A\hat{y}=P$ 의 형태로 표현되는 선형 연립방정식이다. 여기서  $\hat{y}=\hat{\phi}, \hat{\phi}_n$  또는  $\hat{\phi}_p$ 이고  $P$ 는 pertinent 벡터이고  $A$ 는 계수 행렬이다.  $\hat{\phi}, \hat{\phi}_n, \hat{\phi}_p$ 에 대한 행렬들  $A$ 는 대각 행렬인데, 중심 대각선 요소들은 복소수이지만 4개의 대각선은 실수값이다.

Stone의 SIP<sup>[20]</sup> 알고리즘을 이용하여 기본과에 대한  $\hat{\phi}, \hat{\phi}_n, \hat{\phi}_p$ 를 순차적으로 계산한 후, 계산 오차

값이 특정값 이하일 때까지 반복 계산한다. 다시 2차 고조파를 계산한다음, 3차 고조파를 계산하였다. 이렇게 비결합 반복법으로 3개의 방정식들을 순차적으로 풀므로 필요한 컴퓨터 기억용량을 최소화할 수 있다. 이 프로그램은 포트란으로 작성되었으며, TRADAP (TRansistor AC and Distortion Analysis Program)이라 명명되었다.

### III. 결과 및 토론

프로그램 TRADAP을 이용하여 2차 및 3차 조화 왜곡을 수치해석할 수 있고 또한 트랜지스터 교류인자들(입력임피던스, 교류전류이득)을 계산할 수 있으며, 트랜지스터 내부의 여러 가지 물리량을 2차원그래픽으로 볼 수 있다.

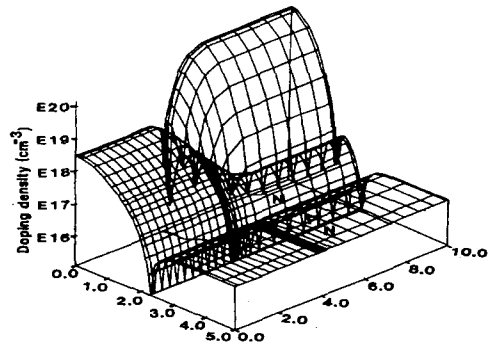


그림 1. 트랜지스터의 순 도핑 프로파일 접측면의 표면농도는  $N_e=1.56 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_b=3.12 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_c=N_{ep}=5.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , 금속학적 베이스폭은  $1.5 \mu\text{m}$ 와  $2.3 \mu\text{m}$  사이의  $0.8 \mu\text{m}$ 이다.

Fig. 1. Absolute net doping profile of transistor with surface concentrations of  $N_e=1.56 \times 10^{20}$ ,  $N_b=3.12 \times 10^{18}$ ,  $N_c=5.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . The metallurgical base width is  $0.8 \mu\text{m}$  between  $1.5 \mu\text{m}$  and  $2.3 \mu\text{m}$ .

그림 1은 시뮬레이션된 트랜지스터의 대수농도의 도핑 프로파일이다. 접측면의 표면농도는  $N_e=1.56 \times 10^{20}$ ,  $N_b=3.12 \times 10^{18}$ ,  $N_{ep}=5.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 이다. 에미터-베이스 접합의 깊이는  $1.5 \mu\text{m}$ 이고 베이스-컬렉터 접합 깊이는  $2.3 \mu\text{m}$ 이므로 베이스폭은  $0.8 \mu\text{m}$ 이다. 베이스접측폭은  $3 \mu\text{m}$ , 에미터접측폭은  $5 \mu\text{m}$ , Z방향길이는  $50 \mu\text{m}$ , 총 트랜지스터 면적은  $500 \mu\text{m}^2$  이라고 가정하였다.

그림 2는 소신호 교류단자전류들이 주파수변환에 따라 어떻게 변하는지를 보여주고 있다. 주파수가 증가

함에 따라 교류컬렉터전류  $i_c$ 가 에미터전류  $i_e$ 보다 더 빠르게 감소하고 있어 주파수증가가 전류이득을 악화 시킴을 볼 수 있다. 또한 2GHz이상의 초고주파수에서는 베이스 전류  $i_b$ 가  $i_e$ 에 근접하고  $i_c$ 전류는 사라짐을 볼 수 있다. 트랜지스터내의 공핍커패시턴스는 다수캐리어가 교류신호에 따라 즉각 충전전해줄 수 있지만 확산커패시턴스는 소수캐리어가 충전전하므로 베이스 영역을 통과하는데 걸린 시간에 의해 제한받게 된다.

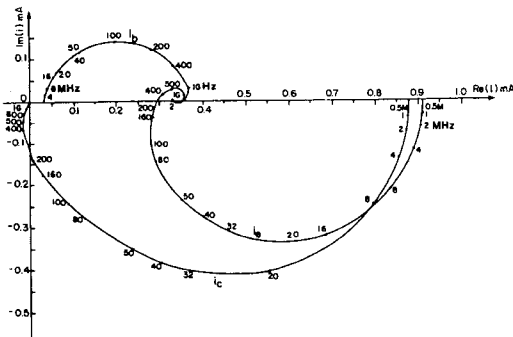


그림 2. 주파수 변화에 따른 소신호 교류단자전류의 변화

Fig. 2. Fundamental terminal currents vs. frequency for  $R_g=0\Omega$ ,  $R_L=50\Omega$ ,  $V_{BE}=0.85V$ ,  $V_{CE}=1.15V$ ,  $\tau_n=50ns$ ,  $\tau_p=10ns$ ,  $dv=5mV$ .

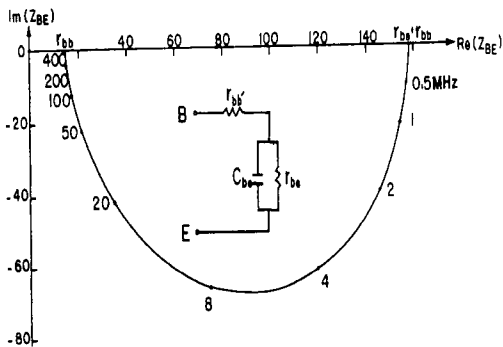


그림 3. 주파수 변화에 따른 입력 임피던스의 변화

Fig. 3. Input impedance variation with increasing frequency for  $R_g=0\Omega$ ,  $R_L=50\Omega$ ,  $V_{BE}=0.85V$ ,  $V_{CE}=1.15V$ ,  $dv=5mV$ .

베이스 전류는 0.03mA(1MHz)에서 0.33mA(2GHz)까지 반원형적으로 증가하고 있다.

이 현상은 그림 3에 그런 입력임피던스를 고려하면 설명할 수 있다. 주파수 증가에 따라 병렬 연결된  $C_{be}$ 는 단락이 되어 베이스 직렬 저항( $r_{bb}'$ )에 걸린 전압이 증가하여 결국 모든 입력 교류전압이  $r_{bb}'$ 에 걸리고  $i_b$ ,

$i_b$ 는  $\frac{u_b}{r_{bb}'}$ 로 수렴한다.

이 베이스 직렬 저항은 1차원 트랜지스터 모델에서는 나타나지 않을 것이다. 이 트랜지스터에서 계산된  $r_{bb}'$ ,  $r_{be}$ ,  $C_{be}$  는 14.5Ω, 143.5Ω, 9.3pF이다.

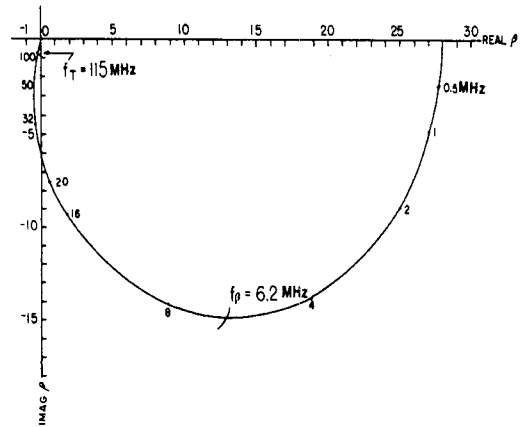


그림 4. 공통 에미터 전류이득  $\beta$  대 주파수 특성  
Fig. 4. Common Emitter current gain  $\beta$  vs. frequency for  $R_g=0\Omega$ ,  $R_L=50\Omega$ ,  $V_{BE}=0.85V$ ,  $V_{CE}=1.15V$ ,  $dv=5mV$ .

그림 4는 부하저항이 50Ω일 때 주파수 변화에 따른  $\beta$  변화를 보여주고 있다. 계산된 교류인자  $f_T=115MHz$ ,  $f_\beta=6.2MHz$ ,  $f_\alpha=150MHz$ ,  $\beta_0=28$ ,  $\alpha_0=0.966$ 이다. 이  $f_T$ 값은  $f_T=\beta_0 \cdot f_\beta$ 로 계산된  $f_T=174MHz$ 보다 더 낮은데 이것은 50Ω의 부하저항의 삽입효과이다.

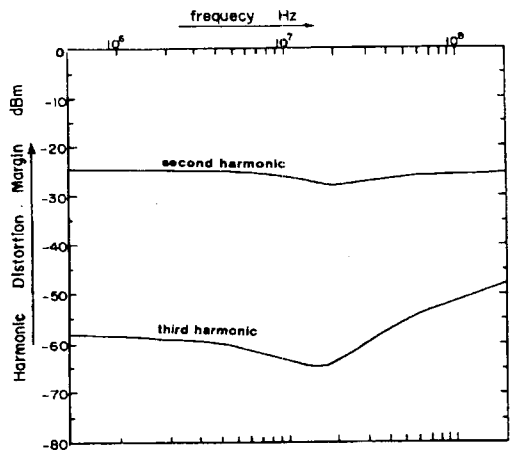


그림 5. 주파수 변화에 따른 2차 및 3차 조화왜곡의 변화

Fig. 5. second and third harmonic distortion vs. frequency for  $V_{BE}=0.85V$ ,  $V_{CE}=1.15V$ ,  $R_L=50\Omega$ ,  $R_g=0\Omega$ ,  $P_0=1mW$ .

이 교류 인자들은 낮은 편이지만,  $V_{BE}=0.85V$ 로 다소 고준위 주입효과를 고려하고 부하저항에 의한 감소 효과를 고려하면 타당하다.

그림 5와 6은 주파수와 부하저항의 변화에 따른 왜곡 지수(margin)를 보여주고 있다. 왜곡지수는  $M_{2E}=10\log(P_2/P_0)$ ,  $M_{3E}=10\log(P_3/P_0)$ 로 정의되며  $P_0$ 는 기본 고유출력(=1mW)이다.  $P_2$ 와  $P_3$ 는 이  $P_0$ 를 기준할 때 얻어지는 2차 및 3차 조화 출력인데, 입력신호 dV는 이  $P_0$ 를 얻기 위해 조절된다. 이 왜곡지수는  $f=20MHz$ 에서 최소점을 보인다.

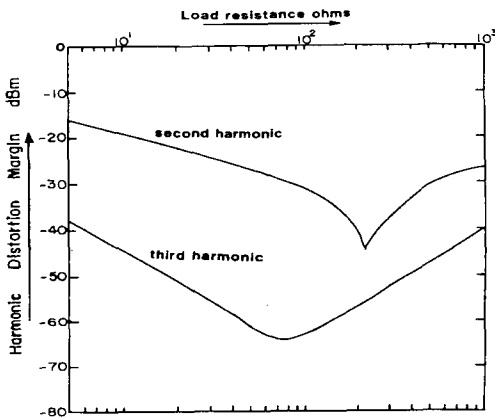


그림 6. 부하저항 변화에 따른 2차 및 3차 조화왜곡의 변화

Fig. 6. Second and third harmonic distortion vs. load resistance for  $V_{BE}=0.85V$ ,  $V_{CE}=1.15V$ ,  $f=20MHz$ ,  $R_g=0\Omega$ ,  $P_0=1mW$ .

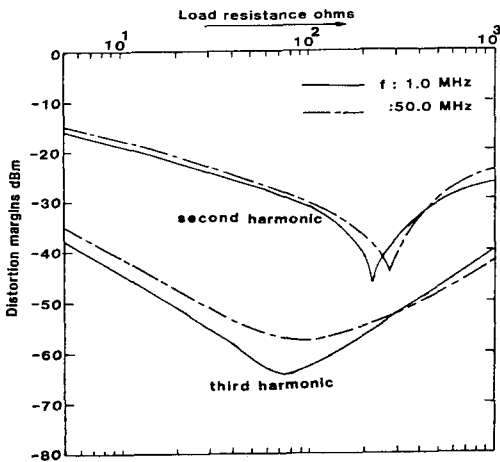


그림 7. 주파수가 인자일 때 부하저항에 따른 2차 및 3차 조화 왜곡 변화

Fig. 7. Second and third harmonic distortion vs. load resistance with frequency as a parameter.

부하저항에 따라 왜곡은 깊은 상쇄점이 나타난다. 주파수가 20MHz에서 2차와 3차 왜곡이 서로 다른 부하저항에서 상쇄점이 나타나는데, 2차 조화 왜곡은 부하저항이 210Ω에서 최저점이었고 3차 조화 왜곡은 부하저항이 80Ω에서 최저점이 되었다. 이 상쇄점은 1차원 모델 Machek<sup>[12]</sup>와 전하제어 모델을 사용한 Narayanan<sup>[11]</sup>의 연구에서도 나타났다.

그림 7에서는 직렬입력저항( $R_g$ )이 0Ω일 때 주파수가 1MHz와 50MHz인 경우에 대하여 부하저항에 따른 왜곡 특성을 보여주고 있다. 어떤 부하저항에서는 상쇄현상이 광범위한 주파수로 나타나는데, 저주파수일때가 더 깊게 나타난다.

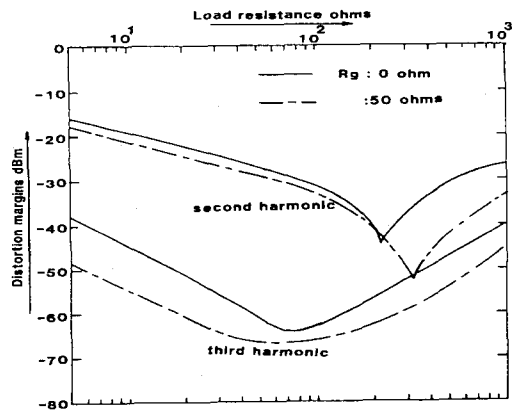


그림 8. 전원저항이 인자일 때의 부하저항에 따른 2차 및 3차 왜곡변화

Fig. 8. Second and third harmonic distortion vs. load resistance with generator resistance as a parameter.

그림 8은 직렬입력저항이 0Ω일 때와 50Ω일 때의 왜곡이 부하저항에 따라 변화하는 정도를 비교하였다. 적당한  $R_g$ 값을 삽입하면  $R_g=0\Omega$ 일 때 보다 더 왜곡을 줄일 수 있다.  $R_g=50\Omega$ 일 때의 왜곡감소가 Narayanan<sup>[8]</sup> 결과보다는 더 좋고 Wilson<sup>[10]</sup>의 결과와는 비슷하다.

그림 9와 10은 베이스폭( $W_b$ )을 인자로 할 때 주파수와 부하저항에 따른 왜곡 변화를 보여주고 있다. 2차 조화 왜곡은 베이스 폭이 감소함에 따라 낮은 부하저항에서는 감소하지만 높은 부하저항에서는 다시 증가한다.

베이스 폭이 감소하면 전류이득이 증가하고 베이스 영역에서 불순물농도 기울기가 증가하여 전류이득의 비선형성이 더 적게 되는데, 2차 왜곡은 출력전류의

비선형성에 의해 좌우되는 낮은 부하저항에서는 감소되지만 높은 부하저항에서는 부하저항에 비례하는 출력전압에 의해 지배를 받게 됨을 알 수 있다. 또한, 3차 조화 왜곡은 낮은 부하저항에서는 분명히 전류의 비선형성에 의해 좌우되지만 높은 부하저항에서는 전류와 전압의 비선형성이 함께 지배를 받게 된다.

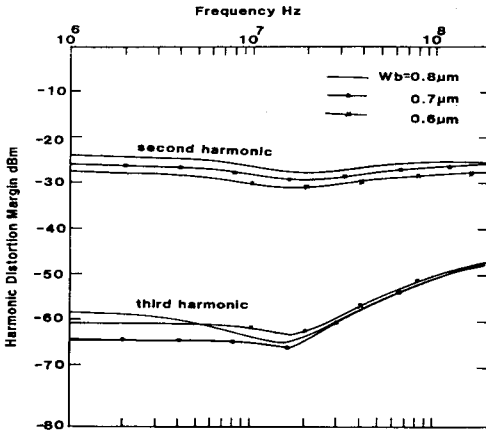


그림 9. 베이스 폭이 인자일 때 주파수에 따른 2차 및 3차 왜곡변화  
 Fig. 9. Second and third harmonic distortion vs. frequency with base width as a parameter for  $R_g=0\Omega$ ,  $R_L=50\Omega$ ,  $P_0=1mW$ .

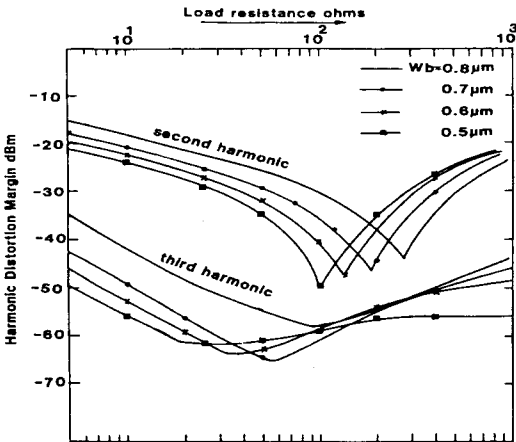


그림 10. 베이스 폭이 인자일 때 부하저항에 따른 2차 및 3차 왜곡변화  
 Fig. 10. Second and third harmonic distortion vs. load resistance with metallurgical base width as a parameter for  $R_g=0\Omega$ ,  $f=20MHz$ ,  $P_0=1mW$ .

그림 11은 컬렉터 도핑농도(epi층농도)가 인자일 때 주파수에 따른 왜곡특성을 보여주고 있다. 컬렉터 도

핑농도가 감소함에 따라 왜곡지수가 감소하고 있다. 그러나 낮은 컬렉터 도핑에서는 더 심한 베이스 밀어냄 효과와 더 높은 컬렉터 직렬저항이 예상된다.

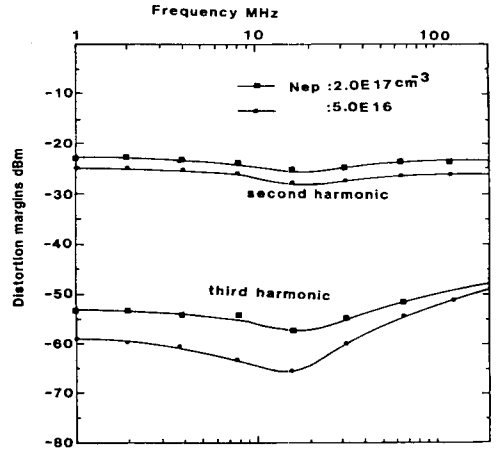


그림 11. 컬렉터 도핑농도가 인자일 때 주파수에 따른 2차 및 3차 왜곡변화  
 Fig. 11. Second and third harmonic distortion vs. frequency with collector doping density as a parameter for  $R_g=0\Omega$ ,  $R_L=50\Omega$ ,  $P_0=1mW$ .

베이스 밀어냄 효과와 컬렉터 직렬저항을 줄이기 위해서는 매몰층의 농도는 높이고 컬렉터 도핑농도는 낮추므로 왜곡을 줄일 수 있다. 이 현상을 더욱 향상하기 위해 Poon<sup>[9]</sup>은 경사형 컬렉터 도핑농도를 제안한 바 있다.

#### IV. 결론

2차원 n-p-n 트랜지스터에서 ac특성과 조화왜곡을 해석하기 위한 수치해석기법을 개발하였다. 이 프로그램 TRADAP는 기본 주파수의 소신호 해석과 2차 및 3차 조화왜곡의 해석에 이용될 수 있다. 이 모델에서는 SRH와 오제 재결합, 이동도의 불순물농도와 전장에 대한 의존성과 밴드갭 축소효과를 고려해 넣었다.

기본 반도체 방정식들에 대한 소신호 유한 차분방정식들을 공식화 하기 위해 비선형성과 시간의존성을 테일러급수와 볼테라급수를 이용하여 처리하였다. 결과적인 계수 행렬은 비대칭성이고 행렬의 중심대각선은 복소수이므로, 수정된 Stone의 SIP해법으로  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{\phi}_p$ ,  $\hat{\phi}_n$ 에 대한 연립방정식을 결합하지 않고 순차적으로 반복하여 풀었다.

단자전류, 입력임피던스, 공통에미터 전류이득과 같

은 교류인자들이 주파수 증가에 따른 변화정도를 계산할 수 있었다. 이 프로그램을 이용하여  $f_T$ ,  $f_\beta$ ,  $r_{bb'}$ ,  $r_{be}$ ,  $C_{be}$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$  등의 소자인자들을 추출할 수 있음을 보였다. 2차원 트랜지스터 모델이므로 전류밀도 측면 주입, 고준위 주입효과등을 포함한 결과를 얻을 수 있었다. 주파수, 직렬입력저항, 부하저항 등에 따라 왜곡 특성을 분석해 본 결과 최저왜곡 동작점이 나타남을 확인하였다. 특히, 왜곡특성은 어떤 부하저항에서 상쇄점을 보였다.

트랜지스터 구조와 컬렉터 도핑농도에 따라 왜곡의 변화를 연구하였는데, 베이스 폭 감소와 에미터 길이 증가에 따라 왜곡은 감소하였으며, 컬렉터 도핑 농도 감소에 따라 현저히 왜곡이 감소하였다. 이 연구를 통해 보다 선형특성을 갖는 트랜지스터 특성을 얻을 수 있었다. 트랜지스터 동작의 해석과 소신호 교류 특성 및 왜곡현상의 해석을 위해 프로그램 TRADAP는 유용한 도구를 제공함을 확인하였으며, 소자와 회로의 설계와 최적화 등에 이용될 수 있을 것이다.

#### 참 고 문 헌

- [ 1 ] H.K. Gummel, "A self-consistent iterative scheme for one-dimensional steady state transistor calculations", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-11, pp. 455-465, 1964.
- [ 2 ] J.W. Slotboom, "Computer aided two-dimensional analysis of bipolar transistors", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-20, pp. 669-679, 1973.
- [ 3 ] M. Tomizawa, et al, "An accurate design method of bipolar devices using a two-dimensional device simulator", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-28, pp. 1148-1153, 1981.
- [ 4 ] S. Selberherr, Two-dimensional modeling of MOS Transistors, Ph.D. thesis, Technical University of Vienna, Austria, 1982.
- [ 5 ] M. Kurata, "Design considerations of step recovery diodes with the aid of numerical large-signal analysis", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-19, pp. 1207-1215, 1972.
- [ 6 ] H. H. Heimeier, "A two-dimensional numerical analysis of a silicon n-p-n transistor", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-20, pp. 108-714, 1973.
- [ 7 ] O. Manck, H. H. Heimeier, and W. L. Engl, "High injection in a two-dimensional transistor", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-21, pp. 403-409, 1974.
- [ 8 ] S. Narayanan, "Transistor distortion analysis using Volterra series representation", Bell System Tech. J., vol. 46, pp. 991-1024, 1967.
- [ 9 ] H. C. Poon, "Implication of transistor frequency dependence on intermodulation distortion", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-21, pp. 110-112, 1974.
- [ 10 ] B. Wilson, et al., "An accurate transistor distortion model for circuit analysis and design", Standard Telecommunication Laboratories Ltd. Report, Harlow, Essex, England, pp. 195-199, 1978.
- [ 11 ] S. Narayanan and H. C. Poon, "An analysis of distortion in bipolar transistors using integral charge control model and Volterra series", IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-20, pp. 341-351, 1973.
- [ 12 ] J. Machek, Computer-modelling of distortion in a one-dimensional bipolar transistor using Volterra series, Ph.D. thesis, Brunel University, England, 1981.
- [ 13 ] R. B. Parente, "Nonlinear differential equations and analytic system theory", SIAM J.Appl. Math., vol. 18, pp. 41-66, 1970.
- [ 14 ] E. Bedrosian and S. O. Rice, "The output properties of Volterra systems(nonlinear systems with memory driven by harmonic and Gaussian inputs", Proc. IEEE, vol. 59, pp. 1688-1707, 1971.
- [ 15 ] M. Schetzen, "Nonlinear system modeling based on the Wiener theory", Proc. IEEE, vol. 69, pp. 1557-1573, 1981.
- [ 16 ] J. J. Bussgang et al., "Analysis of nonlinear systems with multiple inputs",



Proc. IEEE, vol. 62, pp. 1088-1119, 1974.

[ 17 ] J. F. Barrett, "The use of functionals in the analysis of nonlinear Physical systems", Electron. Control, vol. 15, pp. 567-615, 1963.

[ 18 ] J. H. Lee, "Numerical analysis of a two-dimensional n-p-n bipolar transistor BIPOLE", J. Korea Institute of Electronics, vol. 21, no. 2, pp. 71-82, 1984.

[ 19 ] C. Albrecht and A. K. Jansen, "Numerical Analysis of nonlinear small-signal distortion in P-n structures", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-24, pp. 91-98, 1977.

[ 20 ] H. L. Stone, "Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equation", SIAM. J. Numer. Anal., vol. 5, pp. 530-5591, 1968.

저 자 소 개



李 鍾 和(正會員)

1974년 2월 울산대학교 전기공학과 학사. 1976년 2월 KAIST 재료공학과 석사. 1986년 7월 영국 Brunel 대학교 물리학과 ph.D. 현재 울산대학교 전기전자 및 자동화공학부 교수. 주관심분야는 반도체소자 시뮬레이션 및 설계, ASIC 설계

선 및 설계, ASIC 설계



申 閔 權(正會員)

1965년 1월 7일생. 1988년 2월 울산대학교 전자 및 전산기공학과 졸업(공학사). 1990년 2월 울산대학교 대학원 전자공학과(공학석사). 1996년 2월 울산대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료 1997년 3월 ~ 현재

경주전문대학 전기전자전산계열 전임강사. 주관심분야는 플래시 메모리 설계, 반도체소자 시뮬레이션 및 소자 모델링