

論文98-35D-2-3

접지된 유전체층 위의 주기적인 스트립격자에 의한 Smith-Purcell 복사

(Smith-Purcell radiation by a periodic strip grating over a grounded dielectric slab)

趙 雄 熙 * , 李 喆 勳 * , 李 鍾 益 * , 金 炳 汶 * , 趙 榮 基 *

(U-H. Cho, C-H. Lee, J-I. Lee, B-M. Kim, and Y-K. Cho)

요 약

접지된 유전체층 위의 주기적인 스트립격자에 의한 Smith-Purcell 복사 문제를 등가 원리, 플로켓 정리 및 모멘트 방법을 이용하여 해석하였다. 제안된 방법을 이용하여 전하의 이동 속도와 격자구조의 파라미터 변화에 대한 복사되는 공간 조화 모드의 상대 복사 강도의 변화를 관찰하였으며, 특히 Smith-Purcell 복사 특성과 누설파 안테나 관점에서의 복사 특성간의 연관성을 조사하였다.

Abstract

The problem of Smith-Purcell radiation by a strip grating over a grounded dielectric slab is analyzed by use of the equivalence principle, Floquet's theorem, and the method of moments. The relative radiation intensities of the space harmonics, computed by use of the proposed method, for the appropriately chosen charge velocities and grating dimensions are presented. In particular, some relationships between the Smith-Purcell radiation and the leaky wave radiation in the proposed geometry are investigated.

I. 서 론

1953년에 Smith와 Purcell^[1]은 도체로 된 광학 격자의 축에 수직하게 전자빔을 지나가게 함으로써 가시광을 관찰하였다는 연구 결과를 발표하고 이러한 Smith-Purcell(SP)복사 현상이 운동하고 있는 전하와 주름진 격자 표면을 따라 진동하는 영상 전하에 의하여 형성된 일종의 진동하는 다이폴(vibrating dipole)에 기인된 것으로 설명하였다. 이와는 별도로 W. W. Salisbury^[2]는 고속의 전자빔을 반사격자 위로

지나가게 함으로써 밀리미터파를 얻어내어 이 결과를 특허로 출원하였다. Toraldo di Francia^[3]는 SP복사 현상을 달리 설명하려고 했다. 즉 그는 균일한 등속운동을 하는 전하체와 관련된 복사하지 않는 slow (evanescent) wave에 의하여 여기된 여럿의 공간조파(space harmonics 또는 spectral orders)를 통하여 복사가 일어난다고 하였다. 그러나 그의 설명은 격자구조의 정확한 기술이 없이 추론된 것이었으며 모호하게 표면파 공진(surface wave resonance)을 언급하고 그 문제를 더 이상 추구하지 않았는데 그 뒤에 그와 그의 동료들은 금속으로 된 스트립 격자구조(본 연구 구조와 동일한 구조)를 최적화하면 SP복사를 가장 효율적으로 일으킬 수 있을 것으로 생각하였다. 그러나 현재까지 본 연구 구조에서의 SP복사 현상에 대

* 正會員, 慶北大學校 電子電氣工學部
(School of Electronics and Electrical Eng. Kyungpook Nat'l Univ.)

接受日:1997年10月2日, 수정완료일:1998年1月30日

한 이론적인 연구 결과는 보고된 바 없다.

따라서 본 논문은 접지된 유전체층 위에 놓여 있는 스트립격자 구조에서의 SP복사 현상을 누설파 안테나 관점에서 구한 복소전파상수와 복사패턴 등을 이용하여 두 가지 현상에 대한 연관성을 명확히 기술하는데 목적을 두었으며, 또한 본 연구 결과는 현재까지의 SP 복사 현상을, 물리적 구현 가능성(physical realizability)에 있어서 문제가 있는, 정현적으로 변조된 표면(sinusoidally-modulated reactance surface)모델로서 설명하고자 했던 시도^[4]와는 달리 실제로 구현 가능한 구조에서 논의되었다는 점에서 의미가 있다.

II. 본 론

접지된 유전체층 위에 주기적으로 스트립이 놓여 있는 구조에 선전하가 스트립 축과 수직하게 이동하는 경우를 그림 1에 도시하였다. 그림에서와 같이 전체 영역을 $z > z_0$ 인 반무한 영역(region I), 이동하는 선 전하면과 스트립격자면 사이의 영역(region II), 스트립격자면과 접지면사이의 유전체층 영역(region III)으로 구분하였다. 선전하의 분포는 x축과 평행하게 무한으로 펼쳐져 있으며 $z=z_0$ 면상에서 일정한 속도 $v\hat{y}$ 로 이동한다. 스트립은 완전 도체이고 두께는 무시할 만큼 얇다고 가정하였으며, 유전체층은 유전율과 투자율이 각각 ϵ_0, μ_0 인 손실이 없는 유전체로 채워져 있다. 유전체층의 높이는 h 이고 주기는 d 이며 슬롯의 폭은 a 이고 스트립은 x축과 평행하게 놓여 있으며, 시공간화함수는 $e^{j\omega t}$ 로 선택하였다.

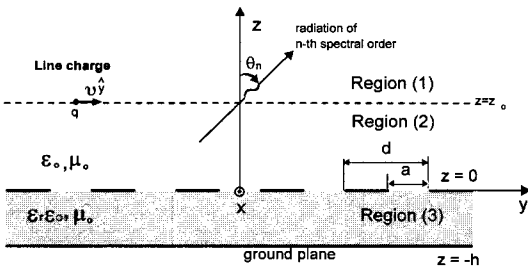


그림 1. 제안된 구조와 좌표계
Fig. 1. Proposed geometry and coordinate system.

이동하는 전하에 의한 주파수 영역(frequency domain)에서의 전류 밀도^[5,6]는

$$I(y, z; \omega) = qe^{-j\beta_0 y} \delta(z - z_0) \hat{y} \quad (1)$$

와 같고 여기에서 $\beta_0 = \omega/v = k_0 c/v$ 이고, c 는 광속이며 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 이다.

그림 1의 구조에서 $z=0$ 면에 등가 원리(equivalence principle)를 적용하면 이동하는 전하에 의한 전체 전자장은 입사파와 슬롯이 없는 격자면에 의한 반사파와 슬롯에 유기된 등가자기전류에 의한 산란파로 구분할 수 있다. 슬롯이 없는 격자면에 의한 반사파는 전원 조건(source condition) 및 $z=0$ 에서 경계 조건을 이용하여 구하고, 슬롯에 유기된 등가자기전류에 의한 산란전자장은 플로켓정리를 이용하여 공간조화함수의 선형적인 합으로 표현하면 각 영역에서의 전체 자계는

$$H^{(1)} = -\frac{q}{2}(1 - e^{-\beta_2 \gamma_{01} z_0}) e^{-j\gamma_{01}(z - z_0)} e^{-j\beta_0 y} \hat{x} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-j\gamma_{1n} z} e^{-j\beta_n y} \hat{x} \quad (2)$$

$$H^{(2)} = qe^{-j\beta_0 y} e^{-j\gamma_{01} z_0} \cos \gamma_{01} z \hat{x} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-j\beta_n y} e^{-j\gamma_{1n} z} \hat{x} \quad (3)$$

$$H^{(3)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n (e^{j\gamma_{1n} z} + e^{-j\gamma_{1n} z}) e^{-j\beta_n y} \hat{x} \quad (4)$$

로서 기술되는데 여기에서 $\beta_n = \beta_0 + 2n\pi/d$, $\gamma_{1n} = \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}$, $\gamma_{2n} = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - \beta_n^2}$ 이고, A_n, B_n 은 n 차 공간조화모드의 미지 계수이다. n 차 모드의 복사 각도를 θ_n 이라 하면, $\beta_n = k_0 \sin \theta_n$ 이므로 $\sin \theta_n = c/v + na/d$ 에서 $c/v > 1$ 임을 고려하면 n 차 모드가 복사되기 위해서는(즉 $-k_0 \leq \beta_n \leq k_0$ (즉 γ_{1n} 은 실수임)인 조건을 만족하기 위해서는) n 은 음수이다. SP복사에 의한 산란 전자장의 계산 과정은 선전하에 의한 전원조건을 제외하면 TM편파된 평면파가 입사되는 경우의 산란 특성 계산 과정과 동일하다. 따라서 각 영역에서의 경계조건과 전자계의 연속 조건을 부과하고 참고문헌 [7]의 방법을 이용하여 행렬 방정식을

$$\sum_{i=0}^{\infty} f_i Y_{ii} = \frac{q}{2} e^{-j\gamma_{01} z_0} \cdot \pi a \delta_{0i} \quad (5)$$

와 같이 간략하게 표시할 수 있게 되며, 여기에서 δ_{0i} 는 $i=0$ 일 때 1이고 $i \neq 0$ 일 때 0이며

$$Y_{ii} = -\frac{k_0 \epsilon_r}{\eta_0 d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\cot \gamma_{2n} h}{j\gamma_{2n}} + \frac{1}{\epsilon_r \gamma_{1n}} \right) H_{i,n}^* H_{i,n}$$

이고 *는 복소공액을 의미하며 $H_{i,n}^*$ ^[7]은

$$H_{\ell n}^* = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{T_{\ell}(2z/a)}{\sqrt{1-(2z/a)^2}} e^{-j\frac{2\pi n}{p}z} dy$$

$$= \begin{cases} \frac{\pi a}{2} (-j)^{\ell} J_{\ell}\left(-\frac{n\pi a}{p}\right), & n < 0 \\ \frac{\pi a}{2}, & n = 0 \text{ and } \ell = 0 \\ 0, & n = 0 \text{ and } \ell \neq 0 \\ \frac{\pi a}{2} (j)^{\ell} J_{\ell}\left(\frac{n\pi a}{p}\right), & n > 0 \end{cases}$$

로서 주어지는데, T_{ℓ} 은 ℓ 차의 1종 Chebyshev 다항식, J_{ℓ} 은 ℓ 차의 Bessel함수이다.

III. 수치해석결과 및 토의

본 절에서는 제안된 방법을 이용하여 그림 1의 구조에서의 Smith-Purcell 복사특성을 관찰하기 위하여 적절한 파라미터들(전하의 운동 속도, 유전체의 비유전율, 유전체 두께, 스트립격자의 주기와 스트립의 폭 등)을 갖는 경우에 대하여 복사되는 공간조화모드들의 모드별 상대 복사 강도(relative radiation intensity)를 계산하고, 이렇게 구한 모드별 상대복사강도와 격자구조에 의한 누설과 관점에서의 복사현상간의 관련성을 참고문헌 [7]의 해석 방법을 이용하여 누설파의 복소전파상수와 복사 패턴을 계산하여 확인해 보자 한다.

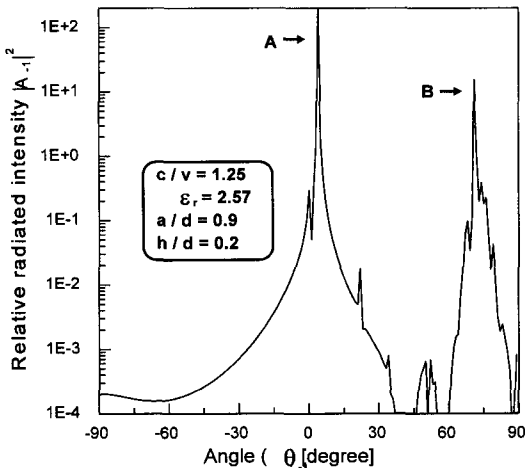


그림 2. $n=-1$ 차 공간조화모드의 복사 각도(θ_{-1})와 복사 강도($|A_{-1}|^2$)

Fig. 2. Radiation intensity($|A_{-1}|^2$) of the -1 th order radiation wave as a function of the angle of emergence θ_{-1} .

그림 2는 선전하의 운동 속도가 $c/v=1.25$ 이고 격자

구조의 파라미터가 $\epsilon_r=2.57$, $a/d=0.9$, $h/d=0.2$ 일 때 $n=-1$ 차 모드의 복사 각도 θ_{-1} 의 변화(이는 주파수 ω 의 변화로 인한 파장에 대한 주기 d/λ 의 변화에 의한 것임)에 대한 상대 복사 강도($|A_{-1}|^2$)의 변화를 도기한 것이며, A, B점에서 복사 강도가 급격히 큰 값이 되는 공진형(resonance type)의 Smith-Purcell 복사 현상을 관찰할 수 있다. A점에서 주기에 대한 파장의 비는 $d/\lambda=0.847$ 이고 복사각은 4.0° 이며, B점에서 주기에 대한 파장의 비는 $d/\lambda=3.29$ 이고 복사각은 71.1° 이다.

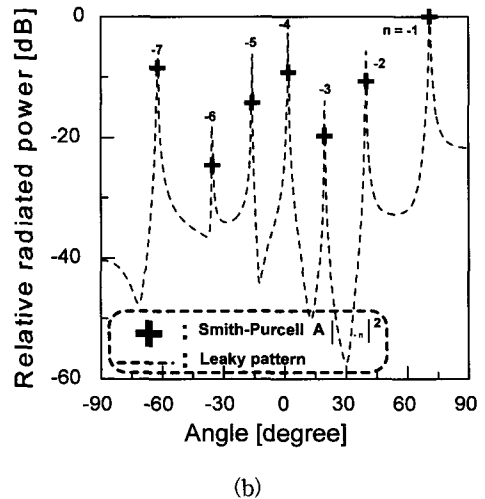
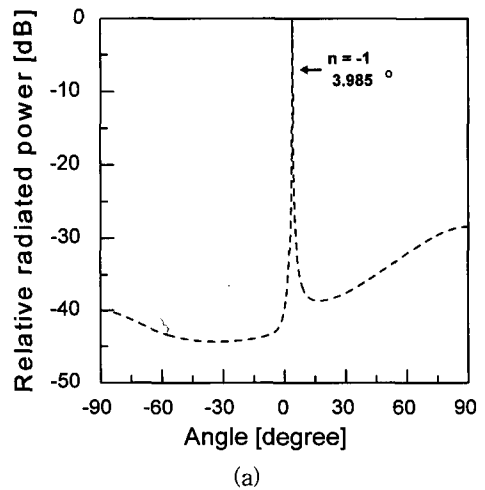


그림 3. 누설파안테나 관점에서의 복사 패턴 (a) $\epsilon_r=2.57$, $d=0.847\lambda$, $a=0.9d$, $h=0.2d$ (b) $\epsilon_r=2.57$, $d=3.29\lambda$, $a=0.9d$, $h=0.2d$

Fig. 3. Radiation pattern from the viewpoint of leaky wave antenna (a) $\epsilon_r=2.57$, $d=0.847\lambda$, $a=0.9d$, $h=0.2d$ (b) $\epsilon_r=2.57$, $d=3.29\lambda$, $a=0.9d$, $h=0.2d$

그림 3(a) 및 3(b)는 - Smith-Purcell 복사 현상과 누설파 관점에서의 복사 현상간의 관련성을 살펴보고자 - 참고문헌 [7]의 방법을 이용하여 격자구조의 파라미터가 각각 그림 2의 A, B점에서와 동일한 값을 갖는 경우에 대하여 누설파안테나 관점에서 구한 복사 패턴이다. 그림 3(a)의 구조의 경우에서는 누설파안테나 관점에서 구한 복소전파상수는 $1.2515-j5.314 \times 10^{-4}$ 이고 $n=-1$ 차 누설파 모드만이 복사되며 최대 복사 각도는 3.985° 로 Smith-Purcell 복사 각도(그림 2의 A점)인 4.0° 와 거의 일치함을 알 수 있다. 그리고 그림 3(b)의 경우에서는 복소전파상수는 $1.2488-j1.986 \times 10^{-3}$ 이고, $n=-1$ 차에서 $n=-7$ 차까지 7 개의 누설파 모드가 복사되기 때문에 복사 패턴에 있어서, 각 모드별 복사 각도에 해당하는 각도들에서, 7 개의 피크점들을 관찰할 수 있는데 그 중에서 최대값을 갖는 $n=-1$ 차 누설파 모드의 복사 각도는 70.9° 로서 Smith-Purcell 복사 각도(그림 2의 B점)인 71.1° 에 매우 근접한 값을 확인할 수 있다.

표 1. $n=-1$ 차 공간조화모드의 최대 복사가 일어나는 격자구조의 파라미터와 $n=-1$ 차 모드의 복사각도

Table 1. Grating parameters for the cases that the maximum radiation of $n=-1$ space harmonics occurs and the radiation angles of $n=-1$ space harmonics.

전자빔속도 (c/v)	스트립격자구조 파라미터				$n = -1$ 모드의 최대복사각	
	비유전율 (ϵ_r)	d/λ	a/d	h/d	SP 관점	누설파 관점
1.1	2.57	0.561	0.91	0.19	-43.0	-42.99
	3.5	0.830	0.9	0.1	-6.0	-5.99
	5.0	0.684	0.9	0.1	-20.9	-21.0
1.25	2.57	0.847	0.9	0.2	4.0	3.98
	3.5	0.758	0.91	0.16	-4.0	-3.95
	5.0	0.587	0.92	0.16	-26.9	-27.0
1.5	2.57	0.853	0.91	0.45	19.1	19.11
	3.5	0.784	0.9	0.23	13.0	13.01
	5.0	0.527	0.91	0.23	-23.4	-23.37

그림 3(b)에서 +표는 격자구조의 파라미터들을 그림 2의 B점의 값들($d/\lambda=3.29$)로 고정하였을 때 Smith-Purcell 복사 관점에서 공간조화모드별 복사 각도와 상대 복사 강도를 나타낸 것으로서, 모드별 복사 각도는 누설파 모드에 의한 복사 패턴에서의 피크

치가 관찰되는 7 개의 각도들과 잘 일치하고 상대 복사 강도의 변화 또한 누설파 복사 패턴의 피크치들의 변화와 매우 유사함을 관찰할 수 있다. 이로부터 제안된 구조에 의한 Smith-Purcell 복사 현상과 누설파의 복사 현상간의 밀접한 관련성을 확인할 수 있다.

표 1에서는 전하의 이동 속도와 유전율을 변화시키면서 Smith-Purcell 복사현상의 관점에서 $n=-1$ 차 모드의 복사 강도가 - 다른 복사 모드의 복사 강도와 비교하여 - 최대가 되는 경우에 대한 격자구조의 파라미터들을 구하고, 이 때, $n=-1$ 차 모드의 복사 각도와 누설파안테나 관점에서의 복소전파상수로부터 계산된 최대 복사 각도를 나타낸 것으로서 이 경우에도 Smith-Purcell 복사 관점과 누설파 복사 관점에서의 복사 각도가 잘 일치함을 알 수 있다.

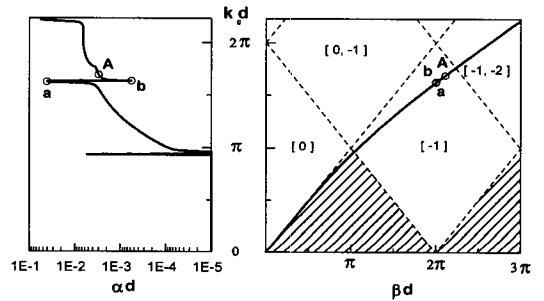


그림 4. $k_0d - \beta d$ 및 $k_0d - \alpha d$ 도표 ($\epsilon_r=2.57$, $a=0.9d$, $h=0.2d$)

Fig. 4. $k_0d - \beta d$ and $k_0d - \alpha d$ diagram ($\epsilon_r=2.57$, $a=0.9d$, $h=0.2d$)

그림 4는 격자구조의 파라미터가 $\epsilon_r=2.57$, $a/d=0.9$, $h/d=0.2$ 인 경우에 대한 누설파안테나 관점에서 구한 $k-\beta$ 및 $k-\alpha$ 도표이다. 빗금친 영역은 slow wave 영역이고 빗금친 영역을 제외한 나머지 영역에서는 복사 가능한 누설파 모드가 하나 이상 존재하며, 팔호안의 숫자는 누설파 모드를 나타낸다. 여기에서 A 점은 그림 2의 A점에 해당되며 감쇠정수가 최대(점 a) 및 최소(점 b)가 되는 특이한 경우들에 대하여 Smith-Purcell 복사 관점에서 관찰되는 현상을 조사하여 보았으며 그 결과는 다음과 같다. 감쇠정수가 최대가 되는 점 a에 해당되는 구조에서는 $n=-1$ 모드의 복사 강도가 (감쇠정수가 급변하는 a, b점 주변영역을 제외한) 감쇠정수가 작은 경우의 구조에서의 것에 비하여 상대적으로 매우 작은 값이 됨을 확인할 수 있는데, 이는 격자구조를 일반적인 공진기(resonator)로

모델링하면 감쇠정수가 커지게 되어 공진기의 Q인자(quality factor)가 작아지는 현상으로 해석할 수 있다. 그와는 대조적으로 감쇠정수가 최소가 되는 점 b에 해당되는 구조에서도 역시 $n=-1$ 모드의 복사 강도가 매우 작은 값이 됨이 관찰되었는데 이 경우에는 누설파안테나 관점에서의 복사각이 0° (broadside)가 되고 $n=-1$ 누설파 모드의 계수가 $0^{[8]}$ 이 되어 실제 복사되지 않는 경우와 동일하다.

지금까지의 논의로부터 격자구조의 복소전파상수를 알면 원하는 각도로 공진형의 Smith-Purcell 복사를 발생시키는 전하의 이동 속도를 계산 할 수 있음을 확인할 수 있다. 또한 이러한 현상의 실제적으로 공학적인 응용^[9]으로는 가변 RF전원(tunable electromagnetic source)와 입자가속기(particle accelerator) 및 자유전자 레이저(free-electron laser) 등을 열거할 수 있다. 끝으로 본 논문에서 다룬 Smith-Purcell 복사현상과 1934년에 발견되고 그 후로 꾸준히 연구되어온 체렌코프(Cherenkov) 복사현상간의 연관성을 밝히는 것도 매우 흥미로운 연구가 될 것이다.

IV. 결 론

등가 원리, 플로켓 정리 및 모멘트 방법을 이용하여 접지된 유전체층 위의 스트립격자 구조에 의한 Smith-Purcell 복사 문제를 해석하였다. 제안된 방법을 이용하여 복사 모드의 복사 각도와 상대 복사 강도를 계산하여 Smith-Purcell 복사 특성을 관찰하였으며, 누설파 복사 문제의 관점에서 구한 복소전파상수와 복사 패턴을 이용하여 두 가지 복사현상들간의 밀접한 관련성을 상세히 기술하였다. 앞으로의 과제로는 선전하의 이동 방향이 스트립 격자구조의 스트립 축에 대하여 임의의 각도를 갖는 보다 일반적인 경우에 대한 연구와 스트립격자구조가 유한하게 주기적인 경우에 대한 연구를 들 수 있는데 현재 이 분야들의 연구는 진행중에 있다. 무엇보다도, 현재까지의 전파공학분야에서, 기존의 Smith-Purcell 복사문제에 대한 연구가 지나치게 비현실적인 “정현적으로 변조된 리액턴스 표면(sinusoidally modulated reactance surface)” 모델을 이용하여 해석해온 반면에 본 연구에서는 실제적인 반사격자구조에 대하여 해석한 점이 의미가 있다고 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] S. J. Smith and E. M. Purcell, “Visible light from localized surface charges moving across a grating,” *Phys. Rev.*, vol. 92, p. 1069, Nov. 1953.
- [2] W. W. Salisbury, U. S. Patent 2 634 372, Apr. 7, 1953.
- [3] G. Toraldo DI Francia, “On the theory of some Čerenkovian Effects,” *Nuovo Cimento*, vol. 19, no. 1, pp. 61-77, Apr. 1960.
- [4] A. Hessel, “Resonances in the Smith-Purcell effect,” *Can. J. Phys.* vol. 42. pp. 1195-1211, 1964.
- [5] P. M. van den Berg and T. H. Tan, “Smith-Purcell radiation from a line charge moving parallel to a reflection grating with rectangular profile,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 64, no. 3, pp. 325-328, March 1974.
- [6] Hyo J. Eom, unpublished memo on, “Smith-Purcell radiation by rectangular channels in a conducting plane,” 1994.
- [7] Y. K. Cho, U. H. Cho, and J. H. Ko, “TM-Polarized electromagnetic scattering from a periodic strip array on a grounded dielectric,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 1, pp. 41-45, Jan. 1996.
- [8] J. Jacobsen, “Analytical, numerical, and experimental investigation of guided waves on a periodically strip-loaded dielectric slab,” *IEEE Trans.*, vol. AP-18, pp. 379-387, May 1970.
- [9] O. Haeberle, P. Rullhusen, and J. M. Salome, “Calculations of Smith-Purcell radiation generated by electrons of 1-100MeV,” *Phys. Rev.*, vol. 49, p. 3340, April 1994.

 저 자 소 개

趙 雄 熙(正會員) 第 32卷 A編 第 8號 參照
 현재 경북대학교 전자공학과 박사과
 정

李 喆 勳(正會員) 第 34卷 D編 第 5號 參照
 현재 경북대학교 전자공학과 박사과
 정

李 鍾 益(正會員) 第 32卷 A編 第 1號 參照
 현재 경북대학교 전자공학과 박사과
 정



金 炳 汶(正會員) 1964년 4월 5일생.
 1986년 2월 경북대학교 전자공학과
 (공학사). 1988년 2월 경북대학교 대
 학원 전자공학과 전파공학전공(공학
 석사). 1990년 1월 ~ 1997년 2월 금
 성정밀 선임연구원. 1996년 3월 ~
 현재 경북대학교 대학원 전자공학과
 전파공학전공(박사과정). 1997년 3월 ~ 현재 예천전문
 대학 정보통신과 전임강사

趙 榮 基(正會員) 第 32卷 A編 第 8號 參照
 현재 경북대학교 전자공학과 교수