

論文98-35D-1-7

양자우물 레이저 다이오드의 등가회로 모델

(An Equivalent Circuit Model for Quantum Well Laser Diodes)

李承雨*, 金大煜**, 崔佑榮*

(Seung-Woo Lee, Dae-Wook Kim, and Woo-Young Choi)

요 약

본 논문에서는 광연결 및 광통신 시스템에서 중요한 역할을 하는 양자우물 레이저 다이오드(LD)의 새로운 등가회로 모델을 제시한다. 이 등가회로 모델은 LD의 SCH 영역에서의 캐리어 전달 효과를 포함하고 있을 뿐만 아니라 주입 전류의 대신호 및 소신호 변화에 대한 광출력의 변화를 정확하고 안정적으로 얻을 수 있다. 제안된 모델은 저항, 콘덴서, 다이오드와 전류원으로 구성된다. 이 모델을 이용하여 L-I 특성, 바이어스 전류와 SCH 길이의 변화에 따른 펄스 응답, 주파수 응답에 대해서 SPICE 시뮬레이션을 수행하였다. 제안된 LD의 등가회로 모델은 LD가 포함된 OEIC 회로 설계 및 해석, LD 구동회로 설계 및 LD 패키징 설계등에서 유용하게 쓰일 것으로 기대된다.

Abstract

In this paper, a new equivalent circuit model for quantum-well laser diode (LD) is proposed. The model includes carrier transport effects in the SCH region, and provides, in a stable and accurate manner, large- and small-signal responses of laser diode output power as function of injected currents. SPICE simulation was performed using the circuit model and results are presented for L-I characteristics, pulse and frequency responses under various conditions. It is expected that the new equivalent circuit model will find useful applications for designing and analyzing OEIC, LD driver circuits, and LD packaging.

1. 서 론

최근 집적회로의 크기가 커지고 동작 속도가 증가함에 따라 칩 내부 및 칩 사이의 연결(interconnection)

시스템의 중요성이 커지고 있다. 많은 양의 정보를 고속으로 처리하는데 전자소자들 사이의 전기적 연결(electrical interconnection)은 capacitive loading 영향, cross talk, pinout의 제한 등의 한계성을 지니고 있다. 이러한 한계성을 극복할 수 있는 차세대 VLSI 시스템의 구현을 위해서 전자소자와 광자(photon)소자가 집적화된 광전 집적회로(optoelectronic integrated circuit : OEIC)가 대두되고 있다. OEIC를 이용한 광연결(optical interconnection)은 고속성, 낮은 cross talk 등의 장점을 가지고 있어 높은 성능을 얻을 수 있으며, 이에 대해서 많은 연구가 이루어지고 있다.^[1] OEIC회로에서 사용되는 광소자를 전기적으로 등가회로로 모델링할 수 있다면 전

* 正會員, 延世大學校 電子工學科 半導體 研究室
(Microelectronics Lab., Dept. of Electronic Eng., Yonsei University)

** 正會員, LG 半導體 (株)
(LG Semicon Co., Ltd.)

※ 본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(반도체 96-E-3206)에 의하여 연구되었음.

接受日: 1997年9月6日, 수정완료일: 1997年11月26日

체 시스템 설계 및 해석이 용이해질 수 있다. 이는 광 소자보다는 전기소자 및 회로의 해석에 더 많은 기술 과 지식이 축적되어 있기 때문이다. 본 논문에서는 OEIC를 이용한 광연결 구현이라는 궁극적인 목표 아래 가장 중요한 광소자라 할 수 있는 반도체 레이저 다이오드(LD)의 전기적 등가회로 모델링을 시도한다. 이와 같은 연구는 OEIC 시스템 해석 및 설계에 큰 도움이 될 것으로 예상되며, 또한 단일 LD 소자 구현 시 패키징 등에서 전기적 효과를 이해하는데 도움이 되리라 예상된다.

이제까지 LD의 회로 모델에 관한 연구를 살펴보면, Morishita^[2] 등이 RLC회로를 이용하여 LD의 전기적 소신호 모델을 제시하였고, Katz^[3]에서는 Morishita^[2]의 모델에 spontaneous emission과 이득 포화(gain saturation)를 추가적으로 고려하였다. Kan^[4]은 이를 양자우물 LD(Quantum-Well LD)에 적용하여 발전된 모델을 제시하였다. Morishita^[2] ~ Kan^[4]에서 제시한 모델이 소신호 모델인 반면, Tucker^[5]에서는 대신호 모델을 처음으로 제안하였고, 이를 중심으로 Lu^[6]에서는 전달 시간(transport time)의 변화에 따른 turn-on 지연 시간과 주파수 응답을 시뮬레이션하였다. 그러나, 이전의 연구는 다음과 같은 문제점을 지니고 있다. Morishita^[2], Katz^[3]와 Tucker^[5]에서는 DH 구조의 LD를 모델링하여 최근 많이 쓰이는 양자우물을 이용한 LD 해석이 어렵다. 그리고, Lu^[6]은 본 논문에서 제시할 등가회로 모델과 유사한 점이 있으나, 안정성의 문제를 갖고 있음이 본 연구의 결과 밝혀졌다.

따라서, 본 논문에서는 앞에서 제시한 다른 등가 회로 모델의 문제점을 개선하여 단일 양자우물 구조의 LD에 대해서 비율 방정식을 변형시킨 새로운 등가회로 모델을 제안한다. 제안된 등가회로 모델은 양자우물 LD를 모델링하였고, 비율 방정식에는 캐리어 전달 시간과 밀접한 관련이 있는 SCH(Separate Confinement Heterostructure)영역의 효과를 포함하였다. 또한, 주입 전류와 광자 밀도 사이에 두가지 해가 존재하는 문제점을 제거하여 모델의 안정성을 향상시켰다. 변형된 비율 방정식에서 다이오드 식을 이용하여 회로를 구성하였고, LD의 정확한 해석을 위해 열적 여기에 의해 생기는 피드백 항을 고려하여 모델링하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장은 등가회로 모델의 대상이 되는 SCH 단일 양자우물 구조와 LD

내부에서 일어나는 캐리어와 광자의 시간에 대한 변화를 나타내는 비율 방정식에 대해서 설명한다. 제 III장에서는 비율 방정식을 변형하여 기존에 발표된 등가회로 모델 [6] 과 유사한 등가회로 모델 I 을 얻는 과정과 이 모델이 갖는 안정성 문제점에 대해서 언급한다. 제 IV장에서는 안정성을 향상시킨 등가회로 모델 II를 제안하고 제 V장에서는 모델 II의 SPICE 시뮬레이션을 이용하여 LD의 L-I 특성, SCH 영역의 길이와 바리어스 전류 변화에 따른 펄스 응답 특성 및 주파수 응답 특성을 분석한다. 마지막으로 제 VI장에서는 제안한 모델의 특징과 앞으로의 응용 분야를 토대로 결론을 내린다.

II. LD의 구조와 비율 방정식

본 논문에서 모델링한 LD의 구조는 그림 1과 같이 InGaAs/GaAs SCH SQW(Single Quantum Well) LD이다. 이 구조는 1500Å의 길이를 갖는 대칭 SCH 층을 가지고 있으며, 활성층(active layer)은 길이가 80Å인 In_{0.2}Ga_{0.8}As 양자우물로 이루어졌다. 계산에 사용된 cavity의 길이는 300μm이다. 이 특정 구조는 구체적 모델링 결과를 얻기 위해 사용된 것으로 본 연구에 사용된 모델링 방법은 LD의 구조에 관계 없이 적용될 수 있다.

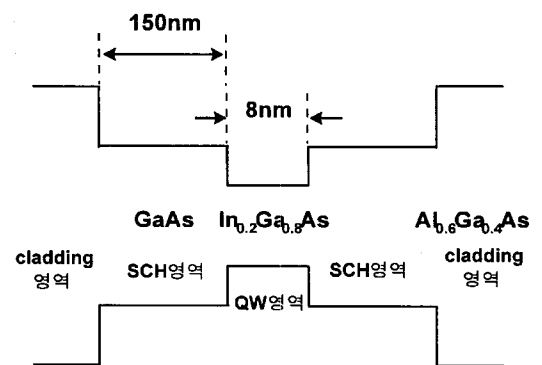


그림 1. 회로 모델링을 위한 SCH 단일 양자우물 레이저 다이오드의 구조

Fig. 1. The structure of SCH single quantum well laser diode for circuit modeling.

주입된 전자와 정공은 클래딩(cladding)층에서 두가지 과정을 거쳐서 양자우물에 도달하게 된다. 첫 번째 과정은 확산과 LD의 양단에 걸리는 전계에 의해 SCH 영역을 통과하는 것이다. 두 번째 과정은 양자

우물에 의해 캐리어가 포획되는 것이다. 이런 과정을 거쳐 우물 안에 포획된 캐리어 대부분이 빛으로 바뀌나 이 중 일부는 열적 여기에 의해 양자우물 밖으로 빠져나간다. LD에서 나오는 빛이 단일 모드(single-mode)라고 할 때 이와 같은 캐리어와 광자의 다이내믹스(dynamics)는 다음의 비율 방정식으로 나타낼 수 있다.^[7]

$$\frac{dN_{SCH}}{dt} = \frac{I}{qV_{SCH}} - \frac{N_{SCH}}{\tau_r} - \frac{N_{SCH}}{\tau_{nb}} + \frac{N_w(V_w/V_{SCH})}{\tau_e} \quad (1)$$

$$\frac{dN_w}{dt} = \frac{N_{SCH}(V_{SCH}/V_w)}{\tau_r} - \frac{N_w}{\tau_n} - \frac{N_w}{\tau_{nr}} - \frac{N_w}{\tau_e} - \frac{G(N_w, S) \cdot S}{1 + \epsilon S} \quad (2)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\Gamma G(N_w, S) \cdot S}{1 + \epsilon S} - \frac{S}{\tau_p} + \Gamma \beta \frac{N_w}{\tau_n} \quad (3)$$

위의 식에서 I는 주입된 전류, N_w와 N_{SCH}는 우물과 SCH 영역에서의 캐리어 밀도이고, V_w와 V_{SCH}는 활성층과 SCH층의 체적이다. 그리고, τ_n, τ_{nr}은 각각 우물에서의 radiative 캐리어 재결합시간, nonradiative 재결합시간을 나타내며, τ_{nb}는 SCH층에서의 총 재결합시간을 나타낸다. 또한, τ_p, τ_r과 τ_e는 각각 광자의 수명시간(lifetime), 캐리어가 SCH층을 통과하여 우물에 포획되는 시간, 그리고 캐리어가 열적 여기에 의해 우물밖으로 빠져 나오는데 걸리는 시간이다. 마지막으로 ε은 이득 억압 계수(gain compression factor), Γ는 광자득 계수, β는 spontaneous emission factor, 그리고 G(N_w, S)는 LD의 이득을 나타낸다.

III. 등가회로 모델 I

위의 비율 방정식은 캐리어와 광자의 밀도는 전압과 전류에 관한 절점(node) 방정식으로 변형될 수 있다. 먼저, 식 (1)에서 양변에 qV_{SCH}를 곱하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\tau_r \frac{d(qV_{SCH}N_{SCH})}{dt} = I - \frac{qV_{SCH}N_{SCH}}{\tau_r} - \frac{\tau_r}{\tau_{nb}} \cdot \frac{qV_{SCH}N_{SCH}}{\tau_r} + \frac{\tau_n}{\tau_e} \cdot \frac{qN_wV_w}{\tau_n} \quad (4)$$

여기서 위 식의 'qV_{SCH}N_{SCH}/τ_r'항을 I_{SCH}로 변환하고, 'qV_wN_w/τ_n'항을 I_w로 바꾼 후 I에 관해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$I = \tau_r \frac{dI_{SCH}}{dt} + \left(1 + \frac{\tau_r}{\tau_{nb}}\right) \cdot I_{SCH} - \frac{\tau_n}{\tau_e} \cdot I_w \quad (5)$$

그리고, 식 (2)에 대해서도 앞에서 수행한 과정과 유사하게 양변에 qV_w를 곱하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$I_{SCH} - \frac{\tau_n}{\tau_e} \cdot I_w = \tau_n \frac{dI_w}{dt} + I_w \cdot \left(1 + \frac{\tau_n}{\tau_{nr}}\right) + \frac{qV_w G(N_w, S) \cdot S}{1 + \epsilon S} \quad (6)$$

위의 식 (5)와 (6)에서 I_{SCH}는 전류의 단위를 가진다. 그러나, 이것은 변형된 식 (5)에서 식 (6)으로 값을 전달하는 매개 변수 역할을 한다고 볼 수 있다. 그러므로, 전류가 아닌 절점 전압으로 생각하여 위의 식을 해석하면 편리하게 회로를 구성할 수 있다. 예를 들면, 식 (5)는 절점 I_{SCH}를 중심으로 전류 I와 전류원 'τ_n · I_w/τ_e'가 흘러들어가고, 전압 I_{SCH}가 걸린 상태에서 τ_r의 값을 갖는 콘덴서와 (1 + τ_r/τ_{nb})⁻¹의 저항을 통해 전류가 흘러 나가는 절점 방정식으로 볼 수 있다. 이를 회로적으로 구성하면 그림 2와 같이 구성할 수 있다.

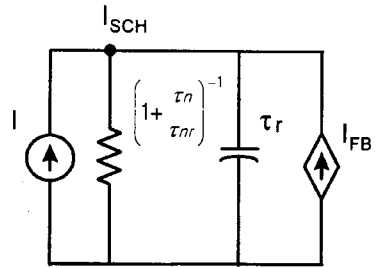


그림 2. 비율 방정식의 단순한 변형의 예
Fig. 2. An example of simple circuit model transformed the rate equation.

마지막으로 식 (3)에 대해서도 양변에 qV_w를 곱하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{qV_w G(N_w, S) \cdot S}{1 + \epsilon S} + \beta I_w = \frac{qV_w}{\Gamma} \cdot \frac{dS}{dt} + \frac{qV_w}{\Gamma} \cdot \frac{S}{\tau_p} \quad (7)$$

위의 식에서 이득에 관한 항을 I_{gain}이라 정의하고, 이의 분모를 Taylor 급수 전개한다. 그리고, LD의 양자우물로 들어오는 캐리어와 광출력의 관계를 구하면 LD의 이득곡선을 선형적으로 다음의 식 (8)과 같이 근사화할 수 있다.

$$I_{gain} = \frac{qV_w G(N_w, S) \cdot S}{1 + \epsilon \cdot S} \approx qV_w \cdot g_0(N_w - N_0)(1 - \epsilon S) \cdot S \quad (8)$$

여기서 g₀는 차동이득(differential gain)이고 N₀는 LD의 transparency일때 양자우물의 캐리어 밀도이다. 또한, 광출력(P_I)을 얻기 위해 광자 밀도(S)를 아

래의 식 (9)를 이용하여 변환할 수 있다.

$$S = \frac{\Gamma \tau_p \lambda_0}{V_w \eta h c} \cdot P_f = \theta \cdot P_f \quad (9)$$

여기서 h 는 플랑크 상수이고, c 는 빛의 속도이다. 등가회로 모델 I 은 식 (5), (6), (7)과 (8)을 이용하여 절점 방정식으로 해석하면 그림 3과 같이 세 개의 영역으로 회로가 구성됨을 알 수 있다. 처음 부분은 주입된 전류가 SCH영역을 통과하여 양자우물로 흘러 들어가는 것을 나타내는 회로이고, 두번째는 양자우물로 흘러 들어온 캐리어가 spontaneous emission과 stimulated emission에 의해 빛으로 바뀌는 과정을 나타내는 회로이다. 세번째 회로는 양자우물 내의 캐리어와 광자의 관계를 나타낸다. 그리고, 식 (5)와 (6)에서 열적 여기에 의해 생긴 ' $\tau_n \cdot I_w / \tau_e$ '항은 절점 I_{SCH} 와 I_w 를 연결하는 피드백 항으로서, 절점 I_w 에 걸리는 전압에 의해 제어된다. 그림 3에서는 이를 I_{FB} 라는 종속 전류원으로 표시하였다.

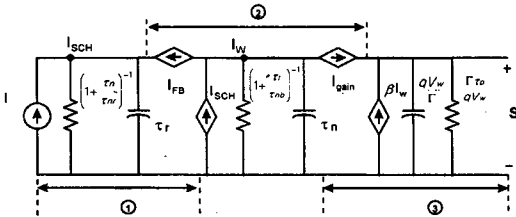


그림 3. LD의 등가회로 모델 I
Fig. 3. Equivalent circuit model I of LD.

그러나, 등가회로 모델 I 은 다음과 같은 문제점을 지니고 있다. 위의 식 (8)을 이용하여 비율방정식으로부터 정상상태일 때 양자 우물에서의 캐리어 밀도인 \bar{N}_w 에 관해서 풀면 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{N}_w = \frac{\tau_n}{D} \cdot \left(\frac{\bar{I} \cdot \tau_{nb}}{q V_w (\tau_{nb} + \tau_r)} - \frac{\bar{S}}{\Gamma \tau_p} \right) \quad (10)$$

그리고, 위의 식 (10)을 식 (3)에 대입하면 정상상태일 때 광자 밀도(\bar{S})와 주입 전류(\bar{I})에 대해 다음과 같은 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\bar{I} = q V_w \frac{\frac{\epsilon}{\Gamma \tau_p} \cdot \bar{S} - \left(\frac{1}{\Gamma \tau_p} - \frac{N_0 \epsilon}{\tau_n} D \right) \cdot \bar{S}^2 - \left(\frac{N_0}{\tau_n} D + \frac{\beta + D}{g_0 \Gamma \tau_p \tau_n} \right) \cdot \bar{S}}{\frac{\tau_{nb}}{(\tau_{nb} + \tau_r)} \left(\epsilon \cdot \bar{S}^2 - \bar{S} - \frac{\beta}{g_0 \tau_n} \right)} \quad (11)$$

$$D = \frac{\tau_r \tau_n}{(\tau_{nb} + \tau_r) \tau_e} + \frac{\tau_n}{\tau_{nr}} + 1 - \beta$$

식 (11)는 정상상태일 때 주입 전류와 광자 밀도에 관한 함수이다. 그런데, 이를 표 1에 주어진 파라미터를 이용하여 수치적으로 풀면 그림 4와 같이 두 개의 해가 존재하는 두 개의 영역이 나타난다. 첫번째 영역은 그림 4(a)와 같이 주입 전류가 문턱 전류(threshold current) 부근의 값일 때 나타나며, 주어진 전류에 대해 광출력이 갖는 두 개의 해중에서 음이 아닌 값을 나타내는 실선이 원하는 해가 된다. 두번째 영역은 그림 4(b)는 주입 전류가 매우 커서 광출력이 포화되는 경우에 해당되는데, 이 경우에도 원하는 해는 실선 부분의 값이 된다. 이와 같이 두 개의 해가 존재하는 영역에서는 수치적으로 다중의 해를 가진 비선형 방정식에 대해서 해를 구하기 어렵다.^[8] 또한, 제한한 등가회로 모델 I 에 대해서 시뮬레이션을 수행하면 잘못된 결과를 얻게 되는데, 이는 SPICE 시뮬레이션에서는 DC convergence 문제와 정상상태에서 정확한 동작점을 찾기 힘들다는 문제점이 발생하기 때문이다.

표 1. 시뮬레이션에 이용한 LD 파라미터
Table 1. LD parameters used for the simulation.

파라미터	의미	값	단위
θ	광자와 광출력의 비율	932.05×10^{14}	$W^{-1} \cdot cm^{-3}$
λ_0	레이징 파장	0.98	μm
V_w	양자우물의 체적	4.8×10^{-12}	cm^3
Γ	광 가둠 계수	0.0253	-
β	spontaneous emission factor	0.0004	-
g_0	광 이득 계수	6.3566×10^6	$s^{-1} \cdot cm^3$
N_0	transparency일때 캐리어 밀도	1.2×10^{18}	cm^{-3}
τ_r	캐리어가 우물에 포획되는 시간	11.733×10^{-12}	s
τ_p	광자의 수명시간	2.51×10^{-12}	s
τ_n	우물에서의 radiative 재결합 시간	1.2×10^{-9}	s
τ_e	열적여기에 의해 우물 밖으로 나오는 시간	117.461×10^{12}	s
N_c	바이어스가 영일때 캐리어 농도	5.41×10^{10}	cm^{-3}
ϵ	이득 억압 계수	2.96×10^{17}	cm^3
η	차동 양자 효율	0.7	-

주의 : *은 [11] 에서 발췌한 값임, **은 [12] 에서 발췌한 값임
†은 [7] 에서 제시한 계산방법을 이용함, ††은 [13] 에서 제시한 계산방법을 이용함

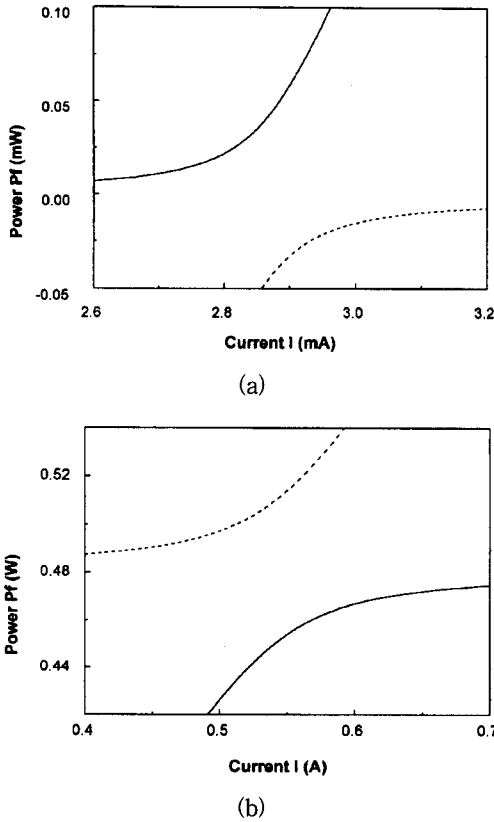


그림 4. 모델 I의 정상상태일 때 주입전류와 광출력의 관계(a) 문턱전류 부근의 경우 (b) 높은 광출력을 갖는 경우

Fig. 4. Relation between injected current and optical power under the steady-state condition in model I (a) the case of nearby threshold current (b) the case of high optical power.

IV. 등가회로 모델 II

제 III장에서 본 바와 같이 등가회로 모델 I에 대해서 주어진 전류와 광출력에 대한 관계를 살펴본 결과 안정성을 보장할 수 없는 문제점을 갖고 있다. 그러므로, 이를 해결하면서 주입 전류와 광출력 관계에서 원하는 해를 얻기 위해 광자 밀도와 캐리어 밀도에 대해 다음과 같은 보정이 필요하다.^[9] 먼저, 그림 4(a)에서 원하는 해를 얻기 위해 광출력은 음이 아닌 값을 가져야 하므로 광출력을 다음과 같이 이차식으로 바꿀 수 있다.

$$P_f = (m + \delta)^2 \quad (12)$$

여기서 m은 등가회로 모델 상에서 광출력을 얻기 위한 등가 전압의 의미를 지니고 있으며, 모델 I의 출력

인 S와는 식 (9)와 식 (12)에서 $S = \theta(m + \delta)^2$ 의 관계로 표현할 수 있다. 그리고, δ 는 비율 방정식에 대입했을 때 분모가 영이 되는 것을 막아주도록 수치 해석적 이유로 사용되는 매우 작은 값(약 1×10^{-10})이므로 실제 계산 결과에는 아무런 영향을 미치지 않는다. 또한, 정상 상태의 양자 우물에서의 캐리어 밀도를 나타낸 식 (11)에 그림 4(b)의 실선과 점선으로 나타난 두 경우에 대해서 주입 전류와 광자 밀도의 값을 대입한다. 그 결과 점선 부분의 경우에는 캐리어 밀도가 음의 값을 갖고, 실선 부분의 경우에는 양의 값을 갖는다. 그러므로, 실선 부분인 원하는 해를 갖기 위해서는 정상 상태의 양자 우물에서의 캐리어 밀도가 항상 양수이어야 하고, 이를 위해 다음과 같이 캐리어 밀도에 관한 전형적인 지수 함수를 사용한다.

$$N_w = N_e \cdot \exp\left(\frac{V_j}{nV_T}\right) \quad (13)$$

여기서 V_j 는 LD 양단의 인가 전압, N_e 는 V_j 가 영일 때 캐리어의 농도, n 은 이상계수(ideality factor), 그리고 V_T 는 열전압(thermal voltage)이다. 결국, 식 (12), (13)을 식 (5), (6), (7)에서 구한 비율 방정식에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$I = \tau_r \frac{dI_{SCH}}{dt} + \left(1 + \frac{\tau_r}{\tau_{nr}}\right) \cdot I_{SCH} - I_{FB} \quad (14)$$

$$I_{SCH} - I_{FB} = I_{D1} + I_{D2} + I_{C1} + I_{C2} \quad (15)$$

$$2\tau_p \frac{dm}{dt} + m = I_1 + I_2 \quad (16)$$

위 식에서 I_{D1} , I_{D2} , I_{C1} , I_{C2} , I_1 , I_2 는 다음과 같다.

$$I_{D1} = qV_w N_e \cdot \left(\frac{1}{2\tau_n} + \frac{1}{\tau_{nr}}\right) \cdot \left[\exp\left(\frac{V_j}{nV_T}\right) - 1\right] \quad (17)$$

$$I_{D2} = \frac{qV_w N_e}{2\tau_n} \left[\exp\left(\frac{V_j}{nV_T}\right) - 1 + \frac{2\tau_n}{nV_T} \exp\left(\frac{V_j}{nV_T}\right) \frac{dV_j}{dt}\right] \quad (18)$$

$$I_{C1} = (2g_0 \tau_n I_{D1} - qV_w g_0 (N_0 - N_e)) \times (1 - \epsilon \theta P_f) \theta P_f \quad (19)$$

$$I_{C2} = qV_w N_e \cdot \left(\frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_{nr}}\right) \quad (20)$$

$$I_1 = \left[\frac{2I_{g0} \tau_p \tau_n}{qV_w} I_{D1} - I_{g0} \tau_p (N_0 - N_e)\right] \times (1 - \epsilon \theta P_f) (m + \delta) \quad (21)$$

$$I_2 = \frac{1}{m + \delta} \left[\frac{2I_{\beta} \tau_p}{q \theta V_w} I_{D1} + \frac{I_{\beta} \tau_p N_e}{\theta \tau_n}\right] - \delta \quad (22)$$

새로이 변형된 비율 방정식에서 등가회로 모델 I이

갖는 안정성의 문제점이 해결되었음을 보기 위해 주입 전류와 광출력의 관계를 살펴보면 된다. 이를 위해 식 (14), (15), (16)를 연립해 풀면 그림 5와 같이 주입 전류가 문턱 전류 부근일 때와 주입 전류가 큰 경우에 원하는 하나의 해를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 등가 회로 모델Ⅱ는 위의 변형된 비율 방정식을 이용하여 그림 2에서 제시한 방법과 유사하게 구성할 수 있다. 그런데, 식 (17)은 다이오드의 양단에 걸린 전압과 흐르는 전류에 관한 관계식이므로 이를 전압에 의해 제어되는 전류원 대신 다이오드로 바꿀 수 있다. 식 (18)도 다이오드의 전압과 전류에 관한 식인데, HSPICE^[10]에서 사용하는 다이오드의 transit time (TT) 모델을 적용할 수 있다. 이는 다이오드의 등가 모델중 주입된 소수 캐리어에 의해 일어나는 확산 캐패시턴스(diffusion capacitance)를 모델링한 것이다.

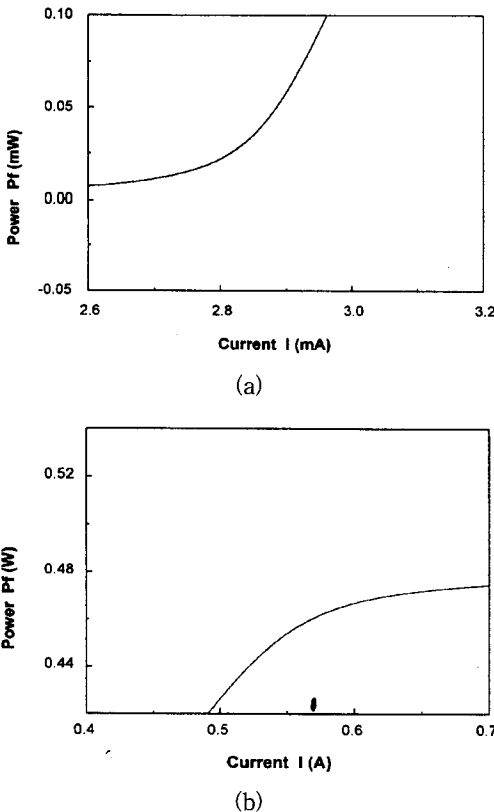


그림 5. 모델Ⅱ의 정상상태일 때 주입전류와 광출력의 관계 (a) 문턱전류 부근의 경우 (b) 높은 광출력을 갖는 경우

Fig. 5. Relation between injected current and optical power under the steady-state condition in modelⅡ (a) the case of nearby threshold current (b) the case of high optical power.

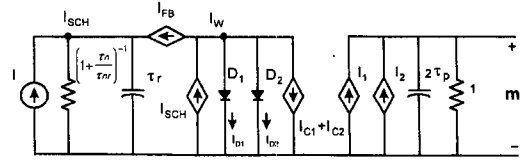


그림 6. LD의 등가회로 모델Ⅱ
Fig. 6. Equivalent circuit modelⅡ of LD.

최종적으로 구한 LD의 등가회로 모델Ⅱ은 그림 6과 같이 나타낼 수 있고, 이 모델의 SPICE Netlist는 부록에 나타낸 바와 같다. 다이오드 D₁, D₂에 흐르는 전류원 I_{D1}과 I_{D2}는 식 (17), (18)과 같고, I_{D1}에 의해 제어되는 종속 전류원 I₁과 I₂는 각각 식 (21), (22)과 같다. 등가회로 모델Ⅱ를 등가회로 모델Ⅰ과 비교해 보면 두 번째 비율 방정식을 이용하여 구성한 회로에서 저항과 콘덴서가 다이오드 D₁, D₂로 바뀌었고, 세 번째 비율 방정식에서는 종속 전류원 I₁, I₂가 첨가되었다. 또한, 얻고자 하는 출력이 광자 밀도 S에서 광출력의 치환된 값인 m으로 바뀌었다.

V. 시뮬레이션 결과 및 고찰

제안한 등가회로 모델Ⅱ의 타당성을 검증하기 위해 SPICE 시뮬레이션을 하였고, 사용한 툴은 HSPICE이다. 시뮬레이션은 표 1에 나타낸 파라미터 값을 이용하여 LD의 L-I 특성, 펄스 응답, 주파수 특성 등에 대해서 수행하였다. 시뮬레이션에 사용한 파라미터 값들은 Nagarajan^[11]과 Silva^[12]에서 발췌한 값이며, 나머지 파라미터 값들은 Nagarajan^[7]과 Agrawal^[13]에서 제시한 계산을 통해 구하였다. 또한, 각각의 시뮬레이션을 위한 SPICE 명령을 해당되는 그림에 첨가하였다.

먼저, 등가회로 모델Ⅱ를 이용하여 L-I 특성에 관해 시뮬레이션을 수행한 결과는 그림 7과 같고 주어진 구조의 LD는 문턱 전류(I_{th})가 약 2.5mA임을 알 수 있다. 다음으로 LD에 펄스 신호를 인가했을 때 두 가지 경우에 대해서 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 8(a)는 바이어스 전류가 문턱 전류 이하일 때 펄스신호에 대한 응답이다. 인가한 전류의 진폭은 2.0I_{th}로 동일하고 바이어스 전류는 0.8I_{th} 값을 갖는다. 그림에서 보면 펄스 신호가 상승할 때는 relaxation oscillation이 일어나지만 하강할 때는 거의 일어나지 않음을 볼 수 있다. 또한, 그림 8(b)는 바이어스 전류가 문턱 전류

이상일 때 펄스 신호에 대한 LD의 응답을 나타내고, 바이어스 전류로 $2.0I_{th}$ 값을 인가하였다. 이 경우 relaxation oscillation은 상승 시점과 하강 시점에서 모두 발생한다는 것을 알 수 있다.

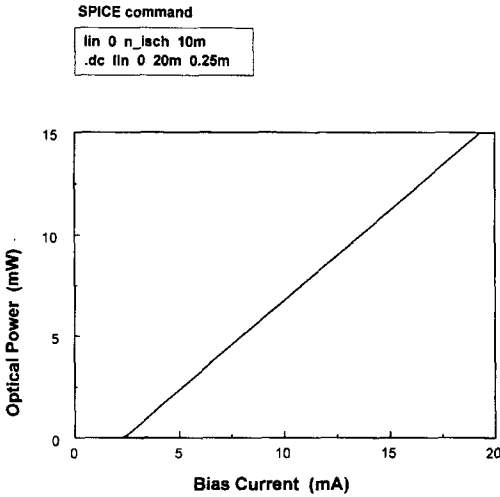
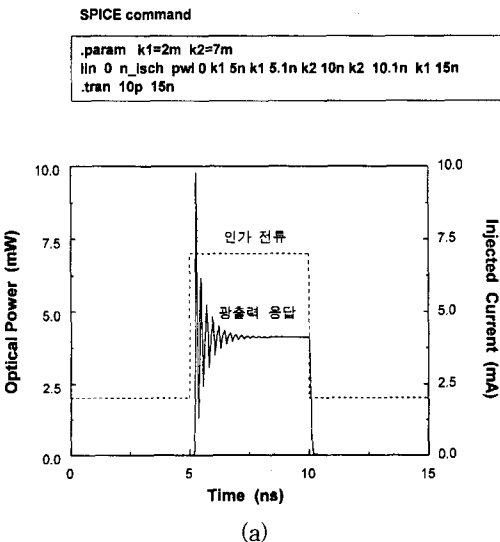


그림 7. LD 등가회로 모델의 L-I 특성 곡선
Fig. 7. L-I characteristics curve for equivalent circuit model of LD.

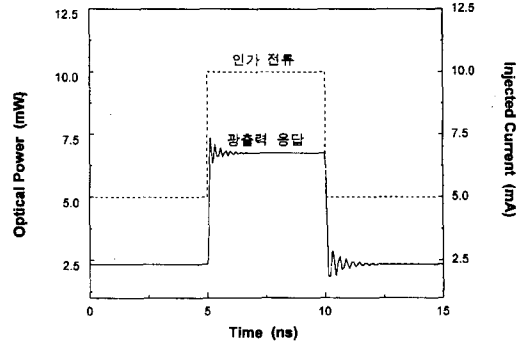
두 경우, 상승시점에서 오실레이션 진폭의 차이가 나는 것은 turn-off 상태에서 이미 주입된 캐리어의 양이 다르기 때문이다. 즉, 그림 8(a)에서는 한번에 많은 양의 캐리어가 필요한 반면, 그림 8(b)에서는 이미 안정적인 캐리어 양이 주입된 상태이기 때문에 오실레이션의 정도가 작다.



(a)

SPICE command

```
.param k1=5m k2=10m
.lin 0 n_isch pwl 0 k1 5n k1 5.1n k2 10n k2 10.1n k1 15n
.tran 10p 15n
```



(b)

그림 8. 바이어스 전류 변화에 따른 LD 모델의 펄스 응답 (a) 바이어스 전류가 문턱전류 이하일 때 (b) 바이어스 전류가 문턱전류 이상일 때

Fig. 8. Pulse response of LD model under varying the bias currents (a) the case of applying the bias current below the threshold current (b) the case of applying the bias current over the threshold current.

반면, 하강 시점에서 진폭의 차이는 LD가 turn-off 상태에서 남아 있는 캐리어의 양이 다르기 때문이다. 그림 8(a)의 경우 캐리어가 오실레이션이 일어나기 부족한 상태인 반면, 그림 8(b)에서는 오실레이션을 일으킬 수 있는 캐리어 양이 어느 정도 존재하기 때문이다.

마지막으로 바이어스 전류와 SCH 길이의 변화에 따른 주파수 특성을 살펴보았다. 먼저, 바이어스 전류를 변화시켜 시뮬레이션을 수행한 결과 그림 9에서처럼 변조 지수(modulation index)를 0.1로 고정시키고, 바이어스 전류를 문턱전류의 1.5, 4, 10배로 인가할 때 3dB 대역폭은 각각 대략 5.3, 11.5, 16.5 GHz가 된다. 그러므로, 바이어스 전류가 증가함에 따라 3dB 대역폭은 증가하고, LD의 주파수 응답은 바이어스 전류 I_{th} 의 함수임을 알 수 있다. 또한, 주파수가 높아짐에 따라 응답의 최대값이 줄어든다는 것을 볼 수 있다. 다음으로 SCH 길이를 변화시켜 주파수 응답과 turn-on 지연시간의 관계를 살펴 보았다. SCH 길이가 760, 1500, 3000 Å으로 늘어날수록 캐리어 전달시 V간은 각각 3, 11.7, 47 psec로 증가하게 되고 다른

주요 파라미터 값들도 변하게 된다.

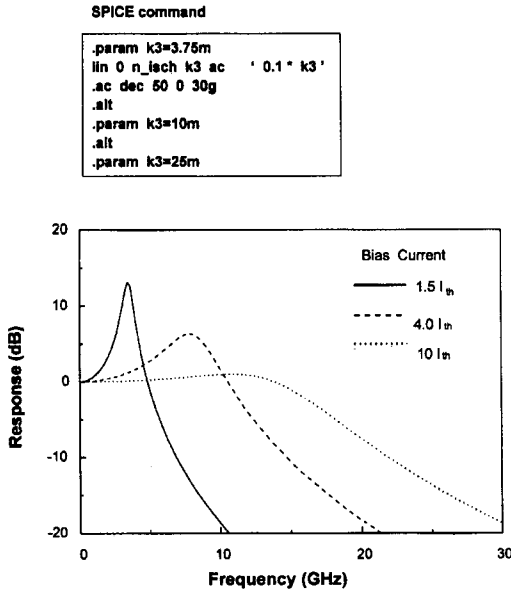


그림 9. 바이어스 전류 변화에 따른 LD 모델의 주파수 응답
 Fig. 9. Frequency response of LD model under varying the bias currents.

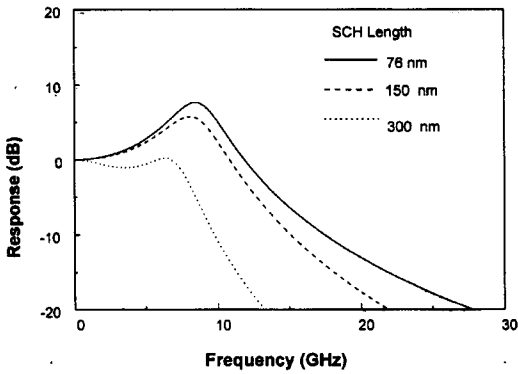


그림 10. SCH 길이의 변화에 따른 LD 모델의 주파수 응답
 Fig. 10. Frequency response of LD model for various SCH lengths.

다시 계산된 파라미터를 이용하여 시뮬레이션을 수행하면 그림 10과 같은 주파수 응답을 얻을 수 있으며, turn-on 지연시간은 그림 11과 같이 나타난다. 여기서 SCH 길이가 증가할수록 캐리어 전달시간이 증가하여 3dB 대역폭은 줄어들고 공진주파수도 감소함을 알 수 있다. 또한, 문턱 전류의 두 배에 해당하는 동일한 진폭과 바이어스 값을 갖는 펄스 전류를 인가하

였을 때 SCH 길이가 증가할수록 turn-on 지연시간도 증가함을 볼 수 있으며, 이러한 시뮬레이션 결과는 Nagarajan^[11]과 Ishikawa^[14]에서 실험적으로 나온 결과와 일치함을 알 수 있다.

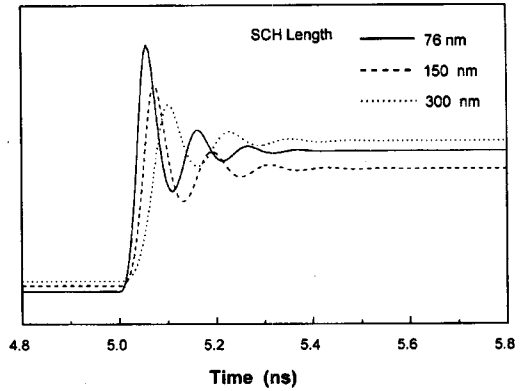


그림 11. SCH 길이의 변화에 따른 LD 모델의 turn-on 지연시간
 Fig. 11. Turn-on delay time of LD model for various SCH lengths.

VI. 결론

본 논문에서는 SCH 영역에서의 캐리어 전달효과를 고려한 비율 방정식을 변형한 후 회로적으로 해석하였다. 그리고, 이를 등가회로로 구성하여 SCH 단일 양자우물 LD를 모델링하였다. 기존의 등가회로 모델들이 갖는 문제점을 해결하기 위해 비율 방정식을 변형하여 등가회로 모델 I을 구성하였다. 그러나, 이 모델은 정상 상태에서 두 개의 해가 존재하여 안정하지 못한 문제점을 갖는다. 이런 문제점을 극복하기 위해 광자 밀도와 캐리어에 대해 새로운 식을 변형된 비율 방정식에 대입하여 하나의 해를 갖는 등가회로 모델 II를 구성하였으며 안정성이 향상되었음을 확인하였다. 제안한 모델 II는 저항, 콘덴서, 다이오드와 종속 전류원으로 구성되었으며, SPICE 시뮬레이션을 통해 모델의 타당성을 검증하였다. 이러한 LD의 등가회로 모델은 LD가 포함된 OEIC 회로 설계 및 해석, LD 구동회로 설계, LD 패키징 설계 등에서 유용하게 쓰일 것으로 기대된다.

부록. LD 등가회로 모델 II의 SPICE Netlist

*Laser Diode Simulation Netlist


```

*LD model
xLD n_isch 0 n_pf LD
rout n_pf 0 rload

*sub-circuit modeling
.subckt LD n_isch 0 n_pf

*first sch model
csch n_isch 0 taur
rsch n_isch 0 '1/(1+taur/(taunb))'
gfb n_iw n_isch cur='q*qw_v*ne*exp(v(n_iw,0)
/(n*vt))/taue'

*second qw model
gsch 0 n_iw vccs n_isch 0 1
d1 n_iw nd1 diode1
vd1 nd1 0 0
d2 n_iw 0 diode2
ic2 n_iw 0 'q*qw_v*ne*(taun+taunr)/(taun
*taunr)'
gc1 n_iw 0 cur='(2*go*pra*taun*i(vd1)-q*qw_v
*go*pra*(no-ne))*
+ (1-epsilon*pra*v(n_pf))*v(n_pf)'

*third output model
g1 0 n_m cur='(2*gamma*go*taup*taun*1.0e+
19/(1.6*qw_v))*i(vd1)-
+ gamma*go*taup*(no-ne)*(1-epsilon*pra*v(n_
pf))*(v(n_m)+sigma)'
g2 0 n_m cur='(2*gamma*beta*taup/(q*pra
*qw_v))*i(vd1)+gamma*beta*taup*ne/
+ (pra*taun))/(v(n_m)+sigma)-sigma'
cout 0 n_m 2p
rout 0 n_m 1
eout n_pf 0 vol='(v(n_m)+sigma)*(v(n_m)+
sigma)'
.ends

*diode model
.model diode1 d (is='q*qw_v*ne*(taunr+2*taun)/
(2*taun*taunr)' n=2)
.model diode2 d (is='q*qw_v*ne/(2*taun)' n=2
tt='2*taun')
.end

```

참 고 문 헌

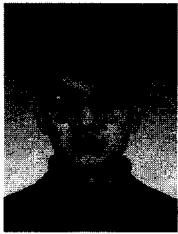
- [1] Ashok K. Goel, *High-Speed VLSI Interconnections : modeling, analysis, and simulation*, John Wiley & Sons, NY, 1994.
- [2] M. Morishita, T. Ohmi and J. Nishizawa, "Impedance characteristics of double-heterostructure laser diodes," *Solid-State Electronics*, vol. 22, pp. 951-962, 1979.
- [3] J. Katz, *et al.*, "The intrinsic electrical equivalent circuit of a laser diode," *IEEE J. of Quantum Electron.*, vol. QE-17, no. 1, pp. 4-7, 1981.
- [4] S. C. Kan and K. Y. Lau, "Intrinsic equivalent circuit of quantum-well lasers," *IEEE Photon. Tech Lett.*, vol. 4, no. 6, pp. 528-530, 1992.
- [5] R. S. Tucker, "Large-signal circuit model for simulation of injection-laser modulation dynamics," *IEE Proc.*, pt. I, vol. 128, pp. 180-184, 1981.
- [6] M. F. Lu, C. Juang, M. J. Jou and B. J. Lee, "Study of carrier transport effects on quantum well lasers using a SPICE simulator," *IEE Proc.-optoelectron.*, vol. 142, no. 5, pp. 237-240, 1995.
- [7] R. Nagarajan, *et al.*, "High speed quantum-well lasers and carrier transport effects," *IEEE J. of Quantum Electron.*, vol. 28, no. 10, pp. 1990-2007, 1992.
- [8] Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, *Numerical methods for engineers*, 2nd ed., Mc-Graw-Hill, NY, 1988.
- [9] S. A. Javro and S. M. Kang, "Transforming Tucker's linearized laser rate equations to a form that has a single solution regime," *J. of Lightwave Tech.*, vol. 13, no. 9, pp. 1899-1904, 1995.
- [10] *HSPICE User's manual Vol. 2*, Meta-Software, CA, 1996.
- [11] R. Nagarajan, *et al.*, "Transport limits in high-speed quantum-well lasers : experiment and theory," *IEEE Photon. Lett.*, vol. 4, no. 2, pp. 121-124, 1992.

[12] H. J. A da Silva, *et al.*, "Sensitivity degradation with laser wavelength chirp for direct optical receivers," *IEE Proc.*, pt J, vol. 136, no. 4, 1989.

[13] Govind P. Agrawal and Niloy K. Dutta, *Semiconductor Lasers*, 2nd ed., Van Nostrand Reinhold, NY, 1993.

[14] M. Ishikawa, *et al.*, "Long wavelength high-speed semiconductor lasers with carrier transport effects," *IEEE J. of Quantum Electron.*, vol. 28, no. 10, pp. 2230-2241, 1992.

저 자 소 개



李承雨(學生會員)
 1972년 1월 27일생. 1995년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업. 1997년 2월 동 대학원 석사 학위 취득. 1997년 3월 ~ 현재 동 대학원 박사 과정. 주 관심 분야는 아날로그 회로 설계 및 광통신 시스템의 회로 모델링임

金大煜(正會員)
 1972년 9월 12일생. 1995년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업. 1997년 8월 동 대학원 석사 학위 취득. 1997년 9월 ~ 현재 LG 반도체 설계개발 CTR 연구원. 주관심 분야 는 반도체 소자 및 회로 설계임

崔佑榮(正會員) 第34卷 C編 第11號 參照