

論文98-35C-7-10

이중 클러스터링 기법을 이용한 퍼지 시스템의 새로운 동정법

(A New Identification Method of a Fuzzy System via Double Clustering)

金 殷 泰 * , 李 基 哲 * , 李 羲 振 * , 朴 玟 用 *

(Eun-Tai Kim, Ki-Chul Lee, Hee-Jin Lee, and Mign-On Park)

요 약

본 논문에서는 Sugeno형 퍼지 모델의 실정 알고리즘을 제안한다. 제안한 방법은 [1-4]에서 제안된 방법 보다 간단하며 [5]와 [6]에서 제안된 방법과 비슷한 구조를 갖는다. 본 제안한 방법은 대략 조정과 미세 조정의 두단계로 나뉜다. 본 논문에서는 대략 조정을 위하여 이중 클러스터링 기법을 제안한다. 끝으로 컴퓨터 모의 실험을 통하여 본 알고리즘의 타당성을 확인한다.

Abstract

In this paper, we suggest a new identification method for Sugeno-type fuzzy model via new data clustering strategy. The suggested algorithm is much simpler than the original identification strategy adopted in [1-4]. The algorithm suggested in this paper is somewhat similar to that of [5] and [6], that is, the algorithm suggested in this paper consists of two steps: coarse tuning and fine tuning. In this paper, double clustering strategy is proposed for coarse tuning. Finally, the results of computer simulation are given to demonstrate the validity of this algorithm.

I. 서 론

공학, 과학, 및 여러 산업현장에서 자주 접하게 되며 피할 수 없는 문제중의 하나가 시스템의 입출력 데이터로부터 미지의 시스템을 명확히 정의하고 기술하는 문제이다. 이러한 과정을 통상 '모델링' 혹은 '동정'이라고 하며 그 절차나 방법론에 대해서 오랫동안 연구되어 왔다. 예를 들면 선형 시스템일 경우 AR, MA, ARMA 또는 Box and Jenkins 모델^[9] 등이 제안되었으며 비선형 시스템에 대해서는 Hammerstein 모델^[10]과 같은 기법을 사용하여 주어진 입출력 데이터로부터 시스템을 기술하는 방법이 제안되었다.

최근 L. A. Zadeh가 제창한 'Soft Computing'^[11],

이라는 새로운 개념의 한 부분인 퍼지 이론이 미지의 시스템을 모델링 혹은 동정함에 있어서 새롭고 효율적일 뿐만 아니라 직관적으로도 설득력 있는 접근 방식으로 알려졌다. 일반적으로 퍼지 모델은 고전적인 모델방법과 비교해 볼 때, 입력공간을 다수개의 부공간으로 분할할 수 있게 하는 수단을 제공해준다. 따라서 퍼지 모델은 주어진 시스템을 묘사하는 능력이나 범위에 있어서 기존의 방법들보다 훨씬 더 광범위하고 유연한 장점을 갖게 된다.

지금까지 Tong^[12], Pedrycz^[13], Wang^[14], Xu^[15], Lin and Cunningham III^[16] 및 Sugeno^[17] 등 많은 학자들이 여러 가지 형태의 퍼지 모델을 제안하였다. 이 가운데 가장 뛰어난 성능을 보이는 것이 Sugeno가 제안한 방법이다. 이 모델은 통상 TSK (TakagiSugeno-Kang) 퍼지 모델 혹은 간단히 Sugeno 형 퍼지 모델로 언급되며 주요한 특성은 바로 퍼지 모델의 후건부가 어핀(affine) 혹은

* 正會員, 延世大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Eng., Yonsei University)

接受日字:1997年7月3日, 수정완료일:1998年6月5日

초평면형(hyperplane-shaped)의 식으로 표현된다는 것이다. 또한 모델이 시스템 프로그래밍 방법에 토대를 두어 주어진 미지의 시스템을 묘사하는 능력이 탁월하며 모델근거 제어에도 적합하다.^{[18] [19]} 그러나, 이 모델의 동정 알고리즘이 디지털 컴퓨터로 구현하기에는 너무 복잡하며 처리 시간이 오래 걸리기 때문에 실제 응용에 있어서 커다란 장애가 되었다.

최근에 이러한 문제를 해결하기 위하여 클러스터링 방법을 응용한 퍼지 모델의 동정 기법이 제안되었다.^{[5] [6] [7] [8]} 이러한 연구동향의 또 다른 대안으로서 본 논문은 Sugeno 형 퍼지 모델을 동정하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 이 방법은 참고문헌 [5]와 [6]에서 언급된 방법과 마찬가지로 클러스터링에 의해서 먼저 전건부와 후건부 파라미터를 대략 조정한 후 다시 이를 미세 조정함으로써 퍼지 모델링을 행하는 방법을 취한다.

참고문헌 [5]와 [6]에서 채택한 클러스터링 방법은 클러스터의 대표값으로서 한 점을 취하는 통상적인 클러스터링 알고리즘이 아니라 특정 함수가 클러스터의 대표치가 되는 원형 함수형(functional prototype-based) 클러스터링 알고리즘이다. 이러한 원형 함수형 방법은 Sugeno 형 퍼지 모델을 생성할 때 국부 최소점에 머무를 수 있으며 예기치 못한 결과가 도출되는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 대략 조정시 이중 클러스터링 방법을 제안하며 이는 기존의 원형 함수형 클러스터링을 대신한다.

본 논문은 먼저 2절에서는 Sugeno 형 퍼지 모델을 간략히 설명하며 3절에서는 제안된 이중 클러스터링 기법을 이용한 대략 조정 및 미세 조정법을 기술한다. 4절에서는 몇 가지 예를 들어 제안한 알고리즘을 설명하고 마지막으로 결론을 도출한다.

II. Sugeno형 퍼지 모델

Sugeno와 그의 동료들이 제안한 퍼지 모델은 비선형 시스템을 표현할 수 있다.^{[1] [2] [3] [4]} 이는 입력 공간의 퍼지 분할에 입각하여 식(1)과 (2)에서 나타낸 바와 같이 구분 선형 분할의 확장으로 여겨질 수 있다.

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i, \dots, x_m \text{ is } A_m^i$$

$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (1)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_i w^i y^i}{\sum_i w^i} \quad \text{where } w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (2)$$

여기서 $R^i (i=1, 2, \dots, c)$ 는 i 번째 퍼지 규칙이고 $x_j (j=1, 2, \dots, m)$ 은 입력을 y^i 는 퍼지 규칙 R^i 의 출력이다. 문제를 간단히 하기 위하여 시스템을 다입력 일출력(MISO)인 것으로 가정하자. 다출력 시스템인 경우에 대해서는 y_1^i, y_2^i 등과 같은 출력변수들을 사용하게 된다. $A_1^i, A_2^i, \dots, A_m^i$ 은 퍼지 변수로서 종형(bell-type), 사다리꼴, 삼각형 등과 같은 형태의 퍼지 집합으로 표현되며 퍼지 함의 R^i 의 추론 시에 적용되는 파라미터들을 나타낸다. 식(1)과 (2)로부터 Sugeno 형 퍼지 모델은 전체 입력 공간을 경계가 모호한 몇 개의 영역으로 분할하고 이들 공간에서 입출력사이의 관계를 선형식으로 표현하고 이를 다시 취합하는 형태로 비선형 시스템을 근사화하고 있음을 알 수 있다. 다음의 그림 1은 Sugeno 형 퍼지 모델의 기본적인 아이디어를 설명해 준다.

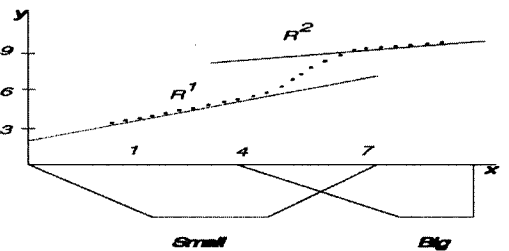


그림 1. Sugeno형 퍼지 모델
Fig. 1. Sugeno-type fuzzy model

이 퍼지 모델은 적은 수의 규칙을 사용함에도 불구하고 대단히 비선형적인 특성을 나타내는 함수를 잘 표현해 줄 수 있다. Sugeno가 제안한 원래의 동정 알고리즘은 다음과 같다.

- (1) 전건부와 후건부의 구조를 선택한다.
- (2) (1)에서 결정된 구조의 파라미터를 추정한다.
- (3) 모델을 평가한다.
- (4) 결과가 만족될 때까지 (1)의 절차를 반복한다.

이 방법에 대한 좀더 자세한 절차는 참고문헌 [2]에 잘 정리되어 있다.

III. 이중 클러스터링을 통한 새로운 퍼지 클러스터링 알고리즘

1. 연구 동기

지금까지 제안된 여러 형태의 퍼지 모델 가운데 Sugeno와 그 동료들이 제안한 모델이 가장 뛰어난 성능을 보이고 있다. 그 모델은 주어진 미지의 시스템을 묘사하는 능력이 탁월하며 모델 근거 제어에도 적용하는데도 적합하다. 그러나 이 알고리즘의 동정법이 실제로 디지털 컴퓨터로 구현하는 데에는 너무 복잡하고 이로 말미암아 동정시 시간이 오래 걸리는 단점이 있어 실제 응용에는 어려움이 있었다.

최근에 이러한 문제를 해결하기 위하여 Sugeno형 퍼지모델을 생성하기 위한 몇 가지 단순하고 쉬운 알고리즘들이 제안되었다.^{[5] [6] [7] [8]} 이 방법들은 모두 구현하기에는 쉬운 편이지만 그 성능 면에 있어서는 원래의 Sugeno형 퍼지 모델과 비교해 볼 때 유사하거나 보다 나은 것으로는 여겨지지 않는다.^{[1] [2] [3] [4]}

통상 이와 같은 알고리즘은 Sugeno형 퍼지 모델을 동정할 때 클러스터링 기법을 사용하여 원래 Sugeno가 제안한 시스템 프로그래밍 기법의 복잡성을 회피하려는 접근방식을 취하고 있다. 그러나 참고문헌 [6]에서 언급한 바와 같이 FCM(Fuzzy C-Means)^[20]과 같은 일반적인 클러스터링 알고리즘은 Sugeno형 퍼지 모델을 생성하는데 적절치 못하다. 왜냐하면 FCM은 초구체(hypersphere)형 클러스터를 형성하는 방식으로 클러스터링 작업이 수행되지만 Sugeno형 퍼지 모델은 초평면(hyperplane)형 클러스터를 필요로 하기 때문이다. 따라서 지금까지 제안된 대부분의 간단한 모델링 알고리즘은 FCM과 같은 표준 클러스터링 방법 대신에 원형 함수형 클러스터링 알고리즘을 사용하였다.

원형 함수형 클러스터링 방법은 클러스터를 대표하는 것(혹은 원형)을 어떤 함수로 가정하고 미리 형태가 결정된 원형 함수의 파라미터를 수정하는 방식으로 클러스터를 형성한다. 가정 널리 사용되는 함수 원형 클러스터링 방법은 Hathaway와 Bezdek^[21]이 제안한 FCRM(Fuzzy C-Regression Model)로서 Krishnapuram et al.^{[22] [23]}이 제안한 FCQS(Fuzzy C-Quadratic Shell) 클러스터링 알고리즘이다. 그러나, 이러한 방법들은 국부 최소점에 머물 수

있는 가능성이 있으며 이와 같은 경우에는 Sugeno형 퍼지 모델 생성시 예기치 못한 결과를 초래할 수 있다.

[5] [6]에서 사용된 FCRM의 경우 초평면 형태의 클러스터를 형성하게 되는데 이 경우 형성된 클러스터가 국부 최소점에 빠지는 경우의 예를 보면, 그림 2와 같은 데이터 (점으로 표시된 부분)가 주어졌을 때 (a)의 상황이 Sugeno형 퍼지 모델에 적당하게 클러스터가 형성된 경우이고 (b)의 경우가 초평면형 클러스터링이 국부 최소점에 머무르는 경우이다. 이 경우는 Sugeno형 퍼지 모델링의 결과가 바람직하지 않은 경우로 미세 조정 과정을 거치게 되도 좋은 결과를 얻기가 어렵게 된다.

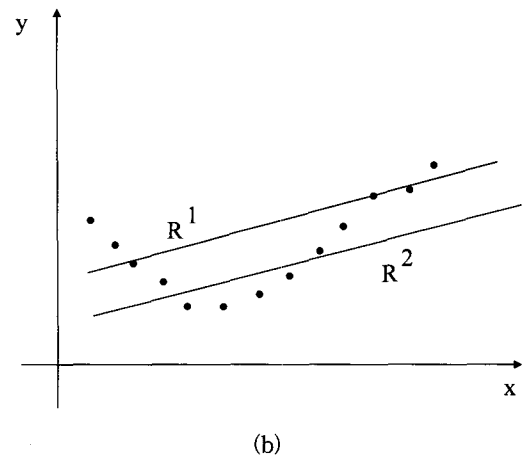
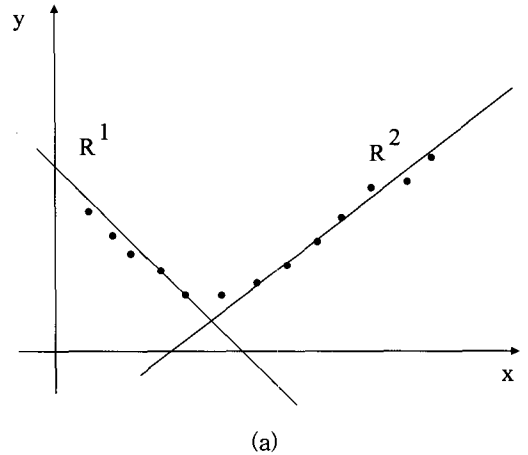


그림 2. 초평면 형 클러스터링
Fig. 2. Hyperplane-based clustering

따라서, 본 논문에서는 Sugeno형 퍼지 모델을 생성하는 새로운 접근방식을 제안한다. 제안된 방식은 FCRM 및 FCQS 클러스터링과 같은 함수 원형 클러스터링 대신에 표준 FCM을 두 번 적용하는 즉 이중 클러스터링 기법을 사용한다. 이중 클러스터링 기법을 사용함으로써 퍼지 모델의 후건부를 Sugeno형 퍼지 모델의 후건부와 마찬가지로 어떤 형태의 선형식으로 표현하는 것이 가능하다.

2. 새로운 알고리즘의 구조

앞에서 언급한 바와 같이, 제안된 알고리즘의 구조는 참고문헌 [5]와 [6]에서 제안한 것과 유사하다. 즉, 본 논문에서는 제안하고 있는 모델링 알고리즘은 대략 조정과 미세 조정의 두 단계로 구성된다. 대략 조정에서는 후건부와 전건부 파라미터가 클러스터링 알고리즘에 의해서 근사적으로 조정되며 미세 조정 시에는 후건부 및 전건부 파라미터가 더욱 정확하게 조정되어 퍼지 모델링을 달성하게 된다. 본 논문에서는 대략 조정시 이중 클러스터링 방법을 제안하고 있는데 이중 클러스터링시 샘플 데이터는 공간 분할되며 각 영역에 대해서 가장 적합한 어떤 모델의 파라미터에 대한 추정치를 제공해 준다. 미세 조정은 [5]와 [6]에서 제안된 것과 똑같은 방법을 사용한다. 즉, 그레디언트(gradient) 하강법을 사용하여 전건부 및 후건부 파라미터를 더욱 세밀하게 조정하게 된다. 이러한 조정 절차는 그림 3에 나타난 바와 같이 최적의 클러스터 수를 찾을 때까지 반복된다.

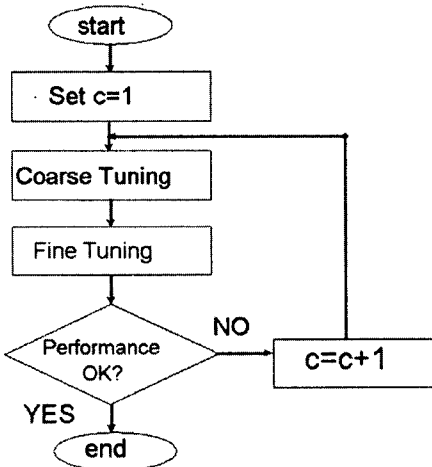


그림 3. 새로운 퍼지 모델링
Fig. 3. A new approach to fuzzy modeling

본 논문에서 제안하고 있는 이중 클러스터링 알고리즘은 다음절에서 자세히 설명한다.

3. 이중 클러스터링을 통한 대략 조정

본 절에서는 이중 클러스터링 기법을 통한 대략 조정법을 설명한다. 앞에서 언급한 바와 같이 이중 클러스터링의 목적은 샘플 데이터를 몇 개의 초평면형 클러스터로 분할하고 동시에 가장 적합한 어떤 모델의 파라미터를 추정하는 것이다. 제안된 클러스터링 방법은 FCM 클러스터링을 두 번 적용함으로써 달성된다. 먼저 최초의 클러스터링에서는 입출력 공간에서 크기가 작은 부클러스터(subcluster)들을 많이 생성한다. 그리고 나서 각 부클러스터들은 모두 어떤 모델의 파라미터 공간상의 한 점으로 변환된다. 두 번째 클러스터링에서는 첫 번째 클러스터링 작업의 부클러스터를 나타내는 대표값을 어떤 모델의 파라미터 공간에서 다시 클러스터링하는 작업을 수행한다. 두 번째 클러스터링 작업에서 나타난 각각의 클러스터는 Sugeno형 퍼지 모델의 규칙과 일대일 대응한다. 그림 4는 제안된 이중 클러스터링 알고리즘에 내재된 기본 아이디어를 설명해 주고 있다.

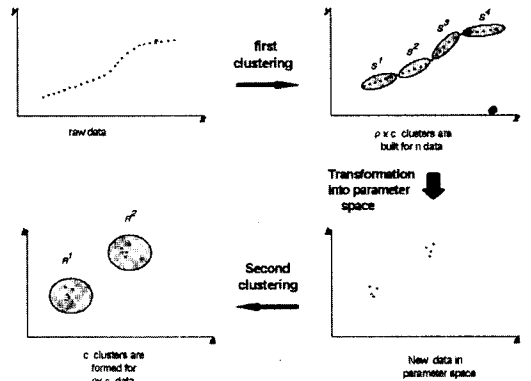


그림 4. 이중 클러스터링
Fig. 4. Double clustering

실험으로부터 n 개의 샘플 데이터 $(X_k, y_k), 1 \leq k \leq n$ 가 주어지고 그림 2에 나타난 바와 같이 c 개의 퍼지 규칙을 갖는 퍼지모델이 적용되어 진다고 가정하자. 이 때 이중 클러스터링에 사용되는 설계 파라미터는 다음과 같다.

c : 두 번째 클러스터링에서 사용되는 클러스터의 수 (즉 퍼지 규칙의 수)

ρ : 일차 클러스터링에 생성되는 부클러스터의 수 / 이차 클러스터링에 생성되는 클러스터의 수

c 는 퍼지규칙의 수로서 그림3와 같이 조정되고 ρ 는 일차 클러스터링에서 생성되는 부클러스터의 수에 대한 이차 클러스터링에서 생성되는 클러스터 수의 비 (ratio)로서 정의된다. 이 값은 설계자가 결정해야 하는 변수이며 일반적으로 실험에 의하면 5에서 20사이의 값을 선택하는 것이 가장 적절한 것으로 여겨진다.

STEP 1 : 일차 클러스터링(first clustering)

각 샘플 데이터 (X_1, y_1) (X_2, y_2) (X_3, y_3) , ..., (X_n, y_n) 에 FCM을 적용하여 $\rho \times c$ 개만큼의 부클러스터 $S^1, S^2, \dots, S^{\rho \times c}$ 를 생성한다. 여기서 n 은 샘플 데이터의 수이며 일반적으로 n 은 $\rho \times c$ 값에 비해 상당히 큰 값을 가져야 한다. ($n \gg \rho \times c$). 다시 설명하면, 참고문헌 [20]에 설명된 방식으로 FCM을 샘플 데이터 (X_k, y_k) 에 적용하여 l 번째 부클러스터 S^l 에 소속되는 멤버쉽값 μ_k^l ($k=1, \dots, n, l=1, \dots, \rho \times c$)을 결정한다. 참고문헌 [20]에서 밝혀두고 있듯이 모든 k 에 대해서 다음의 관계가 성립한다.

$$0 \leq \mu_k^l \leq 1, \sum_{l=1}^{\rho \times c} \mu_k^l = 1, \text{ for all } k$$

Step 2 : 파라미터 공간으로 변환(transformation into the parameter space)

각 클러스터에 대해서 최적합 초평면(hyperplane-shaped best-fit)를 구해내기 위해서 WRLS (weighted recursive least square)방법을 적용한다. 예를 들면, 1 번째 클러스터에 대한 최적합 초평면은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$y' = a_0' + a_1'x_1 + \dots + a_m'x_m$$

$$\text{or } y' = \mathbf{X}^T \mathbf{A}'$$

$$\mathbf{X} = [1 \ x_1 \ \dots \ x_m]^T, \quad \mathbf{A}' = [a_0' \ a_1' \ \dots \ a_m']^T$$

여기서 입력벡터 \mathbf{X} 는 m 차인 것으로 가정하며 (X_k, y_k) 가 S^l 에 속하는 정도가 μ_k^l ($k=1, \dots, m$)라고 하면 최적의 파라미터 $\mathbf{A}' = [a_0' \ a_1' \ \dots \ a_m']^T$ 은 다음과 같은 순환식으로 구해진다. [9] [6]

$$\mathbf{A}_{k+1}' = \mathbf{A}_k' + \mathbf{K}_k [y_{k+1} - \mathbf{X}_{k+1}^T \mathbf{A}_k'] \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_k = \frac{\Sigma_k \mathbf{X}_{k+1}}{1/\mu_k^i + \mathbf{X}_{k+1}^T \Sigma_k \mathbf{X}_{k+1}} \quad (4)$$

$$\Sigma_{k+1} = [1 - \mathbf{K}_k \mathbf{X}_{k+1}^T] \Sigma_k \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{A}_0' = \mathbf{0}$ 이고 $\Sigma_0 = a\mathbf{I}$ (a 는 100이상 의 큰수) 이다.

이와 같은 방식으로 다른 모든 클러스터의 파라미터 \mathbf{A}^i ($i=1, \dots, \rho \times c$)의 값을 얻을 수 있다.

Step 3 : 이차 클러스터링(second clustering)

FCM을 \mathbf{A}^i ($i=1, \dots, \rho \times c$)에 적용하여 파라미터 공간 (a_0, a_1, \dots, a_m) 상에서 $\mathbf{R}^1, \mathbf{R}^2, \dots, \mathbf{R}^c$ 로 주어 지는 c 개의 클러스터를 형성한다. 각 클러스터의 중심은 Sugeno형 퍼지 모델에서 각 퍼지 규칙의 후건 부로서 사용된다. 지금부터 i 번째 클러스터 \mathbf{R}^i 의 중심은 \mathbf{P}^i ($i=1, \dots, c$)로 표현한다.

전진부의 동정

퍼지모델의 후건부 파라미터가 위에서 제안된 이중 클러스터링에 의해 동정된 후 전진부 파라미터는 다음과 같은 절차를 거쳐 결정된다.

Step 1 : 샘플 데이터 (X_k, y_k) 들이 함수의 원형

$y = \mathbf{X}^T \mathbf{P}^i$ ($i=1, \dots, c$)에 소속되는 정도를 나타내는 ξ_k^i 로 구성된 $c \times n$ 행렬을 정의한다. ξ_k^i 의 정의는 앞에서 언급한 FCM의 μ_k^l 정의와 유사하며 그 정확한 정의는 [5]에서 찾아볼 수 있다. 여기서 ξ_k^i 도 μ_k^l 와 같이 $\sum_{i=1}^c \xi_k^i = 1, 0 \leq \xi_k^i \leq 1$ 가 성립한다.

Step 2 : ξ_k^i 를 사용하여 전진부 파라미터를 다음과 같이 계산한다 [5]. 즉, 중형 멤버쉽 함수

$$\text{에 대해, } A_i^j(p_{j1}^i, p_{j2}^i) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\},$$

$$p_{j1}^i = \frac{\sum_{k=1}^n \xi_k^i x_{kj}}{\sum_{k=1}^n \xi_k^i} \quad \text{and} \quad \frac{p_{j2}^i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n \xi_k^i (x_{kj} - p_{j1}^i)^2}{\sum_{k=1}^n \xi_k^i}}$$

4. 그레디언트 하강 알고리즘을 이용한 미세 조정
 대략 조정으로 얻은 파라미터들은 퍼지 모델링시
 적인 값으로 볼 수 없으므로 좀더 정확하게 조정할
 필요가 있다. 이 절에서는 퍼지 모델의 파라미터들이
 참고문헌 [6]과 마찬가지로 그레디언트 하강 알고리즘
 에 의해서 미세 조정된다. 정리1과 정리2는 전진부와
 후진부 파라미터의 미세 조정 알고리즘을 나타낸다. 여
 기서 증명은 생략하며 참고문헌 [6]에 그 세부적 내
 용을 담고 있다.

정리 1 : 퍼지모델이 식(6)과 같이 표현되고 출력이 식
 (5)과 같이 추론되어 진다고 가정한다.

$$R^i : \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i(p_{11}^i, p_{12}^i) \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i(p_{21}^i, p_{22}^i) \text{ and} \\ \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_m^i(p_{m1}^i, p_{m2}^i), \\ \text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (6)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^m w^i y^i}{\sum_{i=1}^m w^i} \quad w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (7)$$

여기서 A_j^i 는 2개의 변수만을 갖는 중형 멤버십 함
 수이고 p_{jk}^i 는 i 번째 퍼지 규칙에서 j 번째 언어변수의
 k 번째 변수이다.

$$A_j^i(x) = \exp\left\{-\left(\frac{x-p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$$

퍼지 모델의 전진부 변수 p_{jk}^i 는 다음의 학습 규칙을 통
 해 미세 조정될 수 있다.

$$\Delta p_{jk}^i = \beta (y_{des} - \hat{y}) (y^i - \hat{y}) \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \quad (8)$$

여기서 β 는 전진부의 학습속도를, y_{des} 는 원하는 출력
 값을 \hat{y} 는 퍼지모델의 출력을 각각 나타낸다. 또
 $\partial w^i / \partial p_{jk}^i$ 는

(i) $w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) = A_j^i(x_j)$ 인 j 에 대하여

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{j1}^i} = \frac{\partial A_j^i}{\partial p_{j1}^i} = \frac{2}{p_{j2}^i} \frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i} \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$$

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{j2}^i} = \frac{\partial A_j^i}{\partial p_{j2}^i} = \frac{2}{p_{j2}^i} \left\{\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right\}^2 \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\} \\ = \frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{j1}^i}$$

(ii) $w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) \neq A_j^i(x_j)$ 인 j 에 대하여

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{j1}^i} = \frac{\partial w^i}{\partial p_{j2}^i} = 0, \text{ (파라미터 조정 안함)}$$

정리 2 : 퍼지 모델이 식 (9)와 같이 표현되고 출력이
 식 (10)과 같이 추론된다고 하자

$$R^i : \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i(p_{11}^i, p_{12}^i) \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i(p_{21}^i, p_{22}^i) \text{ and} \\ \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_m^i(p_{m1}^i, p_{m2}^i), \\ \text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (9)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^m w^i y^i}{\sum_{i=1}^m w^i} \quad w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (10)$$

식 (6)에서 퍼지 모델의 후진부 파라미터는 다음과 같
 은 학습 규칙에 의해 미세 조정될 수 있다.

$$\Delta a_j^i = \gamma (y_{des} - \hat{y}) \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} w^i x_j \quad (11)$$

여기서 γ 는 후진부 학습율을 y_{des} 는 원하는 출력을
 \hat{y} 는 퍼지 모델의 출력을 각각 나타낸다.

여기서 주의할 것은 본 논문에서 제안된 이중 클러
 스텐링의 경우, 두 단계의 클러스터링을 하고 있고 또
 부 클러스터를 도입하여 사용하는 클러스터의 양이 많
 아지는 관계로 실제로 [5] [6]에서 사용된 FCRM
 에 비해 많은 시간이 소모된다는 것이다. 그러나 본
 퍼지 모델링 방법은 기본적으로 오프라인으로 움직이
 는 알고리즘으로 실제 모델링의 수행에 큰 영향을 주
 지는 않는다.

IV. 모의실험

본 장에서는 컴퓨터 모의실험을 통하여 제안된 알고
 리즘의 타당성을 설명하고자 한다. 모델링 되는 대상
 시스템은 식 (12)와 같이 표현된다고 가정한다.

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (12)$$

이 함수는 모델링의 성능을 평가하는데 주로 사용되
 는 비선형 정적 함수이다. [17] [6] 이 함수로부터 50개
 의 샘플데이터를 수집하여 퍼지 모델링 작업을 수행하
 였다. 참고문헌 [17]에서는 후진부가 싱글톤 형태를

갖는 6개의 규칙을 모델로 제안하였다. MSE(mean squared error)가 식 (10)의 PI(performance index)로 사용될 때 Sugeno와 Yasukawa^[17]가 제안한 모델은 PI 값이 0.079를 갖는다.

$$PI = MSE = \bar{e}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(i) - \hat{y}(i))^2 \quad (13)$$

참고문헌 [6]에서 3개의 퍼지 규칙으로 구성된 후건부가 선형식으로 표현되는 Sugeno형 퍼지 모델이 구성되었고 PI는 0.0197로 주어졌다. 끝으로 본 논문에서 제안한 이중 클러스터링 알고리즘을 이용하여 만들어지는 퍼지 모델과 그 성능을 관찰한다. 이 방법은 그림3과 같이 반복적인 절차를 거쳐 이루어 지며 본 모의실험에서 사용된 이중 클러스터링의 설계변수 ρ 및 학습율을 나타내는 변수들의 값은 다음과 같다.

- ρ (이중 클러스터링 파라미터) : 5
- β (전건부 학습율) : 0.01
- γ (후건부 학습율) : 0.01

그림 5는 다음 퍼지 규칙의 수에 따른 오차의 평균의 그래프이다. 퍼지 규칙이 3개인 경우 오차가 적음을 알 수 있다.

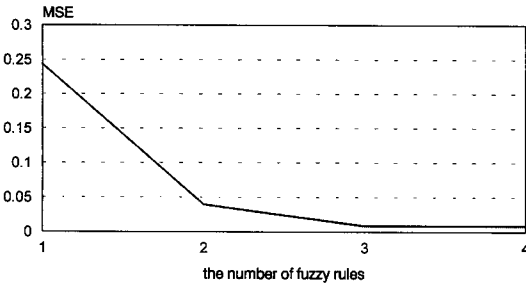


그림 5. 퍼지 규칙의 수에 따른 오차
Fig 5. MSE according to the number of rules

다음은 이중 클러스터링을 사용한 결과 얻게 되는 규칙의 수가 3개인 퍼지 모델이다.

$$\begin{aligned}
 R^1: & \text{ If } x_1 \text{ is } A_1^1 \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^1 \\
 & \text{ then } y^1 = 4.516611 - 0.596315x_1 - 0.066652x_2 \\
 R^2: & \text{ If } x_1 \text{ is } A_1^2 \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^2 \\
 & \text{ then } y^2 = 7.165158 - 0.567414x_1 - 0.903000x_2 \\
 R^3: & \text{ If } x_1 \text{ is } A_1^3 \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^3 \\
 & \text{ then } y^3 = 3.266400 - 0.203187x_1 - 0.609560x_2
 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)의 전건부 멤버십 함수는 식 (15)와 같이 형태

를 갖고 있으며 각 파라미터는 표 1에 나타난 바와 같다. 표 2는 각 알고리즘 사이의 비교 결과이다.

$$A_i^j(x) = \exp\left\{-\left(\frac{x - p_{1i}^j}{p_{2i}^j}\right)^2\right\} \quad (15)$$

표 1. 이중 클러스터링을 통해 생성된 퍼지 모델의 전건부 파라미터

Table 1. Premise parameters built by double clustering.

	D_{11}	D_{12}	D_{21}	D_{22}
R^1	3.013132	1.216801	3.156963	1.245696
R^2	2.867834	2.119600	0.536280	0.820025
R^3	2.687162	0.752545	3.000326	1.200982

표 2. 퍼지 모델링 알고리즘의 성능 비교

Table 2. Performance comparison among fuzzy modelign methods.

모 델	규칙의 개수	MSE
Sugeno and Yasukawa[17]	6	0.079
Kim et. al. [6]	3	0.0197
제안한 모델	3	0.0089

V. 결 론

본 논문에서는 Sugeno형 퍼지 모델을 기반으로 하는 퍼지 모델에 대한 새로운 동정 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 특히 비선형 시스템을 모델링할 때 유용하다는 것을 모의실험을 통하여 검증하였다. 이 방법은 원래 Sugeno가 제안한 방법과 비교해 볼 때 내용이나 구조적으로 간단한 특성을 보인다. 이는 Sugeno가 제안한 원래의 방법이 전건부 파라미터가 후건부 파라미터의 동정에 영향을 주는 것에 비해 후건부 파라미터를 미리 결정하고 나서 전건부 파라미터를 조정하는 방식을 취하기 때문이다.

또한 입출력 데이터로부터 구간 선형식을 찾아 내기 위해서 이중 클러스터링 알고리즘을 제안하고 있으며 이 알고리즘은 함수 원형 클러스터링에서 발생할 수 있는 국부 최소점에 머무르는 현상이나 데드록(deadlock)과 같은 현상을 억제하면서 입출력 데이터로부터 초평면 상에서 가장 근사한 함수를 찾아내는데

사용된다. 제안된 방법을 간단한 동정 문제에 적용하여 실용적으로 유용함이 밝혀졌다.

참 고 문 헌

- [1] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [2] M. Sugeno and G. T. Kang, "Fuzzy modeling and control of multilayer incinerator", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 18, pp 329-346, 1986.
- [3] M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure identification of fuzzy model", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 28, pp 15-33, 1988.
- [4] M. Sugeno and K. Tanaka, "Successive identification of a fuzzy model and its applications to prediction of a complex system", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 42, pp 315-334, 1991.
- [5] E. Kim, M. Park, S. Kim, and M. Park, "Transformed input domain approach to fuzzy modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, (To appear).
- [6] E. Kim, M. Park, S. Ji and M. Park, "A new approach to fuzzy modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 5, no. 3, pp. 328-337, Aug, 1997.
- [7] S. K. Sin and R. J. P. deFigueiredo, "Fuzzy System Design Through Fuzzy Clustering and Optimal Predefuzzification," *2nd IEEE Int'l Conf on Fuzzy Systems*, San Francisco, Calif., pp. 190-195, 1993.
- [8] L. Wang and R. Langari, "Building Sugeno-type models using fuzzy discretization and orthogonal parameter estimation techniques," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 4, pp. 454-458, Nov. 1995.
- [9] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [10] K. S. Narendra and P. G. Gallman, "An iterative method for identification of nonlinear systems using a Hammerstein model," *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-11, p546, 1996.
- [11] L. A. Zadeh, "The roles of soft computing and fuzzy logic in the conception, design, and deployment of intelligent systems," opening lecture, *Proc. of the 4th int'l Conf. on Soft Computing*, Iizuka, pp. 3-4, 1996.
- [12] R. M. Tong, "The Evaluation of Fuzzy Models Derived From Experimental Data," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4, pp. 1-12, 1980.
- [13] W. Pedrycz, "An Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 13, pp. 153-167, 1984.
- [14] L. X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall International, Inc. pp. 83-99, 1994.
- [15] C. W. Xu and Y. Z. Lu, "Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems," *IEEE Trans. Systems Man Cybernet*, vol. 17, pp. 683-689, 1987.
- [16] Y. Lin and G. A. Cunningham III, "A new approach to fuzzy-neural modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 2, pp 190-197, May, 1995.
- [17] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 1, pp 7-31, Feb. 1993.
- [18] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, 136-156, 1992.
- [19] K. Tanaka and M. Sano, "A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 2, no. 2, pp

- 119-134, May 1994.
- [20] J. C. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Functional Algorithm*, New York: Plenum Press, 1981.
- [21] R. Hathaway and J. C. Bezdek, "Switching regression model and fuzzy clustering," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 3, pp. 195-204, Aug. 1993.
- [22] R. Krishnapuram, H. Frigui and O. Nasraoui, "Quadratic shell clustering and the detection of second degree curves," *Pattern Recognition Lett.*, vol. 14, no. 7, pp. 545-552, Jul. 1993.
- [23] R. Krishnapuram, H. Frigui and O. Nasraoui, "Fuzzy and possibilistic shell clusterin algorithms and their application to boundary detection and surface approximation -part I and II," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 1, pp. 29-60, Feb. 1995.

 저 자 소 개

金 殷 泰(正會員)

1970년 3월 17일생. 1992년 연세 대학교 전자공학과 졸업(공학사, 전체수석). 1994년 연세 대학교 대학원 전자공학과 석사 과정 졸업(공학석사). 1994년 ~ 현재 연세 대학교 대학원 박사과정. 주관심분야는 지능 제어 및 모델링, 로보틱스 등임

李 基 哲(正會員)

1991년 2월 연세 대학교 전자 공학과 졸업 (학사). 1993년 2월 연세 대학교 대학원 전자 공학과 졸업 (석사). 1993년 8월 ~ 1995년 8월 고등 기술 연구원 연구원. 1995년 8월 ~ 현재 연세 대학교 대학원 전자 공학과 박사과정. 주관심분야는 이동 로봇, 제어 이론, 로봇 비전 등임

李 羲 振(正會員) 第 34卷 S編 第 2號 參照

朴 玟 用(正會員) 第 32卷 B編 第 2號 參照

현재 연세대학교 전자공학과 교수