

정익과 동익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동의 수치해석에 관한 연구(I)

— 시간 증분의 영향 및 선단 유동 예측을 위한 수정 저 레이놀즈수 난류모델의 적용 —

강 동 진* · Budugur Lakshminarayana**

(1997년 7월 31일 접수)

Numerical Prediction of Unsteady Transitional Boundary Layer Flows due to Rotor-Stator Interaction (I)

— Effect of Number of Time Steps and Application of the Low-Reynolds-Number Turbulence Model Modified for the Flow Around the Leading Edge —

Dong Jin Kang and Budugur Lakshminarayana

Key Words : Rotor-Stator Interaction (동익과 정익의 상호작용), Wake Induced Transitional Strip (후류유기천이띠), Calmed Laminar Flow Region (정속층류유동 영역)

Abstract

A Navier-Stokes code with a low Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence model was tested to investigate its predictability for the unsteady transitional boundary layer flow due to rotor-stator interaction. A preliminary calculation with three different numbers of time steps 300, 600, and 1000 for a rotor wake passing period was carried out to see the effects of time steps on the unsteady flow and pressure fields due to rotor-stator interaction. Numerical solutions showed that unsteady pressure was much more sensitive to the number of time steps and over 600 time steps should be used to get a numerical solution independent of the number of time steps for a rotor wake passing period. The original low Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence model showed very poor prediction of the unsteady transitional boundary layer flow due to rotor-stator interaction. This was due to the excessive production of turbulent kinetic energy near the leading edge. A modification suggested by Launder was incorporated and the modified model captured well the wake induced transitional strip. Present solutions also showed improved prediction over previous Euler/boundary layer solution in terms of the onset of unsteady transition and its extent.

기호설명

C_f : 벽면마찰계수	Q : 불규칙 비정상성
C_p : 벽면압력계수	R_θ : 운동량 레이놀즈수 $\frac{\rho\theta V_{in}}{\mu}$
C : 블레이드 현(chord) 길이	ssc : 블레이드 표면을 따른 거리
H : 형상계수(shape factor)	ssl : 흡입표면의 길이
	u, v : 직각 좌표계 속도성분
	U, V : 반변 속도 성분

*회원, 영남대학교 기계공학부

**펜실바니아 주립대학 항공우주공학과

U_m	: 동익의 회전속도
av	: 평균
V	: 경계층 자유 유속
x, y	: 직각 좌표계
y^+	: 무차원 벽면거리 $\frac{\rho y}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$
k	: 난류운동에너지
ε	: 난류운동에너지소산율
ξ, η	: 일반 비직교 좌표계
θ	: 운동량 두께
μ_t	: 와점도계수
ρ	: 밀도
τ_w	: 벽면전단응력
ω	: 동익의 회전수
하첨자	
w	: 벽면
i, j	: 1, 2 ($x_1=x, x_2=y$) ($\xi_1=\xi, \xi_2=\eta$)
∞	: 경계층 가장자리
in	: 1, 2

1. 서 론

터보기계 내의 유동은 정지 블레이드인 정익(stator)과 회전체인 동익(rotor) 사이를 유체가 연속적으로 흐르는 구조에 의해 본질적으로 비정상 유동장이 형성되지만, 비정상성(unsteadiness)의 주된 요인이 정익과 동익의 상대운동에 의한 것으로, 구체적으로는 주기적인 유동장을 기대할 수 있다. 이러한 주기적인 유동장은 블레이드의 열전달 및 공기역학적 특성에 큰 영향을 미치는 것으로 이미 널리 알려져 있다.⁽¹⁾ 따라서 보다 정속한 운전 특성을 가지는 블레이드를 설계하기 위해서는 이러한 비정상 유동 특성에 대한 이해가 필수적이다.

본 논문에서는 축류 압축기에서 동익의 후류가 정익 주위의 비정상 유동장에 미치는 영향과 그 유동 특성에 관심을 두고 있으며, 대체적인 유동 형태를 살펴보면 다음과 같다. 동익의 후류는 동익의 회전속도와 같은 속도로 정익의 원주 방향으로 이동하며 동시에 축 방향으로 대류됨으로 정익 블레이드를 따라 다수의 비정상 와류 유동장이 형성된다.^(2,3) 비정상 와류 유동장의 세기나 위치 등은 블레이드의 형상, 동익과 정익 사이의 간격, 운전조

건 등에 따라 크게 달라질 수 있다. 그런데, 이러한 비정상 와류 유동은 때때로 블레이드 표면을 따른 경계층 유동의 천이(transition)에 의해 더욱 복잡해진다.

터보기계에서의 대표적인 유동 형태의 하나인 블레이드의 표면을 따른 비정상 천이 경계층 유동은, 지난 20여년 간의 터보기계 관련 연구의 홍수 속에서도 대체로 미미했고 기초적인 연구가 주류를 이루어 왔다. 이는 실제 터보기계에 계측장치를 탑재하여 비정상 유동의 원인(source)이 되는 여러 가지 인자를 추출해내기가 현실적으로 거의 불가능하며, 수치해석적으로도 컴퓨터 코드 자체가 지닌 수치확산(numerical dissipation) 등의 수치적 오차를 완벽히 제거하여 비정상 유동장의 원인을 규명하고 유동장을 엄밀히 연구하기가 쉽지 않기 때문이다. 따라서, 동익과 정익 사이의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동장에 대한 연구는 실험과 수치해석적 방법의 상호보완적인 연구가 무엇보다도 중요하다고 판단된다. 또한, 복잡한 비정상 천이 유동장 형성의 원인이 되는 인자들을 조직적으로 가려내고 그 영향을 살펴보는 체계적인 접근 방법이 요구된다.⁽⁴⁾

이러한 관점에서 연구문헌에 나타나 있는 동익과 정익 사이의 상호작용에 의한 비정상 유동장에 대한 지금까지의 연구를 살펴보면 다음과 같다. 원형 혹은 사각형 블록을 정익의 상류에 배치하여 상류의 후류가 하류의 블레이드에 미치는 영향을 모사한 Dong 등⁽⁵⁾의 연구를 가장 기초적인 연구로 나눌 수가 있다. 이들은 후류가 cascade 유동에 미치는 영향을 연구하기 위해 간단한 방법으로 후류를 생성하고 하류에 형성되는 비정상 와류의 유동 특성을 연구하였다. 이보다 실제적인 연구로는 단단(single stage)에서의 동익과 정익 사이의 상호작용에 의한 비정상 유동장을 연구한 Schultz 등⁽⁶⁾, Addison 등⁽⁷⁾, Arndt⁽⁸⁾, Hodson 등⁽⁹⁾, Walker⁽¹⁰⁾ 등의 연구를 들 수 있겠다. 그리고 최근에는 다단 압축기나 터빈에 대한 연구도 수행되고 있으며, 대표적인 예가 Halstead 등⁽¹¹⁾의 실험적 연구이다. 또한, 천이 유동장의 모델링이나 예측에 대한 연구로는 Walker⁽¹²⁾, Addition 등⁽¹³⁾, Mayle 등⁽¹⁴⁾의 연구를 들 수 있겠다. 예를 들면, Mayle 등⁽¹⁴⁾은 Emmon⁽¹⁵⁾의 난류핵(turbulence spot) 이론을 이용하여 후류유기천이(wake induced transition)에 적합한 간헐도 계수(intermittency factor)를 제시하

기도 하였다. 그런데, 이상에 나열한 바와 같이 지금까지 수행된 연구는 주로 실험적 연구이며, 동익과 정익 사이의 상호작용에 의한 비정상 천이 유동장에 대한 수치적 연구는 연구문헌에서 찾기가 쉽지 않다. 선진 외국에 비해 국내 연구는 대단히 미흡하며, 홍 성훈 등⁽¹⁶⁾이 수행한 Euler방정식을 이용한 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 유동에 대한 연구와 최 장호 등⁽¹⁷⁾이 연구한 이중시간 전진법(dual time stepping)과 $k-\epsilon$ 난류모델을 이용한 수치해법이 대표적인 국내연구이다. 특히 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동에 대한 국내 연구는 전무한 상태이다.

최근에 Fan 등⁽¹⁸⁾은 경계층 방정식과 Euler 해석 코드를 결합하여 비정상 천이 경계층 유동을 연구한 바 있다. 이 방법은 계산상의 편이성은 돋보이지만, 점성과 비점성 상호작용(viscous-inviscid interaction)을 제대로 고려하기가 어렵고 블레이드의 선단에서 유동을 적당히 가정하는 등 인위적인 조작이 많이 개입되어 예측의 의미가 크게 반감된다. 이에 비해, Navier-Stokes 코드를 이용한 수치해석은 경계층 방정식과 Euler 코드를 결합한 방법에 비해 많은 계산시간과 큰 컴퓨터의 용량등 계산적인 측면에서 단점이 많지만, 계산에 인위적인 요소가 훨씬 줄어들고 보다 정확한 수치해를 기대할 수 있다. 또한, 방대한 자료를 제공함으로써 동익과 정익 사이의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층을 조직적으로 연구할 수 있는 장점이 있지만, 이 방법은 아직 시도된 바 없다.

이상과 같은 관점에서 본 논문에서는 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동장에 대한 Navier-Stokes 코드와 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델의 예측성을 조직적으로 살펴보고자 한다. 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동장에 대한 실험자료로는 Halstead 등⁽¹¹⁾이 최근에 얻은 다단 압축기에서의 자료를 활용하고자 한다. 이 실험 자료는 Fan 등(Halstead 등⁽¹¹⁾의 논문에 제시되어 있음)도 계산을 수행한 바 있어, 실험과 두 가지 수치해석 방법 즉, 경계층 방정식과 Euler 코드를 결합한 방법과 Navier-Stokes 수치해석 방법을 비교하고자 한다.

2. 지배방정식

본 논문에서는 2차원 직교 좌표계에서의 비압축

성 비정상 Navier-Stokes방정식을 일반 비직교 표면 좌표계로 좌표변환하여 얻은 다음과 같은 비압축성 비정상 Navier-Stokes방정식을 지배방정식으로 이용하였다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} J u_i + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J U u_i + J p \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J V u_i + J p \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \Gamma g^{11} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \Gamma g^{12} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \Gamma g^{21} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \Gamma g^{22} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 Γ 는 유체의 동점성계수 ν 와 와점성계수(eddy viscosity) ν_t 에 의해 $\Gamma = \nu + \nu_t$ 로 정의되며, (ξ, η) 는 일반 비직교 표면 좌표계의 축이며 나머지 좌표변환 함수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} J &= x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta, \quad g^{ij} = (\xi_i)_x (\xi_j)_x + (\xi_i)_y (\xi_j)_y, \\ \xi_x &= \frac{y_\eta}{J}, \quad \xi_y = -\frac{x_\eta}{J}, \quad \eta_x = -\frac{y_\xi}{J}, \quad \eta_y = \frac{x_\xi}{J} \end{aligned} \quad (2)$$

또 U 와 V 는 각각 $\frac{y_\eta u - x_\eta v}{J}$ 와 $\frac{-y_\xi u + x_\xi v}{J}$ 로 정의되는 반변속도성분(contravariant velocity component)이다.

연속방정식은 다음의 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial J U}{\partial \xi} + \frac{\partial J V}{\partial \eta} = 0 \quad (3)$$

3. 난류모델

비정상 유동과 천이 경계층 유동에 탁월한 예측성을 보인다고 널리 인정받고 있는 난류모델은 아직까지 없으며, 본 논문에서는 여러 가지 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델 중에서 Fan-Lakshminarayana-Barnett 등⁽¹⁹⁾이 제안한 난류모델을 선택하였다. 이 난류모델은 비정상 난류 경계층 유동 예측을 위해 개발된 것으로, 비정상 경계층 유동에 성공적으로 사용된 바 있다⁽¹⁹⁾. 또 본 논문에서 비교자료의 하나로 선택하고자 하는 Euler/경계층 방정식 수치해⁽¹¹⁾도 (Euler/경계층 방정식 수치해는 GE의 요청에 의해 Pennstate University의 Fan 등⁽¹⁸⁾에 의해 암맹시험(blind test)로 수행되어 그 결과는 Halstead 등⁽¹¹⁾의 논문에 수록되어 있으며, 참고문헌 18은 동일한 방법으로 다른 익렬에서 얻은 결과임) 같은 모델로 계산되었다는 점도 고려하였다. 다음의 식 (4)와 (5)는 Fan-Lakshminarayana-Barnett 등⁽¹⁹⁾이 제안한 난류모델에 사용하

는 난류운동에너지방정식과 소산율방정식이다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_j k}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(u + \frac{u_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] + u_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \epsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_j \epsilon}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(u + \frac{u_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \right] + f_1 C_{\epsilon 1} \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (5)$$

여기서 u_j 는 x_j ($j=1, 2, 3$) 방향의 평균유속을 k 는 운동 에너지를 ϵ 은 소산율을 가리킨다. 난류 와점성(turbulent eddy viscosity)는 $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$ 로 구하며, 기타 여러 가지 모델상수와 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \quad C_{\epsilon 1} = 1.4, \quad C_{\epsilon 2} = 1.8, \quad \sigma_k = 1.0, \\ \sigma_\epsilon &= 1.3, \quad f_1 = 1.0 \\ f_\mu &= 0.4 \frac{f_w}{\sqrt{R_t}} + \left(1 - 0.4 \frac{f_w}{\sqrt{R_t}} \right) \left[1 - e^{-\frac{R_y}{42.63}} \right]^3 \\ f_w &= 1 - \exp \left[-\frac{\sqrt{R_y}}{2.3} + \left(\frac{\sqrt{R_y}}{2.3} - \frac{R_y}{8.89} \right) \left(1 - e^{-\frac{R_y}{20}} \right)^3 \right] \\ f_2 &= \left[1 - \frac{0.4}{1.8} e^{-\left(\frac{R_y}{6} \right)^2} \right] f_w^2 \end{aligned} \quad (6)$$

4. 수치해석 방법

본 논문에서는 Ho 등⁽²⁾과 Yu 등⁽³⁾이 사용한 컴퓨터 코드를 본 논문의 목적에 적합하게 수정하여 수치해석을 수행하였다. 따라서, 기본적인 수치해석 과정은 Ho 등⁽²⁾과 Yu 등⁽³⁾의 논문에 자세히 정리되어 있으며, 여기서는 본 연구에서 수정한 내용을 중심으로 간략하게 정리하면 다음과 같다.

Ho 등⁽²⁾과 Yu 등⁽³⁾은 운동량 방정식에서 대류항을 중앙차분법으로 처리하고 수치해석의 안정성을 확보하기 위해 2차 및 4차의 인공확산항(artificial dissipation)을 첨가한 방법을 사용하였지만, 본 논문에서는 저자가 선행연구⁽²⁰⁾를 통해 자세히 연구한 바 있는 QUICK법을 사용하였다. 따라서, 본 논문에서는 인공점성항을 임의로 추가하지는 않았다. 시간 도함수는 2차의 절단오차를 가지는 2차 후방 Euler법(2nd order backward Euler scheme)으로 근사하였다.

5. 결과 및 토의

시간 증분이 비정상 유동에 미치는 영향

비정상 천이 경계층 유동의 수치해석에 앞서 본 논문에서 사용하고자 하는 Navier-Stokes 코드를 검증하고 동익의 회전 주기당 시간 증분의 수가 비정상 유동장에 미치는 영향을 살펴보기 위해 UTRC(united technologies research center)에서 실험한 바 있는 다단 압축기의 2번째 단의 정익에서의 비정상 유동장을 먼저 계산하였다. 이 정익은 Dring 등⁽²¹⁾과 Stauter 등⁽²²⁾이 Laser Doppler Anemometer를 사용하여 이미 실험적으로 연구한 바 있어 상당한 량의 비교자료가 문헌에 제시되어 있다.

UTRC의 다단 압축기는 설계점 유량계수인 0.51에서 작동하며, 이 때의 흐름은 블레이드 현(chord)에 기초한 레이놀즈수가 2.5×10^5 인 비압축성 유동이다. 블레이드의 중앙 위치(mid span)에서의 동익의 회전속도는 46.64(m/sec)이고, 블레이드 통과주기(blade passing frequency)에 기초한 단순주기(reduced frequency)는 $\omega C/2U_m = 8.48$ 이다. 블레이드의 익형은 NACA 65series이며, 구배선(camber line)은 원호로 이루어져 있다. 정익의 블레이드 수는 44개, 익현의 길이는 0.1016(m), 허브(hub)와 끝(tip)반경비는 0.8, 정익과 동익 사이의 공간과 익현의 길이비는 0.964이다. 또 정익의 설치각(stagger angle)은 34.2° 이다.

정익의 입구 경계면에는 동익의 후류가 주기적으로 유입된다고 가정하였으며, 그 위치는 정익 현(chord)의 36% 상류 지점이다. 이 지점이 특별한 의미를 가지는 것은 아니며, 실험에 의하면 정익의 영향이 미미한 지점으로 선행 연구자들^(2,3)도 이 위치를 상류 경계면으로 가정하였다. 또 이 지점에서 Dring 등⁽²¹⁾과 Stauter 등⁽²²⁾이 유속을 측정하였다. 따라서 상류 경계면에서의 경계조건으로는 실험치를 사용하였다. 하류 경계면은 정익 익현 길이의 85% 하류에 두었다. 계산격자는 200×96 으로 구성하였다. 이 중에서 유동방향 격자 중 60개는 블레이드의 상류에 74는 블레이드 표면에 나머지 66개는 하류에 두었다. Fig. 1(a)는 본 계산에 사용된 격자계로 선행 수치해석^(2,3)에 사용된 것과 동일하다. Fig. 1(b)는 본 계산에 사용된 상류 경계조건으로 동익의 후류 형상을 보여주고 있다. 동익의

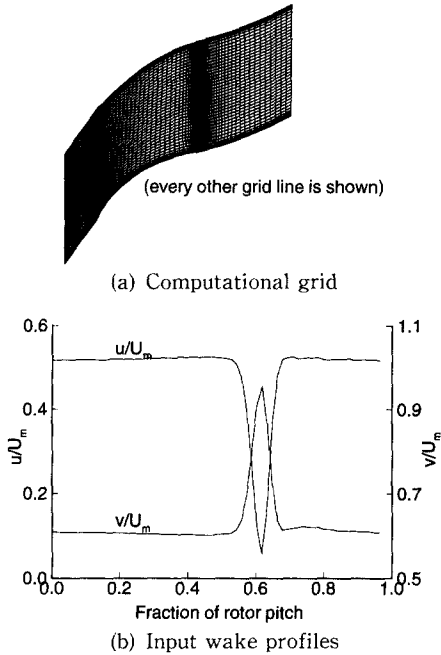


Fig. 1 Computational grid and input wake profiles for the stator.

후류는 동익의 회전속도와 같은 속도로 원주 방향으로 이동한다고 가정하였다. 상류 경계면에서의 난류 강도는 9%로 가정하였으며, 이 값은 실험자가 제공한 수치이다^(2,3). 하류 경계면에서는 유동 방향으로의 구배가 없다고 가정하였고, 벽면에서는 점착조건(no slip condition)과 Neumann조건을 각각 속도와 압력에 대하여 대입하였다.

Fig. 2는 블레이드의 흡입면(suction surface)과 압력면(pressure surface)에서의 압력계수 C_p 의 분포를 도시한 그림으로, Stauter 등⁽²²⁾의 실험치와 두 가지 수치해 즉 본 수치해와 Gundy-Burlet 등⁽²³⁾의 수치해를 비교하고 있다. Stauter 등⁽²²⁾은 시간 평균치만을 측정하였고, 두 가지 수치해는 시간 평균치와 함께 비정상성 압력분포를 보여주고 있다. 그림에서 두 가지 수치해의 시간 평균치는 실험치의 시간 평균 자료와 잘 일치함을 알 수 있다. 비정상 압력계수에 대한 실험치가 없어 그 정확도를 논하기는 어려우나, 본 수치해와 Gundy-Burlet 등⁽²³⁾의 수치해는 블레이드의 선단 부근에서 다소 차이를 보인다. Gundy-Burlet 등⁽²³⁾의 수치해는 블레이드의 선단 부근에서 압력면 압력이 흡입면 압력보다 큰 변동을 보이는데, 이러한 거동은 일반적인 이해와는 상반되는 결과이며 Ho 등⁽²⁾

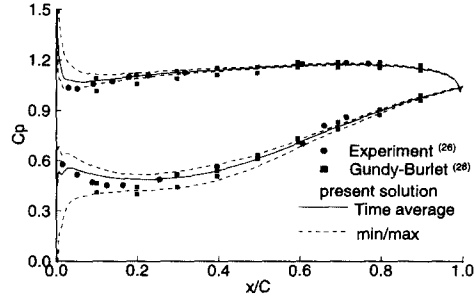
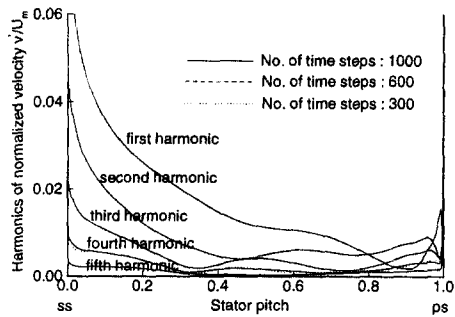
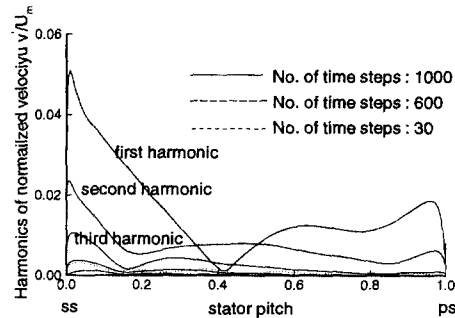


Fig. 2 Comparison of C_p with experiment and other numerical solutions.



(a) Near the leading edge



(b) Near mid chord

Fig. 3 Effect of time step size on the unsteady velocity.

도 지적한 바 있다.

Fig. 3은 동익 후류의 통과 주기당(rotor wake passing period) 시간 증분의 수가 비정상 유동장에 미치는 영향을 살펴보기 위해 시간 증분 수를 300, 600 그리고 1000으로 변화시켜 가며 얻은 수치해를 도시한 그림이다. Fig. 3은 블레이드의 선단과 중간 현(mid-chord) 부근 비정상 유속을 Fourier 급수로 분해하여 harmonic을 도시하고 있다($i=constant$ 격자선을 따른 도시임). 그림에서 알 수 있듯이 시간 증분의 영향은 4번 째

harmonic부터 나타나기 시작하지만, 4번째 이후의 harmonic 크기는 대단히 작아서 시간 증분의 영향을 논하기가 적당하지 않다. 시간 증분의 수가 비정상 속도장에 미치는 영향은 대단히 미미하였지만, Fig. 4에 도시한 압력계수의 분포에서는 상당한 영향이 관찰된다. 위 그림은 흡입면을 따른 압력계수의 harmonic을 아랫 그림은 압력면을 따른 압력계수의 harmonic을 각각 도시하고 있다. 시간 증분 수의 영향이 압력장에서 다소 크게 보이는 이유는 분명하지 않다. 참고로 최근에 Jin 등⁽²⁴⁾은 하류 경계조건이 비정상 수치해를 진동하게 하는 원인일 수 있으며, 이를 줄일 수 있는 무반사 경계조건(nonreflecting boundary condition)을 제시하기도 하였다. 대부분의 수치해석에서 하류 경계조건으로 사용하는 Newmann 경계조건은 운동량방정식을 엄밀히 만족시키지 못하는 일종의 반사 경계조건이다. 또한, 압력은 타원형 성질을 지니고 있으므로 하류 경계면에서 발생하는 오류는 끊임없이 전체 유동장으로 확산된다. Jin 등⁽²⁴⁾은 파동형 무반사 경계조건을 전단류 유동에 적용하여 개선된 해를 얻을 수 있음을 보였다. 그러나 비정상 비압축성 유동장 해석에 적합한 무반사 경계조건에 대한 연구는 대단히 미흡하며, Jin 등⁽²⁴⁾의 방법을

SIMPLE계열의 수치해법에 적용할 수 있는지도 미지수이다. 또한, 본 논문에서 다루는 비정상 유동장의 경우는 하류 경계면에서 대단히 미미한 전단류가 존재하여 시간 증분 수를 약 600개 이상 사용하면 그 영향을 무시할 수 있어, 이에 대한 보다 자세한 연구는 수행하지 않았다. Fig. 4의 두 가지 압력계수 분포 중에서 흡입면에서 시간 증분의 영향이 크게 보이는 것은 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 와류 유동의 유동 특성 때문으로 판단된다. Valkov 등⁽²⁵⁾의 연구에 따르면, 상류 동익의 후류는 정익의 선단에 부딪친 후 압력면과 흡입면을 따라 대류되지만 압력면 쪽의 비정상 와류는 경계층 안으로 파급되지는 못한다. 따라서, 압력면에서의 비정상 압력계수가 흡입면에 비해 변동이 작을 수 있다.

Fig. 3과 Fig. 4에 도시된 속도성분과 압력계수의 harmonic 분포를 살펴보면 동익의 후류 통과 주기당 약 600개 이상의 시간 증분이 필요함을 알 수 있다. 따라서, 다음에 설명하는 비정상 천이 경계층 유동의 해석에는 600개의 시간 증분을 사용하였다.

비정상 천이 경계층 유동

최근에 GE연구소의 Halstead 등⁽¹¹⁾은 그들의 저속(low speed) 다단 압축기와 터빈 실험장치를 이용하여 비정상 천이 경계층 유동을 자세히 계측한 바 있다. 이 중에서 다단 압축기 실험장치는 대형 저속 압축기의 중간단이나 후단에서의 유동 특성을 연구하기 위해 제작한 것으로, Fig. 5(a)에 도시되어 있는 바와 같이 3단 압축기이며 주요 제원은 Table. 1에 정리되어 있다. Fig. 5(a)에 도시되어 있는 개략도에서 Plane 3.5는 3번째 단 동익의 후류 지점으로 Halstead 등⁽¹¹⁾은 이 지점에서 열선(hot wire)을 이용하여 비정상 유속등을 자세히 계측하였다. 따라서 본 수치해석에서는 이 지점을 상류경계면으로 사용하였다(정익의 16.5% 상류지점). 또한 정익의 표면에는 열필름(hot film)을 설치하여 정상 및 비정상 유동 특성을 계측하였다.

본 논문에서는 Halstead 등⁽¹¹⁾이 정밀 계측한 3번째 정익 표면에서의 비정상 천이 경계층 유동을 선택하여 Navier-Stokes 코드와 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델의 예측성과 비정상 천이 경계층 유동 특성을 살펴보았다. Halstead 등⁽¹¹⁾은 레이놀즈수를 바꾸어가며 계측을 수행하였는데, 본 논문에서는 유량계수 0.576인 설계점 작동조건을 선택하

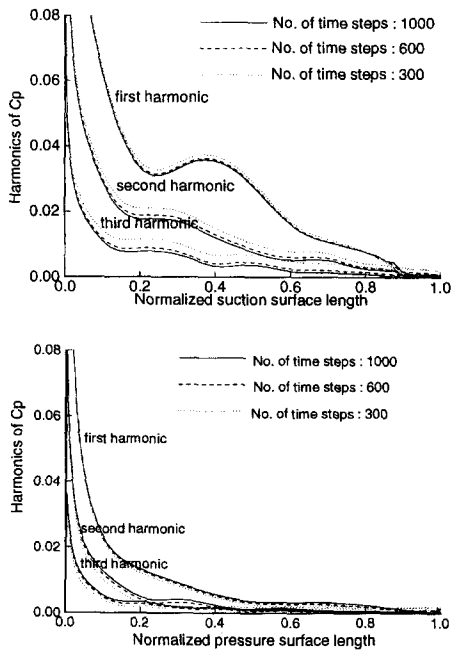
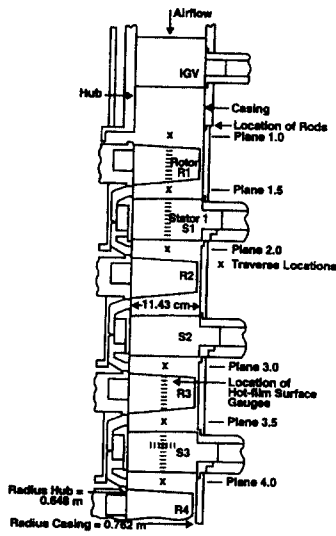
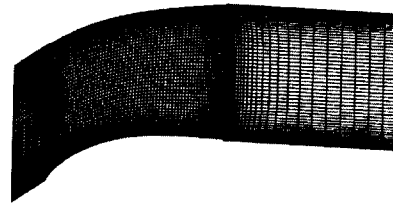


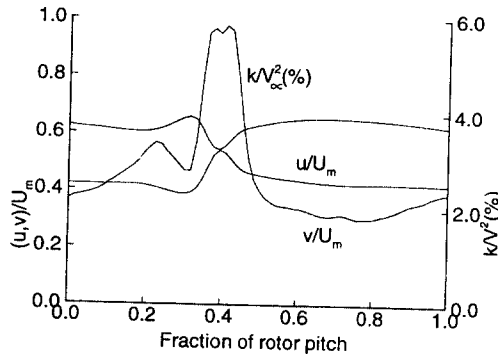
Fig. 4 Effect of time step size on the unsteady blade surface pressure.



(a) Sketch of test compressor



(b) Computational grid



(c) Input wake profiles

Fig. 5 Geometry of test compressor and a computational grid and input wake profiles for the third stage stator.

Table 1. Compressor blading parameters at midspan

	IGV	Rotor	Stator
Solidity	1.0	1.11	1.32
Aspect ratio	1.36	1.25	1.44
Chord (mm)	83.8	91.2	79.1
Stagger angle (o)	19.6	46.9	13.9
Chamber angle (o)	3.0	22.0	44.4
No of blades	53	54	74
Axial gaps(mm)	98		25.4
Rotational speed(rpm)		840	
Flow coefficient		0.576	
Reynolds number		4.24×10^5	3.47×10^5

였다. 이 때의 레이놀즈수는 3.47×10^5 이다. 계산에 사용된 격자수는 252×202 이며 하류경계면은 정익의 100% 하류에 두었다. 유동 방향의 252개의 격자수 중에서 52는 블레이드의 상류, 150개는 표면 그리고 나머지 50개는 하류에 두었다. 또한 202개의 반 유동 방향 격자수 중에서 30개는 경계층 내에 놓이도록 벽면에 밀집하였다. Fig. 5(b)는 본

계산에 사용된 격자계를 (c)는 상류 경계조건으로 사용된 동익의 후류 형상과 난류 강도의 분포를 보여주고 있다.

밀집 격자계를 사용한 본 계산에 앞서 231X101개의 성긴 격자수에서 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델의 예측성을 비교하여 보았다. Fig. 6은 동익의 5주기 동안 계산을 수행하여 얻은 본 수치해와 Fan 등⁽¹⁸⁾이 수행한 Euler/경계층 방정식을 이용하여 얻은 수치해 그리고 실험치를 도시한 그림으로, 수치해는 시간 경과에 따른 흡입면 경계층 유동의 형상계수(shape factor)의 분포를 실험치 (c)는 불규칙 비정상성(random unsteadiness)보여주고 있다. 여기서 실험치에 해당하는 형상계수는 없어 그 대신에 불규칙 비정상성(random unsteadiness)를 비교 도시하였다. Halstead 등⁽¹¹⁾은 열필름 계측기(hot film anemometry)에서 계속되는 전압(voltage)으로 준 벽면 전단응력(quasi-wall shear stress)을 구하고 이 값의 변동(fluctuation)을 불규칙 비정상성이라 불렀다. 이에 대한 자세한 논의는 Halstead 등⁽¹¹⁾의 논문에 정리되어 있다. 그림에서 형상계수가 2보다 큰 영역은 층류 유동을 1.5 내외는 난류 경계층을 의미한다. 또 그림에서 x축은 흡입면을 따른 무차원 거리를 y축은 동익 후류가 통과하는 주기를 나타내고 있다. 먼저 Fig.

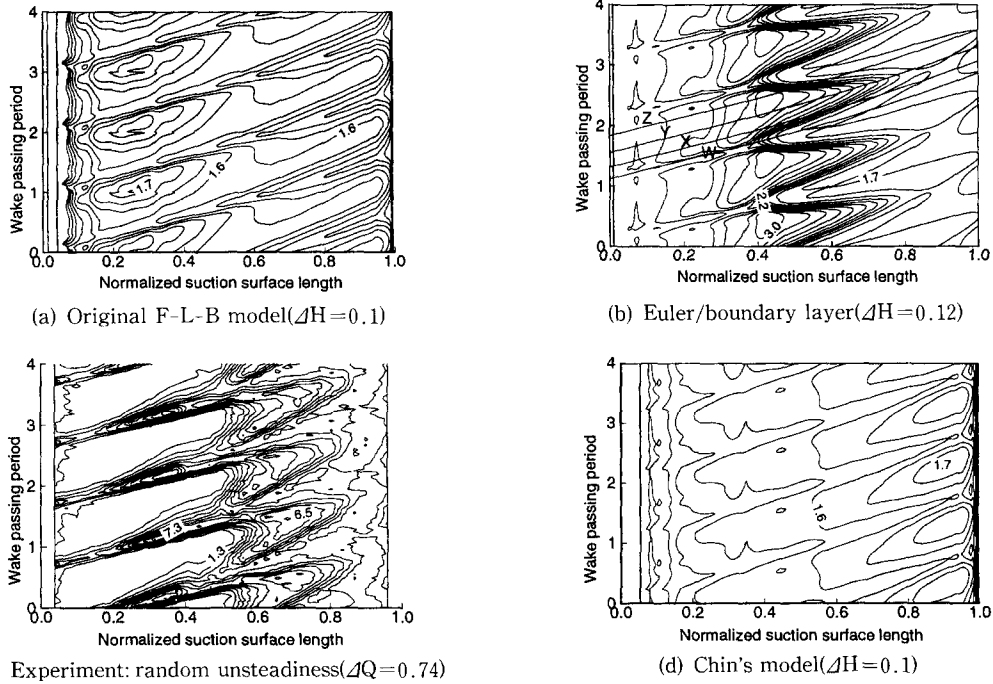


Fig. 6 Comparison of predicted shape factors with experimental data. The random unsteadiness is correlated to wall shear stress.

6(c)의 실험치는 열필름을 흡입면에 부착하여 얻은 계측치로 비정상 유동의 강도로 이해할 수 있다. 그림을 살펴보면, 무차원 흡입면 거리 $ssc/ssl \approx 0.2$ 부터 시작하는 강한 비정상성을 가지는 띠(strip)가 살펴볼 수 있는데, 이는 후류유기천이띠(wake induced transitional strip)로 불리며 상대적으로 빠른 천이가 일어나는 유동 영역이다. 또 천이 띠 사이에는 낮은 비정상성을 가지는 유동 영역이 존재하며, 이는 정속층류유동 영역(calmed laminar flow region)으로 불리운다.

Euler/경계층 방정식을 이용하여 얻은 수치해를 도시한 Fig. 6(b)는 후류유기천이띠와 정속층류유동 영역 등 동역과 정역의 상호작용에 의한 유동 특성을 잘 예측하고 있다. 이에 비해 본 계산결과인 Fig. 6(a)는 거시적인 유동 패턴은 보이지만, 형상계수의 값이 1.8보다 작아서 전체 유동장을 난류로 예측하고 있음을 알 수 있다. 사실, 이와 같은 오류는 Launder⁽²⁶⁾를 비롯한 여러 연구자^(27,28)가 이미 지적한 바가 있다. 이들에 따르면, 와점성계수(eddy viscosity)의 개념을 도입한 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델은 익형이나 블레이드의 선단과 같은 정체점 유동 영역에서 과도한 난류운동에너지

를 생성시켜 익형이나 블레이드의 선단에서부터 난류 경계층 유동을 형성한다. 이에 자세한 논의는 참고문헌[26~28]에도 수록되어 있다. 아몽튼 과도한 난류운동에너지 생성을 확인하기 위하여 Chien⁽²⁹⁾의 난류모델을 사용하여 같은 계산을 수행하여 얻은 결과를 Fig. 6(d)에 도시하였다. Fig. 6(d)와 (a)를 비교하여 보면 같은 크기의 형상계수 분포를 관찰할 수 있다. 따라서, 천이 경계층 유동을 얻기 위해서는 난류모델을 적절히 수정할 필요가 있다. 이와 같은 정체점 유동영역에서의 난류모델의 예측성 저하는 와점성계수의 개념을 사용하는 난류모델이 벽면 경계층 유동 자료를 기초로 하여 개발된 탓으로, 이점을 보완하는 방법으로는 다음과 같은 두 가지 방법이 연구문헌에 제시되어 있다. 하나는 Strahle⁽²⁷⁾이 시도한 것과 같이 난류상수를 국부적으로 수정하여 난류운동에너지 수송 방정식에서 생성항과 소산항의 균형을 이루도록 하는 방법이다. 다른 하나는 Launder⁽²⁶⁾가 제시한 방법으로 $k-\epsilon$ 난류모델의 수송 방정식에서 생성항

$$c_\mu \frac{k^2}{2\epsilon} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2$$
을
$$c_\mu \frac{k^2}{2\epsilon} = \sqrt{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}$$
로 대체하는 방법이다. 이 방법은 결국 평균 전단

율 (mean shear rate) $S = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$ 를 와

도변수 (vorticity parameter) $\Omega = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$

로 교체하는 방법이다. 이러한 교체가 설득력있는 것은 와도변수 Ω 와 평균 전단율 S 가 벽면 경계층 유동에서는 같은 크기를 가지며, 정체점 유동에서는 난류생성이 거의 비정상 유동에 의해 이루어 지기 때문에 와도변수 Ω 가 평균 전단율 S 보다 좋은 변수가 될 것이다.⁽²⁶⁾

Lauder⁽²⁶⁾의 제안은 Chen 등⁽³⁰⁾과 Jin 등⁽²⁸⁾이 이미 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델에 적용하여 정체점 유동을 포함하는 천이 경계층 유동을 해석한 결과 수치해를 크게 개선시킴을 확인한 바 있다. 예를 들어 Jin 등⁽²⁸⁾은 Chien⁽²⁹⁾의 저 레이놀즈수 난류모델을 수정하여 NACA0012 익형 주위의 유동해석에 적용하여 천이 경계층 유동을 예측할 수 있었다. 본 논문에서도 이들 두 가지 방법을 시도하여 본 결과 Launder⁽²⁶⁾의 수정 방법이 보다 좋은 수치해를 주며, 수치적 처리도 간편하였다. Strahle⁽²⁷⁾의 방법은 두 가지 서로 다른 값(벽면 경계층 유동과 정체점 유동에서의 난류상수)을 가지는 난류상수를 어떤 함수로 연결하느냐에 따라 수치해가 달라지며, 수치해의 수렴성도 크게 달라졌다. 따라서 본 논문에서는 Launder⁽²⁶⁾의 제안을 적용하여 계산을 수행하였다.

Fig. 7은 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류모델을 Launder⁽²⁶⁾의 방법으로 수정하여 얻은 결과로 Fig. 6과 비교하여 보면, 본 연구에서 채택한 난류모델의 수정이 적절함을 알 수 있다. 사실, Euler/경계층 방정식 수치해(Fig. 6(b))와 본 수치해가 동일한 난류모델을 사용하였지만, 전자는 수치해석 방

법의 특성상 블레이드의 선단에서 층류 경계층 유동을 가정하고 있다는 사실도 원래 난류모델을 사용한 수치해(Fig. 6(a))의 오류는 블레이드 선단 영역에서의 난류모델의 예측성 저하로부터 기인한 것임을 추측할 수 있다.

이제 Fig. 7, Fig. 6(b) 그리고 Fig 6(c)를 비교하여 보면, 후류유기천이띠의 시작점과 크기 등에서 본 수치해(Fig. 7)가 Euler/경계층 방정식 수치해(Fig. 6(b))보다 다소 개선된 해를 보여주고 있다. 구체적으로는 실험치는 불규칙 비정상성 띠가 흡입면을 따른 무차원 거리 $ssc/ssl \approx 0.2$ 에서 시작되지만, Euler/경계층 방정식 수치해(Fig. 6(b))에서는 후류유기천이띠가 $ssc/ssl \approx 0.4$ 에서부터 시작되고 본 수치해는 $ssc/ssl \approx 0.3$ 에서부터 시작된다. 또한, 천이띠의 폭도 Euler/경계층 방정식 수치해에서는 가장 빨리 증가하여 확산(diffusion)이 가장 급하게 일어남을 알 수 있다. 다만, 정속층류유동 영역에서 본 수치해의 형상계수의 값이 Euler/경계층 방정식 수치해보다 다소 작고 유동도 불안정하다. 동일한 난류모델을 사용한 Euler/경계층 방정식 수치해가 정속층류유동 영역에서 상대적으로 안정된 층류유동을 보이는 것은 수치해석 방법의 차이에서 기인한 것이다. Euler/경계층 방정식 수치해법은 자유유동과 경계층 유동 사이의 위상각(phase angle) 차이를 고려하지 않는다. 다시 말하면, Euler방정식에서 얻는 압력변동은 그대로(위상차 없이) 경계층방정식의 경계조건으로 대입된다. 따라서, 연이은 두 동익 후류 사이에서는 난류강도가 작은 자유유동이 외부 경계조건으로 대입되어 수치적으로 안정된 층류유동을 예측하지만, 이는 기존의 실험치와는 차이가 나는 결과이다. Cousteix 등⁽³⁰⁾과 Binder 등⁽³¹⁾의 실험자료에 의하면 경계층 유동은 주기적으로 변동하는 자유유동과는 위상각 차이를 보인다. 다만, Halstead 등⁽³⁾의 논문에는 위상각의 크기에 대한 자세한 자료가 제시되어 있지 않아 두 수치해 차이에 대한 정량적인 비교는 어렵다. Fig. 6과 7에서 4가지 궤적선 중 W는 동익 후류 궤적선(rotor wake trajectory)을 도시한 것이며, X, Y, Z는 각각 동익 후류 통과 주기의 20, 40, 72% 만큼 W 궤적선에서 지체하여 도시한 그림이다. 이들 4개의 궤적선을 따른 형상계수의 변화를 Fig. 8에 도시하였다. 4가지 궤적선 중에서 W를 따른 형상계수의 변화를 살펴보면, 본 수치해(그림에서 실선)는 $ssc/ssl \approx 0.3$ 부터 형

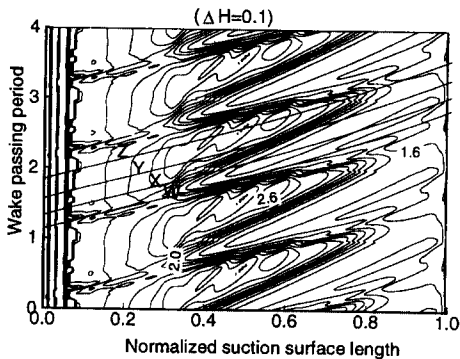


Fig. 7 Predicted shape factor with the modified F-L-B model.

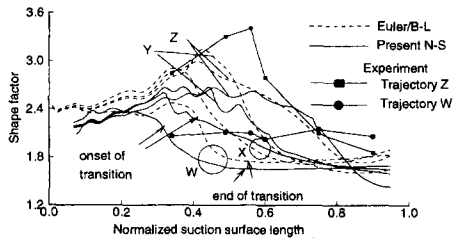


Fig. 8 Comparison between measured and predicted H along various trajectories.

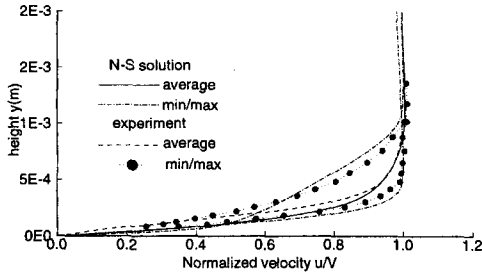
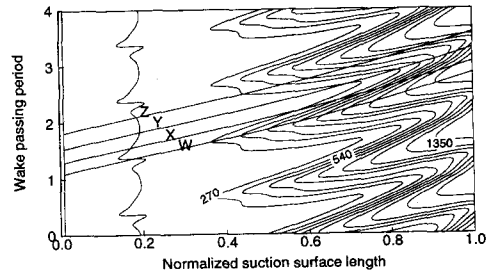
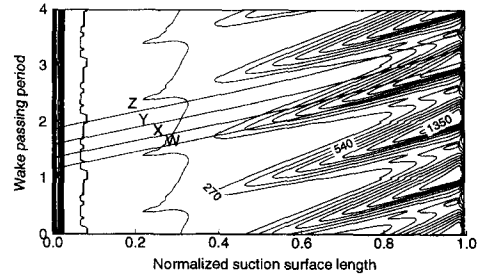


Fig. 9 Comparison of measured and predicted velocity profiles at $ssc/ssl=0.49$.

상계수가 감소하는 반면에 Fan 등⁽¹⁸⁾의 수치해는 $ssc/ss \approx 0.4$ 부터 감소하고 있음을 알 수 있다. 실험치에서는 $ssc/ssl \approx 0.34$ 이후의 자료만 제공되어 있지만, Halstead 등⁽¹¹⁾에 따르면 천이가 $ssc/ssl \approx 0.2$ 부터 일어난다. 그림에서 실험치와 수치해의 값 차이가 다소 크게 보이는 것은 다음과 같은 이유로 사료된다. 첫 째는 수치해가 예측한 천이의 시작점이 실험치와 차이가 나는 것이 일차적인 이유로 판단된다. 이차적인 이유로는 수치해의 절단오차와 난류모델의 부정확성 등과 함께 실험오차를 들 수 있겠다. 형상계수는 배제 두께(displacement thickness)를 운동량 두께(momentum thickness)로 나눈 값으로, 벽면 부근의 속도 형상에 큰 영향을 받는다. 그런데, 실제로 실험에서 계측된 경계층의 실측 두께가 1~2 mm에 불과하다⁽²⁹⁾. 참고로 Fig. 9는 $ssc/ssl=0.49$ 에서 얻은 속도분포를 실험치와 비교한 그림으로, 경계층의 두께가 약 1 mm 임을 보여주고 있어 실험오차가 작지 않음을 짐작할 수 있다. Fig. 10은 순간 운동량 레이놀즈수의 분포를 비교 도시한 그림이다. (a)는 Euler/경계층 방정식 수치해이고 (b)는 본 수치해를 보여주고 있다. 그림을 살펴보면 운동량 레이놀즈수의 최대치는 거의 같지만, 후류 유기 천이 때를 따른 운동량 레이놀즈수의 확산은 Euler/경계층 방정식 수



(a) Euler/boundary layer ($\Delta R_\theta=135$)



(b) Present Navier-Stokes ($\Delta R_\theta=135$)

Fig. 10 Predicted distributions of instantaneous momentum Reynolds number.

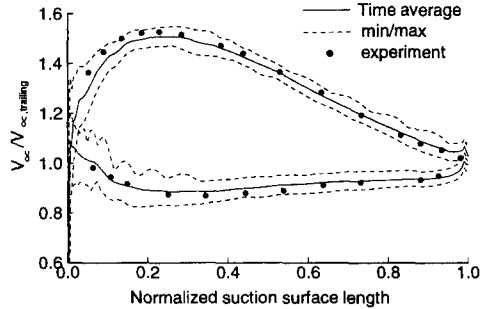


Fig. 11 Comparison of boundary edge velocities along the suction surface.

치해에서 빨리 일어난다. 따라서, 블레이드 후단 부근에서는 비정상 유동을 거의 살펴볼 수가 없으며, 이러한 거동은 실험치와는 큰 차이가 난다. 비정상 거동에 대한 자세한 논의는 제2편에 다루어져 있다.

Fig. 11은 흡입면과 압력면을 따른 경계층 자유 유속 (free stream velocity)을 후단에서의 자유유속으로 무차원화하여 도시한 그림이다. 그림에서 기호는 Halstead 등⁽¹¹⁾이 얻은 시간 평균 실험치이며, 본 수치해의 시간 평균치와 좋은 일치 보이고 있다. 동익과 정익의 상호작용에 의한 유속의 변화 즉 비정상 유속에 대한 실험치가 없어 직접적

인 비교는 어렵지만, 앞서 살펴본 UTRC 익렬의 경우와는 두드러진 차이가 후단 부근에서 보인다. 앞서 살펴본 UTRC 익렬에서는 후단 부근에서 비정상 유동의 영향이 거의 관찰되지 않지만, GE익렬의 경우에는 상당한 영향이 보인다. 이러한 거동의 차이는 블레이드 표면을 따른 경계층 유동 특성이 차이가 나기 때문으로 판단된다. GE익렬의 경우에는 앞서 살펴본 바와 같이, 상류 동익 후류에 의해 생성되는 후류유기천이띠가 블레이드의 후단까지 분명하여 즉 동익 후류의 영향이 후단 부근까지 크게 작용하는 반면에 UTRC 블레이드의 경우는 블레이드의 선단에서부터 난류 경계층 유동이 형성되고 상류 동익의 후류는 재빨리 소산되어 그 영향이 후단에서는 미미하기 때문으로 판단된다.

Fig. 12는 블레이드 흡입면을 따른 경계층의 운동량 레이놀즈수(momentum Reynolds number)와 형상계수의 분포를 비교 도시한 그림으로, 모두 시간 평균치 값을 보여주고 있다. 그림에서, 본 수치해를 제외한 모든 자료는 Halstead 등⁽¹¹⁾의 논문에서 발췌한 것이다. 이 중에서 STANX, KEP, 그리고 Fan 등의 수치해는 모두 경계층 방정식과 Euler방정식을 결합한 수치해석 방법으로 얻은 것

이다. 또 Halstead 등⁽¹¹⁾이 계산한 Navier-Stokes 수치해는 GE가 보유하고 있는 정상흐름 코드에 천이점을 임의의 위치에 지정하여 얻은 것이다. STANX는 Crawford 등⁽³²⁾이 개발한 STAN5을 개량한 것으로, 혼합거리 난류모델(mixing length turbulence model)을 사용하고 있다. 따라서, 본질적으로 천이는 예측할 수 없으며 사용자가 시작점을 입력해야 한다. 또 Zerkle 등⁽³³⁾이 STANX에 저 레이놀즈수 난류모델을 추가한 프로그램이 KEP이다. 따라서, KEP의 경우에는 천이 시작점을 인위적으로 조작하지는 않고 저 레이놀즈수 난류모델에 의해 예측되는 값을 사용하게 된다. Fan 등⁽¹⁸⁾의 수치해석 프로그램은 Power 등⁽³⁴⁾이 개발한 경계층 방정식 코드에 Fan-Lakshminarayana-Barnett 난류모델⁽¹²⁾를 추가하고 비정상 Euler방정식 해석 코드와 결합한 것이다. 따라서 KEP와 마찬가지로 천이는 자체적으로 예측된 값을 사용하게 된다.

운동량 레이놀즈수의 비교에서 본 계산치가 실험치나 다른 수치해에 비해 값을 다소 낮게 예측하며, 그 차이는 선단에서부터 시작됨을 알 수 있다. 따라서, 이러한 차이는 블레이드의 선단 부근에 형성되는 정체점 유동이 Launder⁽²⁶⁾의 수정 방법을 채용하였음에도 불구하고 여전히 정확히 예측되지 않기 때문으로 사료되며, 다른 모든 수치해는 블레이드의 선단에서 층류 경계층을 가정하였다는 사실도 이를 뒷받침한다. 형상계수 분포에서 STANX, KEP, N-S 등의 수치해가 $ssc/ssl \approx 0.4$ 위치에서 갑작스런 변화를 보이는 것은 천이영역을 지나치게 짧게 예측하고 있기 때문이다. 그림에서 $ssc/ssl = 0.4$ 이전까지는 모든 수치해와 실험치의 형상계수가 2보다 커서 층류유동이 형성되지만, 이후에 각기 서로 다른 천이영역의 크기를 가지고 난류 경계층으로 발전하고 있음을 알 수 있다. 본 수치해와 Fan 등⁽¹¹⁾의 수치해만이 실험치 거동을 제대로 따라가고 있으며, 다른 수치해는 갑작스런 천이를 일으키며 천이 영역의 크기를 제대로 예측하지 못함을 알 수 있다. 천이에 대한 보다 자세한 논의는 제2편에 수록되어 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 Navier-Stokes 코드와 저 레이놀즈수 난류모델을 이용하여 동익과 정익의 상호작용

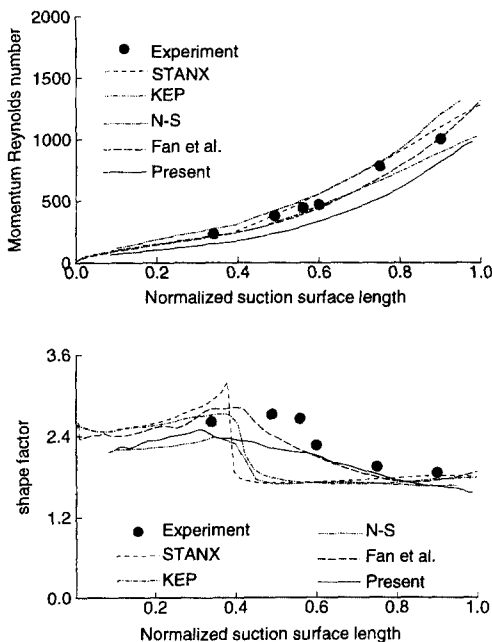


Fig. 12 Comparison between predicted and measured time averaged shape factor and momentum Reynolds number.

에 의한 비정상 유동장을 수치해석하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 동익의 한 주기당 시간 증분 수의 변화에 따라 비정상 압력장이 비정상 속도 성분에 비해 큰 영향을 받았으며, 본 예제 계산의 경우에는 약 600 개의 시간 증분의 수가 요구되었다.

(2) 기존의 저 레이놀즈수 난류모델은 블레이드의 선단 부근에서 과도한 난류운동에너지를 생성하여 블레이드의 선단에서부터 난류 경계층이 형성되었다. 또 이와 같은 오류는 Launder 수정 방법으로 제거할 수는 있었지만, 완전하지는 않아 보다 정확한 정량적인 예측을 위해서는 이에 대한 후속 연구가 요망된다.

(3) Navier-Stokes방정식 코드에 Launder의 수정 방법으로 수정한 Fan-Lakshminarayana-Barnett의 모델을 사용한 본 수치해는 동익과 정익의 상호작용에 의한 후류유기천이때를 잘 예측하였으며, 천이 영역의 크기와 시작점 그리고 천이때의 확산 특성 등의 예측에서 기존의 Euler/경계층 방정식 수치해 보다 개선된 거동을 보여주었다.

후 기

본 논문은 한국과학재단의 1995년도 후반기 해외 Post Doc. 재정지원으로 이루어진 것으로, 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Lakshminarayana, B., 1991, "An Assessment of Computational Fluid Dynamics Techniques in the Analysis and Design of Turbomachinery -The 1990 Freeman Scholar Lecture," *ASME J. of Fluids Engineering*, Vol. 113, pp. 315~352.
- (2) Ho, Y. H., and Lakshminarayana, B., 1993, "Computation of Unsteady Viscous Flow Through Turbomachinery Blade Row Due To Upstream Rotor Wakes," *ASME Paper* No. 93-GT-321.
- (3) Yu, W. S., and Lakshminarayana, B., 1994, "Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows," *ASME Winter Annual Meeting*, Symposium on Unsteady Flow in Aerospace Propulsion.
- (4) Kang, D. J., and Lakshminarayana, B., 1997, "Numerical Prediction of Unsteady Transitional Boundary Layer Flow due to Rotor-Stator Interaction," *33rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, AIAA 97-2752.
- (5) Dong, Y., and Cumpsty, N. A., 1990, "Compressor Blade Boundary Layers, Part 1: Test Facility and Measurements With No Incident Wakes, Part 2: Measurements With Incident Wakes," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 222~240.
- (6) Schultz, H. D., Gallus, H. E., and Lakshminarayana, B., 1990, "Three Dimensional Separated Flow Field in the End Wall Region of an Annular Compressor Cascade in the Presence of Rotor-Stator Interaction, Part 1: Quasi-Steady Flow Field and Comparison With Steady State Data: Part 2: Unsteady Flow and Pressure Field," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 669~690.
- (7) Addison, J. S., and Hodson, H. P., 1990, "Unsteady Transition in an Axial Flow Turbine: Part 1: Measurements on the Turbine Rotor" *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 206~221.
- (8) Arndt, N., 1993, "Blade Row Interaction in a Multistage Low Pressure Turbines," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 137~146.
- (9) Hodson, H. P., 1983, "The Development of Unsteadiness in the Rotor of an Axial Flow Turbine," *AGARD* CP351.
- (10) Walker, G. J., 1989, "Transitional Flow on Axial Turbomachine Blading," *AIAA J.*, Vol. 27, pp. 592~602.
- (11) Halstead, D. E., Wisler, D. C., Okiishi, T. H., Walker, G. J., Hodson, H. P., and Shin, H. W., 1995, "Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines Part 1: Composite picture, Part 2: Compressors, Part 3: LP Turbine, Part 4: Computations and Analysis," *ASME, IGTI*, Paper No. 95-GT-(461-464).
- (12) Walker, G. J., 1989, "Modeling of Transi-

- tional Flow in Laminar Separation Bubble," *Proc. of the 9th International Symposium on Air Breathing Engines*, Athens, pp. 539~548.
- (13) Addison, J. S., and Hodson, H. P., 1990, "Unsteady Transition in an Axial Flow Turbine, Part 2: Cascade Measurements and Modeling," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 206~221.
- (14) Mayle, R. E., and Dullenkoff, 1990, "A Theory for Wake Induced Transition," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 188~195.
- (15) Emmons, H. W., 1951, "The Laminar Turbulent Transition in a Boundary Layer-Part 1," *J. of the Aeronautical Sciences*, Vol. 18, pp. 490~498.
- (16) 홍성훈, 백제현, 1996, "축류 압축기 내의 2차원 유동 특성," 대한기계학회논문집 제20권 제8호, pp. 2561~2571.
- (17) 최창호, 유정열, 1997, "이중 시간 전진법과 $k-\omega$ 난류모델을 이용한 익렬 내부 비정상 유동 해석," 대한기계학회논문집 제 21권 제12호, pp. 1624~1634.
- (18) Fan, S. and Lakshminarayana, B., 1994, "Computation and Simulation of Wake Generated Unsteady Pressure and Boundary Layers in Cascade, Part 1: Description of the approach and validation, Part 2: Simulation of Unsteady Boundary Layer Flow Physics," *ASME, IGTI*, Paper No. 94-GT-(140, 141).
- (19) Fan, S. and Lakshminarayana, B., and Barnett, M., 1993, "A Low Reynolds Number $k-\epsilon$ model for Unsteady Turbulent Boundary Layer Flows," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 10, pp. 1777~1784.
- (20) 강동진, 배상수, 1996, "일반 비직교 표면좌표계에서의 비압축성 점성유동의 수치해석: Hybrid법과 QUICK법의 비교," 대한기계학회논문집, 제20권 제5호, pp. 1613~1623.
- (21) Dring, R. P., and Joslyn, H. D., 1985, "An Assessment of Single and Multi Stage Compressor Flow Modeling," *Final Report for Naval Air Systems Command Contract No. N00014-84-C-0354, AD-B102101*.
- (22) Stauter, R. C., Dring, R. P., and Carta, F. O., 1990, "Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor, Part 1: Experiment," *ASME, IGTI*, Paper No. 90-GT-259.
- (23) Gundy-Burlet, K. L., Rai, M. M., Stauter, R. C., and Dring, R. P., 1990, "Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor, Part 2: Computational Assessment," *ASME, IGTI*, Paper No. 90-GT-299.
- (24) Gin, G., and Braza, M., 1993, "A Nonreflecting Outlet Boundary Condition for Incompressible Unsteady Navier-Stokes Calculations," *J. Comp. Physics*, Vol. 107, pp. 239~253.
- (25) Volkov, T., and Tan, C. S., 1995, "Control of the Unsteady Flow in a Stator Blade Row Interacting With Upstream Moving Wakes," *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 117, pp. 97~105.
- (26) Launder, R. E., 1993, "Modelling Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows," *Engineering Turbulence Modelling and Experiments II*, pp. 3~22.
- (27) Strahle, W. C., 1985, "Stagnation Point Flows with Freestream Turbulence-The Matching Condition," *AIAA J.*, Vol. 23, No. 11, pp. 1822~1824.
- (28) Jin, G., and Braza, M., 1994, "Two-Equation Turbulence Model for Upstream Separated Flows Around Airfoils," *AIAA J.*, Vol. 32, No. 11, pp. 2316~2320.
- (29) Chien, K. Y., 1982, "Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low Reynolds Number Turbulence Model," *AIAA J.*, Vol. 20, pp. 33~38.
- (30) Cousteix, J., and Houdeville, R., 1983, "Effects of Unsteadiness on Turbulent Boundary Layers," *von Karman Inst. for Fluid Dynamics, Lecture Series 1983-03*.
- (31) Binder, G., Tardu, S., Blackwelder, R. F., and Kueny, J. L., 1985, "Large Amplitude Periodic Oscillations in the Wall Region of a Turbulent Channel Flow," *Fifth Symposium on Turbulent Shear Flow*, Cornell Univ., Ithaca, NY, Aug., pp. 161~167.
- (32) Crawford, M. F., and Kays, W. M., 1976,

- “STAN5-A Program for Numerical Computation of Two-Dimensional Internal and External Boundary Layer Flows,” *NASA CR 2742*.
- (33) Zerkle, R. D., and Lounsbury, R. J., 1987, “The Influence of Freestream Turbulence and Pressure Gradients on Heat Transfer to Gas Turbine Airfoils,” *AIAA Paper 87-1917*.
- (34) Power, G. D., Verdon, J. M., and Kousen, K. A., 1991, “Analysis of Unsteady Compressible Viscous Layers,” *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 133, No. 4, pp. 644~653.