

## 사각튜브의 국부좌굴과 전체좌굴에 관한 연구 (1)

한병기\* · 박봉현\*\* · 안대식\*\*\*

(1997년 9월 12일 접수)

### The Relationship Between Local and Overall Buckling of Rectangular Tubes ( I )

B. K. Han, B. H. Park and D. S. Ahn

**Key Words :** Local Buckling(국부좌굴), Overall Buckling(전체좌굴), Bifurcation Slenderness Ratio(분기세장비), Thin-walled Rectangular Tube(박판사각튜브), Inelastic Modulus(비탄성계수)

#### Abstract

This paper presents the results of analytical investigation of the buckling behavior of thin-walled box-section column. Throughout this investigation, the single curve for finding the buckling stress at each effective slenderness ratio is derived by modification of the Rankine's formula. The applicable formula in the small slenderness region is derived by considering the inelastic behavior of material. Additionally, the bifurcation criterion(slenderness ratio) which can distinguish between the local and overall buckling mode shapes is suggested by equating the local and overall buckling stresses. The overall buckling formula is closely concurrent with the experiments for the rectangular tubes.

#### 1. 서 론

산업의 급속한 발전과 함께 물동량의 증가로 운송수단이 대형화되면서 안전에 대한 욕구가 증가하고 있다. 또한 에너지와 자원의 절약차원에서 구조물의 경량화가 요구되므로 구조요소들의 기능향상과 함께 그 성능에 대한 정확한 평가방법에 대한 연구가 필요하게 되었다. 구조물의 하중 지탱요소로는 보(beam)와 기둥(column)이 널리 사용되고 있으며, 기둥은 구조 특성상 작용하중에 의하여 계(system)가 불안정하게 되는 임계조건이 존재한다. 따라서 기둥은 구조물 자체의 하중과 함께 외

부에서 가해지는 하중을 안전하게 지탱할 수 있도록 하기 위해서 안정성을 고려해야만 한다.

기둥의 전체좌굴에 대한 좌굴하중은 기둥의 단면형상과 기둥의 길이에 의해 정의되는 세장비, 재료의 탄성계수, 경계조건에 의해 산출되며, 이에 대한 이론적 해석은 Euler에 의해 최초로 이루어졌다.<sup>(1)</sup> 기둥은 세장비(slenderness ratio)에 따라 장주, 중간주, 단주로 구분되며, Euler에 의하여 제시된 기둥의 좌굴이론식은 세장비가 큰 장주 범위에서 임계하중을 예측하는데 유용하게 사용되고 있다. 그러나 중간주 이하의 영역에서는 이 식을 사용할 수 없음이 이미 많은 연구에 의해 지적되었다.<sup>(1~3)</sup> 따라서 이 영역에서 기둥의 임계하중을 정확히 산정하기 위한 연구가 Rankine, Tetmajer 등에 의하여 이루어졌으며, 현재 널리 쓰이고 있다.<sup>(4)</sup> 그러나 기존에 제시된 식들은 부재의 형상과 관계없이 장주범위에서는 이론값과 실험값이 잘 맞고

\*회원, 홍익대학교 기계공학과

\*\*회원, 홍익대학교 대학원 기계공학과

\*\*\*회원, 충주산업대학교 기계공학과

있지만, 좌굴거동이 다른 단주범위에서는 많은 차이를 보이고 있다. 또한 그 연구범위가 중실단면을 갖는 부재들을 주로 대상으로 한 연구들이다. 그러나 사각튜브와 같이 중공단면의 경우는 기둥의 길이가 충분히 작아지면 기둥을 구성하고 있는 판요소(plate element)들이 좌굴되는 국부좌굴거동(local buckling behavior)을 보이게 된다.<sup>(2)</sup> 이러한 특성은 자동차가 충돌할 때 충돌에너지를 흡수하도록 하는데 이용된다. 즉, 자동차의 측면부재와 같은 에너지 흡수용 부재들은 충돌에너지를 소성변형에너지로 최대한 흡수하기 위해서는 전체좌굴(overall buckling)보다는 국부좌굴이 발생하는 것이 유리하다.<sup>(11,13,14)</sup> 이와 같이 축방향 압축하중을 받는 부재는 세장비에 따라 최대좌굴응력은 물론이고 좌굴거동의 차이가 있으므로, 사용목적에 적합한 설계를 하기 위해서는 부재의 전체좌굴과 국부좌굴을 구분하는 임계세장비(critical slenderness ratio)에 대한 해석이 필요하다.

사각튜브는 차체 부재로 오랫동안 활용되어 왔으며, 사각튜브의 압괴에 대한 연구는 충돌에너지 흡수부재 측면에서 주로 연구되었다. 차체의 측면 부재로서의 사각튜브는 충돌에너지를 많이 흡수하기 위해서 정규모드(compact mode)로 압괴되어야 하고, 정규모드로 압괴되기 위해서는 국부좌굴이 되는 임계세장비 이내의 길이와 적당한 후폭비(ratio of thickness to width)를 가져야 한다.<sup>(10)</sup> 좌굴형태를 구분하는 분기세장비는 기둥의 단면형상과 함께 양단의 경계조건에 따라 달라지므로 이에 대한 연구가 필요하다. 사각튜브의 경우 세장비가 상당히 적은 범위에서는 국부좌굴이 되며, 이때의 최대응력은 튜브의 후폭비의 영향을 받고 있다. 그리고 부재의 세장비가 분기세장비보다 크면 전체좌굴이 되며, 이때의 최대응력은 세장비와 단면형상의 영향을 받고 있다.<sup>(1~3,8)</sup>

튜브형태로 된 기둥의 좌굴문제는 기둥의 좌굴에 대한 기존의 이론식을 그대로 적용하는 데는 문제점이 있으며, 이는 기둥의 좌굴 이론식이 사각튜브의 후폭비에 따른 특성을 고려하지 않았기 때문이라는 것을 본 연구진이 실험적으로 밝힌 바 있다.<sup>(13,14)</sup> 따라서 사각튜브에 대한 전체좌굴모드에서도 좀더 정확한 좌굴응력을 산출하기 위한 연구가 필요하다.

본 논문에서는 주로 이론적인 해석부분을 다루었다. 이러한 이론적 해석에 대한 실험적 검증은 이

논문의 후속 논문에서 다룰 것이다. 본 연구에서는 사각튜브의 전체좌굴응력 산정에 대하여 기존의 이론을 수정하여 장주영역은 물론이고, 중간주 이하에서도 적용 가능한 준-이론식과 전체좌굴과 국부좌굴을 구분하는 분기세장비를 결정하는 방법이 제시되었다. 사각튜브의 전체좌굴에 대한 해석에 있어서는 부재의 좌굴강도가 항복강도를 초과할 때의 재료의 비선형거동을 고려하기 위하여 Ramberg와 Osgood<sup>(5)</sup>의 비탄성계수(inelastic modulus)에 대한 관계식을 도입하였다. 국부좌굴에 관한 해석은 초기결함을 고려한 새로운 임계응력 산출식을 제시하였다. 그리고 제시된 이론에 대한 검증을 위하여 좌굴실험결과를 인용하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 사각튜브의 국부좌굴

Fig. 1에서는 사각튜브의 형상을 보여주고 있다. 본 연구에서는 튜브의 판재두께는 동일( $t_1=t_2=t$ )하고 폭이 다른( $b_1 \geq b_2$ ) 사각튜브로 가정한다. 사각튜브의 폭이 넓은 판과 좁은 판의 두께가 같을 때 좌굴응력은 후폭비가 작은, 즉 폭이 넓은 판의 좌굴응력이 작은 값을 갖게 되므로 좌굴응력을 산정할 때 넓은 판을 기준으로 한다. 사각튜브의 최대 지탱하중인 압괴강도(crippling strength)를 구하기 위해서는 다음과 같은 식들이 사용된다.

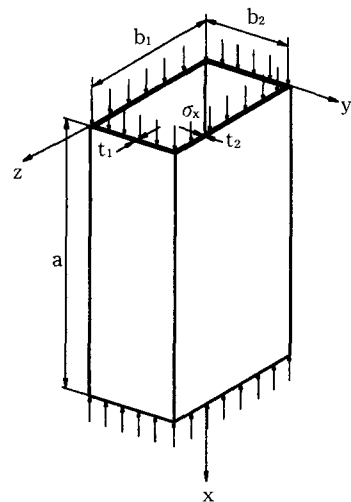


Fig. 1 Geometry of thin-walled rectangular tube subject to uniform compressive stress.

$$\sigma_{cr\_lo} = \frac{K \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b_1} \right)^2 \quad (1)$$

$$\sigma_{max\_lo} = 0.73 \left[ \frac{K \cdot E}{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_y} \cdot \left( \frac{t}{b_1} \right)^2 \right]^{0.4} \cdot \sigma_y \quad (2)$$

식 (1)은 기둥의 탄성 국부좌굴 응력식이고<sup>(1-3)</sup> 식 (2)는 국부좌굴거동을 하는 기둥에 대한 최대압괴 응력식이다.<sup>(4,9,10)</sup> 이들 식에서  $K$ 는 좌굴계수,  $E$ 는 재료의 탄성계수,  $\nu$ 는 푸아송비, 그리고  $\sigma_y$ 는 재료의 항복강도를 의미한다.  $t$ ,  $b_1$ 는 단면의 치수로써 Fig.1에 표시하였다. 또한 실제의 사각튜브 부재는 완벽하게 편평하지 않고 파형형태의 굴곡이 있게 되는데, 이러한 기하학적인 초기결함을 고려하면, 위의 두 식은 다음과 같이 수정할 수 있다.

$$\sigma_{cr\_lo\_im} = \frac{\phi \cdot K \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b_1} \right)^2 \quad (3)$$

$$\sigma_{max\_lo\_im} = 0.73 \left[ \frac{\phi \cdot K \cdot E}{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_y} \cdot \left( \frac{t}{b_1} \right)^2 \right]^{0.4} \cdot \sigma_y \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)는 국부좌굴거동을 하는 기둥의 국부적인 초기결함을 고려한 좌굴하중식과 최대압괴하중식이다. 여기서,  $\phi$ 는 초기결함 수정계수이며, 평판이 완전하게 편평하면 '1'이고, 파형의 진폭을 초기결함량  $f_0$ 라고 할 때, 진폭의 크기와 수정계수간에는 다음과 같은 관계가 실험적으로 정의되어있다.<sup>(7,9)</sup>

$$\phi = e^{-\sqrt{\frac{f_0}{t}}} \quad (5)$$

Fig.2는  $E=21000 \text{ kgf/mm}^2$ ,  $\sigma_y=38.2 \text{ kgf/mm}^2$ ,

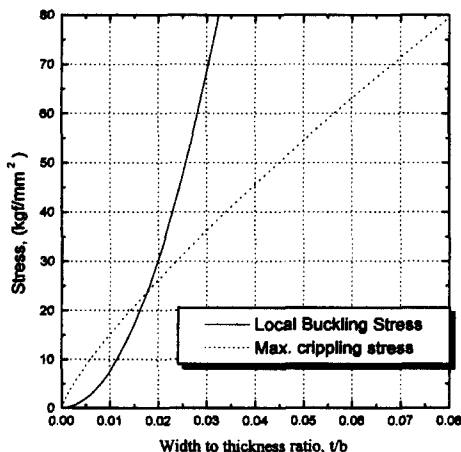


Fig. 2 Local buckling stress vs. thickness to width ratio for steel square tube.

$\nu=0.3$ 인 강재 정사각튜브의 좌굴응력식과 압괴응력식을 후폭비의 변화에 따라 도시한 것이다. 식 (3)은 탄성좌굴응력식으로서 항복응력의 함수가 아니지만 식 (4)는 압괴응력식으로서 항복응력의 함수이므로 동일재료에서 항복응력( $\sigma_y$ )이 클수록 두 식의 교차점이 우측으로 이동됨을 알 수 있다. 이 교차점은 이미 잘 알려진 바와 같이 압괴모드의 분기점을 나타낸다. 즉, 이 교차점의 후폭비보다 적은, 얇은판일 때는 비정규모드(noncompact mode)로 압괴되고 에너지흡수 특성이 저하되며 두꺼운 판은 정규모드(compact mode)로 압괴되면서 많은 에너지를 흡수한다. 또한 Fig.2에서 교차점의 후폭비보다 작은 영역에서는 식 (3)의 이론값이 식 (4)의 이론값보다 작게되므로, 식 (3)을 사용하며, 교차점의 후폭비보다 크면 같은 이유로 식 (4)을 사용하여 최대 하중을 산정한다. 이 그림에서 초기결함이 없을 때에는 교차점이 0.0177이지만 초기결함이 증가하면 압괴모드가 분기되는 교차점이 우측으로 이동하게 되므로 많은 에너지를 흡수할 수 있는 정규모드가 발생하지 않을 수 있게 되므로 설계할 때 이를 고려하여야만 한다. 후좌굴거동의 영향을 무시하면 부재가 견딜 수 있는 최대응력은 교차점의 후폭비보다 적은 영역에서는 식 (3)을, 그리고 그 이외의 영역에서는 식 (4)를 적용한다. 이들 식은 기술한 바와 같이 사각튜브 부재의 세장비가 상당히 작아 국부좌굴이 일어나는 경우의 응력식들이다. 이 식들에서  $K$ 는 기술한 바와 같이 좌굴계수로서 단면중형비의 함수이고, Kroll 등이 Fig.3

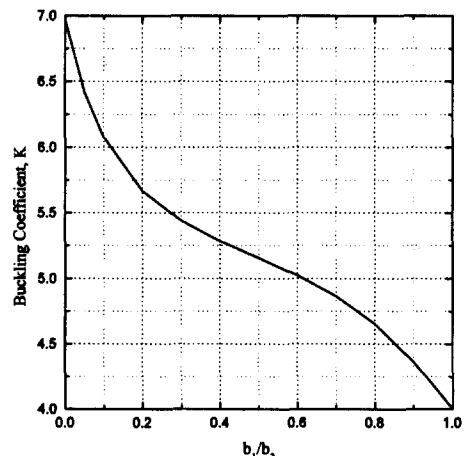


Fig. 3 Plate buckling coefficient K for section aspect ratio.

과 같이 제시한 바 있다.<sup>(6)</sup>

Fig. 3은 국부좌굴거동을 하는 직사각튜브의 최소좌굴계수를 판요소들의 폭비( $b_1/b_2$ )의 변화에 따라 표시한 것이고, 이 값들은 이론적인 해석을 통하여 얻은 정밀해(closed form solution)로부터 구한 것이다. Bleich도 사각튜브의 최소좌굴계수를 근사해법을 통하여 구하였다. 그는 사각튜브의 폭이 넓은 쪽을 좌굴판(buckling plate)이라 하고 좁은 쪽을 구속판(restraint plate)이라 하였다. 이는 식 (1)에서 보는 바와 같이 판의 두께가 동일할 때는 폭이 넓을수록 탄성좌굴응력이 작게되므로 좌굴판이 먼저 좌굴응력에 도달하게 된다. 그러나 구속판은 아직 좌굴응력에 도달하지 않으므로 좌굴판이 좌굴하려는 것을 구속하게 되어 튜브의 전체적인 좌굴응력이 상승하게 된다. Bleich가 제시한 좌굴계수  $K$ 는 이 효과를 고려한 계수로써 정사각튜브가 되면 정밀해에서 구한 값과 같이  $K$ 는 '4'가 된다.<sup>(3)</sup>

2.2 사각튜브의 전체좌굴 및 비탄성거동

세장비(slenderness ratio)가 큰 부재의 탄성전체좌굴식은 Euler에 의하여 최초로 제안되었으며, 다음과 같다.<sup>(1~3)</sup>

$$\sigma_{cr\_ov\_el} = \frac{N \cdot \pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \tag{6}$$

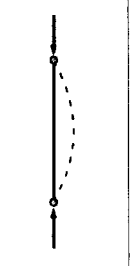
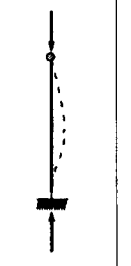
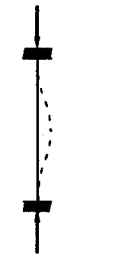
여기서, 세장비(slenderness ratio)는  $\lambda = a/r$ 에 의하여 구해진다. 그리고  $a$ 는 시편의 길이이며,  $r$ 은 단면의 회전반경으로  $r = \sqrt{I/A}$ 이고,  $I$ 는 단면 2차모멘트를,  $A$ 는 시편면의 단면적을 나타낸다.  $N$ 은 경계조건에 따른 계수, 즉 단말계수이며 이론적인 값은 Table 1에 나타내었다.<sup>(1~3,6)</sup>

상대적으로 길이가 짧은 부재에서는 부재가 부분적으로 항복응력을 초과하게 되어 비탄성거동(inelastic behavior)을 하므로,<sup>(1,2,4,14)</sup> 이를 대변하기 위하여 접선계수(tangent modulus,  $E_t$ )를 도입한다. 따라서 식 (6)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{cr\_ov\_inel} = \frac{N \cdot \pi^2 \cdot E_t}{\lambda^2} \tag{7}$$

식 (7)은 재료의 비탄성거동을 고려한 기둥의 전체좌굴식이며, 이식의 접선계수  $E_t$ 를 결정하기 위하여 Ramberg-Osgood<sup>(6)</sup>가 제안한 실험식을 도입하면 다음과 같다.

Table 1 Theoretical N value for various boundary conditions

Boundary condition	Simply-simple	Simple-clamp	Clamp-clamp
Buckled shape			
N (Theory)	1	2.04	4

$$E_t = \frac{E}{\left(1 + \frac{n(1-m_1)}{m_1} \left(\frac{\sigma}{\sigma_1}\right)^{n-1}\right)} \tag{8}$$

식 (8)에서  $m_1$ ,  $n$ ,  $\sigma_1$ ,  $E$  값은 재료의 인장실험으로부터 구하는 상수들이고,  $\sigma$ 는 본 연구에서는 전체좌굴응력을 의미한다.<sup>(5)</sup>

2.3 비탄성거동과 국부좌굴하중을 고려한 전체좌굴하중

기둥의 좌굴거동은 세장비가 큰 경우에 Euler의 좌굴응력식으로 잘 예측되지만, 세장비가 작아지면 실험치와 차이를 보이는 영역이 존재한다. Rankine은 이러한 영역에서 사용할 수 있는 기둥의 좌굴응력식을 제시하였다. 그는 기둥의 최대좌굴응력이 항복강도를 초과하지 않는다는 개념으로부터 좌굴응력식을 구하였다.<sup>(2)</sup> 그러나 튜브의 좌굴거동은 부재의 길이가 상당히 짧은 경우는 좌굴응력이 항복응력을 넘고 튜브의 최대압괴강도를 초과하지 않으므로 본 연구에서는 다음과 같은 식을 제안한다.

$$\frac{1}{\sigma_{max\_ov\_thin}} = \frac{1}{\sigma_{cr\_to}} + \frac{1}{\sigma_{cr\_ov}} \tag{9a}$$

$$\frac{1}{\sigma_{max\_ov\_thick}} = \frac{1}{\sigma_{max\_to}} + \frac{1}{\sigma_{cr\_ov}} \tag{9b}$$

$$\frac{1}{\sigma_{max\_ov\_inel\_thin}} = \frac{1}{\sigma_{cr\_to}} + \frac{1}{\sigma_{cr\_ov\_inel}} \tag{10a}$$

$$\frac{1}{\sigma_{max\_ov\_inel\_thick}} = \frac{1}{\sigma_{max\_to}} + \frac{1}{\sigma_{cr\_ov\_inel}} \tag{10b}$$

식 (9a)는 얇은 판, 식 (9b)는 두꺼운 판으로 이루어진 사각튜브의 최대전체좌굴응력 식들이다. 여

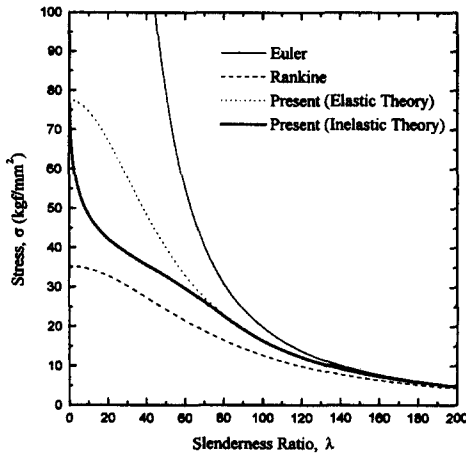


Fig. 4 Buckling stress of column vs. slenderness ratio

기서 얇고 두껍고의 기준은 기술한 바와 같이 Fig. 2에서 교차점을 기준으로 한다. 식 (10a)는 얇은 판, 식 (10b)는 두꺼운 판으로 이루어진 사각튜브에 대하여 재료의 비탄성거동을 고려한 최대전체좌굴응력 식들이다. 이식의  $\sigma_{cr\_ov\_inel}$  부분에 식 (7)을 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\sigma_{max\_ov\_thin} = \frac{\sigma_{cr\_to}}{1 + \frac{\sigma_{cr\_to}}{\pi^2 E} \cdot \lambda_e^2} \quad (11a)$$

$$\sigma_{max\_ov\_thick} = \frac{\sigma_{max\_to}}{1 + \frac{\sigma_{max\_to}}{\pi^2 E} \cdot \lambda_e^2} \quad (11b)$$

$$\sigma_{max\_ov\_inel\_thin} = \frac{\sigma_{cr\_to}}{1 + \frac{\sigma_{cr\_to}}{\pi^2 E_t} \cdot \lambda_e^2} \quad (12a)$$

$$\sigma_{max\_ov\_inel\_thick} = \frac{\sigma_{max\_to}}{1 + \frac{\sigma_{max\_to}}{\pi^2 E_t} \cdot \lambda_e^2} \quad (12b)$$

식 (11)과 식 (12)에서  $\lambda_e$ 는 유효 세장비로서 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda_e = \frac{\lambda}{\sqrt{N}} \quad (13)$$

항복응력  $\sigma_y = 35.2 \text{ kgf/mm}^2$ , 탄성계수  $E = 21,000 \text{ kgf/mm}^2$ 인 정사각튜브(폭 15.2 mm, 두께 1.18 mm, 후폭비 0.0776)인 시편에 대하여 식 (11b)과 식 (12b)를 이용하여 세장비의 변화에 따라 그림을 그려보면 다음과 같다. 이 예제의 경우는 양단부의 경계조건이 단순지지이며 ( $N=1$ ), 후폭비가 Fig. 2의 분기 후폭비의 우측에 위치함으로, 즉

0.0177보다 크므로 식 (11b)과 식 (12b)을 사용한다.

Fig. 4에서 긴 파선은 Euler식이고 실선은 재료의 비탄성을 고려한 튜브부재의 전체좌굴응력 식인 식 (12b)을 이용하여 나타낸 것이고, 짧은 파선은 재료의 탄성거동만을 고려한 전체좌굴응력 식으로 나타낸 것이다.

#### 2.4 분기세장비

분기세장비란 사각튜브와 같이 국부좌굴거동이 가능한 부재의 전체좌굴과 국부좌굴을 구분할 수 있는 세장비이다. 이론적으로 축방향 압축 하에 있는 사각튜브가 견딜 수 있는 좌굴강도는 Fig. 4에서 보듯이 부재의 길이, 즉 세장비에 따라 정해진다. 또한 부재의 길이가 짧은 경우에는 부재의 국부좌굴강도에 의하여 구해진다. 그러나 실제의 국부좌굴강도는 초기결함, 재료의 비선형성 등으로 인하여 이론적 국부좌굴강도보다 작은 값을 가지게 된다.<sup>(6)</sup> 이러한 거동은 기하학적 모양에 의하여 그 영향이 지배하는 정도가 차이가 있다. 두께가 상당히 얇은 판으로 이루어진, 즉 후폭비(t/b)가 적은 부재의 국부좌굴에는 초기결함의 영향이 지배적이고, 후폭비가 어느 정도 이상 되어서 국부좌굴강도나 압괴강도가 항복강도를 넘어서면 재료의 비선형에 의한 영향이 지배적이다.<sup>(5,7,15)</sup> 그러나 본 연구의 목적은 전체좌굴이 일어나는 전 영역에서 좌굴응력을 대변할 수 있는 좌굴식의 제시와, 국부좌굴이 일어날 수 있는 한계세장비를 제시하는 것에 초점을 맞추고 있으므로, 연구의 편의성을 위하여 국부좌굴 하중값의 산정은 국부좌굴 실험의 결과를 사용하기로 한다. 그러나 이들의 영향에 대한 연구는 향후 계속할 계획이다.

기술한 바와 같이 전체좌굴강도는 세장비의 함수지만, 국부좌굴강도는 이론적으로 세장비의 함수가 아니다. 때문에 국부좌굴강도를 Fig. 4에 추가한다면 세장비와 무관하므로 수평선분으로 나타내진다. 분기세장비는 Fig. 4에서 전체좌굴응력과 국부좌굴응력이 같은 점의 수평좌표점의 세장비를 의미하므로, 부재의 후폭비에 따라 식 (12a)와 식 (12b)를 선택하여 이들 식에서 전체좌굴응력 값에 해당하는 부분을 국부좌굴 실험결과와 등가하여 구하며, 다음과 같다.

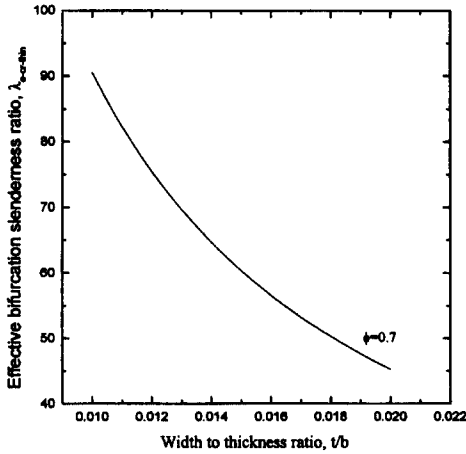


Fig. 5 Effective bifurcation slenderness ratio vs. width to thickness ratio.

$$\lambda_{e,cr,thin}^2 = \frac{\pi^2 E \cdot (\sigma_{cr,lo} - \sigma_{ex})}{\sigma_{cr,lo} \cdot \sigma_{ex} \cdot \left\{ 1 + \frac{n(1-m_1)}{m_1} \left( \frac{\sigma_{ex}}{\sigma_1} \right)^{n-1} \right\}} \quad (14a)$$

$$\lambda_{e,cr,thick}^2 = \frac{\pi^2 E \cdot (\sigma_{max,lo} - \sigma_{ex})}{\sigma_{max,lo} \cdot \sigma_{ex} \cdot \left\{ 1 + \frac{n(1-m_1)}{m_1} \left( \frac{\sigma_{ex}}{\sigma_1} \right)^{n-1} \right\}} \quad (14b)$$

식 (14a), 식 (14b)에서  $\sigma_{ex}$ 는 국부좌굴 실험치이고,  $n, m_1$ 은 재료의 인장실험으로부터 구한 비탄성계수이다. 결국 유효 임계세장비,  $\lambda_{e,cr}$ 값은 이론적인 국부좌굴 하중과 실험결과와의 차이에 의하여 결정된다. 이러한 차이는 부재의 기하학적 결함량과 재료의 비선형성에 기인한다. 그러나 부재단면의 두께가 두꺼워질수록 재료의 비선형성에 의한 영향이 지배적이므로 이때는 부재의 기하학적 초기결함의 영향은 상대적으로 적다.<sup>(5)</sup> 그러나 부재의 두께가 상당히 얇을 때는 반대로 부재를 구성하고 있는 판요소의 국부적인 초기결함의 영향이 지배적이므로 이때는 식 (3)과 식 (12a)를 등가시켜, (14a)를 다음과 같은 식으로 대체시킬 수 있다.

$$\lambda_{e,cr,thin}^2 = \frac{\pi^2 E \cdot (1-\phi)}{\sigma_{cr,lo} \cdot \left\{ \phi + \phi^n \frac{n(1-m_1)}{m_1} \left( \frac{\sigma_{cr,lo}}{\sigma_1} \right)^{n-1} \right\}} \quad (15)$$

식 (15)는 이미 언급한 재료에 대하여는 후폭비( $t/b$ )가 0.0177이하의 영역에서 적용 가능하다. 이

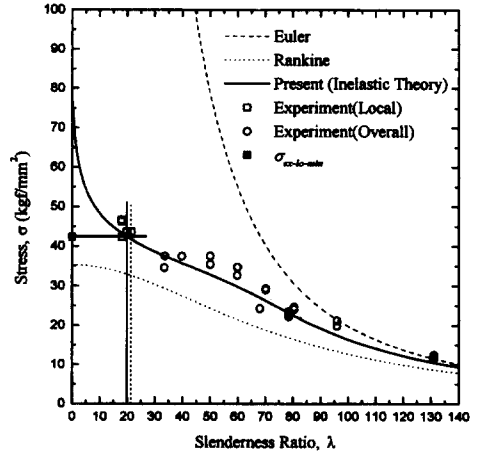


Fig. 6 The critical stress to slenderness ratio for 15 mm square box column specimen with simply-supported boundary condition.

영역에서는 부재의 국부좌굴응력이 항복강도보다 크지 않으므로, 이론해석과 실험결과와의 차이가 발생한다면 이는 재료의 비선형성에 의한 영향보다 기하학적 초기결함에 의한 영향이 크다고 볼 수 있다. 식 (15)를 이용하여 후폭비 변화에 따른 유효 분기세장비를 표시해 보면 다음과 같다.

Fig. 5는 초기결함계수  $\phi$ 가 0.7인 경우이다. 이 경우는 식 (5)로부터 판요소의 두께에 대한 초기결함진폭 ( $f_0/t$ )의 비가 0.12721일 때이고, 이 값은 본 연구진이 기존의 연구에서 실험적으로 관찰한 값이다.

### 3. 결과 및 고찰

본 연구를 통해 제시한 이론들, 즉 국부좌굴과 비탄성계수를 고려한 전체좌굴응력과 분기세장비에 대한 식들의 타당성을 검증하기 위하여 본 연구에서 중요한 부분을 차지하고 있는 실험결과와 일부 분인 양단 단순지지 경계조건에서의 사각튜브 단면의 기둥에 대한 실험결과와 비교하였다. 이외의 결과는 본 논문의 (2)편에서 경계조건과 시편의 종류에 따라 자세히 다루겠다. 간단한 검증을 위하여 폭이 15.2 mm이고, 두께가 1.1 mm, 항복응력과 탄성계수가 각각  $m_1=0.92, n=10, \sigma_y=35.2 \text{ kgf/mm}^2, E=21,000 \text{ kgf/mm}^2$ , 이론좌굴응력  $\sigma_{max,lo}=77.51 \text{ kgf/mm}^2$ , 그리고 국부좌굴 실험결과와 최소값,  $\sigma_{ex}=42.29 \text{ kgf/mm}^2$ 인 정사각튜브 시편<sup>(14)</sup>에 대해

여 계산해 보면, 유효 임계세장비는 20.06이다. 부재의 후폭비에 의하여 분기세장비는 식 (14b)을 전체좌굴응력은 식 (12b)를 이용하여 계산하였다. 실험결과와의 비교는 Fig. 6에 나타내었다.

Fig. 6에서 'o'기호는 기술한 바와 같은 단면에 대하여 양단단순지지조건으로 실험한 결과에 대하여 전체좌굴이 발생한 실험치들을 나타낸 것이다. 실험에 대한 자세한 설명은 본 논문의 (2)편인 실험적 연구부분에서 하겠다. 그림에서 보듯이 국부좌굴 실험치의 최소값<sup>(14)</sup>인 '42.29(kgf/mm<sup>2</sup>)'을 수평선으로 나타내면 전체좌굴식, 즉 오일러식, 수정 Rankine식, 그리고 본 연구에서 제시한 식이 서로 만나게 된다. 그러나 기존의 이론과 만나는 점에 해당하는 유효 세장비 이하에서도 전체좌굴에 대한 실험치가 많이 있으므로 기존의 이론으로는 국부좌굴과 전체좌굴영역을 구분하지는 못함을 알 수 있다. 또한 Rankine의 이론으로는 분기세장비를 찾아내는 것이 불가능하다. 거의 모든 세장비 영역에서 전체좌굴에 대한 실험치와 본 연구진이 제시한 전체좌굴식이 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5에서 수직실선은 식 (14b)에 의하여 계산된 분기세장비 값을 나타낸 것이며, 이 세장비보다 작은 세장비를 갖는 사각튜브 부재는 국부좌굴이 발생되며, 이정보다 큰 세장비에서는 전체좌굴이 발생하고 있음을 알 수 있다. 따라서 이 교차점의 세장비를 유효 임계세장비  $\lambda_{e,cr}$ 이라고 제안한다. 이 값의 타당성을 보이기 위하여 여러 가지 경계조건에 대하여 좌굴실험을 병행하였으며, 그 결과는 본 논문의 (2)편인 실험적 연구부분에서 제시한다.

#### 4. 결 론

본 연구의 진행결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 사각튜브의 좌굴에서 전체좌굴과 국부좌굴을 구분하는 분기세장비를 구하는 방법과 이에 대한 경험식을 제시하였다.

(2) 사각튜브의 국부좌굴응력을 고려한 전체좌굴에 관한 좌굴응력식을 제시하였고, 이 식을 제시하는데 사용된 이론들은 사각튜브 이외의 튜브부재에 대하여도 적용 가능하다.

(3) 튜브부재의 전체좌굴거동의 해석에 재료의 비탄성거동을 고려하여 주는 것이 타당함을 알 수 있다.

#### 참고문헌

- (1) Timoshenko, S. P. and Gere, M., 1988, *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, New York, N. Y.
- (2) Allen, H. G. and Bulson, P. S., 1980, *Background to Buckling*, McGraw-Hill, N. Y.
- (3) Bleich, F., 1952, *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, N. Y.
- (4) Gerard, G., 1962, *Introduction to Structural Stability*, McGraw-Hill, N. Y.
- (5) Ramberg, W. and Osgood, W. R., 1943, "Description of Stress-strain Curves by Three Parameters," *NACA, TN 902*.
- (6) Galambos, T. V., 1968, *Structural Members & Frame*, Prentice-Hall, Inc, New York.
- (7) Hui, D., 1986, "Design of Beneficial Geometric Imperfections for Elastic Collapse of Thin-walled Box Columns," *Int. J. Mech. Science*, Vol. 28, No. 3, pp. 163~172.
- (8) Ever, B. and Tomblin, J., 1994, "Phenomenological Design Equation for FRP Columns with Interaction Between Local and Overall Buckling," *Thin-walled Structures*, Vol. 18, No. 2, pp. 117~131.
- (9) Kim, C. W., Han, B. K. and Lim, C. H., 1994, "Effect of Initial Imperfection on the Collapse Mode of Rectangular Tube," *Proceeding of the KSME Solid Mechanics Division*, pp. 7~11.
- (10) Kim, C. W., Han, B. K. and Lim, C. H., "Collapse Mechanism Analysis of Thin-walled Rectangular Tube," *Proceeding of the KSME Spring Annual Meeting*, No. 1, pp. 615~620.
- (11) 한병기, 안대식, 박봉현, 1996, "정사각튜브의 동적 평균 압괴하중 연구," 한국자동차공학회 논문집, 제4권, 제5호, pp. 157~167.
- (12) Usami T. and Fukumoto, Y., 1982, "Local and Overall Buckling of Welded Box Columns," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 108, No. ST3.
- (13) 한병기, 안대식, 박봉현, 이진혁, 1996, "사각튜브의 국부좌굴과 전체좌굴," 대한기계학회 춘계학술대회논문집(A), pp. 242~247.

- (14) 한병기, 안대식, 박봉현, 1996, “정사각튜브의 국부좌굴과 전체좌굴에 관한 연구,” 대한기계학회 추계학술대회논문집(A), pp. 429~434.
- (15) 한병기, 박봉현, 정태은, 홍승준, 1997, “재료의 비선형을 고려한 후육정사각튜브의 좌굴에 관한 연구,” 한국자동차공학회 춘계학술대회논문집, Vol. Ⅱ, pp. 150~156.