

링압축시험에서 역해석을 이용한 유동응력과 마찰상수 결정법

최 영* · 김호관** · 조해용*** · 김병민**** · 최재찬****

(1996년 9월 12일 접수)

A Method of Determining Flow Stress and Friction Factor Using an Inverse Analysis in Ring Compression Test

Y. Choi, H. K. Kim, H. Y. Cho, B. M. Kim and J. C. Choi

Key Words: Inverse Analysis(역해석), Flow Stress(유동응력), Ring Compression Test(링압축시험), Friction Factor(마찰상수)

Abstract

An inverse analysis been applied to obtain the flow stress of the material. In this method, a ring-shaped specimen is compressed between two flat tools. This procedure employs, as the object function of inverse analysis, the balance of measured loads and reaction forces calculated by using rigid-plastic finite element method. The balance is explicit scalar function of flow stress which is a function of some unknown constants. For minimizing the balance, Newton-Raphson scheme is used. The friction factor, m , between flat tools and the specimen is determined by using friction area-divided method. The proposed method allows an accurate identification by avoiding the usual assumptions made in order to convert experimental measures into stress-strain relation. In this paper, the proposed method is numerically tested. A commercial pure aluminum was selected, as an example, to apply the method and the results are compared with stress-strain relation obtained by experiments.

1. 서 론

강소성 유한요소법을 이용한 금속가공의 수치해석은 급속한 발전을 이루어 여러 가지 금속성형공정이 해석되어지고 있다.⁽¹⁻²⁾ 정도높은 유한요소해석을 수행하기 위해 마찰상수와 재료의 응력-변형률관계를 정확하게 결정하는 것은 중요하다.

일반적으로, 실제 금속성형에서 일어나는 큰 변형률에 대한 유동응력을 구하기 위해 실린더 압축

시험(cylinder compression test)을 수행한다. 공구와 가공물의 마찰상수를 결정하기 위해 링압축시험(ring compression test)을 수행하여 높이감소율에 대한 내경감소율을 측정하고 상계법(upper-bound method) 또는 유한요소법(finite element method)을 이용한 이론적 보정곡선(calibration curve)과 비교로 마찰상수를 결정한다. 보다 간편한 방법으로, 링압축시험만으로 유동응력과 마찰상수를 동시에 결정하는 방법에 관한 연구를 살펴보면, Altan 등은 보다 정밀한 평가를 위해 마찰로 인한 시편의 벌짐(bulging)과 재료의 가공경화를 고려하였고, 링압축시험으로부터 응력-변형률관계를 마찰상수를 동시에 결정하였다.⁽³⁻⁵⁾ Rao 등은 링압축시험을 통하여 마찰상수와 유동응력을 결정하기 위해 신경망

*회원, 부산대학교 대학원

**부산지방중소기업청

***회원, 충북대학교 기계공학부

****회원, 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터

(artificial neural networks)과 상계요소법(UBET)를 이용하였다.⁽⁶⁾

유한요소법을 이용하여 유동응력을 결정하는 방법에 관한 연구를 살펴보면, Osakada 등은 실린더 압축실험을 행하고 이에 대한 강소성 유한요소해석으로 마찰이 고려된 유동응력과 유효변형률의 평균값을 계산하였고 링압축시험으로 마찰상수와 평균 유동응력을 동시에 결정하는 방법으로 확장하였다.^(7,8) Kim 등은 링압축시험에 대한 데이터베이스를 강소성 유한요소해석으로 구축하고 하중과 내경 감소율의 실험값으로 데이터베이스를 검색하여 유동응력과 마찰상수를 결정하였다.^(9,10)

상계해석 또는 강소성 유한요소해석의 보정곡선을 이용한 유동응력의 평가법과는 달리 재료의 구성방정식, 즉 유동응력을 미지수로 하여 해석하는 역해석(inverse analysis)을 통하여 유동응력을 결정하는 방법에 관한 연구를 살펴보면, Gelin 등은 측정된 변위와 계산된 변위를 일치하도록 역해석의 목적함수를 구성하고 평면변형 압축실험으로 재료의 유동응력을 결정하였다.^(11,12) Michino^(13,14) 등은 공급된 에너지율과 내부에너지율의 균형을 역해석(inverse analysis)의 목적함수로 두고 링압축시험을 통해 마찰상수와 유동응력식의 재료상수를 결정하는 방법을 제안하였다. Michino 등은 목적함수를 외연적으로 표현하고 Davidon-Fletcher-Powell 알고리즘을 사용하였다. 또한 유동응력을 변형률만의 5차 다항식으로 가정하였고 상용 유한요소 코드인 MARC를 이용하였다.

본 연구에서는, 링압축시험을 행하여 측정된 링시편의 내경변화률로 마찰상수를 결정하고, 동시에 측정된 가공력과 강소성 유한요소법으로 계산한 가공력의 균형을 역해석(inverse analysis)의 목적함수로 하여 Newton-Raphson 알고리즘으로 유동응력식의 재료상수를 결정하는 방법을 제안하고 이를 수치적으로 검증하고 기존의 연구결과와 비교하고자 한다. 또한 실험적으로 구한 상용 알루미늄 합금의 유동응력식과 제안된 방법의 결과를 비교한다.

2. 역해석

링압축시험에서 각 높이감소율(reduction in height)에 대해 가공력과 링시편의 내경을 측정한다. 내경 감소율을 높이감소율에 대해 도시하여 마찰 면적분

할법(friction area-divided method)⁽¹⁵⁾으로 마찰상수를 결정한다.

측정된 하중과 강소성 유한요소법을 이용하여 계산된 하중의 차이를 자승하여 각 높이감소율에 대한 합을 역해석(inverse analysis)을 위한 목적함수(object function)로 둔다. 이러한 목적함수는 유동응력을 나타내는 재료상수의 함수로 간주될 수 있다. 아래의 목적함수를 최소화하는 유동응력(재료상수)이 링압축시험에서 사용한 재료의 유동응력이라 할 수 있다.

$$S = \frac{1}{2} \sum (L_m - L_s)^2 \quad (1)$$

여기서, L 은 하중, 하첨자 m 은 실험에서 측정된 값, 하첨자 s 는 강소성 유한요소해석을 나타낸다. 또한 \sum 는 실험에서 측정된 각각의 높이감소율에 대한 합을 나타낸다.

식 (1)에서 나타나는 L_s 는 강소성 유한요소해석에서의 하중이며, 아래의 식으로 표현된다.

$$L_s = \sum \left\{ \int_{V_{III}} \bar{\sigma} \cdot P_{i1} v_i dV^{III} + \int_{V_{III}} K_p C_j v_j C_i dV^{III} \right\} \quad (2)$$

여기서, \sum 와 첨자 iii 는 편지에 접촉한 절점을 갖는 요소와 이의 합을 나타낸다. 하첨자 j 는 편지와 접촉한 절점의 X 축 방향 자유도를 나타내고, 행렬 P 와 C 는 참고문헌 (1)에 잘 나타나 있다. 또한 K_p 는 벌칙상수(penalty constant)로 아주 큰 값(10^6)이며, v_j 는 절점의 속도이다.

식 (1)이 최소값을 가지도록 강소성 유한요소해석에 사용된 유동응력식을 결정하면 된다. 본 연구에서는 재료의 유동응력을 아래와 같이 가정한다.

$$\bar{\sigma} = K \cdot \bar{\epsilon}^n \cdot (\dot{\bar{\epsilon}} / \dot{\bar{\epsilon}}_0)^m \quad (3)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 는 유동응력, $\bar{\epsilon}$ 는 등가 변형률, $\dot{\bar{\epsilon}}$ 는 등가 변형률속도, $\dot{\bar{\epsilon}}_0$ 는 표준 변형률속도(=1)이다. 그리고 K 는 강도계수(strength coefficient), n 는 가공경화지수(strain hardening exponent)이고, m 은 변형률속도 민감지수(strain-rate sensitivity exponent)로 재료상수값이다. 식 (1)은 재료상수 K , n 과 m 의 함수이고, 이를 K 와 C_i ($i=1, 2$)로 나타낸다. 식 (1)이 최소화되는 재료상수 K 는 식 (2)가 강도계수, K ,에 대해 선형이므로 식 (2)를 K 에 대해 편미분하고 최소조건을 적용하여 얻을 수 있다. 이를 식 (4)에 나타내었다. 재료상수 C_i 는 Newton-Raphson 알고리즘하여 적용하여 식

(5)와 같이 보정항(correction term)을 얻는다.

$$K = \frac{\sum L_m \frac{\partial L_s}{\partial K}}{\sum \frac{L_s}{K_0} \frac{\partial L_s}{\partial K}} \quad (4)$$

여기서, K_0 는 초기값을 나타낸다.

$$\left[\frac{\partial^2 S}{\partial C_i \partial C_j} \right]_{C=C_0} \Delta C_j = - \left[\frac{\partial S}{\partial C_i} \right]_{C=C_0} \quad (5)$$

여기서, C_0 는 초기값을 나타내고, 각 항의 강도 계수는 식 (4)로 구한값을 사용한다.

식 (5)의 항을 식 (1)을 이용하여 나타내면,

$$\frac{\partial S}{\partial C_i} = - \Sigma (L_m - L_s) \frac{\partial L_s}{\partial C_i} \quad (6)$$

여기서,

$$\frac{\partial L_s}{\partial C_i} = \Sigma \int_V \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial C_i} \frac{1}{\bar{\epsilon}} P_{ij} v_j dV \quad (7)$$

여기서, 첨자 i 는 펀치와 접촉한 절점의 z 방향 자유도를 나타내고, 행렬 P 는 참고문헌 (1)에 잘 나타나 있다. v_j 는 절점의 속도이다.

$$\frac{\partial^2 S}{\partial C_i \partial C_j} = \Sigma \frac{\partial L_s}{\partial C_i} \frac{\partial L_s}{\partial C_j} - \Sigma (L_m - L_s) \frac{\partial^2 L_s}{\partial C_i \partial C_j} \quad (8)$$

여기서,

$$\frac{\partial^2 L_s}{\partial C_i \partial C_j} = \Sigma \int_V \frac{\partial^2 \bar{\sigma}}{\partial C_i \partial C_j} \frac{1}{\bar{\epsilon}} P_{ij} v_j dV \quad (9)$$

이다.

식 (4)과 식 (5)로 식 (1)이 최소화되는 재료상수를 구하기 위해서는 재료상수의 초기값이 요구되는데, 이는 Osakada 등이 제안한 방법⁽⁸⁾으로 구한 해를 이용한다. 식 (4)과 초기값에 식 (5)로 구한 보정항을 더하여 재료상수를 구하며, 수렴한 해를 얻을 때까지 반복 계산한다.

3. 수치적 검증

강소성 유한요소법으로 링압축시험을 시뮬레이션하고, 이 결과를 이용하여 시뮬레이션시 사용한 유동응력과 마찰상수를 제안한 방법으로 결정하여 제안한 방법의 타당성을 검증하려고 한다.

식 (3)의 단순한 형태, 변형률속도 민감지수가 0.0인 가공경화성 재료에 대해 제안한 방법을 적용한다. 아래의 식으로 표현되는 알루미늄 합금 Al

2024-T351재료⁽¹⁶⁾에 대해서 시뮬레이션하였다. 공정조건으로 마찰상수 m 는 0.47, 펀치는 단위속도로 시편을 압축하는 것으로 하였다.

$$\bar{\sigma}_r = 725.38284 \bar{\epsilon}^{0.1675} \text{ MPa} \quad (10)$$

시뮬레이션은 406개의 요소와 460의 절점으로 외경 : 내경 : 높이가 24 : 12 : 2 mm인 링시편의 1/4을 모델링하였고, 초기소재 높이의 2%를 스텝증분(step increment)으로 하였다. 시뮬레이션 결과를 Fig. 1에 나타낸다.

링압축시험의 시뮬레이션으로 얻어진 하중과 내경감소율을 Table 1에 정리하였다.

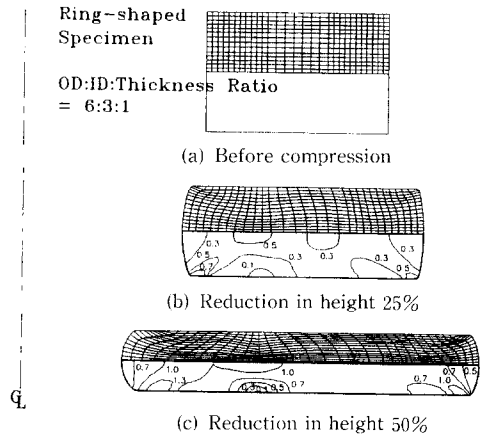


Fig. 1 Distortion of finite element grid and distribution of effective strain on cross section of ring-shaped specimen simulated by rigid-plastic FEM.

Table 1 The simulation results of ring compression test for Al alloy 2024-T351.

| Reduction in height [%] | Load [N] | Decrease in inside diameter of ring[%] |
|-------------------------|------------|--|
| 10.0 | 63823.726 | 4.622 |
| 20.0 | 84166.880 | 10.154 |
| 25.0 | 95977.250 | 13.518 |
| 30.0 | 109483.698 | 17.492 |
| 35.0 | 127002.750 | 22.392 |
| 40.0 | 148858.596 | 28.307 |
| 45.0 | 177842.334 | 35.551 |
| 50.0 | 217797.382 | 44.569 |

Table 1의 시뮬레이션 결과로부터 마찰상수와 유동응력을 제안한 방법으로 결정한다.

마찰 면적분할법⁽¹⁵⁾은 마찰상수를 이론적으로 구한 보정곡선과 실험데이터의 면적평균값을 취하는 것으로 이를 Fig. 2에 나타내었다.

실험데이터의 마찰상수 값은 아래식으로 결정된다. 또한 실험에서 링의 내경을 측정할 때 최소내경이 되는 높이에서 내경을 측정한다.

$$m = \frac{A_1}{A_1 - A_2} (m_2 - m_1) + m_1 \quad (11)$$

여기서, m_1 과 m_2 는 Fig. 2에 나타낸 보정곡선의 마찰상수 값이다. m_1 과 m_2 의 보정곡선과 실제 실험으로 측정된 높이감소율에 따른 내경감소율 곡선이 이루는 영역에 대한 면적이 A_1 과 A_2 이다. 실험치에 대해 실험치보다 높은 또 낮은 보정곡선중 가장 근접한 보정곡선을 m_1 과 m_2 에 대한 보정곡선으로 선택한다.

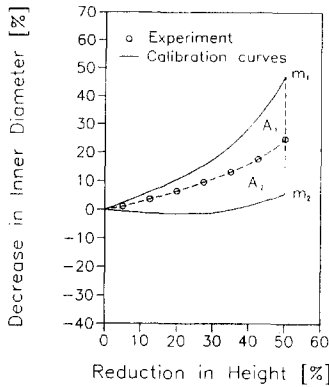


Fig. 2 Friction area-divided method.⁽¹⁵⁾

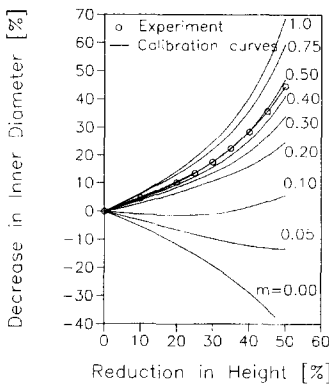


Fig. 3 Comparison of simulation data (Table 1) with theoretical calibration curves.

먼저 유동응력은 단위응력, 마찰상수 1.0, 0.75, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1, 0.05과 0.0에 대해 보정곡선을 유한요소법을 이용하여 구하고 실험데이터와 가장 가까운 보정곡선 두 개를 선택하여 식 (11)을 적용한다. Table 1의 시뮬레이션 데이터를 이용하여 유효숫자를 소숫점 네자리의 마찰상수 값 0.4770을 얻었다. (Fig. 3)

식 (4)과 식 (5)로 재료상수값을 결정하기 위해서는 초기해가 필요하며, 이는 Osakada 등이 제안한 방법⁽⁸⁾으로 계산하려고 한다. 유동응력을 단위응력, 마찰상수는 0.4770으로 하여 링압축시험을 유한요소해석하고, 이 결과를 측정된 하중과 비교하여 평균유동응력을 계산한다.

$$\bar{\sigma}_{ave} = \frac{L_m}{L_c} \times \bar{\sigma}_i \quad (12)$$

여기서, L 은 하중, 하첨자 m 은 실험에서 측정된 값, 하첨자 c 는 강소성 유한요소해석을 나타내고 $\bar{\sigma}_i$ 는 강소성 유한요소해석에 이용된 유동응력으로 단위응력이다.

평균 유효변형률은 체적평균으로 계산한다.

$$\bar{\epsilon}_{ave} = \frac{\sum \bar{\epsilon}_i \times V_i}{\sum V_i} \quad (13)$$

여기서, V 는 체적, 하첨자 i 는 각 요소를 나타낸다.

Table 1에 나타낸 시뮬레이션 데이터를 실험데이터로하여 유동응력의 초기값을 Osakada 등이 제안한 방법,⁽⁸⁾ 즉 식 (12)과 식 (13)으로 계산한 후, 평균 유동응력과 평균 유효변형률을 최소자승법으로 보간하여 아래와 같은 유동응력식의 초기값을 얻는다.

$$\bar{\sigma}_0 = 698.4115 \bar{\epsilon}^{0.1469} \text{ MPa} \quad (14)$$

식 (14)로 표현된 유동응력식과 마찰상수를 0.5009와 0.4532(0.4770±5%)로 하여 링압축시험을 다시 해석한다. 높이감소율에 대한 내경감소율의 보정곡선을 구하고 마찰 면적분할법⁽¹⁵⁾을 이용하여 마찰상수를 다시 결정하면 마찰상수는 0.4712이다. 이 값은 시뮬레이션시 사용된 마찰상수 0.47과 0.26%의 오차를 가진다.

마찰상수를 0.4712, 유동응력을 식 (14)로 하여 식 (4)와 식 (5)를 8번 반복계산하여 아래의 유동응력식을 얻었다. 식 (5)로 계산되는 C_1 의 보정항의 절대값이 0.00001보다 작은 경우 수렴한 것으로

하였다.

$$\bar{\sigma} = 724.3634 \varepsilon^{0.1670} \text{ MPa} \quad (15)$$

결과를 비교하기 위해 Fig. 4에 식 (10), 식 (14)와 식 (15)를 나타내고, 식 (16)로 표현되는 Osakada 등이 제안한 방법⁽⁸⁾으로, 즉 식 (12)의 $\bar{\sigma}_r$ 를 수정하여 4회 반복 계산하여 얻은 해를 같이 나타내었다.

$$\bar{\sigma}_{ave} = 717.1536 \varepsilon^{0.1629} \text{ MPa} \quad (16)$$

Fig. 4를 살펴보면, 제안한 방법으로 결정한 유동응력이 식 (10)으로 표현된 알루미늄 합금 Al 2024-T351 재료⁽¹⁶⁾에 대한 유동응력에 Osakada 등이 제안한⁽⁸⁾ 방법으로 결정된 유동응력보다 잘 일치하고 있다. 그러나 반복 계산횟수가 8회로 비교적 많다.

자세한 비교를 위해 식 (17)으로 정의되는 상대오차를 식 (15)와 식 (16)에 대해 Fig. 5에 도시하였다.

$$E_R = \frac{|\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}|}{\bar{\sigma}_r} \times 100 \quad (17)$$

Fig. 5에 나타난 것과 같이 제안한 방법으로 결정한 유동응력은 유효변형률이 0.1~0.9 범위에서 최대 0.135%의 상대오차를 가지고 Osakada 등이 제안한⁽⁸⁾ 방법으로 결정된 유동응력은 최대 1.086%의 상대오차를 가진다. 제안한 방법이 보다 정확하며, 큰 변형률의 범위까지 정확하게 결정할 수 있음을 알 수 있다. 이는 Osakada 등이 하중의 비교로 유동응력을 결정하고 체적평균으로 등가변형률을 각각 평가하나 본 연구에서는 응력-변형률 관계식, 식 (3)을 도입하여 응력과 변형률을 동시에 고려하여 유동응력식의 재료상수를 결정하였기 때문에 좀 더 정밀한 결과를 얻은 것으로 생각된다.

제안한 방법이 마찰상수가 다른 링압축시험에서도 마찰상수값과 유동응력을 정확하게 예측하는지 아래에서 살펴보기로 한다.

식 (10)으로 표현되는 알루미늄 합금 Al 2024-

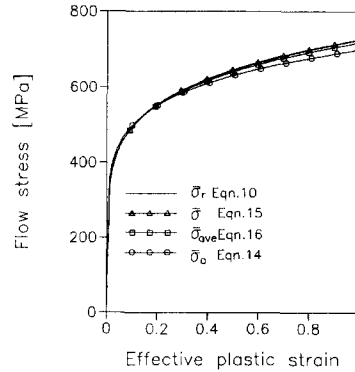


Fig. 4 Comparison among flow stress, $\bar{\sigma}$, obtained by the present method (Eq. 15), flow stress, $\bar{\sigma}_r$, reference curve (Eq. 10), flow stress, $\bar{\sigma}_{ave}$, obtained by Ref. (8) (Eq. 16) and flow stress, $\bar{\sigma}_0$, initially set (Eq. 14).

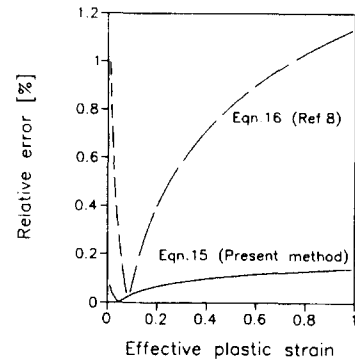


Fig. 5 Comparison of relative errors between flow stress, $\bar{\sigma}$, by the present method (Eq. 15) and $\bar{\sigma}_{ave}$, by Ref. (8) (Eq. 16) to reference curve (Eq. 10).

Table 2 The results of the present method for various friction factors.

| Simulation condition | Strength coefficient [MPa] | Strain hardening exponent | Friction factor (relative error [%]) | Max. relative error of flow stress [%] | The number of iteration |
|----------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|--|-------------------------|
| m=0.12 | 725.2639 | 0.16747 | 0.1201 (0.083%) | 0.0161% | 6 |
| m=0.35 | 725.1052 | 0.16723 | 0.3504 (0.114%) | 0.0354% | 7 |
| m=0.47 | 724.3634 | 0.16704 | 0.4712 (0.255%) | 0.1357% | 8 |
| m=0.85 | 722.5539 | 0.16592 | 0.8543 (0.506%) | 0.3734% | 11 |

T351 재료⁽¹⁶⁾에 대해서 링압축시험을 마찰상수 0.12, 0.35, 0.47과 0.85로 하여 시뮬레이션하였고, 이 때 얻어진 내경감소율과 가공력을 이용하여 마찰상수와 유동응력을 제안한 방법으로 결정하고 결과를 Table 2에 비교하여 나타내었다. 유동응력의 최대 상대오차는 유효변형률이 0.1~0.9일 경우이다.

마찰상수가 큰 값을 가질수록 결정된 마찰상수와 유동응력은 보다 많은 오차를 가지며 많은 반복계산을 요구한다. 그러나 그 오차가 0.6% 미만으로, 제안한 방법이 정확하게 유동응력과 마찰상수를 결정함을 알수있다. Table 2는 제안한 방법이 윤향상태가 좋지 못한 링압축시험을 통해서도 정밀한 유동응력과 마찰상수를 결정할수 있음을 보인다.

제안한 방법을 변형률속도 민감지수가 있는 경우에 적용하여 타당성을 살펴보고자 한다. 수치적 검증을 위해, 재료는 납을 선택하였고 마찰상수는 0.12로 하였다. 납의 유동응력식은 13°C에서 아래와 같다.⁽¹⁷⁾

$$\bar{\sigma}_r = 34.245 \bar{\epsilon}^{0.265} \dot{\bar{\epsilon}}^{0.0146} \text{ (N/mm}^2\text{) at } 13^\circ\text{C} \quad (18)$$

시뮬레이션은 406개의 요소와 460의 절점으로 외경 : 내경 : 높이가 12 : 6 : 2 mm인 링시편의 1/4을 모델링하였고, 초기소재 높이의 2%를 스텝증분 (step increment)으로 하였다. 링압축시험시 온도변화가 없는 등온공정 (isothermal process)으로 가정하였다. 펀치속도를 0.5 mm/sec, 1 mm/sec와 2 mm/sec인 경우에 대해 시뮬레이션하였다. 시뮬레이션 결과를 Table 3에 나타낸다.

Table 3의 시뮬레이션 결과로부터 유동응력과 마찰상수를 결정하려고 한다. 세 공정에 대해 마찰면적분할법⁽¹⁵⁾을 이용하여 마찰상수를 각각 결정하고 평균값을 취하면 0.1192이다. Fig. 3에 나타난 보정곡선을 이용하였다. 마찰상수 0.1192에 대해 펀치속도가 다른 세가지 공정을 단위 유동응력의 재료로 강소성 유한요소해석하여 Osakada가 제안한 방법⁽⁸⁾으로 평균 유동응력, 평균 유효변형률과 평균 유효변형률속도를 계산하였다. 평균 유효변형률속도는 평균 유효변형률과 같이 체적평균을 취하여 계산한다.⁽⁶⁾ 계산된 평균 유동응력, 평균 유효변형률과 평균 유효변형률속도를 최소자승법으로 보간하여 식 (4)과 식 (5)의 초기값으로 사용하였다. 얻어진 유동응력의 초기값은 아래의 식으로 표현된다.

Table 3 The simulation results of ring compression test for lead with three different punch velocities.

| Punch velocity [mm/sec] | Reduction in Height [%] | Load [N] | Decrease in inside diameter of ring [%] |
|-------------------------|-------------------------|----------|---|
| 0.5 mm/sec | 10.0 | 2032.262 | -0.0826 |
| | 20.0 | 2838.284 | 0.2274 |
| | 25.0 | 3272.502 | 0.5228 |
| | 30.0 | 3756.908 | 1.3678 |
| | 35.0 | 4313.898 | 2.4760 |
| | 40.0 | 4972.006 | 4.0874 |
| | 45.0 | 5770.906 | 6.2416 |
| | 50.0 | 6768.852 | 9.1488 |
| 1 mm/sec | 10.0 | 2053.046 | -0.0805 |
| | 20.0 | 2867.376 | 0.2309 |
| | 25.0 | 3306.088 | 0.6572 |
| | 30.0 | 3795.520 | 1.3732 |
| | 35.0 | 4358.308 | 2.4824 |
| | 40.0 | 5023.282 | 4.0948 |
| | 45.0 | 5830.538 | 6.2506 |
| | 50.0 | 6838.954 | 9.1596 |
| 2 mm/sec | 10.0 | 2073.984 | -0.0796 |
| | 20.0 | 2896.654 | 0.2325 |
| | 25.0 | 3339.868 | 0.6595 |
| | 30.0 | 3834.312 | 1.3758 |
| | 35.0 | 4402.910 | 2.4856 |
| | 40.0 | 5074.736 | 4.0985 |
| | 45.0 | 5890.318 | 6.2552 |
| | 50.0 | 6909.156 | 9.1652 |

$$\bar{\sigma}_0 = 34.3447 \bar{\epsilon}^{0.2663} \dot{\bar{\epsilon}}^{0.0147} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (19)$$

식 (19)의 유동응력식과 마찰상수 0.1132와 0.1252 (0.1192±5%)를 이용하여 높이감소율에 대한 내경변화율에 대한 보정곡선을 펀치속도에 따라 각각 구하고, 세 공정에 대한 내경감소율, 즉 Table 3

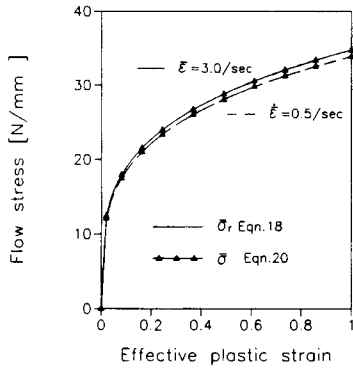


Fig. 6 Comparison among flow stress, $\bar{\sigma}$, obtained by the present method (Eq. 20), flow stress, $\bar{\sigma}_r$, reference curve (Eq. 18) and flow stress, $\bar{\sigma}_0$, initially set (Eq. 19).

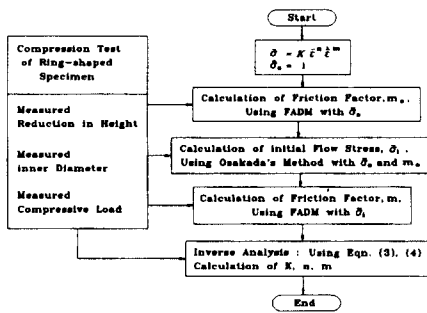


Fig. 7 Procedure to determine flow stress and friction factor by ring compression test.

Table 4 The extrapolated flow stresses and effective strains of a commercial pure aluminum obtained by the cylindrical compression tests.

| Load[ton] | Extrapolated reduction in height[%] | Flow stress [MPa] | Effective strain |
|-----------|-------------------------------------|-------------------|------------------|
| 15.0 | 17.3504 | 230.902 | 0.1906 |
| 20.0 | 31.1308 | 258.464 | 0.3730 |
| 25.0 | 43.3486 | 264.055 | 0.5683 |
| 35.0 | 56.6878 | 283.801 | 0.8367 |
| 45.0 | 65.6555 | 288.313 | 1.0687 |

의 내경감소율을 이용하여 식 (11)으로 마찰상수를 계산한다. 결과를 평균하면 마찰상수는 0.1202이다. 이는 시뮬레이션시 사용된 마찰상수 0.12와

0.167%의 오차를 가진다.

식 (1)의 합(Σ)은 두 가지 공정에서 하중을 측정된 각각의 높이감소율에 대한 합을 나타낸다. 초기값으로 식 (19)를 사용하여 식 (4)과 식 (5)로 식 (1)이 최소화되는 재료상수를 결정하면 10만복계산으로 아래와 같은 수렴된 해를 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 34.248 \bar{\epsilon}^{0.2651} \dot{\bar{\epsilon}}^{0.0144} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (20)$$

식 (20)로 결정되는 유동응력을 시뮬레이션의 입력으로 사용된 납의 유동응력, 식 (18)과 비교를 Fig.6에 나타내었다. 최대 상대오차는 유효변형률이 0.1~0.9, 유효변형률속도가 0.1~4.0의 범위에서 0.147%이다. Osakada 등은 변형률속도 민감지수가 있는 재료에 대한 적용방법을 명확히 밝히지 못했다. 본 연구에서는 펀치속도를 3번 달리한 시뮬레이션 결과로부터 시뮬레이션시 사용된 소재의 유동응력식(강도계수, 가공경화지수 및 변형률속도 민감지수)을 정밀하게 평가하였다.

제안한 링압축시험을 통한 유동응력과 마찰상수 결정법의 절차를 정리하여 Fig.7에 나타내었다.

4. 실험적 검증

제안한 방법의 타당성을 수치적인 방법으로 검토해 보았다. 링압축시험 결과로부터 유동응력과 마찰상수를 결정하고 실린더 압축시험으로 결정된 유동응력과 비교하고자 한다.

상용 알루미늄 합금에 대해 실린더 압축시험을 수행하였다. 사용된 소재의 직경을 26 mm, 높이를 13 mm, 15 mm, 26 mm와 52 mm로 가공하고 인산염 피막처리를 하였다. 압축시험은 100톤(ton) 만능시험기에서 수행하였으며, 윤활제로 MoSO₂를 분무하였다. 가공속도는 2 mm/min이다.

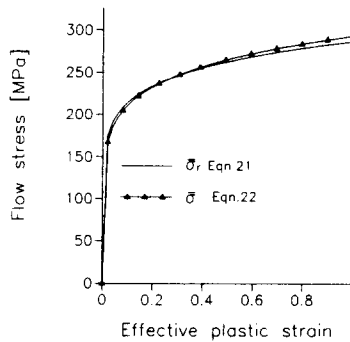
높이가 다른 소재를 일정한 하중으로 가압하고 측정된 높이감소율을 초기소재의 직경/높이비로 도시하고 직경/높이비가 0인, 즉 무한히 긴 원주에 대해 외삽하여 마찰의 영향이 없는 상태의 유동응력을 결정하는 외삽법⁽¹⁸⁾을 이용하였다. 외삽된 유동응력과 유효변형률을 Table 4에 나타내고, 이를 최소자승법으로 보간한 결과를 식 (21)로 표현하였다.

$$\bar{\sigma}_r = 287.742 \bar{\epsilon}^{0.1280} \text{ MPa} \quad (21)$$

소재의 내경 : 외경 : 높이를 24 : 12 : 8 mm로 가

Table 5 The experimental results of ring compression test for commercial pure Al

| Reduction in height [%] | Load [N] | Decrease in inside diameter of ring [%] |
|-------------------------|----------|---|
| 16.770 | 10.0 | -3.67347 |
| 32.500 | 14.5 | -6.07287 |
| 40.881 | 17.0 | -6.07287 |
| 45.963 | 19.5 | -4.47154 |
| 50.000 | 21.5 | -5.28455 |

**Fig. 8** Comparison between flow stress, $\bar{\sigma}$, obtained by the present method (Eqn. 22) and the reference flow stress, $\bar{\sigma}_r$, obtained by experiments (Eqn. 21).

공하여, 실린더 압축시험과 같은 조건으로 링압축 시험을 행하여 Table 5의 결과를 얻었다. 식 (21)로 표현된 유동응력으로 유한요소해석으로 높이감소율에 대한 내경감소율의 보정곡선을 구하여 마찰면적분할법⁽¹⁵⁾으로 마찰상수를 계산하면 0.1353이다.

Fig. 7과 같이, 제안한 방법으로 9번 반복계산하여 마찰상수와 유동응력을 결정하면 마찰상수는 0.1343이고, 유동응력은 식 (22)와 같다.

$$\bar{\sigma} = 294.192 \bar{\epsilon}^{0.1449} \text{ MPa} \quad (22)$$

마찰효과를 최소화하는 외삽법으로 결정된 유동응력과 비교하기 위해 Fig. 8에 식 (21)과 식 (22)로 결정된 유동응력을 나타내었다. 제안한 방법으로 유동응력과 마찰상수를 정확하게 결정하였음을 알 수 있다. 식 (22)의 유동응력식은 Table 4의 외삽된 유동응력과 최대 2.38%의 상대오차를 보인다. 제안한 방법으로 유동응력을 상대오차가 수치적 검증에서의 상대오차보다 큰 이유는 수치적 해석수법인 강소성 유한요소해석의 오차가 있으며, 외삽법에서 주어진 하중에 대해 높이감소율을 외삽할 때 오차가 발생한다. 또한 실린더 압축시험과 링압축시험에 사용된 시편의 공차에 따르는 오차가 발생한다.

Table 6 Comparisons between FC-method^(13, 14) and the present method.

| Item | FC-method | Present method |
|----------------------------|---|--|
| Initial flow stress | Assumption of uniform deformation | Osakada's method |
| Friction factor | Unknown constant | Friction area-divided method ⁽¹⁵⁾ |
| Flow stress model | 5th order polynomial of equivalent plastic strain | Empirical formula ($\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n \bar{\epsilon}^m$) |
| Object function | Balance of external and internal powers | Balance of external forces and reactive forces |
| Algorithm | Davidon-Fletcher-Powell | Newton-Raphson |
| FEM code | Elasto-plastic FEM (MARC) | Rigid-plastic FEM |
| Test material | Commercial pure aluminum | Commercial pure aluminum |
| The number of iteration | 7 | 9 |
| Maximun relative error (%) | 5% | 2.38% |

Michino^(13,14) 등이 제안한 FC법과 비교를 Table 6에 나타낸다. FC법에서는 마찰상수를 재료상수값으로 취급하여 마찰상수를 결정하는 다른 알고리즘은 필요하지 않다. 그러나 7회의 반복계산 후, 수렴된 해가 본 연구에서 제안한 방법보다 오차가 크다. 또한 지속적인 반복 계산(총 15회)에도 수렴정도는 거의 변화하지 않는다.^(13,14) 본 연구에서 제안한 방법으로 정밀한 해를 비슷한 반복계산으로 구했다. 그러므로 FC법보다 제안한 방법이 좀 더 정밀한 방법이라고 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 링압축시험으로 마찰상수와 유동응력을 결정하는 방법을 제안하였다. 정밀한 마찰상수와 유동응력을 제안한 방법으로 결정할 수 있다. 또한 윤활이 나쁜 상태의 링압축시험으로도 마찰상수와 유동응력을 결정할 수 있음을 보였다. 제안한 방법을 변형률속도 민감성지수가 있는 재료에 대해 적용했을 때, 편지속도가 다른 세가지의 링압축시험으로 마찰상수와 유동응력을 결정할 수 있었다. 상용 순수 알루미늄재료에 대해 실린더 압축시험을 행하고 외삽법으로 유동응력을 결정하였다. 링압축시험을 통하여 제안한 방법으로 결정한 유동응력과 비교한 결과, 제안한 방법이 타당성함을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참고문헌

- (1) Shiro Kobayashi, Soo-Ik OH and Taylan Altan, 1989, *Metal Forming and the Finite-Element Method*, Oxford University Press., New York.
- (2) Shen and Dawson (eds), 1995, *Simulation of Materials Processing : Theory, Methods and Applications*, Rotterdam, ISBN 9054105534.
- (3) Lee, C. H. and Altan, T., 1972, "Influence of Flow Stress and Friction upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders," *ASME J. Eng. Ind.*, Vol. 94, pp. 782.
- (4) Saul, G., Altan, T. and Depierre, V., 1971, "A New Method for the Determination of Material Flow Stress Values under Metalworking Conditions," in *Metal Forming : Interrelation between Theory and Practice* (ed. A. L. Hoffmanner), p. 293, Plenum Press, New York.
- (5) Douglas, J. R. and Altan, T., 1975, "Flow Stress Determination for Metals at Forging Rates and Temperatures," *ASME J. Eng. Ind.*, Vol. 97, pp. 66.
- (6) RAO, K. P. and XU, W. L., 1995, "Neral Evaluation of Friction and Flow Stress Adaptive to Ring Geometry," *JSME International Journal*, Series A, Vol. 38, No. 4, pp. 506~514.
- (7) Osakada, K., Kawasaki, T. and Mori, K., 1981, "A Method of Determining Flow Stress under Forming Conditions," *Ann. CIRP*, Vol. 30, No. 1, pp. 135~138.
- (8) Osakada, K., Shiraishi, M., Muraki, S. and Tokuoka, M., 1991, "Mesurement of Flow Stress by the Ring Compression Test," *JSME International Journal*, Series A, Vol. 34, No. 3, pp. 312~318.
- (9) 최영민, 김낙수, 1993, "링압축실험에 의한 유동응력 및 마찰인자의 결정 (I)," 한국소성가공학회 추계학술대회 논문집, pp. 12~22.
- (10) 최영민, 김낙수, 1994, "링압축실험에 의한 유동응력 및 마찰인자의 결정 (II)," 한국소성가공학회지, 제3권, 제2호, pp. 215~228.
- (11) Gelin, J. C., Ghouati, O. and Shahani, R., 1994, "Modelling the Plane Strain Compression Test to Obtain Constitutive Equations of Aluminium Alloys," *Int. J. Mexh. Sci.*, Vol. 36, No. 9, pp. 773~796.
- (12) Gelin, J. C. and Ghouati, O., 1995, "The Inverse Approach for the Determination of Constitutive Equations in Metal Forming," *Annals of CIRP*, Vol. 44, No. 1, pp. 189~192.
- (13) Michino, M., Tanaka, M. and Kitaoka, T., 1995, "FC-method: An Inverse Method to Determine Flow Stress up to Large Strain Range," *Simulation of Materials Processing : Theory,*

- Methods and Applications*, Shen & Dawson (eds), pp. 605~610.
- (14) Michino, M., Tanaka, M. and Kitaoka, T., 1996, "Determination of Flow Stress by Inverse Analysis Using FEM," *Journal of the JSPT*, Vol. 37, No. 421, pp. 219~224.
- (15) Yang-Tai Lin and Jang-Ping Wang, 1992, "An Investigation Into the Constant Friction Factor with the Upper-bound Flow Function Elemental Technique," *J. of Mater. Process. Technol.* Vol. 36, pp. 57~68.
- (16) Chen, C. C., 1978, "Finite Element Analysis of Plastic Deformation in Metal Forming Processes," Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley.
- (17) Kang, Y. S., 1991, "Finite Element Analysis of Axisymmetric Hot Extrusion through Square Dies," M. S Dissertation, KAIST.
- (18) Hosford, W. F. and Caddel, R. M., 1983, *Metal Forming : Mechanics and Metallurgy*, Prentice-Hall International Inc., pp. 61~64