

회전굽힘응력하에서 환봉재의 미소표면균열의 성장거동해석

오환섭* · 이병권** · 박철희**

(1997년 6월 9일 접수)

Analysis of Small Surface Crack Growth of Round Bar under Rotary Bending Stress

H. S. Oh, B. K. Lee and C. H. Park

Key Words : Rotary Bending(회전굽힘), Boundary Element Method(경계요소법), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Surface Micro-crack growth(미소표면균열)

Abstract

The purpose of this study for the prediction of fatigue crack propagation behavior, Stress Intensity Factor(F) of round bar with 3-Dimensional half circular, semi-elliptical surface crack under rotary bending stress for the variable aspect, size, rotation angle was analyzed by Boundary Element Method(BEM). It is predicted that behavior of crack growth is half circular or circular crack ($b/a \geq 1$) and propagate to $b/a \leq 0.85$.

1. 서 론

최근 기계구조물의 대형화, 고온·고압화, 고속화등으로 인하여 안전성 신뢰성의 요구가 점차 증가하고 있다. 특히 기계구조물의 파손 사례는 대부분이 피로와 어떤 형태로든 관련되어 있으므로 피로균열의 발생 성장과정을 파악하고 선형 파괴역학에 바탕을 둔 크랙의 성장거동을 예측하는 것^(1~3)은 중요하다. 특히 피로파괴는 표면균열이나 부분관통균열의 형태로서 3차원 형상을 갖는 균열형태로 시작되기 때문에⁽⁴⁾ 3차원 표면균열의 해석은 매우 중요한 문제로 대두되고 있다. 그러나 표면균열에 관한 연구로서 환봉재나 판재의 경우 응력상태는 순수굽힘과 인장의 경우가 대부분^(5, 6)이며, 해석방법 또한 유한요소법을 이용한 것⁽⁷⁾이 많고, 특

히 환봉재의 회전굽힘응력하에서 균열의 거동에 관한 해석은 아직 미비한 실정이다.

회전굽힘응력하에서 환봉재와 같이 응력구배가 존재하는 경우 크랙의 성장해석⁽⁸⁾은 회전하는 축의 파괴거동해석⁽⁹⁾이나 많은 기계요소의 강도평가 연구^(10, 11) 및 피로수명예측에 실제적으로 유용함에도 불구하고 단편적인 결과⁽⁴⁾만 있을 뿐이고, 회전굽힘응력하에서의 실험데이터는 많지만 해석의 복잡성과 균열길이 측정의 어려움 등으로 인하여 이를 체계적으로 해석할 수 있는 해석데이터를 찾기란 어려운 실정이다. 따라서, 본 연구에서는 회전굽힘응력하에서 환봉재의 3차원 표면크랙을 대상으로 균열의 성장거동을 경계요소법을⁽¹²⁾ 사용하여 크랙면의 형상이 반원 혹은 반타원형인 표면미소균열에 대하여 응력확대계수를 구하고 균열의 성장거동을 해석하고자 한다.

*회원, 경희대학교 기계공학과

**경희대학교 대학원

2. 이론적 배경

2.1 경계요소법의 기초이론

경계요소법에 의한 탄성해석의 순서과정은⁽¹³⁾ 구분하면 크게는 주어진 미분방정식의 경계치 문제를 경계적분방정식으로 변환하는 정식화의 과정과 적분방정식을 이산화 해석을 통해 대수방정식으로 귀착시켜 수치해석하는 과정이 있다.

Betti의 상반정리는 경계요소법 탄성해석의 기본 원리인데, 두가지 하중계에 대하여 다음과 같이 평형조건과 Gauss의 정리 및 응력과 변형률의 관계를 이용하여 얻어진다.

첨자 (1), (2)를 각각의 하중계라 하고, 지배방정식인 응력의 평형방정식을 가중잔차(weighted residual method)⁽¹³⁾ 표시하면

$$\begin{aligned} \int_v (\sigma_{ij,i}^{(1)} + b_i^{(1)}) u_i^{(2)} dv &= 0 \\ \int_v (\sigma_{ij,i}^{(2)} + b_i^{(2)}) u_i^{(1)} dv &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

로 나타내어지며, 식 (1)을 Gauss의 정리 및 응력과 변형률의 관계를 고려하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_s \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} dS &= \int_v \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} dV \\ \int_s t_i^{(1)} u_i^{(2)} dS + \int_v b_i^{(1)} u_i^{(2)} dV &= \int_s t_i^{(2)} u_i^{(1)} dS + \int_v b_i^{(2)} u_i^{(1)} dV \end{aligned} \quad (2)$$

이 두 개의 식을 Betti의 상반정리라 한다.

경계요소법에서 기본해는 가중함수로서 지배방정식을 만족하는 해를 사용하는데 이것이 기타 다른 수치해석법과 크게 다른 점이다. 일반적으로 무한체나 반무한체에 단위 집중력이 작용하는 경우의 해가 사용된다. 특히 간편하고 범용성이 좋은 Kelvin해가 주로 이용되고 있으며, 본 연구에서도 Kelvin해를 기본해로 사용하였고, 3차원의 경우⁽¹³⁾ 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_{ij}(p, Q) &= \frac{1}{16\pi(1-\nu)\mu r} \cdot \{ (3-4\nu)\delta_{ij} + r_{,i}r_{,j} \} \\ T_{ij}(p, Q) &= -\frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left[\{ (1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_{,i}r_{,j} \} \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu) \cdot (r_{,i}n_{,j} - r_{,j}n_{,i}) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

적분방정식의 유도는 체적력 \bar{b}_i 와 경계상의 표면력 t_j , 변위 u_j 가 작용하는 하중계와 동일 형상의 탄성체가 내부의 한점 P 에 단위 집중력이 작용하는 하중계를 생각한다.

이 두 하중계에 Betti의 상반정리를 적용하면

$$\begin{aligned} u_i(p) &= \int_s \{ U_{ij}(p, Q) t_j(Q) \\ &\quad - T_{ij}(p, Q) u_j(Q) \} dS(Q) \\ &\quad + \int_v \bar{b}_j(q) U_{ij}(p, q) dV(q) \end{aligned} \quad (4)$$

$U_{ij}(P, Q)$ 와 $T_{ij}(P, Q)$ 는 기본해를 통한 기지의 양 일 경우 내점 p 의 변위를 구할 수 있다. 단 경계상의 변위 표면력은 미지량이 포함되어 있기 때문에 내점 p 를 경계상의 점 P 로 가져가는 조작을 해서 정리하면 경계적분 방정식이 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i(P) + \int_s T_{ij}(P, Q) t_j(Q) dS \\ = \int_s U_{ij}(P, Q) t_j(Q) dS \\ + \int_v \bar{b}_j(q) U_{ij}(P, q) dV \end{aligned} \quad (5)$$

또한 식(5)의 경계적분방정식은 이산화 해석을 통해 대수방정식으로 변환되어 탄성해석이 가능해진다. 2차원 8절점 요소를 사용하여 경계적분방정식(식 (5))을 이산화하면

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^8 u_j(n, k) \int_s T_{ij}(P, (n, k)) M^k(\xi) J(\xi) d\xi \\ = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^8 t_j(n, k) \int_s U_{ij}(P, (n, k)) M^k(\xi) J(\xi) d\xi \\ + C_{ij}(P) u_{j(P)} \end{aligned} \quad (6)$$

N : 요소수

M^k : 형성함수

J : 자코비안

ξ : 요소내 정규좌표계

C_{ij} 를 강제변위조건에 의해 구한 후 정리하면 다음과 같은 모양이 된다.

$[A] \cdot \{X\} = \{A\}$

$[A]$: $3 \times n_p$ 차수의 비대칭 정방행렬

$\{X\}$: 미지량

$\{A\}$: 기지량

n_p : 절점의 총수

위의 연립방정식은 Gauss 소거법을 이용해 풀다.

2.2 응력확대계수의 결정법

경계요소법을 이용하여 응력확대계수를 구하기 위한 입력데이터는 경계조건과, 구속조건, 요소분할데이터와 요소좌표로 구성되어지고 결과로서 변위와 응력이 구해진다. 그러나 결과에서 크랙선단 근방의 해를 수치해석에서 고정도로 구하는 것이 어렵다. 이 모순을 해결하고자 하는 응력확대계수의 결정법에 대한 기술적인 연구가 많이 시도되어왔으며, 본 연구에서는 변위외삽법⁽¹³⁾을 이용하였다. 외삽법은 가장 기본적인 방법으로서 직접해의 정밀도 저하를 피하기 위해 주변의 절점값으로부터 K 를 구해 $r \rightarrow 0$ 으로 외삽하는 방법이다. 일반적으로 변위법에 기초한 수치해석에서는 위 외삽법이 좋은 해를 기대할 수 있다.

3. 해석방법

해석대상을 Fig. 1에 나타내었다. 유한체인 환봉에 표면크랙길이인 a' 를 이용하여 부차원 응력확대

계수 F 값을 경계요소법에 의해 산출하였고 반무한판의 표면크랙길이에 상당하는 a 를 사용해서 형상비(b/a)를 정의했다.⁽¹⁴⁾ 균열최심부에서 표면선단까지의 각을 ϕ_{max} 로 정의하고 내부를 2등분하여 해

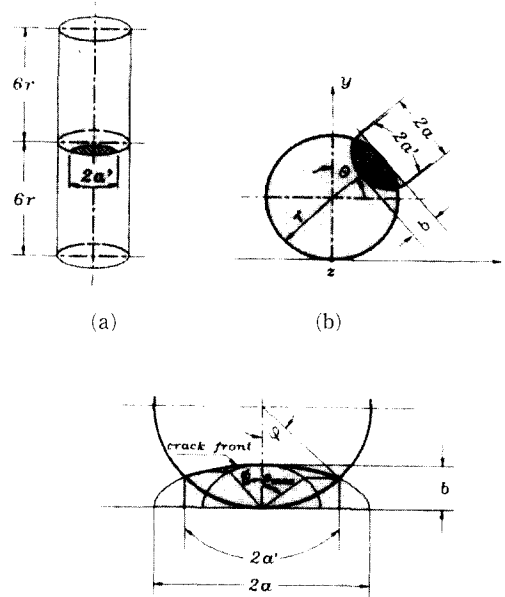


Fig. 1 Shape of round bar and surface crack.

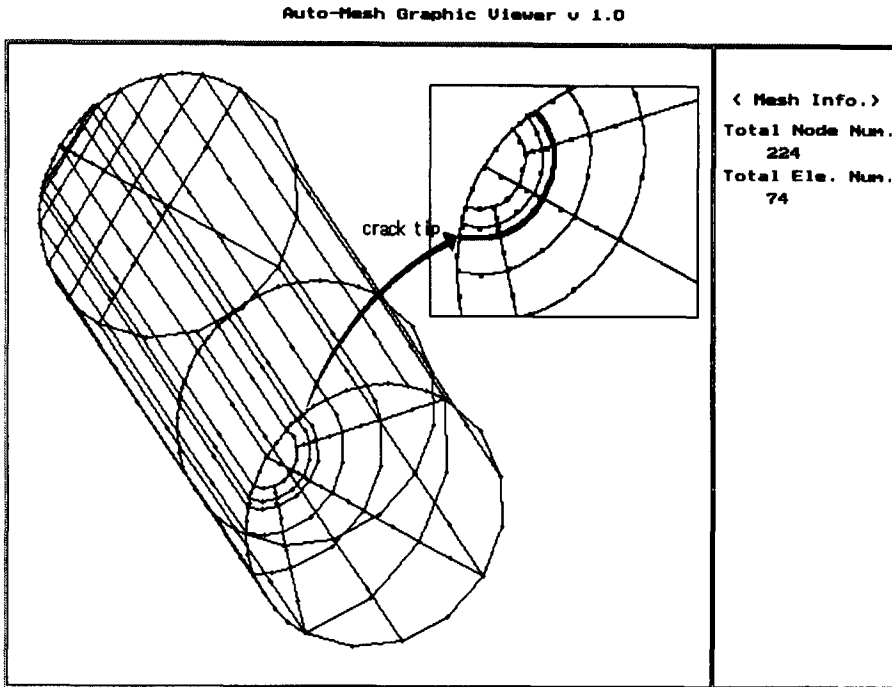


Fig. 2 Mesh generation of round bar.

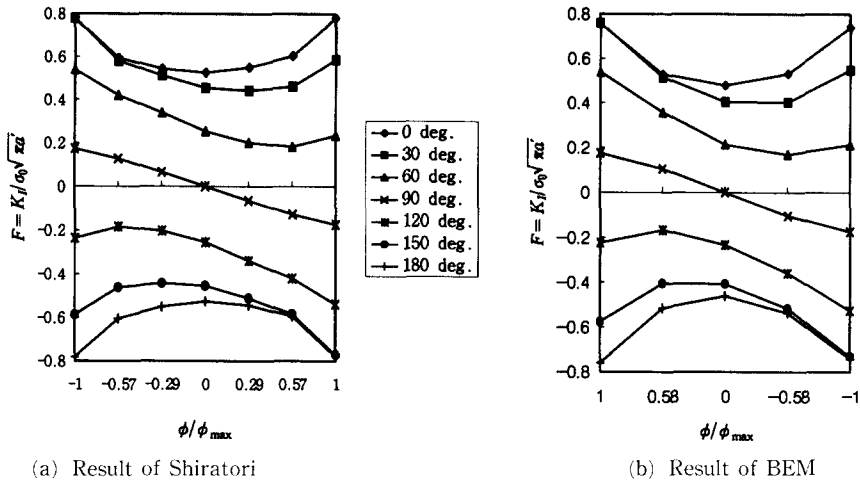


Fig. 3 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_{I}/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=1.0$, $b/r=0.4$).

Table 1 Compared dimensionless stress intensity factor ($F=K_{I}/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=1.0$, $b/r=0.4$).

(a) Result of Shiratori

Rotation(deg) ϕ/ϕ_{\max}	0	30	60	90	120	150	180
-1.00	0.779	0.779	0.539	0.173	-0.235	-0.587	-0.781
-0.57	0.594	0.580	0.420	0.127	-0.184	-0.461	-0.604
-0.29	0.544	0.512	0.339	0.064	-0.202	-0.443	-0.551
0.00	0.526	0.454	0.253	0.000	-0.253	-0.454	-0.526
0.29	0.551	0.433	0.202	-0.064	-0.339	-0.512	-0.544
0.57	0.604	0.461	0.184	-0.127	-0.420	-0.584	-0.594
1.00	0.781	0.587	0.235	-0.173	-0.539	-0.770	-0.779

(b) Result of BEM

Rotation(deg) ϕ/ϕ_{\max}	0	30	60	90	120	150	180
1.00	0.756	0.758	0.538	0.174	-0.224	-0.576	-0.760
0.58	0.528	0.514	0.357	0.104	-0.167	-0.405	-0.515
0.00	0.478	0.404	0.213	0.000	-0.233	-0.408	-0.461
-0.58	0.531	0.403	0.169	-0.104	-0.359	-0.516	-0.536
-1.00	0.741	0.548	0.212	-0.174	-0.526	-0.729	-0.742

석하였고, 이때 ϕ 는 최심부에서 등분된 곳까지의 각이다. 표면크랙의 표면부의 길이를 a , 반지름방향 길이를 b 라 할 때, $b/r=0.1$, 0.2 , 0.3 , 0.4

인 4가지 경우에 대해 형상비 (b/a)=1.0, 0.85, 0.6으로 변화시키며, 환봉재의 회전각 θ 를 $0^\circ\sim 180^\circ$ 의 범위 내에서 30° 의 위상차이를 두고 해석하므로써

회전하는 축의 응력확대계수를 해석하였다. 그리고 Fig. 2은 환봉재의 3차원 요소분할 형상의 '에'이다.

4. 결과 및 고찰

4.1 BEM 해석결과의 검토

균열의 성장거동해석에 앞서서 본 논문에서 사용한 프로그램의 정도를 확인하고자 응력확대계수를 구하여 기존의 연구결과와 비교해 보면 회전굽힘응력하에서 반원형크랙의 응력확대계수를 영향수법⁽¹²⁾

을 이용하여 유한요소해석한 결과 Fig. 3(a)와 Kelvin해를 이용한 경계요소법(BEM)의 해석결과 Fig. 3(b)가 잘 일치함을 알 수 있다(Table 1 참조).

4.2 원형균열의 성장거동해석

Figs. 4, 5, 6, 7은 반원형크랙의 경우 aspect ratio 를 변화시켜가며 크랙의 크기별로 계산한 결과이다. $\phi/\phi_{max}=0$ 인 경우는 내부크랙 (b) (표면크랙 내부점)을 나타내고, $\phi/\phi_{max}=1$ 인 경우는 표면크랙 (a')의 표면크랙 표면점을 나타낸다. 해석결

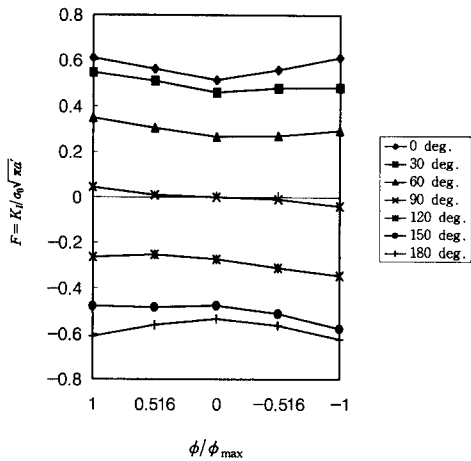


Fig. 4 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=1.0, b/r=0.1$).

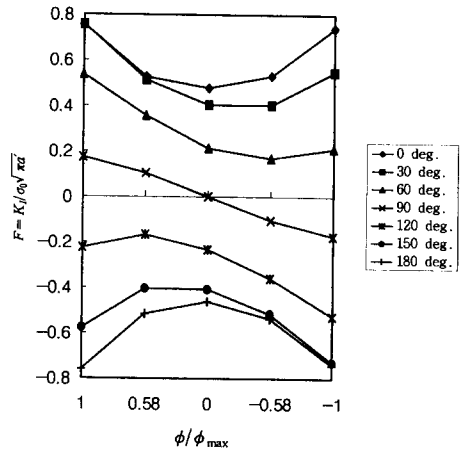


Fig. 6 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=1.0, b/r=0.3$).

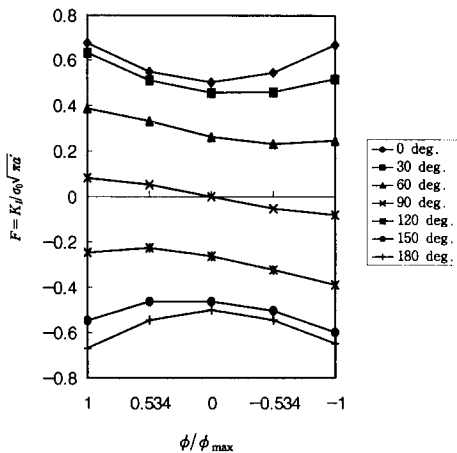


Fig. 5 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=1.0, b/r=0.2$).

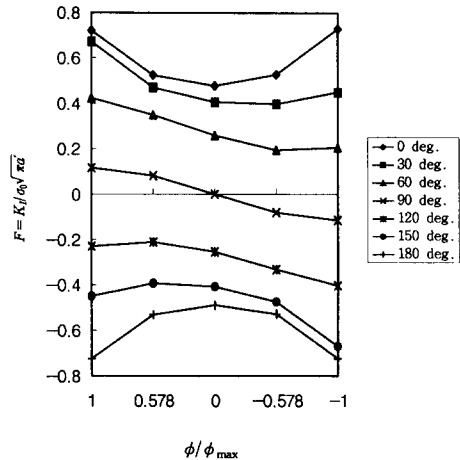


Fig. 7 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=1.0, b/r=0.4$).

과는 무차원 응력확대계수(이하 F 라 한다)로 나타내었으며, 1회전하는 동안 F 는 중립축을 기준으로 상하대칭이고 크랙선단을 따라서 대칭인 거동을 보이고 있다. 또한 인장과 압축에서 같은 경향이고 내부크랙에 비해서 표면크랙의 경우에 F 값이 가장 크게 나타났으며, 1회전하는 동안 F 는 중립축을 기준으로 상하대칭이고 크랙선단을 따라서 대칭인 거동을 보이고 있다. 또한, 인장과 압축에서 같은 경향이고 내부크랙에 비해서 표면크랙의 경우에 F 값이 가장 크게 나타나며, b/r 가 점차 작아질수록 내부크랙과 표면크랙의 F 의 크기는 근사하게

된다. 따라서, 경계조건하 크랙의 성장거동시 크랙 선단의 응력확대계수는 ϕ/ϕ_{max} 를 기준으로 할 때 F 는 거의 일정한 값을 가짐을 고려하면 $b/a=0.1$ 의 성장거동이 예측됨을 알 수 있다.

4.3 타원형균열의 성장거동해석

반타원크랙의 형상으로는 오⁽¹⁵⁾의 논문에서 회전 굽힘응력하에서 전파하는 미소크랙의 단면형상, 즉 초기인공결합의 크기에 무관하게 표면크랙과 내부크랙의 비(b/a)가 0.85인 점을 고려하여 이것을 해석대상으로 하였다.

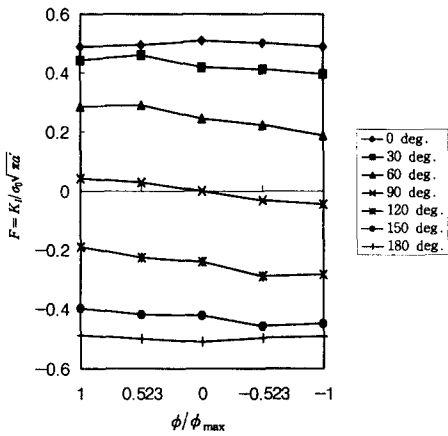


Fig. 8 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=0.85$, $b/r=0.1$).

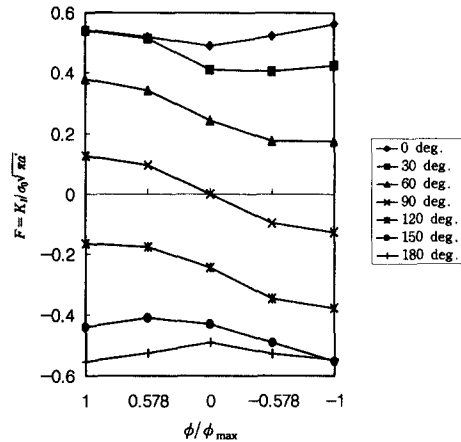


Fig. 10 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=0.85$, $b/r=0.3$).

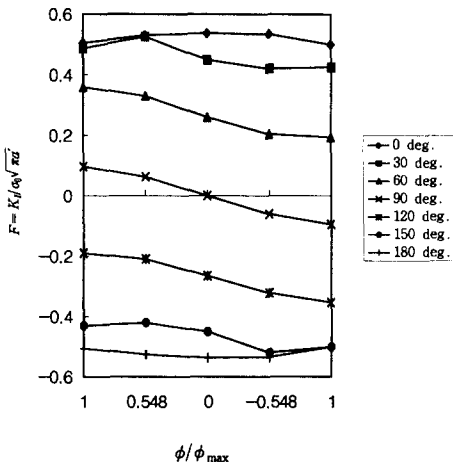


Fig. 9 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=0.85$, $b/r=0.2$).

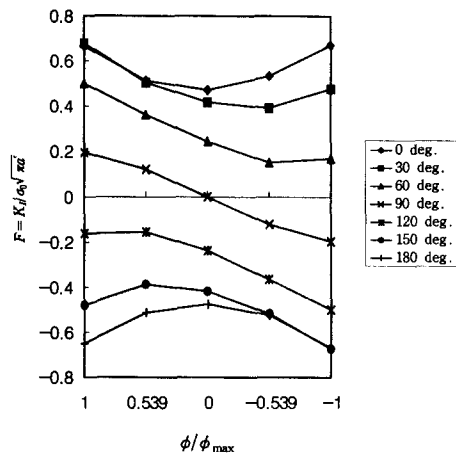


Fig. 11 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a'}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=0.85$, $b/r=0.4$).

해석결과를 Figs. 8~11에 나타내었다. b/r 가 0.1, 0.2, 0.3의 경우 크랙선단의 F 의 거동은 ϕ/ϕ_{max} 에 무관하게 일정하지만 $b/r=0.4$ 인 경우는 표면크랙의 경우가 내부크랙의 경우보다 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 따라서 이 경우는 F 값이 큰 표면크랙의 성장이 예측되며, $b/a < 0.85$ 인 균열면을 형성할 것으로 예측된다. 따라서 본 연구에서는 이와같은 문제를 방지하기 위해 $b/a=0.6$,

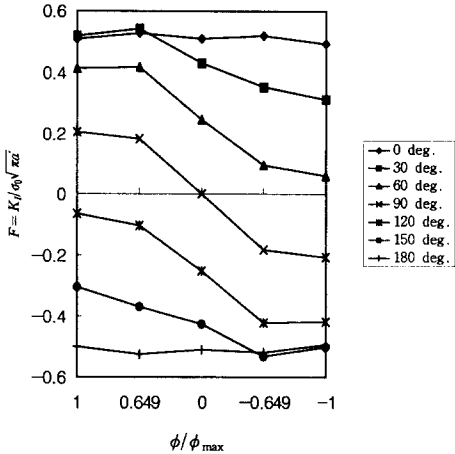


Fig. 12 Dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a}$) of half circular crack under rotary bending ($b/a=0.6$, $b/r=0.4$).

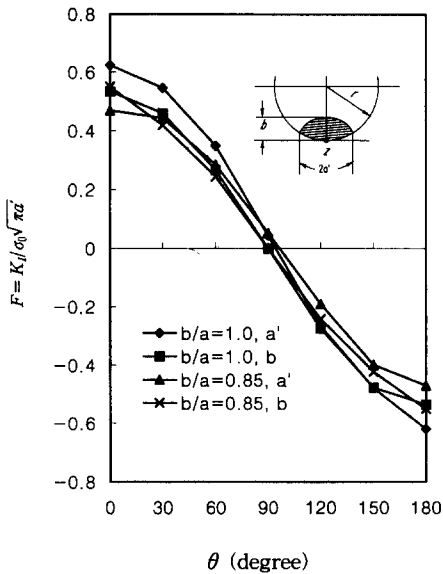


Fig. 13 Behavior of dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a}$) at crack tip point (a' , b) for the constant b/a ($b/r=0.1$)

$b/r=0.4$ 인 경우에 대해 해석하고, 그 결과를 Fig. 12에 나타내었다.

여기서, $\theta=0^\circ$ 인 경우 Figs. 8~11과 같이 F 거동이 일정함을 알 수 있다. 따라서 $b/r \leq 0.3$ 인 영역에서는 $b/a=0.85$ 의 반타원크랙면을 형성하고, $b/$

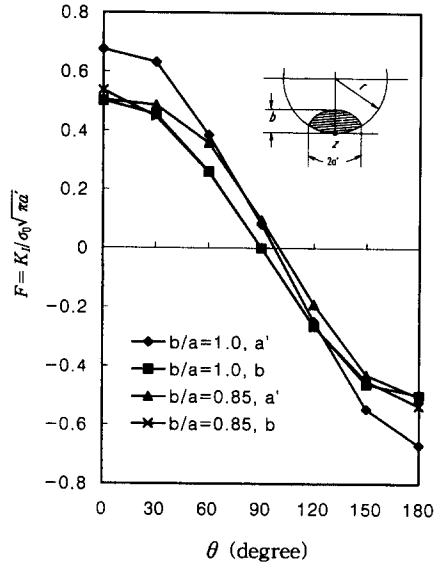


Fig. 14 Behavior of dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a}$) at crack tip point (a' , b) for the constant b/a ($b/r=0.2$).

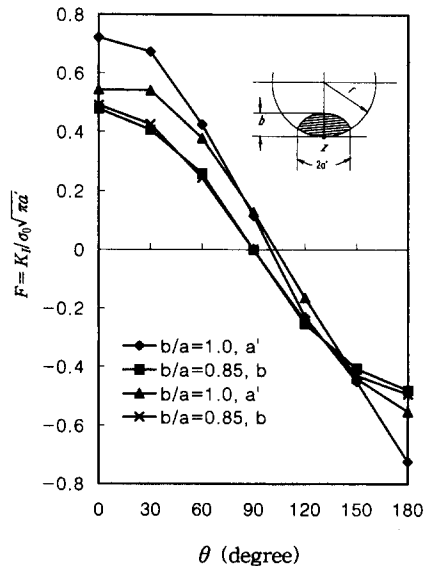


Fig. 15 Behavior of dimensionless stress intensity factor ($F=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a}$) at crack tip point (a' , b) for the constant b/a ($b/r=0.3$).

$r > 0.3$ 인 영역에서는 크랙면의 형상이 $b/a < 0.85$ 로 변화될 것이 예측된다.

4.3 균열면의 형상에 따른 거동해석

Figs. 13~16는 크랙면의 선단의 표면크랙과 내

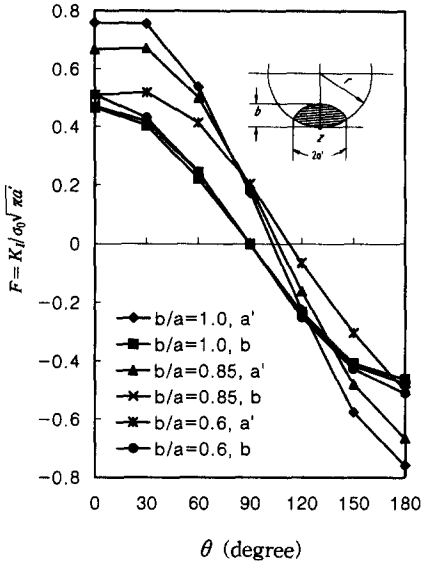


Fig. 16 Behavior of dimensionless stress intensity factor ($F = K_I / \sigma_0 \sqrt{\pi a'}$) at crack tip point (a' , b) for the constant b/a ($b/r = 0.4$).

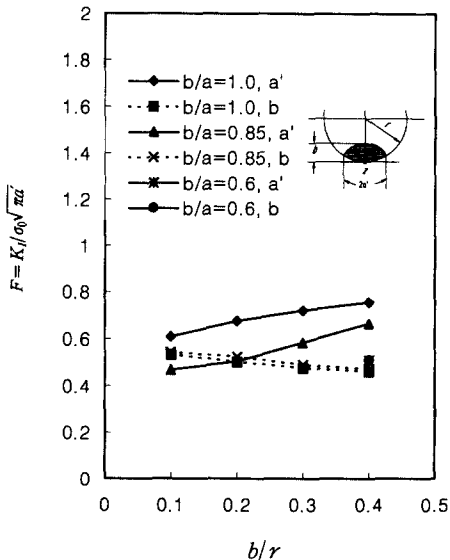


Fig. 17 Behavior of dimensionless stress intensity factor ($F = K_I / \sigma_0 \sqrt{\pi a'}$) at crack tip point (a' , b) for the constant b/a value of b/a and $\theta = 0$.

부크랙에 대한 F 를 1회전하는 동안 b/r 가 0.1, 0.2, 0.3, 0.4인 경우에 대하여 표시한 것이다.

Figs. 13~16의 경우, 형상이 반원형 ($b/a = 1$)인 경우와 타원형 ($b/a = 0.85$)인 경우 거의 차이가 없지만 b/r 이 0.1 → 0.4로 증가함에 따라 내부크랙 (b)에 대한 F 의 거동은 $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ 로 회전하는 동안 형상에 무관하게 일정하게 변화하지만 표면크랙 (a')의 F 의 거동은 b/r 가 증가할수록 $\theta = 0^\circ$ 에서 보던 반타원크랙으로 갈수록 증가하고, 크랙면의 형상에 민감하게 변화한다.

4.5 성장거동에 따른 크랙면의 형상변화 예측

이상의 관점에서 Fig. 17은 표면크랙 (a')와 내부크랙 (b)에 대한 F 의 거동은 크랙면의 형상 (b/r)을 기준으로 나타낸 것이다.

여기서, 표면크랙 (a')에 대한 F 의 거동은 b/r 가 증가함에 따라 증가하고, 또 F 의 균열형상성은 b/a 가 1인 경우와 0.85인 경우를 비교하면 b/r 가 같은 경우에 F 의 값이 다르므로 균열형상 의존성이 없으며, b/r 의 증가에 따라 같은 경향으로 증가하는 특성이 있다. 한편 내부크랙 (b)에 대한 F 의 거동은 b/a 가 다르더라도 b/r 가 같은 경우 일치하므로 균열형상 의존성이 없고 b/r 가 증가함에 따라 감소하는 특성을 보이고 있다.

따라서 크랙선단의 F 값이 ϕ / ϕ_{\max} 에 대하여 같은 조건에서 크랙의 성장에 의하여 일정한 크랙면을 형성할 것으로 예측된다.

Fig. 18은 이러한 관점에서 회전굽힘응력하에서 크랙의 거동을 BEM에 의한 해석결과와 실험결과⁽¹⁵⁾

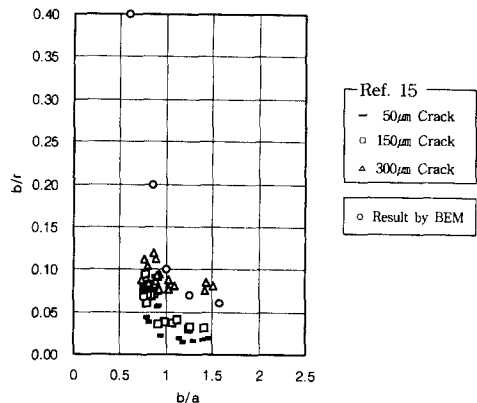


Fig. 18 Relation of b/r and b/a at crack tip point (a' , b) under constant value of dimensionless stress intensity factor ($F = K_I / \sigma_0 \sqrt{\pi a'}$).

를 비교한 것으로 잘 일치하고 있고, 초기 발생크랙은 $b/r \geq 1$ 인 반원형 혹은 원형으로 발생하고 b/r 의 증가에 따라서 크랙면의 형상은 $b/a=0.85, 0.8, 0.7, 0.6$ 등으로 변화됨을 예측할 수 있다.

5. 결 론

BEM을 이용하여 회전굽힘응력하에서 크랙의 형상에 따르는 응력확대계수 및 크랙성장거동을 해석하였으며 중요한 내용을 요약하면 다음과 같다.

(1) 회전굽힘응력하에서 반타원형 크랙선단의 응력확대계수 (F)는 회전상태에서 $\theta=0^\circ$ 와 180° 의 위치에서 인장과 압축이 등가인 값을 갖고 $\theta=90^\circ$ 일 때 최소값을 갖는다.

(2) 회전굽힘응력하에서 반타원 크랙선단에서의 응력확대계수(F) 값은 $b/r=0.1, 0.2, 0.3$ 의 경우에는 $b/a=0.85$ 일 때, $b/r=0.4$ 일때는 $b/a=0.6$ 일 때 ϕ/ϕ_{max} 에 무관하게 거의 일정하며, 크랙면의 형상 (b/a)은 크랙면의 크기에 따라서 변화한다.

(3) 내부크랙(b)에서의 응력확대계수(F) 거동은 크랙면의 형상의 의존성이 거의 없으나 표면크랙(a')의 F 거동은 크랙면 형상의 의존성이 있고 내부크랙의 F 의 거동은 감소하는데 비하여 표면크랙 (a)의 F 의 거동은 급격히 증가하며 크랙면의 형상에 민감하다.

(4) 회전굽힘응력하에서 초기발생크랙의 형상은 $b/a \geq 1$ 인 반원형 또는 원형으로 발생하여 점점 전파해감에 따라 $b/a < 1$ 의 반타원형 크랙면을 형성하고 내부크랙 b 가 증가함에 따라 $b/a=0.85, 0.7, 0.6$ 등으로 변화 형성될 것으로 예측된다.

참고문헌

- (1) Paris, P. C., 1962, "The Growth of Fatigue Cracks due to Variations in Load," Ph. D. Thesis, Lehigh Univ.
- (2) Walker, E. K., 1970, "Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life," *ASTM STP 462*, pp. 1~14.
- (3) Forman, R. G., Kearney, V. E. and Engle, R. M., 1967, "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures.," *ASME Trans. Journal of Basic Engineering Series D*, Vol. 89, pp. 459~464.
- (4) Trantina, G. G., deLorenzi, H. G. and Wilkening, W. W., 1983, "Three-dimensional Elastic-Plastic Finite Element," *Analysis of small surface Crack, Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 5, pp. 925~938.
- (5) Levan, A. and Royer, J., 1993, "Part-circular Surface Cracks in Round Bars Under Tension, Bending and Twisting," *International Journal of Fracture*, Vol. 61, pp. 71~99.
- (6) Mahmoud, M. A., 1990, "Surface Fatigue Crack Growth Under Combined Tension and Bending Loading," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 36, No. 3, pp. 389~395.
- (7) Chen, Wen-Hwa, Yang, Kung-Chuan, Chang, Chen-Shyong, 1992, "A Finite Element Alternating Approach for the Bending Analysis of Thin Cracked Plates," *International Journal of Fracture*, Vol. 56, pp. 93~110.
- (8) Ogawa, H. Hatanaka, K. and Yamamoto, T., 1988, "An Analysis on the Growth of a Surface Fatigue Crack Under Rotary Bending in Terms of Fracture Mechanics," *JSME Series A*, Vol. 54, No. 503, pp. 1322~1328.
- (9) Chue, Ching-Hwei, Wu, Ming-Long, Chang, Chih-Hsiang, 1993, "Shearing Effects on a Shaft with Circular Surface Crack under Rotary Bending," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 45, No. 4., pp. 479~486.
- (10) Toribio, J., Sanchez-Galvez, V., Astiz, M.A. and Campos, J. M., 1991, "Stress Intensity Factor Solution for A Cracked Bolt Under Tension, Bending and Residual Stress Loading," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 39, No. 2, pp. 359~371.
- (11) Branca, F.P., 1992, "Fatigue Tests of Wire Ropes by Rotary Bending," *Wire Industry*, Vol. 59, No. 2, pp. 97~100.
- (12) Sato, Y., Tanaka, M. and Nakamurk, M., 1984, "Stress Intensity Factor Computation in 3-D Elastostatics by Boundary Element Method," *Engineering Analysis*, Vol. 1, No. 4, pp. 220~205.
- (13) 結城良治, 木須博行, 1987, 境界要素法による

彈性解析.

(14) Shiratori, H., Miyoshi, T., Sakai, Y. and Zhang, G. R., 1986, "Analysis of Stress Intensity Factors for Surface Cracks Subjected to Arbitrarily Distributed Surface Stresses (3rd Report, Analysis and Application of Influence Coeffi-

icients for Round Bar with a Semielliptical Surface Crack)," Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.

(15) 宋森弘, 吳煥燮, 1985, "表面缺陷에서 발생하는 疲勞크랙舉動," 大韓機械學會論文集, 第9卷 第2號, pp. 150~157.