

고무패드 변형의 3차원 유한요소해석 (2)

신수정* · 이태수** · 오수익***

(1997년 5월 6일 접수)

Three-dimensional Finite Element Analysis of Rubber Pad Deformation

— Part II : Applications —

S. J. Shin, T. S. Lee and S. I. Oh

Key Words : Rubber Pad Forming(고무패드성형법), Explicit and Implicit Finite Element Method(외연적, 내연적 유한요소해석), Hyper-elastic Material(초탄성체), Mooney-Rivlin Model(무니-리브린 모델)

Abstract

This paper applies the FE analysis procedure, developed in the Part I of the companion article, to the three-dimensional rubber pad deformation during rubber-pad forming process. Effects of different algorithms corresponding to incompressibility constraint and time integration methods on numerical solution responses are investigated. Laboratory scale experiments support the validity of the developed FE procedure and demonstrate the accuracy of the numerical models. Full scale model responses are also predicted using the reasonable method and parameters obtained in laboratory scale modeling.

1. 서 론

고무패드성형법을 이용한 판재성형은 유체에 가해지는 압력이 고무패드부를 통하여 모재에 전달됨으로써 이루어지고, 따라서 고무패드부의 변형양상이 성형과정의 해석에 가장 중요한 사항임은 자명하다. 고무패드는 높은 압력하의 유체, 성형 중인 판재, 그리고 강체인 다이와 연계하여 변형하며 그 현상은 매우 복잡한 문제로 귀결된다. 이에 관한 연구는 드문 편이나, 최근 고무패드성형법의 2차원 유한요소 모델링 연구가 저자들에 의해서 진행되어 왔고^(1~4) 본 연구는 이를 토대로 고무패드부의 3차원 유한요소법을 개발하여 일반적인 형상의 부품에

대한 성형과정으로 확장하고자 한다.

본 논문에 앞선 Part I에서는 일반적인 3차원 고무패드 변형과정 모델링시, 내연적 및 외연적 시간적분법을 적용한 3차원 유한요소 공식화를 전개하였다.⁽⁵⁾ 작성된 유한요소해석 프로그램은 고무의 가장 큰 특성인 대변형과 비압축성(또는 약간의 압축성)을 고려하기 위한 기법을 적용하여 정식화되었고, 고무의 거동은 일반화된 Mooney-Rivlin 모델(Generalized Mooney-Rivlin model)로 특성화되었다.

이러한 결과를 이용하여 본 논문에서는 성형과정 중에서 주로 고무패드의 변형거동을 실험과 3차원 유한요소해석을 통하여 검토하였다. 먼저 실험에서 사용된 고무의 기계적 성질을 표현하는 물성치들은 단순인장, 압축, 순수전단 실험을 통해 구하였다. 내연적 및 외연적 시간적분기법을 적용하여 효과적인 고무패드 변형해석을 위한 밀도, 감쇄계수, 가

*회원, 서울대학교 대학원 기계설계학과

**회원, 서강대학교 기계공학과

***회원, 서울대학교 기계설계학과

압속도 등에 대한 적절한 파라미터값들을 구하였다. 서로 다른 비압축성 제한조건 및 변형률에너지 함수들의 사용에 따른 결과를 비교, 검토하여 각 기법들의 적용이 효과적인 영역을 고찰하였다. 또한 고무패드부의 변형실험을 위한 장치를 개발하였고 측정된 변형응답을 개발된 유한요소 프로그램에 의해 예측된 수치해와 비교하였다. 성형 실험장치에 의한 실험과 모델링을 통해 구하여진 파라미터 값들과 그 특성치들을 적용하여 실제의 유막 성형 프레스(fluid-cell forming press)^(6, 7)에 사용된 고무패드에 대한 유한요소해석 수행함으로써 패드부의 변형양상을 예측하였다.

2. 재료 특성치 모델링

본 연구에서 채택한 고무는 실제 고무패드 성형 기계의 패드부와 동일한 재질인 상용 우레탄 고무 ADIPRENE L-42이다. 이 우레탄 고무는 일반 고무에 비해 연신율이 크고 공구나 금형의 접촉에 의한 흠집발생이 적으며 내뺏김성이 좋고 작동유와 화학적 반응을 일으키지 않는 것으로 알려져 있어서 패드부 재료로 널리 사용된다. 시험에 사용된 고무의 재원과 자세한 실험절차는 참고문헌 (4)에 나타난 바와 같다.

고무의 특성을 나타내는 변형률에너지 함수중에서 본 연구는, Part I에서 지적한 바대로, 일반화 된 Mooney-Rivlin모델,

$$W = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (I_1 - 3)^r (I_2 - 3)^s \quad (1)$$

을 채택한다. 여기서 I_1, I_2 는 I_3 와 더불어 Cauchy-Green 변형텐서의 주 불변량을 나타낸다. 이때 물 성치를 나타내는 상수값들 A_{rs} 는 기본적인 시험을 통해 구해져야 한다. 통상적으로 이축인장시험이 가장 효과적인 것으로 알려져 있으나, 이 시험은 시험장치나 시험과정이 복잡하고 어려운 것으로 알려져 있다.^(8,9) 따라서 주어진 재료로부터 용이하게 실험결과를 얻고, 그 결과로부터 변형률에너지 함수의 계수들을 결정하기 위해서 단축인장의 시험과 같은 단순한 시험이 바람직하게 된다. 비록 이와 같은 시험으로는 얻어지는 계수의 정확성이 이축인장시험에 비해 떨어진다고 알려져 있으나 실용적 관점에서 볼 때 효용성이 충분한 것으로 추정된다. 뿐만 아니라 이축인장시험과 비교하여 난축인장시

험 결과가 부정확해지는 것을 단축압축, 순수전단 시험을 병행함으로써 보완할 수 있다. 이는 수행과정이 복잡하고 어려운 시험을 일련의 몇 가지 단순한 시험으로 대체하는데 그 목적이 있다. 본 연구에서는 단축인장시험, 단축압축, 순수전단시험의 3가지 시험을 통하여 변형률에너지 함수의 계수를 구하였다.

한편, 고무는 시험중에 반복하중 하에서, 소위 Mullins 효과⁽⁹⁾라고 불리는 연화(softening)가 일어나며, 이는 첫 번째 부하 및 제하에서 가장 두드러지고 여러 주기의 진행이후에도 여전히 감지되는 현상이다. 그러므로 초기 한 두번의 실험결과는 고무의 특성이 과장되는 경향을 보이게 된다. 이러한 현상을 피하기 위해 본 연구에서는 초기상태(변형률=0)에서부터 최대변형률 상태까지 2-3번의 조절(preconditioning) 단계를 거치고 난 후 얻어지는 결과의 평균치를 실험결과로 사용하였다. 이러한 실험결과를 선형보간법으로 곡선접합하여 구하여진 Mooney-Rivlin의 1차모델(단순모델)과 3차모델(고차항 모델)에 대한 계수값들은 Table 1과 같이 주어졌다.

여러 가지 시험중 대표적으로 인장시험 결과를 내연적, 외연적 유한요소해석 결과에 따른 응답과 비교하여 Fig. 1에 도시하였다. 여기서 이론값은 Table 1의 계수값을 사용하고, 식 (1)로부터 유도되는 다음과 같은 응력-연신율 관계,

$$t = 2(\lambda - \lambda^{-2}) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (2)$$

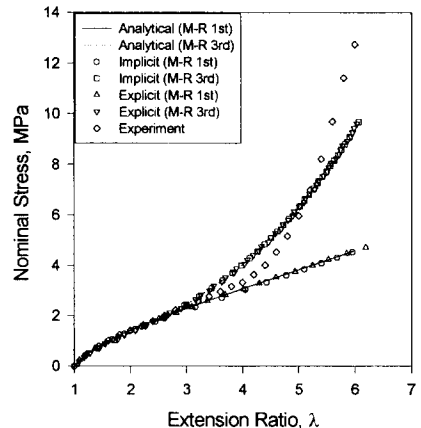


Fig. 1 Stress-extension ratio responses for simple tension test.

를 가지고 구하였고, 유한요소 결과는 한 개의 8절점 육면체 요소를 사용하여 모델링 하였다. 식 (2)에서 t 는 공칭응력이고, λ 는 인장방향의 연신율이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 Mooney-Rivlin의 3차모델(고차항 모델)로 곡선접합한 이론해가 1차모델의 해에 비해 실험값에 더 근접하며, 두 모델간의 연신율-응력 응답은 연신율이 2.5이하의 경우에는 거의 일치하였으나 그 이후의 구간에서는 연신율이 커짐에 따라 점점 큰 차이를 보였다. 한편 유한요소해석 결과는 내연적, 외연적 해석 모두 이론해와 일치하였다.

외연적 유한요소해석의 경우 임계 시간증분은 음속값에 의존하는데, 이 값은 탄성계수(Young's modulus) E 와 밀도의 함수이다. 그러므로 E 값의 결정은 임계시간 증분의 결정에 필수적인 요소이다. 고무의 경우 비선형 특성으로 인해 E 값에 대해 고정된 상수값을 적용하기 어렵다. 일반적으로 고무변형의 초기 선형구간에서의 탄성계수값은 Mooney-Rivlin모델에 있어서

$$E=6(A_{10}+A_{01}) \quad (3)$$

으로 결정된다.⁽¹⁰⁾ 그러나 이 값은 비선형성과 비압축성 제한조건을 위한 페널티계수값에 대한 영향을 포함하고 있지 않다. 그러므로 본 연구에서는 Part I에 주어진 바와 같은 비압축성 제한함수항을 포함한 다음과 같은 통합 변형물에너지를 사용하는 경우⁽⁶⁾

$$W^U(I_1, I_2, I_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (I_1 - 3)^r (I_2 - 3)^s - (2A_{10} + 4A_{01}) \frac{\ln I_3}{2} + \frac{1}{2\alpha} (\ln I_3)^2 \quad (4a)$$

$$W^U(I_1, I_2, I_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (I_1 - 3)^r (I_2 - 3)^s - (2A_{10} + 4A_{01}) \frac{\ln I_3}{2} + \frac{1}{2\alpha} (I_3 - 1)^2 \quad (4b)$$

$$W^U(I_1, I_2, I_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (I_1 - 3I_3^{1/3})^r (I_2 - 3I_3^{2/3})^s + \frac{(\ln I_3)^2}{2\alpha} \quad (4c)$$

$$W^U(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (\bar{I}_1 - 3)^r (\bar{I}_2 - 3)^s + \frac{(\bar{I}_3 - 1)^2}{2\alpha} \quad (4d)$$

$$W^U(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (\bar{I}_1 - 3)^r (\bar{I}_2 - 3)^s + \frac{(\ln \bar{I}_3)^2}{2\alpha} \quad (4e)$$

다음과 같이 비압축성(또는 약간의 압축성)과 비선형성의 영향을 포함하는 다음과 같은 형태로

$$\bar{E} = \frac{1}{\alpha} + \eta \cdot 6(A_{10} + A_{01}) \quad (5)$$

수정하여 사용하였다. 이때 식 (4)에서 $\bar{I}_1 = I_1/I_3^{1/3}$, $\bar{I}_2 = I_2/I_3^{2/3}$, $\bar{I}_3 = I_3^{1/2}$ 이고 α 는 페널티계수이다. 또한 식 (5)에서 η 는 고무의 단순인장 응력상태의 응력-변형률곡선의 평균 구배에 의해 결정되는 보정계수이다. 이 값은 변형이 진행됨에 따라 감소하게 된다. 만일 비압축성 조건을 강하게 부여할 때, 식 (5)는 $\bar{E} = 1/\alpha$ 로 근사화된다.

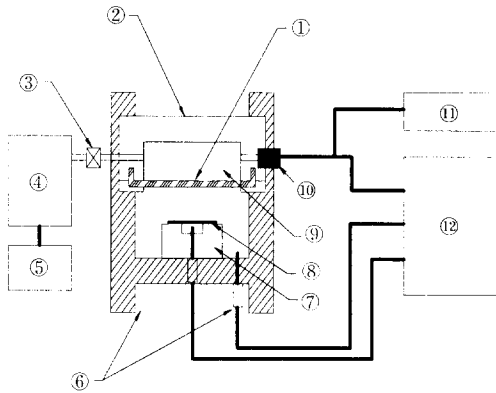
3. 축소모델 실험 및 해석

고무패드성형과정을 모사하기 위해 축소(scale-down)된 고무패드 성형장치를 개발하여 변형실험을 실시하였다. 이 실험장치의 개략적 구성도는 Fig. 2(a)에, 그 중 패드부 변형실험을 위한 장치는 Fig. 2(b)에 있다. 실험장치의 구성요소중 가장 중요한 부분인 압력용기는 50 MPa 압력에 견디도록 설계하였다. 또한 고무패드가 빠지지 않도록 아랫부분에는 원통형 단을 두었으며, 윗덜개에는 튜니모양으로 돌기를 파서 고무패드의 미끄러짐을 방지하였다. 또한 실험장치로 4 mm 두께의 고무패드에 대해 실험할 수 있도록 제작하였다.

실험시 사용된 고무패드는 Table 1의 특성을 가진 재료로 주형을 사용하여 주조하였다. 고무패드의 치수는 반경 150 mm, 두께가 4 mm로 하였고, 고무패드부에 음화현상(Negative film printing)을 이용하여 격자무늬를 인쇄하였다. 각 압력단계에

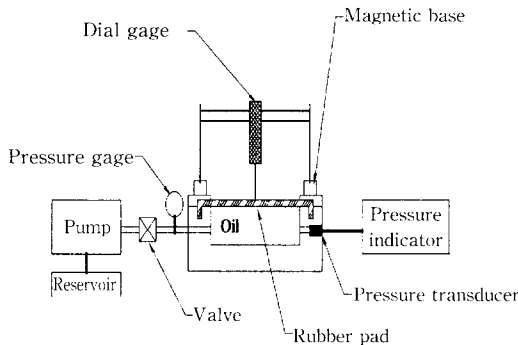
Table 1 Material constants of the urethane rubber pad.

Model	Material constants (Unit : kPa)
Mooney-Rivlin 1st model	$A_{10}=371.8$, $A_{01}=70.6$
Mooney-Rivlin 3rd model	$A_{10}=306.1$, $A_{20}=8.14$, $A_{02}=3.04$, $A_{01}=96.1$, $A_{11}=-5.20$



- ① Rubber pad ② Pressure die ③ Valve
- ④ Pump ⑤ Reservoir ⑥ LVDT ⑦ Die
- ⑧ Sheet metal ⑨ Oil pressure ⑩ Transducer
- ⑪ Power supply ⑫ PC

(a) Rubber pad forming process



(b) Rubber pad deformation test

Fig. 2 Experimental setup for.

해당하는 패드 중심점의 변위와 격자의 변위를 측정하여 l 방향의 연신율과 ϕ 방향의 연신율을 도출하였다. 두께의 변화는 구한 두 연신율값과 비압축성조건을 이용하여 계산하였다.

고무패드 변형에 대한 유한요소해석은 474개의 8절점 3차원 육면체 요소를 이용한 1/4모델에 대해서 완전적분과 감차적분을 적용하였다. 이때 경계조건은 고정지지를 사용하였다. 고무에 대한 푸아송비는 0.49를, Mooney-Rivlin의 저차모델과 고차모델에 해당하는 재료상수들은 Table 1에 정리한 값으로 하고, 비압축성 구속조건으로 페널티법과 평균 제한법을 적용하여 해석하였다. 먼저 변형률 에너지와 비압축성 조건을 통합한 형태인 식 (4a)~(4e)로 주어진 각각의 통합 변형률에너지함수의 적용성을 확인하기 위해 내연적 유한요소법

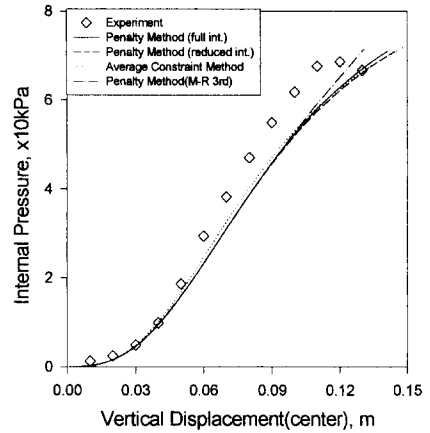
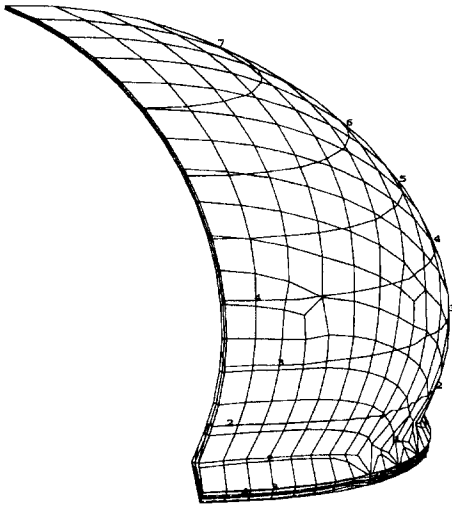


Fig. 3 Comparison of inflation pressure vs. vertical displacement.

을 적용하여 검토하였다. 이를 위해 고무패드의 내압이 70kPa까지 증가함에 따른 중심부 변위응답과 수렴성을 비교하였다. 그 응답은 서로 거의 일치하였고, 최대압까지의 전체 반복(iteration)횟수는 식 (4a), (4c), (4e) 모델에 대해 각각 441, 448, 513 회로 식 (4a)의 모델로 페널티법과 평균제한법을 적용하는 경우의 수렴성이 가장 좋았다(식 (4(b), 4(d)는 발산). 이는 Part 1에서 제시된 예제에 대한 비교 결과와 동일한 경향이다(자세한 토의는 Part 1 참조). 그러므로 유사한 응답을 보이면서 가장 좋은 수렴성을 가지는 식 (4a)로 표현된 모델로 페널티법 및 평균제한법을 적용하는 것이 효과적임이 판명되었고, 이에따라 차후의 해석은 식 (4a) 모델의 적용으로 한정하였다.

페널티법과 평균제한법을 Mooney-Rivlin의 저차모델과 고차모델에 적용한 각각의 경우에 대해 작용내압과 중심부에서의 변위사이의 응답에 대한 내연적 유한요소해석 결과를 Fig.3에서 실험값과 비교하여 보았다. 대체로 서로 일치하는 양상을 보이지만 변위가 큰 부분에서는 차이를 보이는데 이는 고무의 연화와 관련이 있다. 한편, Mooney-Rivlin 저차모델과 고차모델의 응답사이에 큰 차이를 보이지 않았는데 이는 고무패드의 변형에 따른 연신율 영역이 2.5이하이므로 Fig.1에서 지적한바와 같이 낮은 연신율 영역에서의 두 모델간의 비슷한 응답에 기인한것이다. 또한 페널티법의 적용시 완전적분과 감차적분간의 응답차이, 페널티법과 평균제한법의 응답의 차이는 거의 없었다.

내압이 가해진 패드의 변형양상과 변형률분포는



1 : 5.02E-01 2 : 5.85E-01 3 : 6.69E-01
 4 : 7.52E-01 5 : 8.35E-01 6 : 9.19E-01
 7 : 1.00E+00 8 : 1.09E+00

Fig. 4 Inflated profile and strain distribution at P=70 kPa.

Figs. 4, 5에 있다. Fig.5에서 표기 h 는 패드 중심부의 변위를 나타낸다. Fig.4는 내압이 70 kPa로 가해진 경우에 대한 패드의 변형양상과 유효 변형률분포를 보인다. 변형양상은 거의 구 모양으로 관측되었고 연신율의 값은 고정단 부위로부터 중심부로 갈수록 커짐을 보였다. 각 변형단계에 따른 자오선방향의 주 연신율, λ_2 , 분포에 대한 유한요소해석 결과는 대체로 실험결과와 비슷한 경향을 보였으나 패드중심부에서는 실험값보다 작고 주변부에서는 크게 예측하였다(Fig. 5(a)). 이러한 차이는 실험오차와 변형률에너지 함수의 선택에 따른 오차에서 기인하는 것으로 고찰된다. 각 변형단계에 따른 패드부의 두께방향의 주 연신율, λ_3 , 분포를 통해(Fig. 5(b)) 볼 때 저압에서의 패드두께는 거의 균일하지만 압력이 증가될 수록 중심부위가 상대적으로 얇아짐을 알 수 있다. 최대 압력이 가해지는 경우 중심부위의 두께는 초기 두께의 약 20% 정도가 되었다.

한편 외연적 유한요소법을 적용한 응답은 Figs. 6~8에서 보는바와 같이 일반적으로 진동을 수반한다. 이러한 진동양상은 Part I에서 언급된⁶⁾ 감쇄행렬 혹은 최소주파수와 큰 관련이 있다. Fig.6에서는 감쇄항을 포함하지 않은 경우 압력-시간의 입력값에 따른 외연적 해석의 압력-변위응답을 내연

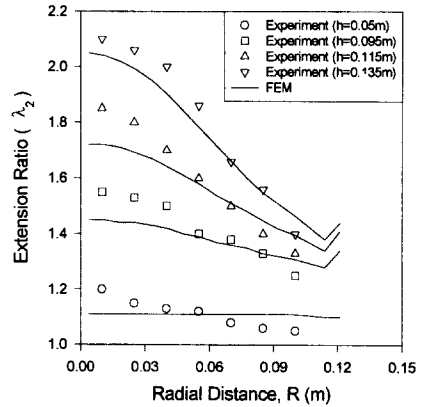


Fig. 5(a) Radial distribution of meridional extension ratio (λ_2).

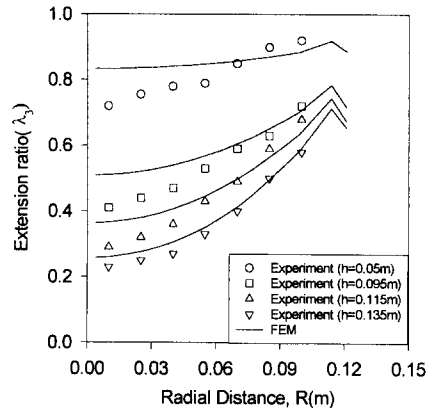


Fig. 5(b) Radial distribution of thickness directional extension ratio (λ_3).

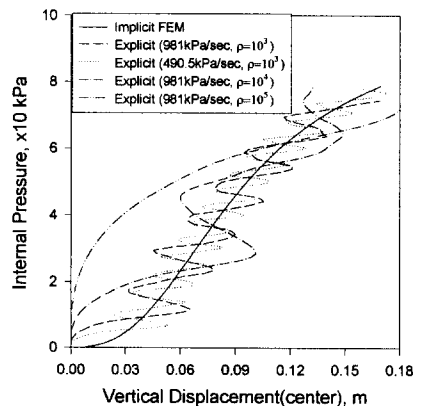


Fig. 6 Comparison of internal pressure vs. vertical displacement for different input time curves and different densities.

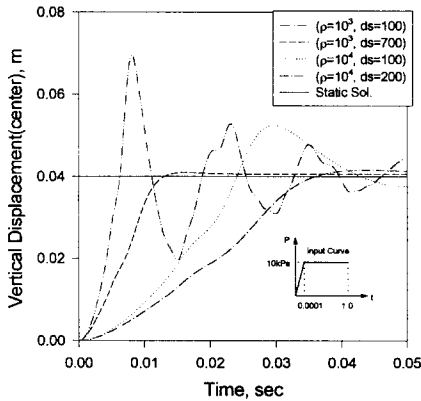


Fig. 7 Comparison of vertical displacement vs. time for different damping parameters.

적 해석의 결과와 비교 도시하였다. 압력-변위응답의 곡선은 진동을 수반하면서 내연적 해석 응답곡선을 따라가는 양상을 보였다. 이때 두 가지의 형태의 압력-시간의 입력값(490.5 kPa/sec, 981 kPa/sec)에 따른 응답을 고려하였는데 예상대로 압력을 빨리 증가시킬수록 변위의 진동폭이 크을 볼 수 있다. 고무패드 성형해석시 사용할 수 있는 밀도값에 대한 비교도 Fig. 6에서 검토되어 있다. 외연적 해석의 경우 일반적으로 안정성을 충족시키는 작은 시간증분이 사용되고 이에 따라 계산시간이 늘어나게 된다. 계산시간을 줄이려는 기법중 하나로 물체의 실제 밀도값을 사용하지 않고 큰 밀도값을 인위적으로 부여하는 경향이 있다. 그러나 밀도값을 아주 크게 하는 경우 응답은 위에서 보인바와 같이 다른 응답특성을 가져오게 된다. 따라서 고무의 밀도의 값을 실제보다 100배 정도 크게했을 경우 계산속도는 약 10배 정도 빨라지지만 응답은 진폭이 커지고, 밀도의 값이 과도하게 커질 경우($\rho=10^5$ kg/m³) 그림에서와 같이 전혀 상이한 응답을 보이게 된다. 특히 고무의 변형 연신율이 작은 경우에 인위적인 큰 밀도값을 사용하는 것은 정확한 응답을 구하는 것을 어렵게 한다. Fig. 7에서는 외연적 유한요소 응답에서 감쇄계수의 영향을 보이기 위해 가해진 동일한 압력에 대한 시간에 따른 변위응답을 정적해석의 결과와 비교하였다. 패드부의 밀도가 $\rho=10^4$ 와 $\rho=10^3$ kg/m³인 경우에 대해 감쇄항의 감쇄계수 d_s 값의 변화에 따른 수치결과가 그림에 도시되어 검토되었다. 이때 적절한 감쇄계수가 선택되는 경우 동적인 해는 정적인 해에 빨리 수렴하는 것을 알 수 있다. 예측할 수 있듯이 감쇄계수

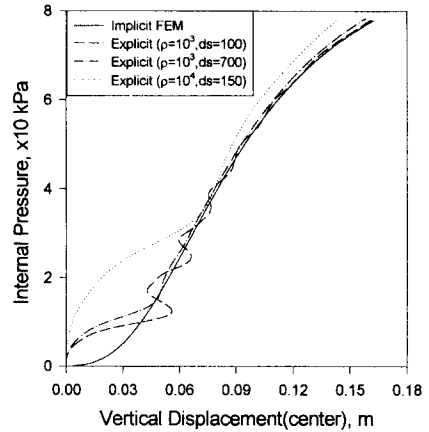


Fig. 8 Comparison of internal pressure vs. vertical displacement for different damping parameters.

값이 너무 작으면 진동이 심하고 수렴이 늦으며 너무 큰 경우에는 과도감쇄현상에 따라 진동은 발생하지 않을지라도 수렴이 늦는 현상을 관측할 수 있다. 여기에서는 패드부의 밀도 ρ 가 $\rho=10^3$ kg/m³ 일 때는 $d_s=700$, $\rho=10^4$ kg/m³일 때는 $d_s=150$ 근처의 값이 각각 시스템의 최소주파수에 해당함을 알 수 있고, 이때의 동적 응답은 빠른시간내 준정적인 내연적 응답에 근접하였다. 또한 패드부의 밀도가 클수록 관성력의 효과가 커져 정적해석 결과로의 수렴이 늦음을 알 수 있고 준정적해석을 위한 감쇄계수의 값을 커지게 된다. 이때 적절한 감쇄계수 값은 시스템의 최소주파수와 관련이 있다. 그러나 정확한 최소주파수를 구하기 위해서는 고유치 문제를 풀어야 하므로 문제를 단순화하기 위해서 Fig. 7에 보인바와 같이 동일한 압력에서의 시스템의 응답을 관측하여 적절한 감쇄계수값을 구하였다.

Fig. 8에서는 이러한 감쇄의 효과를 적용하여 가압에 따른 외연적 해석의 압력-변위응답을 내연적 해석의 결과와 비교 도시하였다. 두 종류의 밀도에 따라 위에서 제시된 적절한 감쇄계수($d_s=700$ 과 150)를 적용하여 그 응답을 비교했을 때 각각 압력이 10과 30 kPa 이상에서는 외연적 해석의 응답이 준정적 내연적 유한요소해석 결과와 거의 일치하는 경향을 보였다. 그러나 초기 가압과정에서는 관성항에 비해 감쇄의 크기가 작기 때문에 진동형태의 압력-변위응답이 관측되었고 밀도가 커짐에 따라 그 폭은 커짐을 알 수 있다.

페널티상수값에 따른 내연적, 외연적기법의 결과

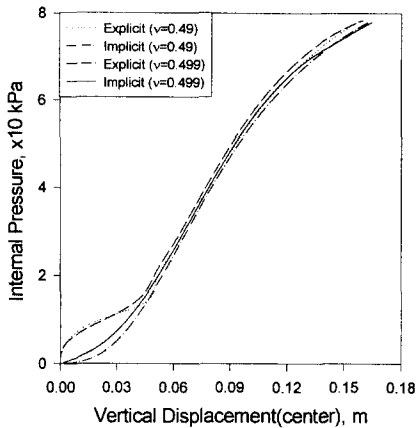


Fig. 9 Comparison of internal pressure vs. vertical displacement for different densities.

응답은 Fig. 9에 비교 도시되어 있다. 페널티 상수 값이 커짐에 따라(푸아송비 ν 가 0.5에 가까워짐에 따라) 비압축성 조건은 강하게 만족되며 이에따라 응답곡선은 좌 상향하게 된다. 비압축성 조건이 어느 정도 만족되는 경우(푸아송비 $\nu=0.49$), 그 이상의 비압축성 제한($\nu=0.499$)의 경우에 대한 응답과 큰 차이를 보이지 않았다. 또한 그림에서는 도시하지 않았지만 페널티 항에 대한 완전적분과 감차적분의 채택에 따른 결과의 차이는 거의 보이지 않았다. 그러나 페널티상수값이 아주 커질 경우($\nu=0.499$ 이상) 완전적분의 경우 잠금(locking)현상이 나타나고, 이를 피하기 위해서는 감차적분을 사용하는 것이 유리하다. 결론적으로 패드부의 효과적인 변형해석을 위해서 모델로는 식 (4a)를, 푸아송비로는 $\nu=0.49$ 를 사용하여 감차적분을 적용한 페널티법 및 평균제한법을 적용하는 것이 적합하고, 외연적기법의 경우 계산시간과 그 응답의 정확성을 고려할때 490.5 kPa/sec의 압력-시간 입력 값을, 밀도는 가상밀도값이 아닌 고무의 원래 밀도값인 $\rho=10^3 \text{ kg/m}^3$ 과 이에 상응하는 감쇄계수 $d_s=700$ 의 사용하는 것이 가장 적절하다고 결론 내릴 수 있었다. 이때 다른 크기의 모델에 적용할 경우 물체의 질량과 강성과 관련된 감쇄계수값외의 다른 파라미터값 및 방법은 그대로 적용 가능하다.

4. 실제(Full) 모델 해석

고무패드 성형기기는 유압공급부와 패드부 및 패드부의 하부부위로 구성되어 있다. 패드부의 하부

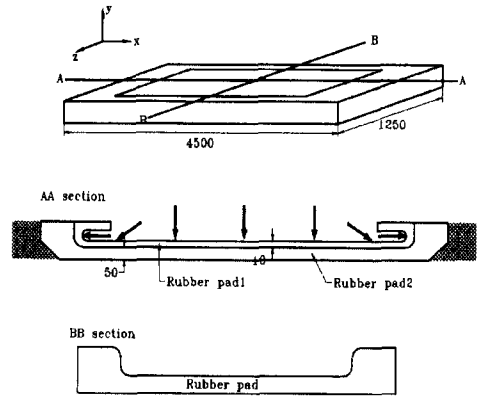


Fig. 10 Schematic diagram of a rubber pad (unit : mm).

부위에는 큰 사각용기가 설치되어 있으며, 여기에 판재 성형을 위한 형상다이(form die)와 성형용 판재가 설치되게 된다. 고무패드에 의한 판재 성형은 먼저 고무패드가 사각 용기에 채워지고, 이후 국소적으로 형상다이부에 있는 성형용 판재에 가압력이 가해짐으로써 이루어진다. 이러한 성형과정은 큰 성형압력의 작용으로 인해 완전한 밀폐가운데 이루어짐에 따라 가압에 따른 패드부의 변형양상에 대한 관측 및 실험이 용이하지 않다. 그러므로 위에서 검토한 축소모델의 실험 및 유한요소해석을 통하여 구하여진 최적의 파라미터들을 이용하여 Yuken사의 유막 성형프레스^(6,7)에 사용된 고무패드에 대한 유한요소해석을 수행함으로써 패드부의 변형양상을 예측하였다. 이때 사용된 고무패드부의 개략적인 크기는 길이가 4.50 m, 폭이 1.25 m, 두께가 0.06 m이며, 그 모양은 Fig. 10에 있다. 패드부의 모델링을 위해 8절점 3차원 3152개의 육면체 요소가 이용되었고 페널티법을 사용하여 수행되었다. 고무에 대한 재료상수들은 Table 1에 정리된 값과 푸아송의 비는 0.49를 사용하였다. 이러한 실제 모델에 대해 고무패드부의 변형을 검토하기 위해 먼저 자유변형을 해석하고, 이를 토대로 접촉을 고려하였다.

패드부의 자유변형의 경우, 작용 내압과 중심부에서의 변위사이의 응답에 대해 Mooney-Rivlin의 저차모델과 고차모델을 적용한 경우 내연적기법과 외연적기법을 사용한 응답은 Fig. 11에 나타나 있다. 그림에서 보는바와 같이 내연적기법의 적용에 따른 준정적해석 결과와 외연적기법의 적용 결과는 초기변형 구간을 제외하고는 거의 일치하는 현상을

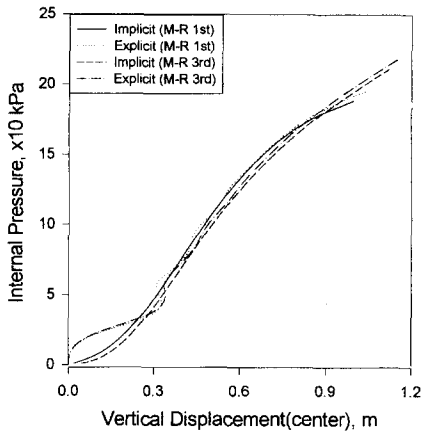


Fig. 11 Internal pressure vs. vertical displacement responses of pad deformation.

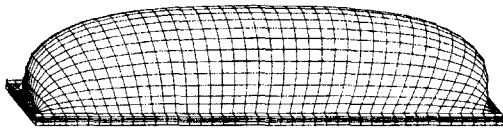


Fig. 12 Inflated profile of the pad at P=200 kPa.

볼 수 있다. 패드부의 변형을 위한 작용내압은 300 kPa이므로 이는 1.0~10.0 MPa의 압력이 소요 되는 환재 성형압력에 비해 작은 값을 알 수 있다. 이때 동일한 중심부 변위를 가져오기 위한 변형압력은 패드부의 두께에 비례하여 상승하게 되고 패드부의 넓이와는 큰 관련이 없다. 그러나 패드부의 넓이가 커질수록 소요되는 힘의 크기는 상당히 상승하게 된다. 또한 고차모델은 저차모델에 비해 큰 변형구간에서 동일한 변형에 대해 압력을 높게 평가한다. 변형압력에 따른 패드부의 변형상도 내연적기법과 외연적기법의 해석결과가 거의 일치하였다. 대표적으로 변형압력 p 가 200 kPa인 경우에 대한 변형상상을 Fig. 12에 보였고, 동일 압력에서 패드부의 AA부(Fig. 10 참조)의 바깥쪽 요소에서의 응력 및 연신율 분포를 Mooney-Rivlin의 1차모델과 3차모델을 적용한 경우에 대해 Fig. 13에 보였다. 최대 주 연신율 및 등가 연신율은 각각 $\lambda=2.5$ 및 3.5 정도로 나타났고 고정단과 중심부에 큰 연신율 분포를 보였다. 이때 두 모델사이의 연신율 및 응력의 계산치는 약 15% 정도의 차이를 보였다. 이 이유는 연신율 분포가 두 모델사이의 응답이 유사한 범위인 2.5를 넘었기 때문이다. 이러한 연신율 범위에서는 고차항을 포함하는 Mooney

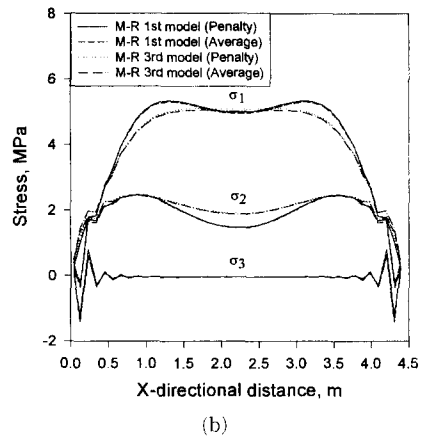
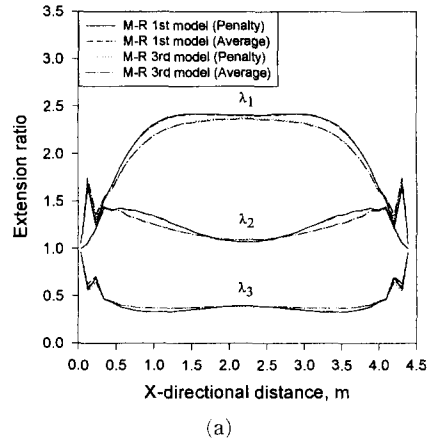


Fig. 13 Extension ratio and distribution of the deformed pad along AA section at P=200 kPa for M-R 1st and 3rd models.

-Rivlin모델이 보다 정확하다. 고차모델을 사용하는 경우 저차모델을 사용하는 경우보다 대체로 작은 값의 연신율 분포의 결과를 보이는데 이는 동일한 변형압력에 대해 저차모델은 고차모델에 비해 연신율의 값은 과대평가하고 응력값을 과소 평가하기 때문이다. 또한 두께방향의 연신율 분포 λ_3 를 파악하는것은 패드부의 과도한 얇아짐 및 이에따른 찢어짐 등을 예측하는데 있어서 중요하다. X방향 거리가 0.5와 4.0m 사이에서 변형후 두께는 최초두께의 약 30%정도로써 얇아짐이 가장 심하였고, 경계부위에서의 연신율들의 변화는 급격하였다(Fig. 13(a)). 페널티법과 평균제한법의 해석 결과는 거의 일치하였다.

실제 고무패드성형에서는 패드부를 두 종류의 고무재질로 제작하는 경우가 많다. 그 이유는 유체의

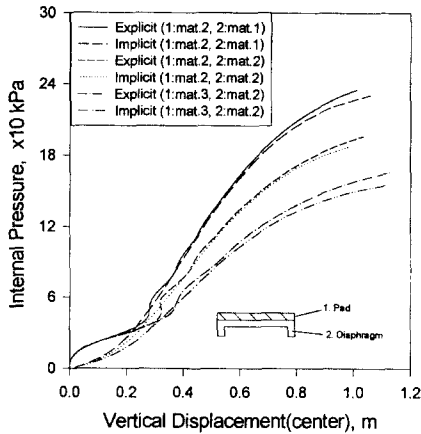
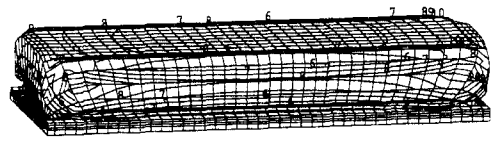


Fig. 14 Comparison of Internal pressure vs. vertical displacement response for various pad types.

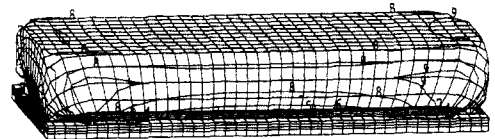
압력을 받는 부위는 연신율이 높고 쉽게 변형하는 고무재질을 사용하고 다이와 가공판재와 접촉하는 부위는 강성이 큰 고무를 사용함으로써, 유압의 전달은 용이하게 해주면서 판재와 접촉하는 부위의 파단을 억제하고 성형성을 증가시키는 효과를 가져 오게 하려는 것이다. 이에 따라 각각 다른 재질의 고무(mat. 1 : $A_{10}=585.6$, $A_{01}=70.6$, mat. 2 : $A_{10}=371.8$, $A_{01}=70.6$, mat. 3 : $A_{10}=175.6$, $A_{01}=70.6$, 단위 : kPa)를 서로 부착한 모델에 대해 해석한 결과를 한 종류의 고무재질만으로 전체패드부를 모델링하여 해석한 경우와 작용내압과 중심부 변위응답을 비교하여 Fig. 14에 보였다. 예측할 수 있듯이 다른 재질의 고무를 부착한 경우의 모델의 응답이 같은 종류의 강성이 큰 재질을 사용한 경우보다 같은 압력에 대한 변위가 큰 결과를 보이고, 그 차이는 가압에 따라 점점 커짐을 알 수 있다.

실제 성형과정에서 고무패드부의 변형률의 분포는 사각용기와 형상다이의 모양과 크기에 의해 결정되게 되므로 성형과정의 모델링과패드부 설계에 있어서 이러한 사각용기에 고무패드부 변형으로 인한 채워짐과 가압력에 따른 변형률 분포에 대한 모사가 필요하다. 본 연구에서는패드부 밀면에 사각용기가 있는 경우에 대한 모델링을 시도하여 작용내압과 이에 따른 고무패드부의 채워짐 및 응력, 변형률분포를 확인하였다. 이때의 시간적분 계산은 아래에서 논의할 계산시간 및 저장용량의 절감과 접촉처리의 용이성으로 인해 모두 외연적기법을 사용하였고 접촉력 계산을 위해 사용한 베넬티계수값은 1000을 사용하였다. 계산결과에 따른패드부의



- 1 : 1.10E+01 2 : 6.32E+02 3 : 1.25E+03
- 4 : 1.87E+03 5 : 2.49E+03 6 : 3.11E+03
- 7 : 3.74E+03 8 : 4.36E+03 9 : 4.98E+03
- 10 : 5.60E+03 11 : 6.22E+030

(a) Equivalent stress distribution



- 1 : 4.57E-03 2 : 2.23E-01 3 : 4.41E-01
- 4 : 6.59E-01 5 : 8.77E-01 6 : 1.10E+00
- 7 : 1.31E+00 8 : 1.53E+00 9 : 1.75E+00
- 10 : 1.97E+00 11 : 2.19E+00

(b) Equivalent strain distribution

Fig. 15 Stress and strain distribution of the deformed pad in a tray at P=1.0 MPa (M-R 3rd model).

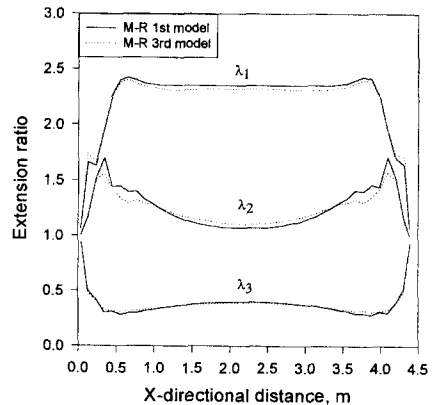


Fig. 16 Extension ratio distribution of the deformed pad in a tray along AA section at P=1.0 MPa for M-R 1st and 3rd models.

변형은 중간부위부터 용기에 접촉하면서 점점 바깥쪽으로 확산되는 양상을 보였고 압력이 약 1.0 MPa일 때패드부가 사각용기에 거의 채워졌다. 압력이 1.0 MPa일 때 Mooney-Rivlin의 3차모델을 적용한 경우에 대한 등가 응력과 변형률 분포는 Fig. 15에,패드부의 AA 부를 따른 연신율 분포 및 각 압력단계에 따른 연신율 분포의 변화가 각각 Figs. 16, 17에 있다. Figs. 15, 16은패드부의 양구석부위에 응력이 집중되고, 연신율도 커짐을 보

여준다. 또한 넓은 영역에 걸쳐서 두께가 얇아지는 현상을 보이고 가장 얇아진 부위는 최초두께의 약 25%정도의 값을 보인다. 최대 등가 연신율은 약 3.5정도가 되었다. Mooney-Rivlin의 저차모델과 고차모델에 대한 응답은 자유변형에 대한 응답에 대해서 토의한 것과 같은 경향을 보인다. 또한 연신을 변화는 초기 압력구간에서 급격하게 이루어지고 점차로 완만해지만 주변부의 변화가 커짐을 알 수 있다. (Fig. 17)

외연적기법과 내연적기법에 의한 계산시간에 대한 비교는 성형공정의 압력-시간 입력관계의 값에 따라 비교방식이 달라지고, 외연적기법에서는 밀도를 어떻게 조정하는가 또 내연적기법에서의 시간증분기법을 어떻게 적용하는가에 등에 따라서도 달라지게 되므로 이에 대한 단순한 비교는 어렵다. 본 연구에서는 내, 외연적기법 각각의 경우에 대하여 자동적 시간증분 결정방법을 사용하고 외연적 해석

의 경우에 있어서는 위에서 적용된 파라미터들을 사용한 경우에 대해 비교하였다. 모델링에 사용된 요소의 갯수와 이에 따른 저장용량의 크기 및 계산 속도에 대한 비교가 몇 가지 경우에 대해 Table 2에 정리되어 있다. 외연적 해석을 한 경우 모델링에 사용한 요소의 갯수가 대략 3000개 이상일 경우 계산에 드는 시간이 내연적 해석의 계산시간에 비해 약간 빠름이 관측되었다. 뿐만 아니라 요구되는 저장용량은 내연적기법을 사용할 경우 외연적 기법의 경우보다 약 200배 정도가 확보되어야 함을 알 수 있고, 모델이 커짐에 따른 이러한 저장용량의 증가는 컴퓨터의 스와핑의 증대 및 스택크기의 한도초과 등의 문제를 발생시킨다. 그러므로 요소의 수가 커질수록 계산속도의 면이나 저장용량의 크기에 있어서 외연적 해석의 잇점이 더욱 나타나게 되고 해석하고자 하는 모델이 복잡해질수록 이에 따른 고부의 외연적 해석의 적합성과 필요성이 더욱 요구됨을 확인할 수 있다. 그러므로 해석 방법 및 파라미터들의 적절한 선택 등이 선행된다면 수렴이 힘든 3차원 문제뿐만 아니라 일반적인 3차원 고무 변형의 해석의 경우에도 외연적기법의 적용이 충분한 의미가 있다고 고찰된다.

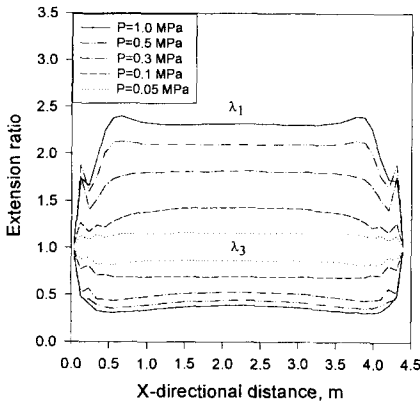


Fig. 17 Extension ratio distribution of the deformed pad in a tray along AA section at various pressure steps (M-R 3rd model).

5. 결론

본 연구에서는 Part I에서 제시한 3차원 외연적, 내연적 유한요소 프로그램의 적용결과를 축소 모델 성형장치에 의한 실험결과와 비교, 토의하였다. 특히 내연적기법의 해석응답과의 비교를 통하여 외연적 유한요소기법의 유효성과 적합성을 확인하였다. 외연적기법에서 시간증분의 결정을 위해 페널티 계수및 고무의 비선형성의 영향을 고려해야

Table 2 Comparison of storage and (p1) time between implicit and explicit methods.

Case	Case 1		Case 2		Case 3	
	Implicit	Explicit	Implicit	Explicit	Implicit	Explicit
Total no. of elements	1,438	1,438	2,044	2,044	3,152	3,152
Storage (Total no. of elements below skyline)	798,237	5,202	1,592,451	7,713	3,028,335	10,947
CPU time(sec) (HP C110)	476	1,899	1,389	2,700	6,431	5,934

함을 보였고 또한 고무패드 변형의 효과적인 해석을 위해 밀도, 감쇄계수, 가압속도 등에 대해 적절한 파라미터값들을 구하였다. 또한 비압축성 조건을 포함하는 통합 변형률에너지 함수를 제시하여 각각의 수렴성을 비교하여 최적의 함수를 선택하였다. 변형률에너지 함수의 선택에 있어서는 변형률이 크지 않은 고무패드 변형 실험의 경우 Mooney-Rivlin 저차모델과 고차모델 모두가 적합성을 보였으며 비압축성 제한조건인 페널티법과 평균 제한법의 응답의 유사성을 확인하였다.

축소모델 패드부 변형실험과 내연적, 외연적 유한요소해석을 통하여 구하여진 파라미터들을 이용하여 실제 모델에 대한 고무패드부 변형응답과 접촉변형을 해석하였고, 이에 따른 내연적기법과 외연적기법의 결과를 비교, 검토하였다. 실제 모델을 해석의 경우 외연적기법이 내연적기법에 비해 저장용량과 계산속도가 개선되었다. 또한 축소모델과는 달리 고무패드부에서 큰 연신율이 집중되는 부분이 관측되었고, 이에 따라 고차항을 포함하는 형태의 변형률에너지 함수가 필요함을 보였다. 또한 유한요소해석을 통해 연신율분포, 응력분포의 값들을 효과적으로 예측할 수 있었고 고무패드성형과정중의 패드부 변형양상의 모사함으로써 효과적인 패드부 설계변수를 구하고, 고무패드성형과정 예측할 수 있었다.

후 기

본 연구의 일부는 한국과학재단(과제번호 93-020-02-01-3)의 지원을 받아서 수행한 결과이며, 저자들은 지원에 감사드립니다.

참고문헌

(1) 신수정, 이태수, 오수익, 1995, "고무패드성형

법에서 패드부 유한요소해석(I)," 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 A, pp. 331~336.

(2) Shin, S. J., Oh, S. I. and Lee, T. S., 1996, "Finite Element Investigation of Pad Deformation in Rubber-pad Sheet Metal Forming Process," *3rd Asian-Pacific Conference on Computational Mechanics*, Vol. 1, pp. 141~146.

(3) 신수정, 이태수, 오수익, 1997, "고무패드성형법의 유한요소 모델링," 대한기계학회 춘계학술대회논문집 A, pp. 576~582.

(4) 오수익, 이태수, 안정호, 1996, "항공기 부품 제작을 위한 고무패드성형법에 관한 연구," 한국과학재단 연구결과 보고서.

(5) 신수정, 이태수, 오수익, 1998, "고무패드 변형의 3차원 유한요소해석 (1)," 대한기계학회논문집, 제22권, 제1호, pp. 111~120.

(6) 김철수, 광동익, 안창동, 1994, "Aluminium박판 소재의 Rubber Pad Forming," 박판성형기술의 진보, 한국소성가공학회, pp. 87~97.

(7) Yuken Co., 1991, Industrial Manual for Rubber Pad Forming Press Model YNT-1400

(8) James, A. G., Green, A. and Simpson, G. M., 1975, "Strain Energy Function of Rubber. I. Characterization of Gum Vulcanizates," *J. Appl. Poly. Sci.*, Vol. 19, pp. 2033~2058.

(9) Yeoh, O. H., 1990, "Characterization of Elastic Properties of Carbon-Black-Filled Rubber Vulcanizates," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 63, No. 5, pp. 792~805.

(10) Peeken, H., Dopfer, R. and Orschall, B., 1987, "A 3-D Rubber Material Model Verified In a User-supplied Subroutine," *Comput. Struct.*, Vol. 26, pp. 181~188.