

열차단 시스템에 있어서의 열응력 완화에 대한 연구

최덕기·김창수*

(1996년 10월 15일 접수)

A Study on Relaxation of Thermal Stresses of Heat-Resistant Systems

Deok Kee Choi and Chang Soo Kim

Key Words : Functionally Graded Material(경사기능재료), Alternative Green's Solution(Alternative Green 함수 해), Thermal Stress Relaxation(열응력 완화)

Abstract

This paper addresses a method which can be used for analyzing thermal stresses of a functionally graded material(FGM) using semi-analytical approach. FGM is a nonhomogeneous material whose composition is changed continuously from a metal surface to a ceramic surface. An infinite one dimensional FGM plate is considered. The temperature distribution in the FGM is obtained by approximate Green's function solution. To expedite the convergence of the solutions, alternative Green's function solution is derived and shows good agreement with results from finite difference method. Thermal stresses are calculated using temperature distribution of the plate.

I. 서 론

최근 항공우주 및 원자력 분야에서 구조 및 기계 요소에서의 열응력을 줄이기 위한 재료로써 경사기능재료(functionally graded materials)가 개발되고 있다. 경사기능재료는 비균질재료로써 한쪽은 구조물을 지탱하기 위하여 가벼운 금속으로 하고 다른 한쪽은 고온의 열하중을 지탱하기 위하여 세라믹으로 구성된다. 이러한 재료는 두소재의 임의의 배합으로 만들어지고, 각소재의 기능성을 보이기 위하여 체적비가 점진적인 변화를 갖는다. 그러므로 열 및 기계적 불성치는 위치에 따라 연속적으로 변화하고 구성소재의 적당한 배합에 의해 열응력을 완화시키는 것이 가능하다.^(1~4) 여기서 열응력 완화란 물 이상의 이질재료로 구성된 무한평판의 비균

질재료에서 이질재료간의 경계에서 볼 수 있는 급격한 응력의 변화가 경사기능재료를 사용함으로써 이 질재료사이에서의 응력이 완화되는 것을 말하며,⁽⁵⁾ Obata 등⁽⁶⁾은 정상상태에 있어서의 경사기능재료의 설계에서 중요한 인자인 금속의 체적분율과 기공률의 영향과 원통형 실린더에 있어서의 최적설계 방법을 제시하였다.

열응력 완화형 재료인 경사기능재료의 비정상상태에 대한 지금까지의 해석적 방법에 있어서, 섭동이론과 Laplace 변환법을 이용한 해석방법이 연구되었으며,⁽⁷⁾ 또 다른 해석적 방법으로는 섭동이론에 의한 해석방법에 있어서 대단히 어려운 방정식을 유도해야 하는 문제점을 해결하기 위한 방법으로 적층판모델(laminated plate model)과 Laplace 변환법을 이용한 해석방법이 보고되었다.^(8, 9) 그러나, 이러한 방법들은 Laplace 역변환을 구해야 하는 어려움이 있다. 따라서 본 논문에서는 Laplace 변환을 시킬 필요가 없는 Green 함수를 사용하여

*회원, 단국대학교 기계공학과

**단국대학교 대학원

경사기능재료의 온도 및 경계조건에 따른 열응력을 구하는데 해석적인 방법을 제시하고자 한다.

열전도 문제의 해석에 있어서 Green 함수의 사용에 대한 장점은⁽¹⁰⁾ 여러가지가 있다. 첫째, 모든 초기 및 경계조건을 포함하는 열전도 문제에 있어서 대단히 편리하다. 둘째, 온도 분포에 대한 해가 체계적으로 유도된다. 셋째, 비제자 경계조건인 경우에 있어서 Alternative Green 함수를 사용하여 수렴속도를 빨리 할 수 있다. 넷째, 온도 분포의 해가 함수의 형태로 유도되기 때문에 원하는 시간과 좌표에 대해서 그 값을 대입만 하면 간단히 원하는 곳의 온도 및 응력을 구할 수 있다. 이같이 많은 장점이 있지만, 경사기능재료와 같은 비균질 재료에 대하여 해석적인 Green 함수를 유도한다는 것은 불가능하다. 따라서 근사적인 Green 함수를 구하는데, 지금까지 비균질재료에 대하여 적용되었던 방법을⁽¹¹⁾ 사용하여 경사기능재료와 같은 열 및 기계적 물성치가 연속적인 위치의 함수로 주어졌을 때 무한평판에 대하여 무차원된 근사적인 Green 함수를 사용하였다.

이번 연구에서는 연속적인 물성치를 갖는 경사기능재료에 대해 Green 함수를 사용하여 비정상 온도 분포 및 여러가지 역학적 경계조건을 고려한 열응력 분포를 유도하는데 해석적인 방법을 제시하고자 한다. 먼저, 고온의 열하중과 구조물의 지탱을 위한 세라믹과 금속인 ZrO_2 와 Ti-6Al-4V로 이루 어진 경사기능재료를 사용한 무한평판을 생각하기로 한다. 혼합법칙을 이용하여 위치에 따른 물성치를 갖는 경사기능재료를 생각하여 비제자 경계조건인 경우에 있어서의 Alternative Green 함수를 사용하여 온도 분포 해를 구하여 유한차분법과의 비교를 하고, 여러가지 역학적 경계조건에 대한 열응력 분포를 계산하는데 있어서 해석적 방법에 의한 열응력 완화형 재료인 경사기능재료를 해석하였다.

2. 이론 해석

Fig. 1에서 보는 바와 같이 한쪽은 금속, 다른 한쪽은 세라믹, 중앙에는 금속과 세라믹의 혼합물질로 구성되어 있는 두께 L 을 가진 무한평판을 생각해 보기로 한다. 위치와 시간에 대해서 다음과 같이 무차원화 한다.

$$\bar{x} = \frac{x}{L}$$

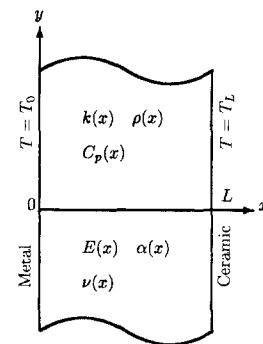


Fig. 1 An infinite plate with the location dependent material properties.

$$\bar{t} = \frac{\xi_m}{L^2} t$$

여기서 $\xi_m = k_m / (\rho_m C_{pm})$, k 는 열전도율, ρ 는 밀도, C_p 는 비열, 첨자 m 은 금속쪽의 불성치를 의미한다.

무차원화된 비정상 1차원 열전도방정식은 다음과 같다.

$$-\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[k(\bar{x}) \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right] + g(\bar{x}, \bar{t}) = \xi_m C(\bar{x}) \frac{\partial T}{\partial \bar{t}} \quad (1)$$

여기서, $C(\bar{x}) = \rho(\bar{x}) C_p(\bar{x})$, T 는 위치와 시간에 대한 온도함수, $g(\bar{x}, \bar{t})$ 는 열원, $\rho(\bar{x})$ 와 $C_p(\bar{x})$ 는 각각 밀도, 비열의 위치의 함수이다. 식 (1)에 대한 초기 및 경계조건은 다음과 같다.

$$T(\bar{x}, 0) = F(\bar{x})$$

$$T(0, \bar{t}) = T_0$$

$$T(1, \bar{t}) = T_L$$

Green 함수를 구하기 위한 식 (1)에 상응하는 보조방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[k(\bar{x}) \frac{\partial G}{\partial \bar{x}} \right] + C(\bar{x}) \delta(\bar{x} - \bar{x}') \delta(\bar{t} - \bar{t}') \\ &= \xi_m C(\bar{x}) \frac{\partial G}{\partial \bar{t}} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $G = G(\bar{x}', \bar{t}', \bar{x}', \bar{t})$ 이고, δ 는 디락 델타 함수이다. 식 (2)의 경계조건은 다음과 같다.

$$G|_{\bar{x}'=0} = G|_{\bar{x}'=1} = 0$$

$$G(\bar{x}, \bar{t}', \bar{x}', \bar{t}) = 0, \quad \bar{t} < \bar{t}'$$

Table 1은 상온에서의 ZrO_2 와 Ti-6Al-4V의 열 및 기계적 물성치를 나타낸다.

Table 1 The properties of the materials.

	$k \text{ W/(mk)}$	$C_p \text{ J/(kg K)}$	$\rho \text{ kg/m}^3$	$E \text{ GPa}$	$\alpha \text{ 1/K}$	ν
ZrO ₂	2.09	456.7	5331	151.0	10.0×10^{-6}	1/3
Ti-6Al-4V	7.50	537.0	4420	116.7	9.5×10^{-6}	1/3

k : Thermal conductivity C_p : Specific heat ρ : Density E : Young's modulus

ν : Poisson's ratio α : Coefficient of linear thermal expansion

2.1 Green 함수 해(GFS)

식 (1), 식 (2) 그리고 Green 함수의 성질 $G(\bar{x}, \bar{t})|_{\bar{x}'=0}, G(\bar{x}', \bar{t}) = G(\bar{x}', -\bar{t}|_{\bar{x}}, -\bar{t})$ 를 이용하여 열원이 없는 Green 함수 해(Green's function solution)는 다음과 같이 구할 수 있다.⁽¹²⁾

$$\begin{aligned} C(\bar{x})T(\bar{x}, \bar{t}) &= \zeta_m \int_{x'=0}^1 C(\bar{x}')F(\bar{x}')G(\bar{x}, \bar{t} | \bar{x}', 0) d\bar{x}' \\ &+ \int_{\tau=0}^t \int k(s') \left(G \frac{\partial T}{\partial n} - T \frac{\partial G}{\partial n} \right) |_{s' ds' d\bar{\tau}} \quad (3) \end{aligned}$$

여기서, $G = G(\bar{x}', -\bar{t} | \bar{x}, -\bar{t})$, n 과 s 는 각각 외향법선벡터와 표면을 의미한다.

2.2 Alternative Green 함수 해(AGFS)

비제차 경계조건인 경우에 있어서 GFS의 경계 수렴속도가 대단히 느린것을 보완하기 위해서 alternative Green 함수 해(alternative Green's function solution)를 사용한다. AGFS는 비제차 경계조건을 만족하는 가장 간단한 함수인 T^* 의 정의로부터 시작된다.

$$T^* = (T_L - T_0) \bar{x} + T_0 \quad (4)$$

$$\Gamma \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[k(\bar{x}) \frac{\partial T^*}{\partial \bar{x}} \right] \quad (5)$$

T_0 는 금속쪽의 경계값, T_L 는 세라믹쪽의 경계값이다. 식 (4)와 식 (5) 그리고 식 (2)를 사용하여 Green 함수 해 방정식을 유도한 후, 정리하여 AGFS를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T(\bar{x}, \bar{t}) &= (T_L - T_0) \bar{x} + T_0 \\ &+ \frac{1}{C(\bar{x})} \int_{\bar{t}=0}^t \int_{\bar{x}'=0}^1 G \Gamma d\bar{x}' d\bar{\tau} \\ &+ \frac{\zeta_m}{C(\bar{x})} \int_{\bar{x}'=0}^1 C(\bar{x}') G |_{\bar{x}'=0} \\ &\cdot \left[T(\bar{x}', 0) - T^*(\bar{x}', 0) \right] d\bar{x}' \quad (6) \end{aligned}$$

여기서, $G = G(\bar{x}', -\bar{t} | \bar{x}, -\bar{t})$ 이다.

경사기능재료와 같은 비균질재료에 대한 Green 함수를 해석적으로 유도한다는 것은 불가능하다. 따라서 다음장에서 물성치가 연속적으로 변하는 경사기능재료에 대한 근사적인 Green 함수를 구하였다.

2.3 근사적인 Green 함수 유도

지금까지의 비균질 재료에 대하여 근사적인 Green 함수를 구하는데 이용된 방법⁽¹³⁾을 사용하여 무차원화된 무한평판의 경사기능재료에 대하여 근사적인 Green 함수를 유도하였다.

식 (1)에서 열원이 $g(\bar{x}, \bar{t}) = C(\bar{x}) \delta(\bar{x} - \bar{x}') \delta(\bar{t} - \bar{t}')$ 로 된다면 Green 함수는 식 (2)의 해가 된다. Green 함수를 구하기 위하여, 식 (1)을 제차방정식과 비제차방정식으로 나누어서 생각할 수 있다.

2.3.1 제차방정식

식 (1)에서 제차방정식의 해를 $\theta(\bar{x}, \bar{t})$ 라 하면 식 (1)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[k(\bar{x}) \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \right] = \zeta_m C(\bar{x}) \frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} \quad (7)$$

여기서, $\theta(\bar{x}, \bar{t})$ 를 고유벡터와 시도함수로 이루어지는 고유함수 $\psi_n(\bar{x}) = \sum_{j=1}^N d_{nj} f_j(\bar{x})$ 가 포함된다음과 같이 가정하여 식 (7)을 고유치 문제로 변환한다.

$$\theta = \sum_{n=1}^N c_n \psi_n(\bar{x}) \exp \left[-\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} \bar{t} \right] \quad (8)$$

여기서, c_n , $\psi_n(\bar{x})$, γ_n 은 각각 상수, 고유함수, 고유값이며 계산되어 질 미지수이다.

고유치 문제로 변환된 식을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$(A + \gamma_n B) d_n = 0 \quad (9)$$

$$a_{ij} = - \int_0^1 k(\bar{x}) \frac{df_i}{d\bar{x}} \frac{df_j}{d\bar{x}} d\bar{x} \quad (10)$$

$$b_{ij} = \int_0^1 L^2 C(\bar{x}) f_i f_j d\bar{x} \quad (11)$$

여기서, a_{ij} 와 b_{ij} 는 각각 \mathbf{A} , \mathbf{B} 행렬의 요소이다. 고유치 문제 식 (9)을 풀면 고유값, γ_n 과 고유벡터, \mathbf{d}_n 을 구할 수 있고, 고유함수, $\psi_n(\bar{x})$ 을 얻을 수 있다.

2.3.2 비제차방정식

식 (1)의 비제차 방정식의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$T(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{n=1}^N c_n(\bar{t}) \psi_n(\bar{x}) \exp\left[-\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} \bar{t}\right] \quad (12)$$

여기서, 시간의 함수 $c_n(\bar{t})$ 는 미지수이고 고유함수, $\psi_n(\bar{x})$ 과 고유값, γ_n 은 2.3.1에서 구했다. 식 (12)를 원래의 열전도방정식 식 (1)에 대입하여, 양변에 시도함수 f_i 를 곱하여 적분하여 정리하면 미지수 $c_n(\bar{t})$ 을 갖는 행렬식으로 표현이 된다.

$$\mathbf{X} = \mathbf{P} \mathbf{g}^* \quad (13)$$

식 (13)에서 \mathbf{X} 는 다음과 같고,

$$x_x = \left[\frac{dc_n(\bar{t})}{d\bar{t}} \right] \exp\left[-\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} \bar{t}\right]$$

$\mathbf{P} = \mathbf{E}^{-1}$ 이며, \mathbf{E} 의 행렬요소는

$$e_{in} = \sum_{j=1}^N d_{nj} h_{ji}, \quad h_{ij} = \int_0^1 \zeta_m C(\bar{x}) f_i f_j d\bar{x}$$

\mathbf{g}^* 의 행렬요소는 다음과 같다.

$$g_i^* = \int_0^1 g(\bar{x}, \bar{t}) f_i(\bar{x}) d\bar{x} \quad i=1, 2, \dots, N$$

이제 식 (13)에서 미지수 $c_n(\bar{t})$ 를 구하면 다음과 같다.

$$c_n(\bar{t}) = A_n + \sum_{i=1}^N P_{ni} \int_0^{\bar{t}} \mathbf{g}_i^* \exp\left[\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} \bar{t}'\right] d\bar{t}' \quad (14)$$

여기서, A_n 은 적분상수이다. 식 (14)에서 구한 계수 $c_n(\bar{t})$ 를 식 (12)에 대입하면 다음과 같이 온도 해를 구할 수 있다.

$$T(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{n=1}^N \psi_n(\bar{x}) \exp\left[-\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} \bar{t}\right] \cdot \left[A_n + \sum_{i=1}^N P_{ni} \int_0^{\bar{t}} \mathbf{g}_i^* \exp\left[\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} \bar{t}'\right] d\bar{t}' \right] \quad (15)$$

식 (15)에서 적분상수인 미지수 A_n 은 초기조건

$T(\bar{x}, 0) = F(\bar{x})$ 을 이용하여 구할 수 있다.

이와 같이 하여 균사적인 Green 함수를 정의하면 다음과 같다.

$$G(\bar{x}', \bar{t} | \bar{x}, \bar{t}) = C(\bar{x}) \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N d_{nj} P_{ni} \exp\left[-\gamma_n \frac{L^2}{\zeta_m} (\bar{t} - \bar{t}')\right] f_j(\bar{x}') f_i(\bar{x}) \quad (16)$$

지금까지 구한 Green 함수를 식 (7)에 대입하면, 온도 분포 해인 Alternative Green 함수 해를 얻을 수 있다.

2.4 열응력 해석

x 축 방향으로 일정한 두께를 지니고 ($0 < \bar{x} < 1$) y 축과 z 축 방향으로는 무한한 평판을 고려하면 $\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$, $\sigma_{xx} = 0$ 이라고 가정 할 수 있으며, 온도영향을 고려한 변형률-응력관계식은 다음과 같이 구할 수 있다.

온도 분포와 역학적 경계조건이 적용되었을 때의 무한평판에서 변형률의 1차원 분포는 다음과 같다.

$$\varepsilon_{yy} = (\varepsilon_{yy})_0 + \frac{\bar{x}L}{\rho} \quad (17)$$

여기에서 $(\varepsilon_{yy})_0$ 은 $\bar{x}=0$ 에서의 변형률이다. 또한 변형률-응력관계식에서 $\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ 이므로

$$\sigma_{yy} = \frac{1-\nu}{E} \sigma_{yy} + \alpha(T - T_0) \quad (18)$$

이 된다. 따라서 식 (17)과 식 (18)을 이용하여, 무한평판에 있어서 열응력 $\sigma_{yy}(\bar{x})$ 은 $\bar{x}=0$ 에서의 변형률을 $(\varepsilon_{yy})_0$, 곡률반경률 ρ , 재료의 초기온도를 T_i 라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁴⁾

$$\sigma_{yy} = \frac{E(\bar{x})}{1-\nu(\bar{x})} \left[(\varepsilon_{yy})_0 + \frac{\bar{x}L}{\rho} - \alpha(\bar{x}) \cdot [T(\bar{x}, \bar{t}) - T_i] \right] \quad (19)$$

역학적 경계조건은 다음의 경우만을 고려하였다.⁽¹⁵⁾

- 신장자유, 곡률자유

$$\int_0^1 \sigma_{yy} d\bar{x} = 0, \quad \int_0^1 \bar{x} \sigma_{yy} d\bar{x} = 0$$

위의 역학적 경계조건을 이용하여 식 (19)를 풀면 미지수인 신장률, $(\varepsilon_{yy})_0$ 와 곡률반경, ρ 을 구할 수 있으며 비정상 온도에 대한 비정상 응력분포를 구할 수 있다.

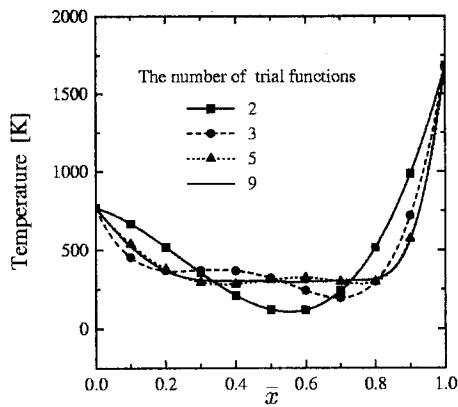


Fig. 2 The convergence of temperature solutions on the number of trial functions at $t=0.01$.

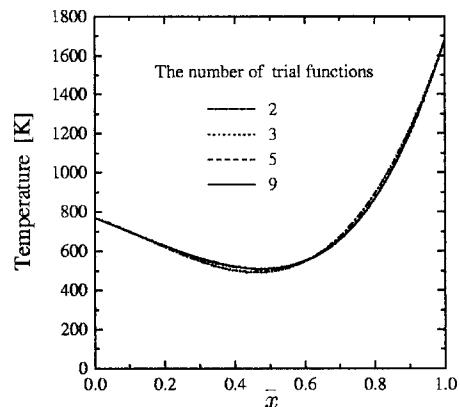


Fig. 3 The convergence of temperature solutions on the number of trial functions at $t=0.1$.

3. 물성치

열응력 완화형 경사기능재료로서 내열, 단열재료로 우수한 지르코니아 세라믹(ZrO_2)과 가볍고, 고강도의 Ti-6Al-4V로 된 재료를 사용하였다. 여기에서는 세라믹의 기공률은 무시하고 혼합법칙을 사용하여 모든 물성치를 금속체적분율로 써 표현하므로 다음과 같은 함수의 형태로 나타나게 된다.

$$V_m = (1 - \bar{x})$$

$$V_c = 1 - V_m$$

$$k(\bar{x}) = V_m k_m + V_c k_c$$

$$C_p(\bar{x}) = V_m C_{pm} + V_c C_{pc}$$

$$\rho(\bar{x}) = V_m \rho_m + V_c \rho_c$$

$$E(\bar{x}) = V_m E_m + V_c E_c$$

$$\nu(\bar{x}) = V_m \nu_m + V_c \nu_c$$

$$\alpha(\bar{x}) = V_m \alpha_m + V_c \alpha_c$$

V_m 은 금속체적분율, V_c 는 세라믹체적분율, k 는 열전도계수, ρ 는 밀도, C_p 는 비열, E 는 탄성계수, α 는 열팽창계수, ν 는 푸아송비, 첨자 m 과 c 는 각각 금속과 세라믹을 의미한다.

4. 온도 및 열응력 해석 예

3장에서 구한 물성치를 갖는 경사기능재료의 온도 분포를 해석하였다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 열 및 기계적 물성치는 위치의 함수임을 알 수 있다.

초기온도 $T(\bar{x}, 0) = 300$ K, 금속쪽의 경계온도

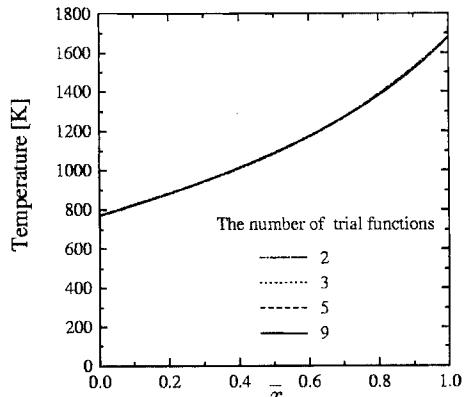


Fig. 4 The convergence of temperature solutions on the number of trial functions at $t=0.01$.

$T_0 = 770$ K, 세라믹쪽의 경계온도 $T_1 = 1680$ K로 된 열응력완화형 재료인 경사기능재료를 해석하였다. 먼저 시도함수 $f_i(\bar{x}) = \bar{x}^i(1 - \bar{x})$ $i = 1, 2, 3, \dots$ 를 사용하여식 (10)의 행렬 A 와 B 를 구하여 고유치 문제인식 (9)를 풀면 고유벡터 d_n , 고유값 γ_n 을 구할 수 있다. 식 (13)을 이용하여 행렬 P 를 구하여식 (16)에 이를 대입하면 균사적인 Green 함수를 얻을 수 있다. 구해진 균사적인 Green 함수를식 (6)에 대입하여 비정상 온도 분포 해인 Alternative Green 함수 해를 구하였다.

본 해법의 수렴성을 보이기 위하여 먼저 정해진 시간에서의 해의 수렴성을 도시하였다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 무차원 시간 $\bar{t} = 0.01$ 인 경우 시도함수의 수가 증가함에 따라 온도 해가 수렴이 되는 것을 알 수가 있다. Fig. 3과 4에서 보는 바와 같이 무차원 시간 $\bar{t} = 0.1$ 과 $\bar{t} = 10$ 인 경우는 시도함

Table 2 The comparison of the temperatures obtained by the finite difference method and the alternative Green's function solution at $\bar{t}=0.01$.

\bar{x}	FDM	AGFS
0.0	770.0	770.0
0.1	524.9	524.6
0.2	368.2	369.4
0.3	311.6	311.2
0.4	300.9	300.8
0.5	300.9	301.0
0.6	300.0	298.8
0.7	300.5	301.2
0.8	318.4	318.3
0.9	561.4	562.0
1.0	1680.0	1680.0

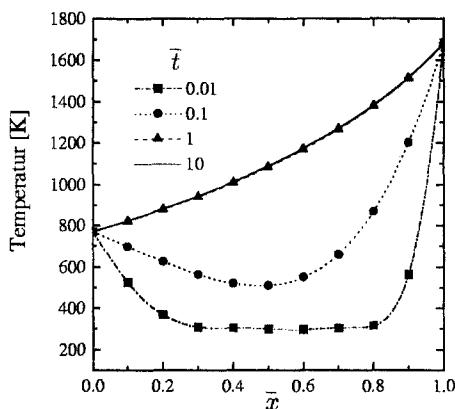


Fig. 5 The temperature variations obtained by alternative Green's function solution.

수의 수에 크게 관계없이 수렴이 되는 것을 볼 수 있다. 이것은 일반적인 Green 함수의 수렴성을 개선시킨 Alternative Green 함수를 사용하여 해의 수렴속도가 크게 증가되었음을 보여준다.

다음은 본 해법의 정확성을 보이기 위해서 Table 2는 Fig. 2에서 가장 좋은 수렴성을 보이고 있는 시도함수 9항을 사용한 AGFS와 Explicit central scheme을 사용한 유한차분법과 수치적으로 비교한 도표이다. 유한차분법에서의 시간간격은 0.00005, 위치간격은 0.01로 하였다.

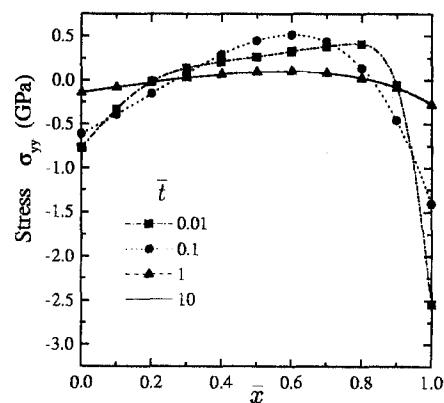


Fig. 6 The stress variations of the plate along the dimensionless location, x versus the dimensionless time, t for the elongation-free and the radius of the curvature-free boundary condition.

도표에서 보는 바와 같이 유한차분법과 Alternative Green 함수 해가 근사함을 알 수 있다. 9개의 시도함수를 사용한 alternative Green 함수 해는 Fig. 5에 나타내었다.

지금까지 구한 온도 해를 가지고 2.4장에서 설명된 응력식을 사용하여 비정상 열응력 해를 얻을 수 있다. 역학적 경계조건이 신장자유, 곡률자유이며 초기시간에는 양끝단에서 압축응력만이 발생하지만 금속과 세라믹이 혼합되어 있는 부분에서는 인장응력이 발생함을 알 수 있다. 그리고 시간이 지남에 따라 응력이 감소되는 것을 알 수가 있다.

5. 결 론

Green 함수를 사용하여 혼합법칙에 의한 Ti-6Al-4V와 ZrO₂로 이루어진 경사기능재료로 만들어진 무한평면을 해석한 결과는 다음과 같다.

(1) 서론에서 언급한 바와 같이 섭동이론이나 Laplace 변환법을 사용하지 않고 적분식만을 이용하여 비정상 온도 분포 및 열응력 분포 해를 유도 할 수 있었다.

(2) 위치에 따른 물성치를 갖는 열응력 완화형 재료인 경사기능재료에 대하여 Green 함수를 사용하여 비정상 온도 분포 해와 역학적 경계조건에 따른 응력 해를 구하는데 해석적인 방법을 제시하였다.

(3) 해석적인 방법을 사용함으로써 온도 및 열응력 해가 시간과 위치의 함수로 결정되므로 원하는

위치와 시간에 대해 수치만 대입하면 원하는 결과를 얻을 수 있다.

(4) 신장자유, 곡률자유인 경우를 생각해 볼 때, 상대적으로 초기시간에 가까운 부분에서, 즉 $0.1 < \bar{t} < 1$ 인 시간에 응력의 급격한 변화가 있음을 알 수 있었다.

후기

본 연구는 1996년도 교육부 학술 연구조성비(기계공학 ME 96-C-03)에 의하여 연구되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Saito, T., Ueda, S., Sakuranaka, N., Wakamatsu, Y., Niino, M., Nomura, T., Yamaoka, I. and Kiyoto, S. I., 1993, "Application of Functionally Gradient Materials to Scramjet Engines," *8th International Symposium on Air Breathing Engines*, Tokyo, Japan, Vol. 1, pp. 662~669.
- (2) Wakamatsu, Saito, T., Ueda, S. and Niino, M., 1993, "Development of a Thermal Shock Evaluation Device for Functionally Gradient Materials for Aerospace Application," *Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Thermal Shock and Thermal Fatigue Behavior of Advanced Ceramics*, pp. 555~565.
- (3) 송준희, 임재규, 1996, "경사기능성 세라믹/금 속 복합재료의 열충격특성에 관한 연구," 대한기계학회논문집(A), 제20권, 제7호, pp. 2134~2140.
- (4) 김연직, 임재규, 1996, "지르코니아/NiCrAlY 계 플라즈마 용사피막의 고온 파괴거동에 관한 연구," 대한기계학회논문집(A), 제20권 제10호, pp. 3234~3342.
- (5) 野田直剛, 遠知章, 1991, "傾斜機能平板の定常熱応力," 日本機械学會論文集, A編, 57卷, 533号, pp. 98~103.
- (6) Obata, Y. and Noda, N., 1994, "Steady Thermal Stresses in a Hollow Circular Cylinder and a Hollow Sphere of a Functionally Gradient Material," *J. of Thermal Stresses*, Vol. 17, pp. 471~487.
- (7) 小畑良洋, 野田直剛, 1993, "傾斜機能平板の非定常熱応力(一次元定常温度場の解板)," 日本機械学會論文集, A編, 59卷, 560号, pp. 208~214.
- (8) Tanigawa, Y., Akai, T., Kawamura, R. and Oka, N., 1996, "Transient Heat Conduction and Thermal Stress Problems of a Nonhomogeneous Plate with Temperature-Dependent Material Properties," *J. of Thermal Stresses*, Vol. 19, pp. 77~102.
- (9) Tanigawa, Y., 1995, "Some Basic Thermoelastic Problems for Nonhomogeneous Structural Materials," *ASME, Appl. Mech. Rev.*, Vol. 48, No. 6, pp. 287~300.
- (10) Beck, J. V., 1984, "Green's Function Solution for Transient Heat Conduction Problems," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, No. 8, pp. 1235~1244.
- (11) Haji-Sheikh, A., 1988, "Heat Diffusion in Heterogeneous Bodies Using Heat-Flux-Conserving Basis Functions," *ASME, J. of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 276~282.
- (12) Haji-Sheikh, A., 1990, "Green's Function Partitioning in Galerkin-Based Integral Solution of the Diffusion Equation," *ASME, J. Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 28~34.
- (13) Choi, D. K., 1994, "A Study on Thermal Characteristics of Fiber-Reinforced Composites by Analytical Method," *한국항공우주학회지*, 제22권, 제6호, pp. 77~85.
- (14) 小畑良洋, 野田直剛, 1993, "傾斜機能平板の非定常熱応力(加熱, 冷却温度条件の非定常熱応力への影響)," 日本機械学會論文集, A編, 59卷, 560号, pp. 215~221.
- (15) 小畑良洋, 野田直剛, 1992, "傾斜機能平板の定常熱応力(力学的境界条件の影響)," 日本機械学會論文集, A編, 58卷, 553号, pp. 159~165.