

〈논 문〉

암시적 방법을 이용한 충전 알고리즘의 개발

임 익 태* · 김 우 승**

(1997년 7월 10일 접수)

Development of an Implicit Filling Algorithm

Ik Tae Im and Woo Seung Kim

Key Words : Mold Filling(주형충전), VOF, Casting(주조), Free Surface(자유표면)

Abstract

The mold filling process has been a central issue in the development of numerical methods to solve the casting processes. A mold filling which is inherently transient free surface fluid flow, is important because the quality of casting highly depends on such phenomenon. Most of the existing numerical schemes to solve mold filling process have severe limitations in time step restrictions or Courant criteria since explicit time integration is used. Therefore, a large computation time is required to analyze casting processes. In this study, the well known SOLA-VOF method has been modified implicitly to simulate the mold filling process. Solutions to example filling problems show that the proposed method is more efficient in computation time than the original SOLA-VOF method.

1. 서 론

최근들어 컴퓨터가 급속히 발달함에 따라 주조과정의 수치적 모델링에 대해 많은 관심이 모아지고 있다. 주조과정의 수치적 모델링에 대한 연구는 상 변화현상, 주조금속의 조성변화, 주형과 주물의 응력등에 대한 모델링을 포함하지만 가장 먼저 해결되어야 하는 것은 주형의 충전과정을 해석하기 위한 자유표면에 대한 추적 알고리즘의 개발이다. 주형의 충전에 대한 모델링은 충전과정에서 발생하는 결함의 예측과 충전초기의 열전달특성의 해석에 필수적이다. 주형의 충전과정의 해석에 사용된 자유표면 추적 알고리즘은 크게 세가지로 나눌 수 있다. 먼저 Lagrangian 방법으로 계산격자(또는 요소)를 자유표면과 항상 일치하도록 변형시키는 방

법으로서 Muttin⁽¹⁾ 등이 이 방법을 사용하여 주조과정을 해석하였다. 그러나 이 방법은 일반적으로 많은 계산시간이 필요하며 주형내부의 충전에 따라 격자가 심한 변형을 일으킬 경우 격자를 재구성해야 하는 번거로움이 있다. 주형내부의 충전과정의 해석에 사용된 두번째 방법은 Marker And Cell (MAC) 기법으로서 주로 Stoehr^(2,3)와 그 공동연구자들에 의해 적용되었다. 이 방법은 고정격자계에 대해서 가상의 입자(marker particle)를 이용해서 유체의 자유표면의 변화를 추적하는 방법이다. 그러나 이 방법은 자유표면에 대한 경계조건의 부여가 까다로우며 무엇보다도 각각의 입자를 추적하는데 많은 계산시간이 필요하다. 주형의 충전과정 해석에 가장 많이 사용된 방법은 VOF (Volume Of Fluid) 방법으로서 계산초기에 미리 나누어진 고정격자계에 대해서 Nichols⁽⁴⁾ 등에 의해서 제안된 유체의 체적분율에 대해 아래 식 (1)과 같은 전달방정식을 풀어서 자유표면을 결정하는 것이다.

*회원, 한양대학교 대학원

**회원, 한양대학교 기계공학과

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0 \quad (1)$$

여기서 \mathbf{u} 는 속도벡터를 나타낸다. Minaie⁽⁵⁾ 등은 사각평면에서 초기의 충전과정을 SOLA-VOF⁽⁴⁾를 이용하여 해석하였으며 이를 이용하여 충전과정에 기인한 전류유동이 고상화 과정에 주는 영향에 대해 연구하였다. Chan⁽⁶⁾ 등은 VOF 방법을 3차원 형상에 대해 적용하면서 수치적확산을 방지하기 위해 van Leer 도식⁽⁷⁾을 사용하였으며 Dhatt⁽⁸⁾ 등은 VOF 법을 유한요소법과 결합하여 충전과정을 해석하였다.

VOF 방법은 유체의 운동방정식과 함께 식 (1)로 주어지는 전달방정식을 푸는 것으로 자유표면을 추적할 수 있으며 기타의 부가적인 기법이 필요없기 때문에 자유표면을 포함한 문제의 해석에 매우 유용하며 효과적인 방법이다. 그러나 유체함수에 대한 전달방정식 (1)은 대류항만으로 이루어져 있으므로 일반적인 차분방법에 의해서는 수치적 확산 현상에 의해 불연속면인 자유표면의 정확한 추적이 불가능하다. 구조과정에 적용된 VOF 방법에서는 정확한 자유표면의 추적을 위해서 두가지 방법이 사용되었는데 Nichols⁽⁴⁾ 등이 이용한 donor-acceptor 방법을 적용한 Stoehr와 Wang⁽⁹⁾ 그리고 신수호와 이우일⁽¹⁰⁾의 예가 있으며 van Leer 도식⁽⁷⁾을 적용한 Chan⁽⁶⁾ 등의 예가 있다. 그러나 위의 두 방법 모두 본질적으로 시간에 대해 현시적 차분방법을 사용하므로 수치계산시 시간증분의 크기가 Courant 조건에 의해 제약을 받는다. 3차원의 복잡한 형상에 대해 해석을 수행할 경우에는 시간증분의 크기의 제약에 따른 많은 계산시간은 큰 문제가 된다. Swaminathan과 Voller⁽¹¹⁾는 시간에 대해 암시적인 VOF 방정식을 이용해 SIMPLER 알고리즘을 적용한 충전 알고리즘을 제안하였으며 매우 큰 Courant 수에 대해서도 비교적 정확한 해를 얻었다. 그들은 알루미늄 휠의 해석에서 곡면을 계단형의 장애물로 모델링하였으나 Mampaey⁽¹²⁾ 등에 의하면 충전해석시 계단형으로 곡면을 처리할 경우 실제와는 매우 다른 결과를 얻게됨을 지적하였다. 계산시간의 절약을 위해 시간증분의 크기의 제약을 피할 수 있는 암시적 VOF 방법의 개발은 매우 필수적이다. 그러나 표면장력, 곡면형상의 처리의 용이성⁽¹³⁾ 등을 고려한 SOLA-VOF에 대한 암시적 방법의 개발에 대한 시도는 없었다. 본 연

구의 목적은 암시적 방법을 이용한 수정된 SOLA-VOF 방법을 개발하여 주형의 충전과정을 해석하는 데 있다.

2. 암시적 충전알고리즘의 개발

2.1 운동량방정식의 풀이

주형의 충전과정에 대한 지배방정식은 직교좌표계에 대해서 텐서형식으로 다음과같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tau_{ij}) + S_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (3)$$

여기서 u_i 와 x_i 는 각각 i 방향의 속도와 좌표계를 나타내며 τ_{ij} 는 속도장의 함수로 주어지는 응력텐서이고 S_i 는 외력항을 나타낸다. 수정된 운동량방정식의 풀이방법을 논의하기에 앞서 기존의 SOLA-VOF⁽⁴⁾에서 사용한 운동량방정식의 풀이방법을 간단히 정리하면 다음과 같다.

(1) 미리 나누어진 고정격자계에서 유체에 의해 점유된 각 격자점에 대해 현시적으로 차분된 운동량방정식을 풀어서 새로운 시간단계의 속도값을 구한다.

(2) 앞에서 구한 속도를 이용하여 압력에 대한 Poisson 형태의 방정식을 이용하여 연속방정식이 만족될 때까지 반복하여 속도와 압력을 수정한다.

(3) 수정된 속도를 이용하여 유체함수 전달방정식을 풀어서 새로운 자유표면의 위치를 결정한다.

(4) 위의 (1)에서 (3)까지의 단계를 시간을 증분시키면서 원하는 시간까지를 해석한다.

본 연구에서 적용한 암시적 운동량방정식의 풀이 방법은 기본적으로는 위의 단계 (1)과 (2)를 암시적 차분법을 이용하여 수행하는 것이다. 그러나 통상적인 암시적 차분방법으로 해석할 경우에는 자유표면에 작용하는 압력의 영향과 같은 수치적 불안정성 때문에 수정된 해를 얻기 힘들다. 따라서 다음과 같은 predictor-corrector 방법을 적용하였다.

(1) predictor 단계

$$\left(\frac{\rho}{\delta t} - A_0\right)u_i^* := H'(u_i^*) - \Delta p^n + S_i + \frac{\rho}{\delta t}u_i^n \quad (4)$$

여기서 상첨자 n 은 전 시간단계의 값을 나타낸다.

(2) 1차 corrector 단계

위의 식 (4)에서 얻어진 속도장 u^* 를 이용해서 새로운 압력장 p^* 를 얻은 후 다음 식을 이용하여 속도를 수정한다. 수정된 속도를 u^{**} 라하면

$$\left(\frac{\rho}{\delta t} - A_0\right)u_i^{**} = H'(u_i^*) - \Delta_i p^* + S_i + \frac{\rho}{\delta t}u_i^n \quad (5)$$

와 같이 쓸 수 있다.

(3) 2차 corrector 단계

첫 번째 corrector 단계와 마찬가지로 식 (5)에서 얻어진 u^{**} 를 이용하여 새로운 압력장 p^{**} 를 구하고 새로운 속도장 u^{***} 를 다음 식과 같이 구한다.

$$\left(\frac{\rho}{\delta t} - A_0\right)u_i^{***} = H'(u_i^{**}) - \Delta_i p^{**} + S_i + \frac{\rho}{\delta t}u_i^n \quad (6)$$

위의 식에서 새로운 압력장은 Poisson 형태의 방정식에서 구할 수 있으며 비압축성 유동에 대해서는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta_i^2 p^{n+1} = \Delta_i H(u_i^{n+1}) + \Delta_i S_i + \frac{\rho}{\delta t} \Delta_i u_i^n \quad (7)$$

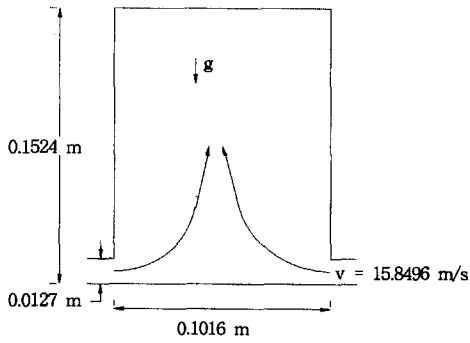
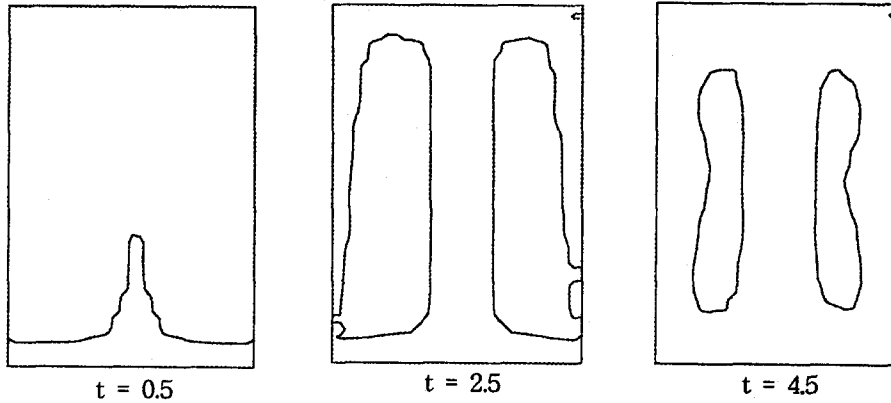
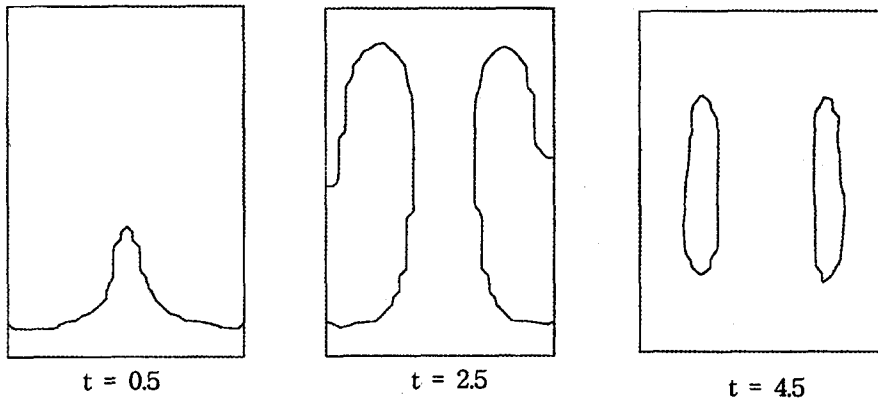


Fig. 1 Problem specification of a thin plate casting.



(a) The explicit donor-acceptor scheme



(b) Proposed implicit scheme

Fig. 2 Prediction of the fluid configuration at intermediate times in the thin plate casting using.

여기서 상첨자 n 은 이전 시간단계에서의 값을 나타낸다. 그리고

$$H'(u_i) = H(u_i) - A_0 u_i \quad (8)$$

이며 A_0 는 차분식 나타나는 대각행렬의 계수를 나타내고 H 는 대류항과 확산항에 대한 공간차분을 의미한다. 그리고 식 (4), (5), (6), (7)에 나타나

는 연산자 Δ 는 $\frac{\partial}{\partial x_i}$ 에 대한 차분식의 표현이다. 본 연구에서 사용한 식 (4)~(8)로 나타난 방법은 기본적으로 Issa⁽¹⁴⁾에 의해 제안된 PISO 법에 의한 것이므로 세밀한 사항은 여기서는 생략한다.

2.2 VOF 방정식의 암시적 풀이

유체분율의 전달방정식 (1)에 대한 암시적인 수치해법은 Swaminathan과 Voller⁽¹¹⁾에 의해 제안되었으며 그 기본개념은 다음과 같다. 만약 관심을 두고있는 제어체적(또는 요소)이 채워지고 있는 상태에서는 ($F < 1$) 제어체적면을 통한 유출이 이루어지지 않으며 관심을 두고 있는 제어체적이 완전히 채워진 후 ($F = 1$) 비로소 유출이 일어난다고 가정하는 것이다. 이러한 가정에 의해 식 (1)은 다음과 같은 식 (9)로 변형되며 자유표면의 추적은 식 (10)과 같은 조건하에서 식 (9)를 암시적으로 푸는 문제로 대체된다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla G = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{만약 } F < 1 \text{ 이면 } G &= 0 \\ F = 1 \text{ 이면 } G &> 0 \end{aligned} \quad (10)$$

식 (9)와 (10)의 풀이방법은 Swaminathan과 Voller⁽¹¹⁾의 문헌에 자세히 나타나 있지만 간략하게 설명하면 다음과 같다. 한 시간증분 동안의 유체의 변화된 형태를 추적하기 위한 계산절차는 먼저 predictor와 corrector 단계를 통해 속도를 구한 후 식 (9)를 통해 새로운 유체의 상태를 계산한다. 새롭게 계산된 유체함수 F 의 값을 이용해서 다시 속도를 계산하는 반복법을 이용하여 속도와 유체함수의 값을 수정하며 반복전후의 계산영역내의 전체 유체의 체적의 변화가 원하는 범위내에 들어오게 되면 수렴된 것으로 간주하여 다음시간 단계로 진행한다. 식 (5), (6)으로 주어지는 1, 2차 수정은 계산에 많은 시간이 필요하므로 본 연구에서는 식 (6)으로 주어지는 2차 수정단계를 계산하

기 전에 1차 수정에서 얻어진 속도장을 이용하여 압력장을 계산하면서 압력의 변화에 의한 속도를 수정하는 방법⁽¹⁾을 사용하였으며, 이때 일정한 반복횟수가 지나도 수렴하지 않으면 비로서 2차 수정을 하도록 하여 계산 효율을 향상시켰다.

3. 적용 예제 및 결과

3.1 수직사각평판의 충전과정

좌우측 하단부의 유입구를 통해 충전되는 얇은 수직사각평판의 주형에 대한 충전문제를 수정된 암시적 SOLA-VOF 방법을 이용하여 해석하였다. 해석대상의 형상과 크기는 Fig. 1과 같으며 입구의 충전속도는 Swaminathan과 Voller가 사용한 조건과 같게하여 충전과정동안 15.8496 m/s로 고정된 값을 사용하였다. 이 문제는 Minaie⁽⁵⁾ 등과 Swaminathan⁽¹¹⁾ 등이 해석하였던 문제와 동일한 것으로 충전되는 액체금속은 알루미늄 합금으로서 뉴턴유체이고 층류유동으로 가정하였다. 계산격자와 알루미늄 합금의 물성치는 Swaminathan⁽¹¹⁾ 등이 사용한 값과 같으며 주형의 높이와 입구속도를 기준으로 한 Reynolds 수는 약 2.42×10^6 이다. Fig. 2의 (a)는 현시적 차분법과 donor-acceptor 도식을 사용한 해석 결과이며 (b)는 본 연구에서 적용한 암시적 차분법을 사용하여 해석한 결과를 나타낸다. 암시적 방법을 사용한 결과는 Courant 수가 1.2일 때의 결과로서 현시적 방법의 결과와 비교해 볼 때 충전유체의 진행선단부가 두껍게 나

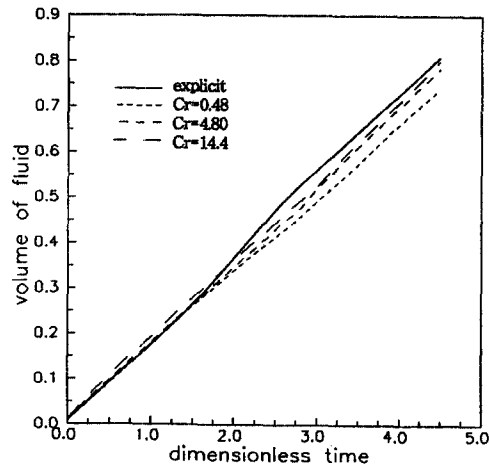


Fig. 3 Fluid volume changes according to the dimensionless time in the thin plate casting.

타나고 있는 점을 제외하면 비교적 충전형태가 일치한다. 충전유체의 진행선단부가 두껍게 나타나는 것은 VOF 방정식의 풀이 방법에서 충전중인 셀은 충전이 끝날 때까지 유출이 일어나지 않는다고 한 것에 기인하는 것과 운동량방정식을 암시적으로 풀이하면서 발생하는 수치적 확산에 의한 것으로 생각된다. Courant수가 증가함에 따라 이 현상이 어느 정도 크게 나타났으나 충전유체의 전체 체적은 손실되지 않고 현시적 방법을 사용한 경우와 거의 일치하였다. Fig. 3은 현시적 방법과 donor-acceptor 도식을 사용하였을 때와 암시적 방법을 사용하였을 때 시간에 따른 주형의 체적에 대한 주형내에 존재하는 유체의 전체 체적의 비를 나타낸다. 암시적 차분법에 의한 해석에서 Courant 수가 14.4인 경우에도 현시적 결과와 거의 일치하는 것을 볼 수

Table 1 Calculation times and number of time steps of the two methods on the thin plate casting.

Method	Courant No.	No. of time steps	Computation times(sec)
Explicit	6.0×10^{-4}	4706	370
	0.48	451	304
Implicit	1.20	181	212
	4.80	46	142
	9.60	24	178
	14.4	16	243

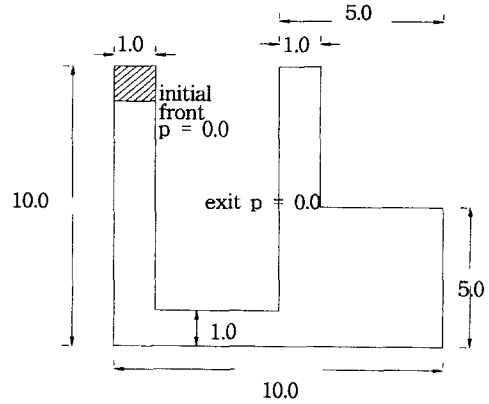
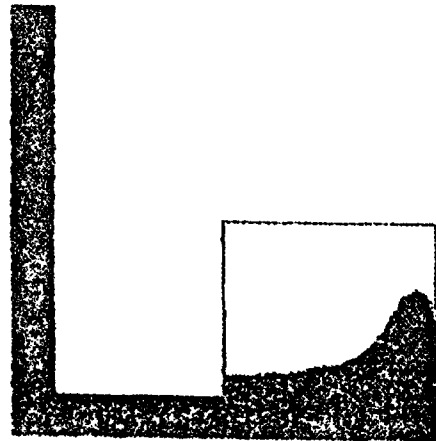
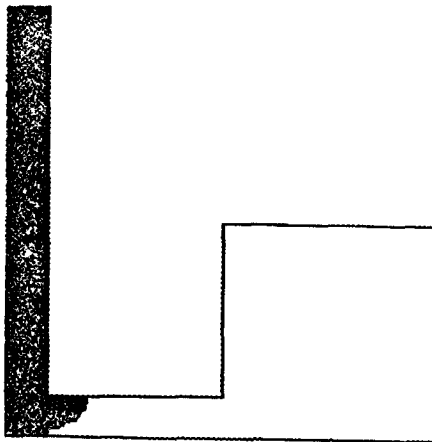


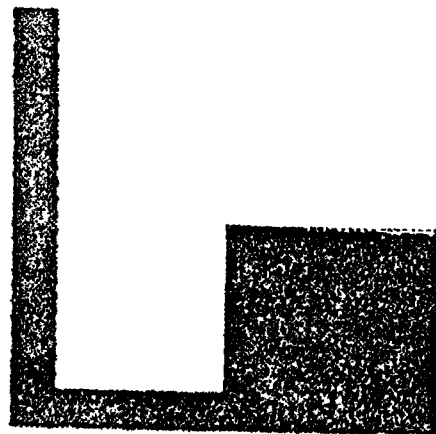
Fig. 4 Schematics of a casting system with a sprue and runner. (unit : cm, $\rho=100 \text{ kg/m}^3$ and $\mu=0.2 \text{ kg/m} \cdot \text{sec}$)



(b) $t=0.3 \text{ sec}$

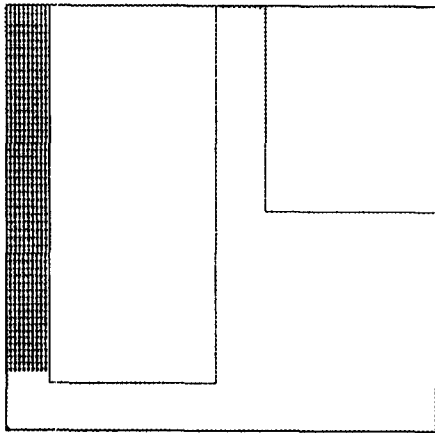


(a) $t=0.12 \text{ sec}$

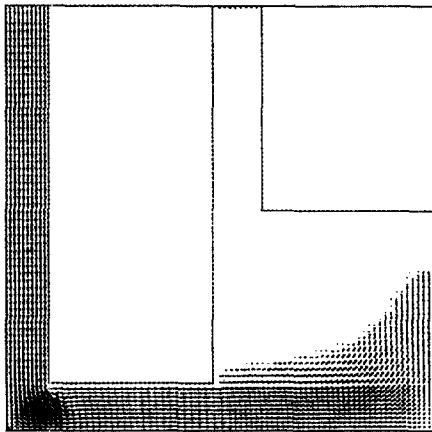


(c) $t=0.6 \text{ sec}$

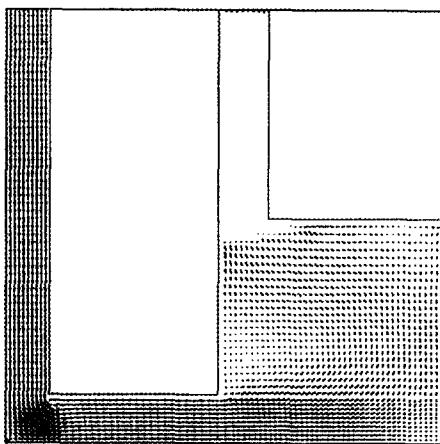
Fig. 5 Predicted front position in the casting system considered by Dhatt et al.⁽⁸⁾



(a) $t=0.12$ sec



(b) $t=0.6$ sec



(c) $t=0.3$ sec

Fig. 6 Prediction of the velocity fields.

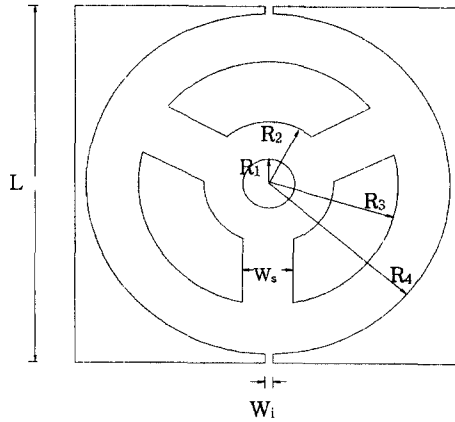


Fig. 7 Problem specification of a three-spoke wheel casting. ($R_1=0.0254$ m, $R_2=0.0635$ m, $R_3=0.1270$ m, $R_4=0.1778$ m, $L=0.1905$ m, $W_1=0.00635$ m and $W_s=0.03175$ m)

있다. Courant 수가 14.4인 경우 무차원 시간증분의 크기는 0.3으로서 현시적 차분법을 사용한 경우의 평균 Courant 수 6.0×10^{-4} 에 해당하는 평균 무차원 시간증분의 크기 10^{-5} 과 비교해 볼 때 본 연구에서 고려한 방법에서 사용한 시간증분의 크기가 매우 큰 것임을 알 수 있으며 이는 실제 주조과정의 해석에서 계산시간을 많이 줄일 수 있다. Table 1에 현시적 방법과 본 연구에서 제안된 암시적 방법에 의한 해석시, 주형내부를 약 80%정도 충전시키는 무차원 시간 4.5까지의 계산시간과 이 무차원 시간에 도달할 때 까지의 총 시간을 단계수를 나타내었다. 해석은 Pentium-133 CPU를 장착한 PC에서 수행하였다. 암시적 방법의 경우 Courant 수의 증가(시간증분의 크기의 증가)에 따라 시간에 대한 반복회수가 크게 감소하였으며 총 계산시간도 줄어들었음을 알 수 있다. 그러나 Courant 수가 4.8보다 큰 경우에는 계산시간이 오히려 증가하는 것을 볼 수 있는데 이것은 큰 시간증분을 사용함에 따라 수렴을 위해 많은 반복회수가 필요하기 때문이다. 그러나 Courant 수가 14.4인 경우에도 현시적 방법에 비해서는 계산시간이 줄어들었음을 볼 수 있다.

3.2 주조 계(system)에 대한 해석

탕도(runner) 등을 포함한 복잡한 주조계에 대해 본 연구에서 제안된 방법을 적용하기 위하여 Fig. 4와 같은 해석대상을 선택하여 충전과정을 해

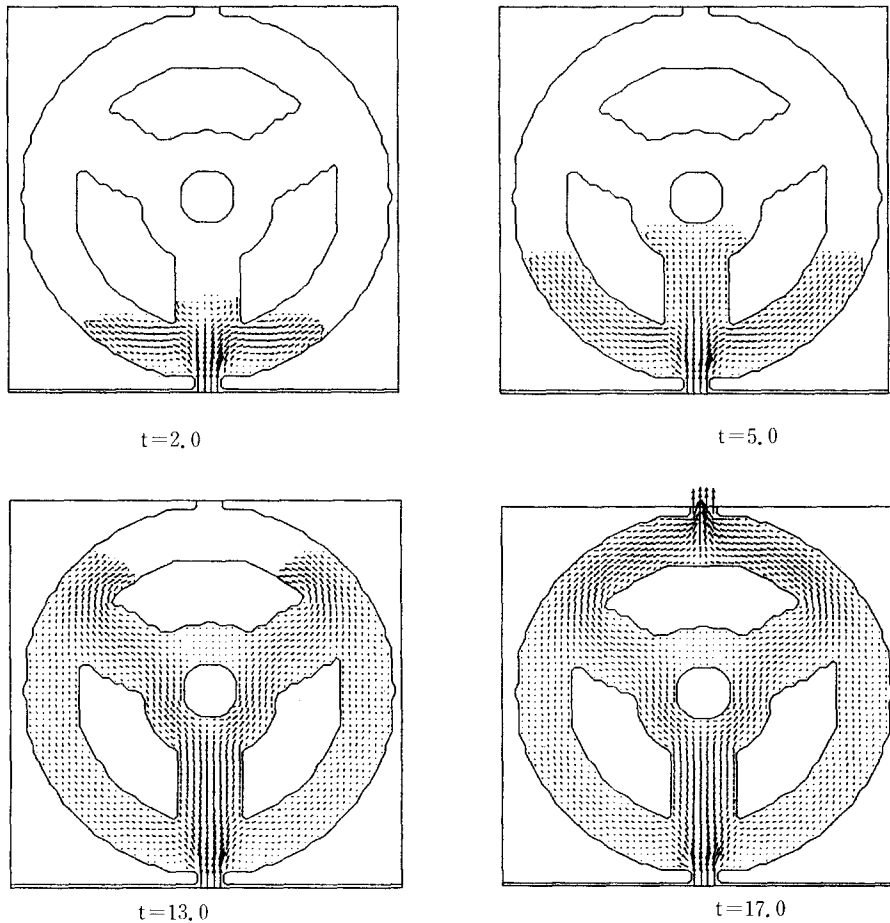


Fig. 8 Filling patterns of the wheel casting with dimensionless time using the proposed implicit method.

석하였다. 좌측 상부에서 중력에 의해 유입된 유체는 아래의 탕도에서 수평방향으로 방향이 바뀐 후 주형내부로 유입된다. Fig. 4에 나타낸 주형에 대해서는 Dhatt⁽⁸⁾ 등이 VOF 방정식을 이용한 유한요소법을 사용하여 해석한 결과가 문헌에 제시되어 있으며 본 연구에서 제안된 암시적 방법을 사용하여 충전결과의 타당성을 비교하였다. Fig. 5의 (a), (b), (c)에 Dhatt⁽⁸⁾ 등의 결과를 나타내었다. 0.12 sec에서 유체는 좌측 하단부에서 수직에서 수평으로 유동방향이 바뀌며(down sprue에서 runner로 유입되기 시작함) 0.3 sec에서는 유입된 유체가 오른쪽 주형의 벽에 부딪혀 오른쪽이 높은 언덕모양을 이루게 된다. 그리고 0.6 sec에 오른쪽 사각형 주형의 대부분이 충전된다. 이와 동일한 시간인 0.12, 0.3, 그리고 0.6 sec에 대한 본 연구의

결과를 Fig. 6의 (a), (b), (c)에 나타내었다. 본 연구의 결과 역시 0.12 sec에서 수직에서 수평방향으로 방향이 바뀌는 부분에 도달하며 0.3 sec에서 주형내부로 유입된 유체가 오른쪽 벽에 부딪혀 왼쪽에 비해 채워진 높이가 높은것을 볼 수 있다. 0.12 sec와 0.3 sec에서 본 연구의 결과가 Dhatt⁽⁸⁾ 등의 결과에 비해 유체의 진행거리가 약간 짧게 나타났다. 0.6 sec에서 오른쪽 사각주형의 대부분을 충전시키는 것은 본 연구의 결과와 Dhatt⁽⁸⁾ 등의 결과와 일치한다. 충전과정에서 발생하는 유체의 진행거리의 차이는 앞에서 언급하였던 암시적 풀이 과정에서 발생하는 수치적 확산에 의한 것으로 판단된다. 대부분의 구조과정에서 주형의 충전은 짧은 시간에 이루어지며 주형내부의 유체의 속도도 빠르다. 따라서 주형의 충전과정은 점성력에 비해

관성력이 지배적인 현상이며 또한 와류의 형성과 소멸에 필요한 시간이 충분히 주어지지 않기 때문에 난류효과를 무시할 수 있다.⁽⁵⁾ 이에 따라 본 연구에서도 난류효과를 고려하지 않았다.

3.3 휠 구조

본 연구에서 제안된 방법의 곡면을 갖는 해석대상이 복잡한 경우에 대한 적용가능성을 알아보기 위해서 Fig. 7과 같은 3개의 스포크를 갖는 휠 구조의 충전 문제를 해석하였다. 하단부의 0.00635 m의 탱구를 통해 충전이 이루어지며 내부의 공기는 충전이 이루어지는 동안 상부의 배출구를 통해 배출되므로 주형내부의 압력의 저항은 없는 것으로 가정하였다. 앞의 평판형 문제와 같은 물성치를 사용하였으며 하단부의 탱구를 통한 충전속도는 시간에 대해 선형적으로 감소시켰다. 휠의 림 부분의 곡면은 좌표에 대해 2차함수를 사용하여 장에물을 형성하여 계단형으로 처리하였을 때 발생할 수 있는 운동량의 손실을 방지 하였다. Fig. 8에 시간에 따른 충전형태를 나타내었다. 초기에 하부의 게이트를 통해 유입된 주조금속이 좌우 대칭을 이루면서 충전이 이루어지며 가운데 스포크가 좌우의 스포크보다 먼저 충전이 이루어 진다. 충전이 완료될 때까지 비교적 좌우대칭이 잘 이루어 짐을 볼 수 있다. 본 연구에서 제안된 암시적 충전 해석방법이 곡면부위를 갖는 복잡한 해석대상에 대해서도 효과적이며 모델링이 가능함을 보여준다.

4. 결 론

자유표면을 포함한 유체유동문제에 많이 응용되어 온 SOLA-VOF⁽⁴⁾ 방법을 시간에 대해 암시적인 차분법을 이용하여 수정하였으며 이를 주조과정에 대해 적용하여 타당한 결과를 얻었다. 단순한 형태의 평판에 대한 주조과정뿐 아니라 탱도를 포함한 복잡한 형태에 대해서도 적용할 수 있었으며 곡면 형상에 대해서도 모델링 할 수 있었다. 제안된 방법은 10이상의 Courant 수까지 시간증분의 크기의 제약이 없으므로 매우 효율적이다. 그러나 Courant 수가 큰 경우에는 수치적 확산의 영향으로 해의 정확도가 감소하며 또한 계산시간도 오히려 증가한다. 따라서 허용 가능한 해의 정확도 범위 안에서 계산시간의 감소를 가져오는 적절한 크기의 시간증분의 사용이 요구된다. 또한 주조과정은 상

변화가 중요한 물리적 현상이므로 본 연구에서 제안된 수치적 방법을 이용하여 유체유동과 함께 열적기동이 해석에 포함된 통합된 모델링에 대한 연구가 필요하다.

후 기

본 연구는 교육부의 1996년도 기계공학 학술연구 조성비 지원(과제번호: ME96-A-15)에 의해 수행되었으며 이에 대해 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Muttin, F., Coupez, T., Bellet, M. and Chenot, J. L., 1993, "Lagrangian Finite-Element Analysis of Time-Dependent Viscous Free-Surface Flow Using an Automatic Remeshing Technique : Application to Metal Casting Flow," *Int. J. for Numer. Methods in Eng.*, Vol. 36, pp. 2001~2015
- (2) Hwang, W. S. and Stoehr, R. A., 1983, "Fluid Flow Modeling for Computer-Aided Design of Castings," *J. of Metals*, Oct., pp. 22~29
- (3) Stoehr, R. A., Wang, C., Hwang, W. S. and Ingerslev, P., 1986, "Modeling the Filling of Complex Foundry Molds," *Modeling and Control of Casting and Welding Process*, Ed. by Kou, S. and Mehrabian, R., pp. 303~313
- (4) Nichols, B. D., Hirt, C. W. and Hotchkiss, R. S., 1980, "SOLA-VOF : A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries," Los Alamos Scientific Report, LA-8355
- (5) Minaie, B., Stelson, K. A. and Voller, V. R., 1991, "Analysis of Flow Patterns and Solidification Phenomena in the Die Casting Process," *J. of Eng. Materials and Technology, Trans. of the ASME*, Vol. 113, pp. 296~302
- (6) Chan, K. S., Pericleous, K. and Cross, M., 1991, "Numerical Simulation of Flows Encountered During Mold Filling," *Appl. Math. Modelling*, Vol. 15, pp. 624~631
- (7) van Leer, B., 1991, "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, IV : A New Approach to Numerical Convection," *J. Comput.*

- Phys.*, Vol. 23, pp. 276
- (8) Dhatt, G., Gao, D. M. and Ben Cheikh, A., 1990, "A Finite Element Simulation of Metal Flow in Moulds," *Int. J. for Numer. Methods in Eng.*, Vol. 30, pp. 821~831
- (9) Stoehr, R. A. and Wang, C., 1991, "Advances in Fluid Flow, Heat Transfer, and Solidification Modeling and Application to Actual Foundry Problems," *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Process V*, Ed. by Rappaz, M., Ozgu, M. R. and Mahin, K. W., pp. 725~732
- (10) 신수호, 이우일, 1996, "단순화된 VOF 방법에 의한 이동자유표면이 존재하는 비압축성 유동의 수치해석," *대한기계학회 추계학술대회논문집 B*, pp. 390~395
- (11) Swaminathan, C. R. and Voller, V. R., 1994, "A Time Implicit Filling Algorithm," *Appl. Math. Modelling*, Vol. 18, pp. 101~108
- (12) Mampaey, F. and Xu, Z. A., 1995, "Simulation and Experimental Validation of Mould Filling," *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Process VII*, Ed. by Cross, M. and Campbell, J., pp. 3~14
- (13) Hirt, C. W. and Sicilian, J. M., 1985, "A Porosity Technique for the Definition of Obstacles in Rectangular Cell Meshes," *Proc. Fourth Int. Conf. Ship. Hydro.*, National Academy of Science, Washington, D. C., Sept.
- (14) Issa, R. A., 1985, "Solution of the Implicitly Discretized Fluid Flow Equations by Operator-Splitting," *J. of Comput. Phys.* Vol. 62, pp. 40~65