

## Mathematica를 활용한 수학 지도\*

허 혜 자\*\*

### 1. 서론

Mathematica는 1988년 Stephen Wolfram에 의해 발표되었고, 여러 학문 분야에서 사용된 컴퓨터에 지대한 영향을 끼쳤다. 개발 초기에는 물리학, 공학, 수학에 주로 영향을 끼쳤으나, 오늘날에는 생물학, 사회과학 등 그 범위가 점차 넓혀지고 있다.

매스매티카의 강력한 계산능력이나 시각화 능력과 같은 것들을 접하면서 수학 지도에 매스매티카를 적극적으로 활용해 보는 방안에 대해 생각해 보게 되었다. 한편, 매스매티카의 막강한 계산 능력이나 즉각적 결과의 제시는 계산의 과정보다는 계산의 결과만을 강조하여 학생들로 하여금 수학에서 배우는 것에 대해 부정적 견해를 심어 줄 수도 있지 않을까 하는 우려도 생겼다. “강력한 계산 도구가 있는데 굳이 이리이러한 것을 배울 필요가 있겠는가?”, “답을 구하였으니 계산 과정은 필요없다”와 같은 생각이 그것이다. 이것은 비단 매스매티카 뿐 아니라 계산기 또는 다른 소프트웨어를 수업에 활용할 때 가지게 되는 물음과 같은 성격

의 것이다. 실제로 우리 주변에서 흔히 볼 수 있는 계산기를 수학 수업에서 활용하는 문제도 그리 간단하지 않다. 어느 연령의 학생들에게 어느 수준에서 계산기의 사용을 허락할 것하며, 계산기의 사용이 학생들의 계산력의 저하를 가져오지 않을까 하는 우려를 하게 된다. 때문에, 소프트웨어를 수업에 활용하기 위해서는 신중한 교수학적 연구가 선행되어야 할 것이다. 실제로, 매스매티카를 사범대학교 1학년<sup>1)</sup> 학생들에게 가르치면서 다음과 같은 점을 생각하게 되었다. 첫째, 예비교사로서 차후에 중등학교에서 매스매티카를 활용할 수 있다는 것이다. 바꾸어 말하면, 중·고등학교 학생들이 매스매티카를 이용한 수업을 받을 수 있다는 것이다. 2차원 및 3차원 그래픽 기능을 이용하여 학생들에게 모형 제시가 용이하고, 복잡한 계산 능력을 활용할 수 있고, 시뮬레이션도 가능하고, 애니메이션 기능을 이용하여 학생들에게 시각적으로 개념을 설명할 수도 있다. 둘째, 수학을 전공하는 학생으로서, 전공수학과 매스매티카의 접목이 가능하기 때문이다. 예를 들어, 미분방정식, 미적분, 프랙탈, 수치해석, 대수 등의 강좌를 매스매티카와 연결하여 공부하는 것이 가능하다.<sup>2)</sup> 셋째, 즉각

\* 본 논문은 관동대학교 연구비 지원에 의한 것임.

\*\* 관동대학교 수학교육과

1) 1988년 관동대학교 수학교육과 1학년 2학기 <컴퓨터와 수학교육 및 연습> 강좌에서 매스매티카 소프트웨어를 수학에 활용하는 것에 대하여 강의를 하였다.

2) 고려대학교 수학과에서는 1991년 이래 Mathematica와 수학의 한 분야를 연계시키는 강의가 열리고 있으며 (김영옥(1994), 홍익대학교 학부 2학년 응용수학시간에 프랙탈이나 성분분석에 관한 것에 Mathematica를 사용하도록 하고 있다(성시영, 윤복식(1995)).

적인 계산 결과의 제시가 우려되었으나, 동일한 문제를 해결할 때는 과정을 중시하면서 복잡한 계산을 매스매티카에 맡길 수도 있고, 그렇게 함으로써 학생들은 이론적인 전개와 개념 이해에 몰두하게 할 수 있다. 예를 들어, 적분을 잘 하지 못하는 학생이 미분방정식을 배울 때 적분부터 다시 배우기에는 어려움이 있다. 이럴 때, 적분은 매스매티카의 결과를 이용하고 미분방정식을 푼다면, 미분방정식의 이해가 훨씬 쉬워질 것이고 선수학습의 결손에서 오는 해를 어느 정도 줄일 수 있을 것이다. 물론 나중에 결손된 적분은 보충해야 할 것이다.

이처럼 매스매티카 강의를 하면서, 매스매티카는 대학생뿐 아니라 중등학교 학생들에게도 수학수업에 활용할 가치가 있는 것으로 생각되었다. 따라서 본 고에서는 매스매티카의 기능을 살펴보고, 매스매티카를 중·고등학교 수업에 활용할 수 있는 방안에 대하여 연구하고자 한다.

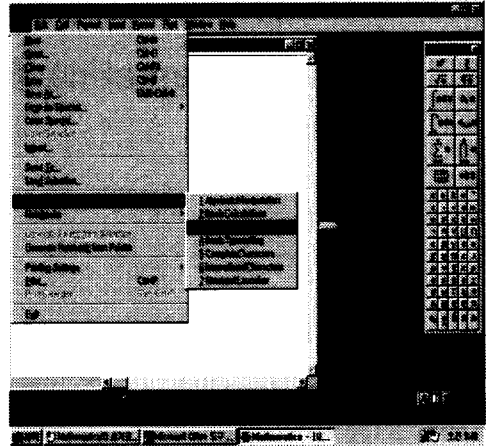
## 2. 매스매티카의 기능

매스매티카는 여러 분야에 광범위하게 사용되고 있기 때문에 그 기능을 다 알수는 없지만, 수학과 관련된 기능들을 중심으로 살펴보고자 한다.

### (1) 계산기의 기능

매스매티카는 일반적인 계산기에서 할 수 있는 사칙연산(+, -, ×, ÷)과 제곱근의 계산 뿐 아니라, 100!이나  $\pi$ 의 근사값 계산 등 복잡한 계산을 할 수 있다.

또한 File-Palettes-3 BasicInput을 클릭하면 그림의 오른쪽과 같은 표가 나오는데 표에 나



오는 지수, 분수, 제곱근, 부정적분, 정적분, 시그마(합), 파이(곱), 행렬의 계산을 할 수 있다.

보통 계산기에서는 숫자만을 계산해주는데 반하여 매스매티카는 문자의 계산까지도 완벽하게 처리함으로써 일반화를 가능하게 해 준다. 예를 들어  $\int x^2 dx$ 를 입력하고 Shift+Enter를 하면,  $\frac{1}{3} x^3$ 이라는 결과가 나온다.

매스매티카에서는 참값의 계산을 원칙으로 하고 있기 때문에, 근사값을 구하고자 하는 경우에는 별도의 명령어가 필요하다. 예를 들어,  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  Shift+Enter를 하면 결과가  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 로 나오는데, 이때  $\sqrt{2} + \sqrt{3}/N$  또는  $N[\sqrt{2} + \sqrt{3}]$  Shift+Enter를 하면 3.14626이라는 근사값을 얻을 수 있다.

### (2) 대수적인 기능

File-Palettes-1 AlgebraicManipulation을 클릭하면 표가 나오는데 그 표에는 Expand[■], Factor[■], Together[■], Apart[■], Cancel[■], Simplify[■] 등의 명령어가 나온다. ■ 부분에 수식을 넣고 Shift+Enter를 하면, 수식의 전개, 인수분해, 통분, 부분분수로 분해하기, 약분하기, 주

어진 식을 간단히 하기를 수행할 수 있다.

[예]  $(a+b)^2$ 을 전개하기

In[1]:=Expand[(a+b)^2] Shift+⏎

Out[1]=  $a^2 + 2ab + b^2$

방정식, 연립방정식, 부정방정식, 미분방정식의 해 구하기 기능도 있다.

[예] 방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 해 구하기

In[1]:=Solve[x^2 + a\*x + b==0,x]

Out[1]=  $\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2}(-a - \sqrt{a^2 - 4b}) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2}(-a + \sqrt{a^2 - 4b}) \right\} \right\}$

[예] 미분방정식  $y'(x)=y(x)$ 의 해 구하기

In[2]:=DSolve[y'[x]==y[x], y[x],x]

Out[2]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow E^x C[1] \right\} \right\}$

### (3) 그래픽의 기능

매스매티카는 점, 선, 다각형 및 원과 같은 기본도형과,  $y=f(x)$ 형태, 매개함수, 음함수, 극좌표 함수 등고선 등의 이차원 그래프, 다면체, 삼차원 곡면, 회전체 등 삼차원 그래프를 그릴 수 있다. 또한 통계에서 사용되는 막대그래프나 파이 그래프도 그릴 수 있다.

그래픽을 할 때 색상, 선의 두께, 점선, 등의 속성을 지정해 줄 수 있고, 그래프에 글씨를 써 넣거나 몇 개의 그래프를 합쳐서 한꺼번에 나타나게 할 수도 있다. 또한 매스매티카에

서 그린 그림을 Bitmap으로 저장하여 이용하거나, window 상에서 복사하기 기능으로 한글 파일에 옮겨올 수도 있어서 수학에서 사용되는 그래프를 보다 쉽게 그릴 수 있다. 그래픽을 할 때 매스매티카 내부에 내장된 함수에서 원하는 결과를 얻을 수 없을 때가 종종 있는데, 이 때에는 패키지 불러오기<sup>3)</sup>를 하여 그래픽을 실행할 수 있다.

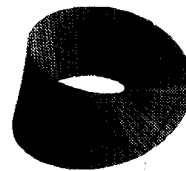
극좌표 함수의 그래프를 그리기 위해서는 <<Graphics'Graphics'⏎ PolarPlot[f[t], {t,tmin, tmax}] Shift+⏎를 하면 된다. 음함수의 경우는 <<Graphics'ImplicitPlot'⏎ ImplicitPlot[f(x,y)==c, {x,xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}] Shift+⏎, 사면체, 팔면체, 20면체 등의 다면체를 그리려면, <<Graphics'Polyhedra'⏎ Show[Polyhedron[다면체의 이름]] Shift+⏎을 하면 된다. 그 외에도 여러 가지 패키지 함수가 있다.

한편, 삼차원 입체도형의 경우, 3D ViewPoint Selector를 이용하면, 입체 도형을 원하는 방향에서 볼 수 있다.<sup>4)</sup>

[예] 뫼비우스의 띠

<<Graphics'Shapes'⏎

Show[Graphics3D[MoebiusStrip[2,1,80]]];Shift+⏎



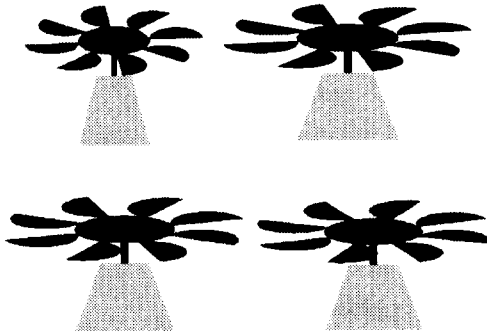
3) 매스매티카 패키지; 특정 분야를 깊이 있게 다루는 사용자를 위해 필요할 때 불러서 사용할 수 있도록 해 놓은 것으로, 매스매티카 패키지가 기본적으로 제공하는 분야는 Algebra, Calculus, Geometry, Graphics, LinearAlgebra, Statistics, NumericalMath, NumberTheory, DiscreteMath가 있다.

4) Plot3D[ ]안에 ViewPoint가 삽입될 곳에 점표(.)를 하고 메뉴에서 Input-3D ViewPoint Selector를 클릭하면 그림이 나오는데 그림의 스크롤 바를 움직여 위치를 정한 다음 Paste 단추를 누르면 된다.

#### (4) 애니메이션의 기능

매스매티카를 이용하면 움직이는 그래프의 표현을 흥미롭게 만들 수 있다.

```
[예] g1=Graphics[{{Hue[0.01], Disk[{0,0},2]},
[Thickness[0.03], Line[{{0,-2}, {0, -5}]}], {Hue[0,2],
Polygon[{{-1,-5}, {-2, -15}, {2, -15}, {1, -5}, {-1,
-5}]}]}];
Show[g1];
Table[Show[g1,Graphics[{{Hue[0.75],Table[Disk[3.5
[Cos[k*Pi/4 + j*Pi/32], Sin[k*Pi/4 + j*Pi/32]], 1.5,
{k*Pi/4 + j*Pi/32, (k+4)*Pi/4 + j*Pi/32}], {k,
1,8}]}], AspectRatio-> Automatic]], {j, 1, 4}];
```



위와 같은 명령어를 치면 그 결과로 4개의 그림을 얻을 수 있다. 이때 하나의 그림을 선택하여 더블 클릭하면 풍차가 돌아가는 것과 같은 애니메이션 효과가 나타나고 화면 하단에는 애니메이션의 속도와 방향을 조절할 수 있는 버튼이 나타나는 것을 볼 수 있다. 이러한 애니메이션 기능을 수학적 개념의 설명에도 응용할 수 있다.

#### (5) 프로그래밍의 기능

매스매티카는 전례없이 유동적<sup>5)</sup>이고 직관적인 프로그래밍 언어이다. 매스매티카는 현대 컴퓨터 과학의 진보적인 프로그래밍 방법들을 포함하고 있으며, 여기에 새로운 아이디어들을 추가하였다. 프로그래밍 패러다임들을 결합하여, 가장 자연스러운 방법으로 모든 프로그램을 쓸 수 있게 하였다. 프로그래밍은 유형별로, 절차적 프로그래밍, 목록 중심의 프로그래밍, 함수적 프로그래밍, 규칙-중심의 프로그래밍, String-중심의 프로그래밍, Object-중심의 프로그래밍 등으로 나누어 볼 수 있다.

#### (6) 노트북의 기능

매스매티카에서는 한 화면에 명령어와 계산 결과를 보여주고, 메모가 가능하며, 크기, 색, 서체 의 지정도 가능하다. 개체 삽입에 의해 다른 프로그램에서 작업을 한 것<sup>6)</sup>을 끼워 넣을 수 있고, 노트북을 파일로 저장하여 필요할 때 다시 쓸 수 있다. 노트북은 자동적으로 셀의 위계가 조직되고, 서문만 볼 수 있도록 셀을 닫을 수 있고, 하이퍼링크의 기능을 사용해서 노트북 간의 연결이 가능하다.

### 3. 수학교육에의 활용

매스매티카는 중·고등학교 수학의 지도와 관련해서도 다양하게 응용될 수 있다. 그 가운데 몇 가지를 소개하고자 한다.

5) 매스매티카는 여러 가지 방법으로 프로그램을 짤 수 있도록 하는 유연성이 있다. 예를 들어 **factorial function**을 정의하는데 다음과 같은 방법들이 있다.

①  $f = \text{Factorial}$  ②  $f[n_]:=n!$  ③  $f[n_]:=n*f[n-1]; f[1]=1$  ④  $f[n_]:=Apply[\text{Times}, \text{Range}[n]]$

⑤  $f[n_]:=Module[\{t=1\}, \text{Do}[t=*i, \{i, n\}]; t]$  ⑥  $f[n_]:=If[n==1, 1, n*f[n-1]]$  등등

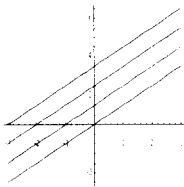
6) 훈민정음, MS-Word, 파워포인트 등

[1] 함수의 그래프

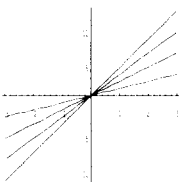
중학교 1, 2, 3학년과 고등학교 공통수학의 함수의 그래프 단원에 나오는 일차함수, 이차함수, 쌍곡선 함수, 지수함수, 로그함수의 그래프를 매스매티카를 활용해서 쉽게 그릴 수 있고, 계수를 변화시킬 때 그래프의 개형이 어떻게 변하는지도 알아볼 수 있다. 여기서는 Plot이라는 명령어를 사용하는데 함수를 일일이 열거하는 방법, Table 명령어를 이용하여 계수만을 바꾸어 주는 방법, 그리고 애니메이션 기능을 사용하여 동적 움직임을 살펴보는 방법을 살펴보자. 첫 번째 방법은 매스매티카에 익숙하지 않은 학생들이 쉽게 이해하고 실행할 수 있을 것으로 생각되고, 두 번째 방법은 명령어 작성은 약간 더 복잡하지만 한번 작성한 명령어에서 함수와 계수만을 바꾸어 줌으로써 쉽게 결과를 알아 볼 수 있어서, 주어진 시간 내에 다양한 변화가 가능하다는 이점이 있다. 세 번째 방법은 애니메이션의 움직임을 통해 학생들의 주의 집중과 흥미를 유발시킬 수 있다.

[방법 1]

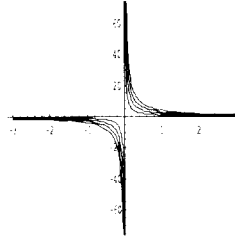
```
In[1]:=Plot[{x,x+1,x+2, x+3}, {x,-3,3}];
```



```
In[2]:=Plot[{x, 2*x, 3*x, 4*x},{x,-3,3}];
```

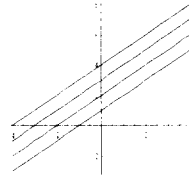


```
In[3]:=Plot[{1/x, 2/x, 3/x, 4/x}, {x,-3,3}];
```



[방법 2]

```
In[1]:=f[x_]:=a*x +b; a=1;
pp=Table[Plot[f[x], {x,-4,4},DisplayFunction->Identity],
{b, 1,4}];
Show[pp, DisplayFunction->$DisplayFunction];
```



위의 명령어의 a, b만을 바꾸자.

```
In[2]:=f[x_]:=a*x +b; b=1;
pp=Table[Plot[f[x], {x,-4,4}, DisplayFunction->Identity],
{a, 1, 4}];
Show[pp, DisplayFunction->$DisplayFunction];
```

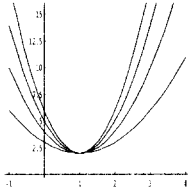


이제 함수를 바꾸어 보자. 일차함수를 이차함수로 바꾸고, 계수 a, p, q의 변화에 따른 그래프의 개형을 알아보자.

```
In[3]:=f[x_]:=a*(x-p)^2 +q; p=1; q=2;
pp=Table[Plot[f[x], {x,-1,4}, DisplayFunction->Identity],
```

{a, 1,4}];

Show[pp, DisplayFunction->\$DisplayFunction];

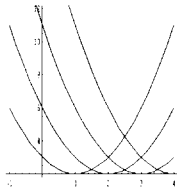


In[4]:=f[x\_]:=a\*(x-p)^2 +q; a=1; q=2;

pp=Table[Plot[f[x], {x,-1,4}, DisplayFunction->Identity],

{p, 1,4}];

Show[pp, DisplayFunction->\$DisplayFunction];

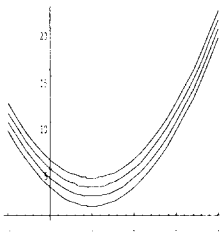


In[5]:=f[x\_]:=a\*(x-p)^2 +q; p=1;a=2;

pp=Table[Plot[f[x], {x,-1,4}, DisplayFunction->Identity],

{q, 1,4}];

Show[pp, DisplayFunction->\$DisplayFunction];



[방법 3]

In[1]:=Animate[Plot[a\*x^2+3, {x, -4, 4}, AspectRatio->Automatic], {a, -2, 2}]

를 입력하면 여러개의 그래프를 얻는데, 그래프 가운데 하나를 더블 클릭하면 그래프들이

연속적으로 움직인다.

### [2] 연립방정식의 이해

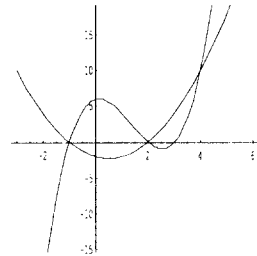
여러개의 함수의 그래프를 한꺼번에 그릴 수 있다는 것을 이용하여 연립방정식의 이해에 도움을 줄수 있다.

### [예] 연립방정식

$$y = x^3 - 4x^2 + x + 6, \quad y = x^2 - x - 2$$

을 풀어라.

In[1]:=Plot[{x^3-4\*x^2+x+6, x^2-x-2}, {x,-3,6}];



In[2]:=NSolve[{y==x^3-4\*x^2+x+6, y==x^2-x-2},{x, y}]

Out[2]:={{y->0.,x->-1.},{y->0.,x->2.},{y->10.,->4.}}

두 번째 결과(Out[2])와 위의 그래프를 비교하여 보면, 두 그래프의 교점이 두 연립방정식의 해가 됨을 알수 있다.

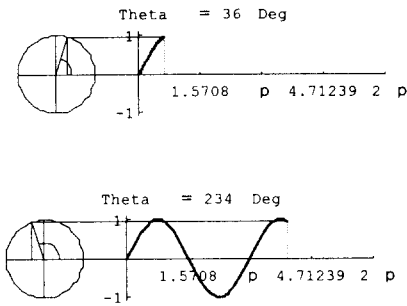
### [3] 삼각함수의 그래프

고등학교 공통수학에 나오는 삼각함수의 그래프에 대한 이해를 돕기 위한 프로그래밍이다(류재구, 1997. pp.540-542). 아래의 프로그래밍은 다소 복잡하여 학생들이 직접해보기 보다는 교사가 미리 프로그램한 결과를 학생들과 살펴보고 나서, 애니메이션을 해보는 것이 좋을 것이다.

```

In[1]:=SinPlot[w_,wt_,opt___]:=
Module[{Ins },
Ins={{Thickness[0.001],Line[{{-Pi+1,1},{-Pi+1,-1}}]},
{Thickness[0.006],
Line[{{-Pi+1,0},{-Pi+1 + Cos[w*wt], Sin[w *wt]}]},
Line[{{-Pi +1+Cos[w wt],0},{-Pi+1+Cos[w wt], Sin[w
wt]}]}},
{Dashing[{0.02, 0.01}], Thickness[0.001],
Line[{{-Pi + 1 + Cos[w wt], Sin[w wt]},{wt,
Sin[w wt]}]},
{Hue[0], Line[{{wt,Sin[w wt]},{wt,0}}]}]}
];
cls={Thickness[0.001],Circle[{-Pi+1,0},1],
Circle[{-Pi+1,0}, 0.4, {0, Mod[w wt, 2 Pi]}]};
Plot[Sin[w t],{t,0,wt}, opt,
PlotStyle->{RGBColor[0,0,1],Thickness[0.006]},
PlotLabel->"Theta =" <> ToString[wt 180/Pi]<>"Deg",
Epilog->{cls,Ins},
Ticks->{{0,0.5 Pi, Pi, 1.5 Pi, 2 Pi}, {-1,0,1}},
AspectRatio-> Automatic,
PlotRange-> {{-Pi, 2 Pi}, {-1.1, 1.1}}];

```



위의 매스매티카 명령어로 단위원과 sin 함수의 그래프를 40개 얻을 수 있다. 여기서는 그 가운데 2개의 그래프만을 소개하였는데 그 그래프를 더블 클릭하면 애니메이션 효과가 생기고, 단위원 속의 삼각형의 높이에 의해서 sin 함수의 그래프를 그릴 수 있다는 것을 보일 수

있다. 아래의 명령어의 일부를 바꾸면 cosin 함수의 그래프도 쉽게 얻을 수 있다.

#### [4] 극한값의 계산

매스매티카에서는 Limit[함수, 변수-> ] 명령에 의해서 바로 답을 얻을 수 있다. 예를 들어, Limit[Sin[x]/x, x->0]라고 입력하면 바로 1이라는 답을 얻을 수 있다. 그러나, 극한의 개념을 보여주기 위하여 0에 매우 가까운 값들을 대입해 봄으로써 극한의 의미에 대해 생각해 보게 할 수 있다.

[예]  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  의  $x=0$ 에서의 수렴성을 조사하고, 그 결과를 그래프로 그리시오.

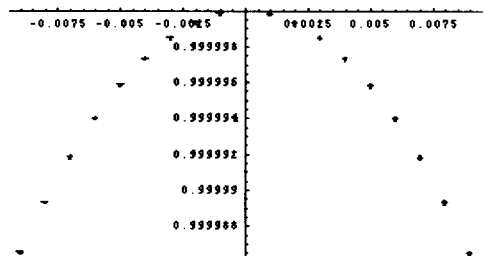
풀이]

```

In[1]:=f[x_]:=Sin[x]/x
right=Table[{x,f[x]},{x,0.009, 0.001, -0.001}]
left=Table[{x,f[x]},{x,-0.009, -0.001, 0.001}]
TableForm[right, TableHeadings->{{},{"x", "f[x]"}}]
TableForm[left, TableHeadings->{{},{"x", "f[x]"}}]
MultipleListPlot[right, left, Axes-> True];

```

x	f[x]	x	f[x]
0.009	0.999987	-0.009	0.999987
0.008	0.999989	-0.008	0.999989
0.007	0.999992	-0.007	0.999992
0.006	0.999994	-0.006	0.999994
0.005	0.999996	-0.005	0.999996
0.004	0.999997	-0.004	0.999997
0.003	0.999999	-0.003	0.999999
0.002	0.999999	-0.002	0.999999
0.001	1.	-0.001	1.



### [5] 구분구적법

[예]  $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$  의 근사값을 구분구적법에 의해서 구하시오.

풀이] 매스매티카에서 빠레트를 이용하여  $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$  라고 치면 Log[2]라는 답을 바로 얻을 수 있다. 구분구적법으로 위 문제를 해결하기 위해서 주어진 구간 [1, 2]를 n 등분해야 하는데, n의 크기가 증가함에 따라 하합(S1)과 상합(S2)의 차이가 줄어들고, 이 값이 어떤 값에 근접함을 알 수 있다.

<n=10인 경우>

```
In[1]:=f[x_]:=1/x;
a=1.0; b=2.0; n=10; h=(b-a)/n;
y[k_]:=f[a+k*h];
S1=Sum[y[k], {k, 0, n-1}]*h
S2=Sum[y[k], {k, 1, n}]*h
```

Out[1]=0.718771

Out[2]=0.668771

<n=1000인 경우>

```
In[1]:=f[x_]:=1/x;
a=1.0; b=2.0; n=1000; h=(b-a)/n;
y[k_]:=f[a+k*h];
S1=Sum[y[k], {k, 0, n-1}]*h
S2=Sum[y[k], {k, 1, n}]*h
```

Out[1]=0.693397

Out[2]=0.692897

<n=10000인 경우>

```
In[1]:=f[x_]:=1/x;
a=1.0; b=2.0; n=10000; h=(b-a)/n;
y[k_]:=f[a+k*h];
S1=Sum[y[k], {k, 0, n-1}]*h
S2=Sum[y[k], {k, 1, n}]*h
```

Out[1]=0.693172

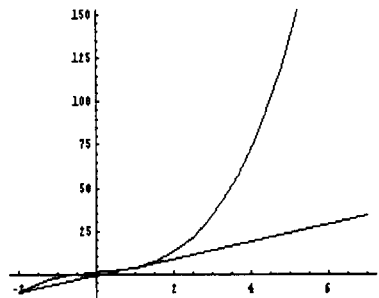
Out[2]=0.693122

n=10, 1000, 10000 인 경우에 상합(S1)과 하합(S2)의 차이가 줄어들고, 상합과 하합이 모두 참값 Log[2] (약 0.693147)에 근사해감을 알 수 있다. 실제로 학생들에게 n의 크기를 더욱 증가 시키도록 함으로써 구분구적법과 정적분의 정의를 이해하는데 도움을 줄 수 있다.

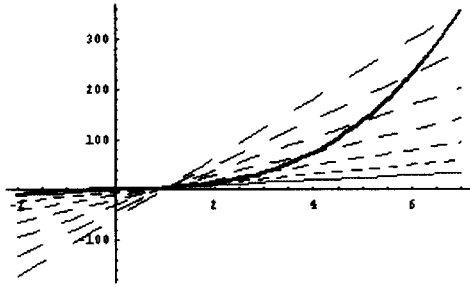
### [6] 함수의 미분값과 접선

[예]  $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 의  $x=1$ 에서의 미분값과 접선에 대하여 알아보자.

```
In[1]:=f[x_]:=x^3 + 2*x + 1
slop[x_]:=D[f[x], x]
slop[1]=slop[x]/. x->1
aa[x_]:=slop[1]*(x-1) + f[1]
g[x_,h_]:= (f[h]-f[1])*(x-1)/(h-1) + f[1];
pic=Table[Plot[g[x,i], {x, -2, 7},
PlotStyle->Dashing[{i*0.01}],
DisplayFunction->Identity], {i, 2,7,1}];
fGraph=Plot[{f[x], aa[x]}, {x,2,7},
PlotStyle->{ Thickness[0.007],
Hue[0.01]}, DisplayFunction-> Identity];
Plot[{f[x], aa[x]}, {x,-2, 7}];
Show[pic, fGraph, DisplayFunction
-> $DisplayFunction]
```







### [7] 공간도형

주어진 두 평면의 방정식이 만나는 부분이 직선을 이룬다는 것을 시각적으로 보여줄 수 있다.

[예] 두 평면의 방정식

$$5x - 3z + 10 = 0, \quad 5x - 2z - 5 = 0 \text{의 교선의}$$

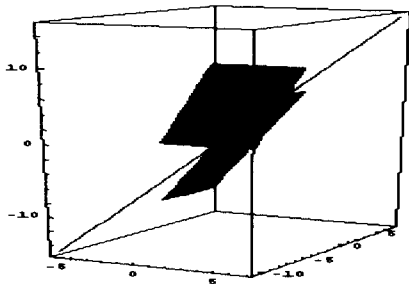
방정식은  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{5}$  임을 보이자

```
In[1]:= Plot3D[(5*y+10)/3, {x, 3, -3},
               {y, -3, 3}]
```

```
In[2]:= Plot3D[(5*x-5)/2, {x,3,-3}, {y,-3, 3}]
```

```
In[3]:= ParametricPlot3D[{2*t + 1, 3*t-2, 5*t},
                          {t, -3, 3}]
```

```
In[4]:= Show[%, %, %, %],
         ViewPoint->{1.550, -2.861, 0.931}]
```



7) 실제 수업에서 매스매티카 명령어와 수학적 풀이를 나란히 보여주기 위해서는, 컴퓨터 모니터를 투사하는 스크린이 칠판을 모두 가리지 않고 반씩 되는 것이 좋다. TV모니터를 이용하는 경우라면 문제가 되지 않는다.

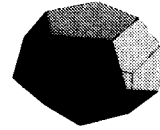
### [8] 정다면체

중학교 1학년 입체도형의 성질에 나오는 정다면체를 보여줄 수 있다. 이때 viewer를 이용하여 다면체의 위치를 변경시켜 주면 학생들이 다면체의 형태를 더 잘 파악할 수 있다.

[예] 12면체

```
<<Graphics`Polyhedra`
```

```
Show[ Polyhedron[ Dodecahedron ]]
```



## 4. 결론

최근 수학교육계에서는 학생들이 수업에 능동적인 참여하는 것과 학생들의 사고력 배양을 강조하면서 기존의 지필 중심의 수업에서의 변화를 요구하고 있다. 다양한 교구를 사용한 다든지, 기술공학을 이용하여 컴퓨터나 계산기 또는 비디오 자료등을 이용하든지, OHP나 실물화상기, 프로젝터를 이용하는 방안이 연구 중이며, 일부는 시행되는 곳도 있다. 또한 수업의 형태도 교사와 학생의 상호작용만을 중시하던 것에서 벗어나 학생과 학생의 상호작용을 중시하는 소집단 학습에 대한 관심이 증대되고 있다.

이러한 시점에서 컴퓨터 소프트웨어를 수업에 활용하고자 하는 의도는 시기적절한 것으로 생각된다. 매스매티카의 도입은 교수 방법과 수학학습에의 변화를 가져올 것이다. 컴퓨터가 칠판대용으로 사용될 수 있다.<sup>7)</sup> 교사는

노트북 기능을 이용하여 미리 작성한 파일을 학생들에게 보여 주고, 그 자리에서 프로그램의 일부를 수정하여 학생들과 함께 돌려볼 수도 있다. PC가 보유한 교실이라면 학생들도 개별적으로 혹은 조를 이루어 교사가 한 것을 따라하거나 재구성해 볼 수 있다.

그러나, 장경윤(1996)이 지적한 것처럼, 소프트웨어의 활용이 학습을 향상시킨다는 보장은 없다. 문제는 컴퓨터의 사용이 학생들의 지식, 이 지식이 구조화되는 방식, 이 지식을 활용하는 학생들의 방식에 어떤 영향을 미치는가 하는 것이다. 앞에서 예를 든 바와 같이, 극한을 구하기 위해서, 매스매티카에서 Limit[ ]라는 명령어 한줄이면 답을 구할 수 있지만, 극한 개념의 의미를 생각하도록 하기 위해서는 여러 줄의 명령어가 필요하다. 이처럼 매스매티카의 활용이 학생들의 학습에 도움이 되도록 하기 위해서는 먼저 교사의 교수학적 연구가 선행되어야 할 것이다. 잘 고안된 매스매티카 수업은 학생들로 하여금 수학적 개념을 관계적으로 이해하도록 도울 수 있다.

실제 수업이 진행되는 교실의 사정을 고려할 때, 이러한 논의 자체가 힘들어질 수도 있다. 소프트웨어를 실습해보기 위해 매스매티카를 활용하는 단원마다 컴퓨터실을 찾아야 되는 번거로움이 있고 여러 반이 동시에 사용할 수 있는 컴퓨터실을 갖추고 있지 못하다는 현실이다. 또한 매스매티카 한글판이 없기 때문에 학생들이 도움말이나 에러 메시지를 읽는데 어려

움을 겪고, 이것이 학생들에게 스트레스로 작용할 수도 있다. 이러한 어려움을 극복하고 수학교육에 매스매티카를 적극적으로 활용하기 위해서는 수학교육에 관계하는 사람들의 관심과 노력이 필요하리라고 생각한다.

## 참고문헌

- 강성주(1998). Mathematica의 소개. 대한수학회 뉴스레터. 61.
- 김영욱(1994). Mathematica를 이용한 수학과 수업의 소개. 수학교육논총. 12. 대한수학회.
- 김영익, 이규봉(1998). 아름다운 수학 Mathematica와 함께. 교우사.
- 류재구(1997). 매스매티카 3.0. 크라운출판사.
- 박영술(1998). 컴퓨터 수학의 활용 (중등교원 일반 연수교재). 관동대학교 사범대학부설 중등교원 연수원.
- 성시영, 윤복식(1995). 수학교육에서의 Mathematica의 활용, 대한수학교육학회 논문집, 5(1). 157-168.
- 이현영, 신순애(1994). 중등교육과정에서의 컴퓨터 활용을 위한 Mathematica의 연구, 대한수학교육학회 논문집, 4(1), 99-107.
- 장경윤(1996), 컴퓨터와 수학, 수학교육, 대한수학교육학회논문집, 6(1).
- Wolfram, S.(1996). *The Mathematica book*, Third Edition. Cambridge Univ. Press.

## Teaching Mathematics using Mathematica

Hye-ja, Heo

Recently, the importance of participating in classes actively and cultivating student's

thinking ability is emphasized in the mathematics education society. Teachers are demanded to change their teaching style centered pencil-and-paper into using the variety instructional aids, such as calculator, video tape, computer, ohp, and projector, etc.

In this paper, we search for the mathematica's function and the method that apply mathematica to the secondary school mathematics. Mathematica has

many functions: calculator, algebra, graphics, animation, programing, notebook.

We find that mathematica can be applied to the graph of function, the understand of simultaneous equations, the graph of trigonometry function, the calculation of limit, the computation of areas as limits, the derivative of a function and tangent line, a solid figure, and others in secondary school mathematics.