大韓數學敎育學會 論文集 第 8 卷 第 2 號
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
Vol. Ⅷ, No.2, 405-423. December 1998

열린수학교육의 방향 탐색

정 영 옥*

1. 서 론

현대 사회는 그 지식의 폭발적 증가로 인해 지식 위주의 교육이 이루어져 왔고, 그 결과 많은 문제점들이 노출되어 왔다. 1980년대 중반의 몇 개의 초등학교에서 비롯된 열린교육 운동이 1990년대에 와서 좀더 본격적으로 연구되고 많은 교육자들에게 호응을 얻고 있는 것은 우리 사회에서 입시 위주의 주입식 교육을 통해 청소년들이 겪고 있는 많은 문제점들을 더 이상은 방치할 수 없다는 데 의견을 같이하고 있기 때문일 것이다. 인간다운 정서를 가진, 자신과 사회에 대한 신뢰감을 가진, 서로 더불어 살 줄 아는, 자신의 일에 긍지와 책임을 가지고 능력을 최대한 발휘할 수 있는 그러한 학생들을 육성하고자 하는 바람에서, 열린교육은 그 열기를 더해 가고 있다.

우리가 지향하고 있는 사회는 아마도 조주연(1996)이 말하듯이 구성원들이 합리적, 창의적으로 사고하고, 자율적으로 주어진 문제를 해결하며, 다른 사람들을 내 자신과 같이 존중하고 그들이 가진 나와의 다른 점을 너그럽게 수용하며, 비록 선의의 개인적 경쟁이 있다고 하더라도 전체적으로 사회의 유지와 발전을 위해 협동하는 삶을 사는 사람들의 사회일 것이다. 다시 말하면 인간에 대한 기본적인 신뢰를 바탕으로 자율성과 다양성을 존중하여 그것들이 마음껏 신장되도록 하는 사회일 것이다. 이러한 사회가 당장 몇 년 내에 우리 앞에 다가서는 것은 아니며 장기적인 안목에서 교육의 방향 전환을 통해 이루어가야 할 것이다. 따라서, 우리는 이제 지식 위주의 교육에서 비롯된 경쟁적이고 자기 자신만을 생각하는 사회에서 협동을 통해 더불어 사는 사회로, 단순한 지식 교육에서 전인교육을 실현하는 사회로 탈바꿈을 해야 할 시기이다.

이러한 관점에서 본다면, 지금까지의 수학교육은 어떤 교과보다도 많은 문제점을 안고 있었다고 말할 수 있다. 첫 번째, 교사 위주의 설명식 수업으로 학생들은 자율적으로 학습하는 것이 아니라 그들이 전달받은 수학적 지식을 자신의 현 수준과는 무관하게 무비판적으로 수용하는 자세를 취해 왔다. 두 번째, 교과서에서 제시하고 있는 대부분의 수학적 내용은 학생들에게 다양성과 창의성을 중시하는 발산적 사고가 아니라 한 가지 관점에서 문제를 해결하고 정답을 추구하는 수렴적 사고를 중시해 왔다. 세 번째, 일제식 수업으로 우리 사회에서 절대적으로 필요한 협동 학습의 기회를 제공해 주지 못하고, 다른 사람의 수학적 사고를 이해하고, 비판하고, 개선할 수 있는 기회를 제공해 주지 못하였다. 네 번째, 수학적 지식의 발생과 발달과정과 학생들이 수학적 지식을 학습하는

* 진주교육대학교

과정에서 이루어지는 사고 과정을 도외시한 채, 수학적 지식의 결과에 치중하였다. 다섯 번째, 수학 교수 학습은 학생의 현실과 수학을 분리시킴으로써 학생들에게 수학의 유용성과 그 의미를 체험할 만한 기회를 제공하지 못하였다. 그 결과 수학은 극히 소수에게만 의미있게 받아들여지며 전인교육에 도움이 되는 것이 아니라 오히려 걸림돌이 되는 교과로 인식되어 왔다. 이제는 이러한 소수를 위한 수학의 모습에서 만인에게 의미 풍부한 수학의 모습으로, 상호 협력을 통하여 자신의 잠재력을 발현할 기회를 제공하는 수학교육을 위한 발걸음을 시작할 때라고 생각한다.

이러한 문제점에 비추어 볼 때, 현재 학교 현장을 중심으로 이루어지고 있는 열린교육의 열풍은 그 의미가 크며, 이미 여러 나라에서의 그 성패와 많은 비판에도 불구하고 열린교육은 수학교육에 관심이 있는 우리에게도 많은 가능성을 제시하고 있다. 그러나, 열린교육에 대한 전반적인 이해가 부족할 뿐만 아니라 열린교육 하에서의 수학교육의 적절한 상은 어떠한 것인지에 대한 논의도 부족한 것으로 생각된다. 따라서, 본고에서는 서론에 이어서 2장에서 열린교육 하에서의 수학교육의 현황의 고찰 및 그 문제점에 대해 논의하고, 3장에서는 내실 있는 변화로서의 열린수학교육의 방향과 목표에 대해 살펴보고, 이러한 의미를 구체화하는 열린수학교육의 원리에 대해 탐색하며, 4장 결론에서는 요약과 더불어 좀더 일반적으로 고려해야할 사항들에 대해 논의하고자 한다.

2. 열린교육에서의 수학교육의 현황

이 장에서는 열린교육의 기원과 의미를 살펴보고 열린교육 하에 이루어지고 있는 수학교육의 현황을 살펴보고 그 문제점에 대해 논하고자 한다.

2.1 열린교육의 기원과 의미

열린교육 운동은 Socrates, Plato, Aristotle, Rabelais, Montaigne, Locke, Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Tolstoy, Froebel, Montessori, Dewey 등의 서양사 전반에 걸친 인본주의자들의 사상을 그 철학적 기반으로, Piaget의 이론을 심리학적 기반으로 하며, 진보주의 교육에서 많은 영감을 받았으나, 단순한 진보주의 교육으로의 복귀운동이라기보다는 그 문제점을 잘 인식하고 보완하고자 하는 보다 개선된 운동이라 할 수 있다(Perrone & Kohl, 1995; 이현남, 1996; 김은산, 1996; 은용기 외, 1998). 이러한 이념이 본격화된 최근의 열린교육은 영국의 비형식적 교육에서 비롯되었다. 영국에서의 비형식적 교육은 1920년대부터 싹트기 시작하였고, 그 중심내용은 아동 중심 교육, 전인교육에 대한 여러 사례를 들면서 전통적 교육에서의 탈피를 호소하고 있는 Hadow 보고서와 이러한 비형식적 교육을 보편화한 Plowden 보고서에 잘 나타나 있다. 이러한 비형식적 교육의 핵심 내용은 초등교육은 아동의 욕구와 흥미, 성장의 양태를 중시하며, 흥미 있는 놀이를 중심으로 학습이 이루어져야 함을 주장한다. 더욱이 아동은 현재를 즐기면서도 장래를 위하여 준비하고, 창조하고, 사랑하며, 역경을 이기는 방법을 터득하고, 책임성을 길러야 하며, 이를 통해 인간 본연의 모습을 갖출 수 있어야 함을 강조한다. 이러한 영국의 비형식적 교육이 미국에 소개되어서, 새로운 교육 개혁을 생각하고 있던 미국에 많은 영향을 미치게 되었다. Plowden 보고서가 출간되기 이전에는 미국의 교육자들은 영

국의 교육에 대해 무관심하였다. 이 당시 미국 교육자들은 1930년대부터 전 미국을 풍미했던 아동 중심의 진보주의 교육이 기초기능의 저하를 가져 왔고, 그 결과 학문 중심 교육과정이 대두했으나 이 역시 도움이 되지 못한 상태에서, 새로운 방향을 모색하고 있었다. 그러던 중, 미국은 1967년 Featherstone이 New Public이라는 잡지에 영국의 비형식적 교육에 대해 기고를 하면서 더 큰 관심을 쏟게 되었고, Silvermann이 '교실의 위기'를 출판하면서 미국은 본격적인 연구를 시작하였다. 열린교육이라는 말은 영국의 비형식적 교육을 미국에 이식하면서 쓰이게 되었다. 이는 비형식적 교육을 지향하면서, 교수활동보다는 학습활동에 치중하고 학생의 역할에 더 많은 자유를 부여하며 교수활동에 대한 새로운 인식 속에서 아동중심의 학습을 시도하는 철학 이념을 수용한 것이라고 볼 수 있다. 이러한 이념이 1970년대 일본에서는 개성화교육으로, 1980년대 우리 나라에서는 열린교육으로 그 흐름이 이어져왔다.

이와 같이 열린교육은 그 기원도 오래되었고, 각 나라마다 나타나는 양태가 다르며, '열린'이라는 말의 모호함 때문에 한 마디로 정의하기는 어렵다. 그러나, Barth, Perrone, Staples, Nyquist, Howes, Stephens, Tunnel, Spodek, Morris, Horwitz, Marshall, Rothenberg 등의 여러 학자들의 노력을 통해 이를 정의하려는 노력이 이루어졌고, 우리 나라에서도 나름대로 열린교육을 정의하기 위한 노력이 이루어져 왔다 (Perrone & Kohl, 1995; 김은산, 1996; 이정선, 1997; Frazier, 1997; Tunnel, 심성보 외 공역, 1998; 김현재, 1993, 1998; 은용기 외, 1998).

이러한 여러 의견들을 종합하면, 열린교육의 목표와 교수학습 내용, 교수학습 방법, 교수학습 집단조직, 교수학습 환경, 인간관계의 측면에서 열린교육의 특성을 다음과 같이 추출할 수 있다. 열린교육의 목표는 Egan(1975, 심성보 외 공역, 1998)이 '아동의 잠재력을 완성하는 것', Plowden 보고서에 '학습자가 생활하게 될 사회에 대하여 준비를 하도록 기회를 제공하고, 학습자의 개인차를 고려한 학습을 계획하여 자율적 사고를 하는 완전한 성인이 되게 하는 것'(김주복, 1994)이라고 제시한 바와 같이 전인교육에 있다고 할 수 있다. 즉, 아동을 사회적 참여에 대한 적절한 준비와 현실에 대한 탐구를 하도록 고차원적 사고를 육성하고 전인적 인간을 양성하며 자아실현을 할 수 있도록 돕는 것이다.

열린교육의 특성으로는 첫째, 교수학습 내용 면에서 열린교육은 유연한 교육과정을 중시한다. 이러한 의미에서 열린교육에서는 통합교과[1]가 중심이 되어 있고, 아동에게 그들의 흥미에 적절한 선택권이 부여된다. 둘째, 교수학습 방법 면에서 열린교육은 지식은 교사에 의해서 전달될 수 없으며, 학생이 지식의 중요성과 관련성을 파악하여 자신의 것으로 만들 때, 비로소 학생의 지식이 된다는 능동적인 학습원리에 의한 개별화 수업을 중시한다. 즉, 교사의 직접적인 지시와 설명에 의한 수업보다는 학습자의 흥미를 고려하여 교사의 도움 하에 어린이 스스로가 문제를 발견하고 탐구 해결하도록 인도하고 있다. 이러한 관점에서 열린교육은 내용이나 결과보다는 과정을 중시하며, 학생들이 어떻게 학습하게 하는가에 초점을 두는 과제중심이나 문제 중심의 학습이 이루어진다. 셋째, 교수학습 집단 조직에서 열린교육은 다

1) 이러한 관점을 바탕으로 최근 운현 초등학교에서는 주제를 중심으로 하는 프로젝트 접근법을 채택하여 교사가 간 학문적 또는 탈 학문적 성격을 가진 주제 또는 문제를 중심으로 전체 교과의 교육내용을 통합하고 통합적 활동이 전개될 수 있도록 통합교육과정을 개발하여 주제중심 통합교육과정을 개발 실시하고 있다.

양한 학습 집단과 다양한 수업 형태를 중시한다. 학습 집단은 항상 유동적이며, 필요에 따라 개인 학습, 소집단 학습, 중집단 학습, 대집단 학습이 변화 있게 이루어지며, 다양한 수업 형태를 중시하는바, 열린교육에서 흔히 사용되고 있는 교수학습 형태로 개별학습, 코너학습, 토픽학습, 프로젝트 학습, 협동학습, 역할놀이 학습, 창의성 학습모델을 들 수 있다(은용기 외, 1998; 김현재, 1998). 넷째, 열린교육은 다양한 교수학습 환경을 중시한다. 열린교육에서는 아동의 환경, 경험, 관심에 있어서의 개인차를 인정하고 아동 각자의 개성의 신장을 위해, 교육적이면서도 흥미로운 많은 활동을 수행할 수 있도록 풍부한 환경을 조성하려고 노력한다. 이 때 풍부한 환경이란 다양한 학습공간과 다양한 학습자료를 의미한다. 이러한 풍부한 환경의 이점으로는 동기유발, 잠재능력의 개발, 학습기능의 성장, 상호작용의 증가, 경험의 통합 등을 들 수 있다. 이와 같이, 다양한 학습환경을 중시하는 것은 살아 숨쉬는 공간에서 자연스럽게 자신들의 사고를 확장시켜 나갈 수 있도록 돕기 위한 것이다. 다섯째, 열린교육은 인간관계에 있어서 상호신뢰를 바탕으로 협동적인 상호작용을 중시한다. 열린교육에서 무엇보다도 중요한 것은 아동들에 대한 신뢰를 바탕으로 그 잠재가능성을 열어주는 것이라 할 수 있다. 이러한 신뢰감에 대한 중요성을 Vandenberg는 "교사가 학습자에게 무조건적인 신뢰감을 보이지 않는다면, 학습자는 스스로를 신뢰할 만하다고 느끼지도 않고, 교사를 신뢰할 수도 없을 것이다. 학습자에 대한 교사의 지향성이 끝없는 교육적 애정 안에 포함되어 있지 않다면, 학습자는 교사가 교사의 현존에 끌어들일 세계에 열린 채로 확장할 수 없을 것이고, 그 세계를 탐험하길 원하고 그 세계가 자신을 향해 열기를 허용할 만큼 그 세계를 충분히 신뢰할 수 없을 것이다"(Vandenberg, 1975, 심성보 외 공역, 1998, p.88)라고 표현한다. 이러한 신뢰감을 바탕으로 교사와 학습자가 자기 자신과 서로를 향해 그리고 이 세상을 향해 열릴 때, 이것이 바로 열린교육이라고 할 것이다. 이러한 분위기 속에서 교사와 아동간의 대화 및 상호작용이 중시되어야 하고 학생은 자율적으로 탐구하고자 하는 열린 마음을 가지고, 교사 자신도 문제를 함께 해결하고, 마음의 문을 열고 항상 새로운 것을 배우려는 열린 마음을 가지는 것이 중요하다.

이와 같은 특징들을 종합하면, 열린교육은 학생들에 대한 신뢰와 존중을 바탕으로 학생들의 개인차를 인정하고, 다양하고 융통성 있는 교육적 환경 속에서 학생들에게 선택의 자유와 개별화를 허용하며, 교사와 아동간의 협동적인 상호작용을 통해 스스로 학습할 수 있는 방법을 터득하도록 유도하며, 자율적이고 창의적인 인간을 육성하는 전인교육을 추구하는 교육이라고 할 수 있다.

2.2 열린교육에서의 수학교육의 현황

열린교육 이념 하에 우리 나라에서 시행되고 있는 수학수업의 특징은 정해진 수학 교육과정의 틀을 유지하면서 다양한 학습자료를 이용하고, 교사의 설명식 위주의 수업 형태에서 탈피하여 다양한 수업 형태를 고려하는 데 주로 초점을 맞추고 있다(이남봉, 1993; 김주복, 1994; 은용기 외, 1998; 임재훈, 1998). 수학과 수업 형태를 보면 주로 개인차에 해당되는 학습모델[2]로 일반적으로 개별화 수업모델과 자율

2) 박성방(1993)은 개인차에 대응하는 열린교육의 학습모델로 학습도달도별 모델, 학습속도 모델, 학습적성 모델, 흥미관심 모델, 자유진도 모델, 복합학습 모델 등을 요약하여 제시하고 있다.

적 학습모델과 자유진도 학습모델로 구분할 수 있다. 개별화 수업을 적합하게 생각하는 이유는 수학이라는 교과의 계열성과 위계성이 비교적 뚜렷하고, 학습자간의 능력의 차이가 두드러지기 때문에 자기의 속도에 맞게 학습해 가는 것이 효율적이라고 생각하기 때문이다. 이러한 개별화 학습의 전개는 여러 부분으로 나누어져 있는데, 거의 공통적으로 처음에는 교사가 원리나 개념을 설명하는 일, 학습하는 요령을 전달하고 학생들에게 숙지시키는 일, 때로는 약간의 소집단 활동이 이루어지기는 하지만, 대부분 그 이후에는 학생들은 진단 평가지를 풀고 교사의 확인을 받은 후 개별적으로 대부분 자기 평가지를 하는 일, 일부 학생들은 보충 수업을 받거나, 그 외 학생들은 상, 중, 하로 구분된 심화 학습지 또는 선택 학습지를 하는 일 등이다. 자율적 학습모델은 아동이 자신의 흥미에 맞는 것을 선택하여 학습하는 것을 말하여, 자유진도 학습모델이란 오름길 학습 등과 같이 자기 학습속도에 맞추어 나가는 무학년제 개별 프로그램을 그 예로 들 수 있다. 그 외에도 여러 명의 교사가 한 팀이 되어 공동 연구하고 가르치는 팀티칭의 수업형태와 시간 단위를 40분에서 80분으로 하는 블록제의 융통성 있는 교육과정을 운영하기도 한다. 또한 다양한 학습환경으로서 코너학습 등이 주로 이루어지고 있다. 교과 내용의 측면에서는 주제중심 통합과정을 운영하는 학교도 있지만, 대부분은 수학 자체의 내용을 그대로 또는 다른 교과와의 병행학습을 실시하는 경우도 있다. 반면, 수학과에서 사용하고 있는 다양한 학습 자료로는 적극적인 조작 활동 및 관찰이 이루어질 수 있도록 여러 종류의 구체물을 중요시하며, 단순히 식과 답을 구하기보다는 아동의 흥미와 호기심을 끌 수 있고 적극적인 참여를 유도할 수 있는 재미있는 응용문제 카드, 게임, 놀이 등을 제공하고 있다.

이상의 내용을 종합하면, 열린교육 하에서 이루어지고 있는 수학교육은 수업방식이나 자료 면에서 많은 변화를 시도하고 있다. 그러나, 이용숙(1993)이 지적한 바와 같이, 발견학습이나 다양하고 창의적인 생각이 충분히 고려되지 않고 있으며, 겉으로 드러난 열린교육에서의 수학교육의 모습은 학습 환경, 수업의 형태, 학습자료의 다양성 등과 같은 외적인 변화에 중점을 두는 것으로 생각된다. 이와 같은 외적인 변화는 그 나름대로 지금까지의 획일적인 교육에서 탈피하려는 노력의 일환으로서 긍정적이고 바람직하다. 그러나, 이러한 변화는 열린교육의 의미를 충분히 구현하지 못하고 있는바, 이러한 외적 열림의 단계보다 한 단계 더 나아가서 수학의 본질을 고려한 내적 열림의 단계가 이루어져야 열린교육이 보다 내실을 기할 수 있을 것이라고 생각한다.

3. 열린수학교육의 방향

이 장에서는 열린교육의 이념을 구현하는 내적 변화로서의 열린수학교육의 방향 탐색을 위해서 열린수학교육의 목표와 이를 구체화하는 열린수학교육의 원리들을 추출하고자 한다.

3.1 열린수학교육의 목표

열린교육의 목표를 잠재력의 완성을 통한 전인교육에 있다고 할 때, 수학교육이 이러한 목표에 공헌할 수 있는 길은 무엇보다도 학생들의 수학적 잠재력을 신장시키는 일일 것이다. 이를 위해 모든 사람을 위한 강력한 수학적 기초, 즉 그들이 주변의 세상을 이해할 수 있고, 민주시민으로서의 가치 있는 공헌을 하

며, 사회적인 생활을 하기 위한 기본적인 수학을 이해하는 것과 동시에 모든 사람들이 자신이 가진 최대한의 수학적 잠재력과 능력을 신장시킬 수 있는 수학교육이 이루어져야 한다. 이러한 점에서 우리는 더 많은 아동들을 품을 수 있는 만인을 위한 열린수학교육의 필요성을 인식해야 한다.

Peters(1975, 심성보 외 공역, 1998)는 학문이란 인간이 합리적 사고의 요구들을 인식하고, 다양한 삶의 측면들을 체계적으로 조사하고 평가하려는 의지에서 생겨난 체계들이라고 보고, 이러한 삶의 차원을 무시하고, 전세대의 노력을 보여 주는 지식체를 단순하게 전달되어야하는 정보로 소개하는 교육을 인간의 영혼을 질식시키는 교육이라고 비판하고 있다. 결국, 교육에서 중요한 것은 단순한 지식체의 전달이 아니라 학생들에게 전세대의 경험을 열어 주고, 학생들 스스로 그것을 탐색할 수 있는 도구를 제공해 주는 데 있다는 뜻일 것이다. 마찬가지로, 수학이란 학문 또한 우리의 현실 세계를 보다 체계적으로 연구하고자 하는데서 출발해서 수준의 비약을 거쳐 고도로 추상화된 체계이다. 인간의 무한한 상상력과 탐구에 의해 발명되어 나오며 그 특유의 방식으로 확실성을 획득해 온 학문이 수학인 것이다. 그러나, 이러한 체계로서의 수학을 학생들에게 제시할 때, 우리는 두 가지 중 한 가지를 선택해야 하는 상황에 직면하게 된다. 즉, Howson(1991)이 말한 것처럼 수학을 놀라운 상호관련성을 가진 추상적인 결과적 지식체로서의 기성수학으로 제시할 것인지 아니면 추측하고, 증명하고, 일반화하고, 모델화하고, 적용하고, 정의하는 등의 참여자의 능력에 의존되는 과정적 지식으로서의 실행수학으로 제시할 것인지에 대한 결정이 필요하다는 것이다. 지금까지의 수학교육은 수학이라고 하는 학문을 단지 이미 체계화되어 있는 지식이라고 보는 관점 하에 교사는 수학적 지식을 전달하기에 급급하고, 학생들도 수학을 단지 받아들이는 데만 급급해 온 것이 사실이다. 그러나, 수학은 처음부터 그렇게 확실하고 세련된 논리적 사고 체계로서 존재해 온 것이 아니라 현실에서 발생된 수학이 오랜 세월을 거쳐 인간의 정신적 활동에 의한 수준의 비약을 통해 지금까지 집대성되어 온 것이다. 따라서, 학생들에게 결과적 지식을 단지 소개해 주는 것이 아니라 그 길에 이르는 과정을 어느 정도 경험시켜주면서, 자신에게 적절한 그리고 여타의 경험과 통합되어 있는 수학 세계를 구축해 나갈 수 있도록 해주는 것이 중요한 일일 것이다. 겉으로는 하나의 결과적 지식으로 보일 수 있지만 각자에게 다양한 의미를 줄 수 있는 세계를 구축함으로써, 자신의 일상적인 모든 경험과 어우러진 수학이 되어야 그것이 전인교육에 도움이 되는 수학교육의 모습일 것이다. 이에 대해 Freudenthal(1973)은 사람들이 수학적 내용을 능동적으로 형성함으로써 더 잘 학습하는지 아니면 기성수학의 내용을 수동적으로 받아들임으로써 더 잘 학습하는지는 단정할 수 없고 그것은 그 내용에 따라 다르지만, 수업은 젊은이들이 문화 유산을 그들 자신의 활동에 의해 획득할 기회를 제공해야 하며, 그들은 그 자신감이 학습과정에서의 그들의 역할을 확장시킨다는 것을 학습해야 한다는 사실을 간과해서는 안 된다고 주장한다. 또한 Freudenthal(1971)은 수학자들은 수학적 활동의 결과를 잘 조직화된 형태로 제시하기를 좋아하는데 그런 상태에서는 그것들을 창조한 활동에 대한 발자취를 거의 추적할 수 없음을 강조하고, 수학적 활동의 결과들을 제시하여 수학을 가르치는 방식에 대하여 비판한다. 이는 학생들에게 수학을 수학적 활동으로서 경험할 기회를 빼앗는 것이다. Fischer 또한 수학적 이

론이 현실과 주체로부터 완전히 분리되어 있는 상태를 닫힌 수학이라고 표현하고 열린 수학의 교육을 주장한다. 즉, 새로운 수학 내용을 학습하는 과정에서 주체의 참여와 수학적 개념이 발생될 때 개재되는 현실을 고려해야 함을 강조하는 것이다. 수학자들의 마음속에는 닫힌 수학의 이면에 있는 어떤 암묵적인 아이디어가 보이지만, 형식화된 수학은 이런 아이디어를 나타내주지 못한다. 수학적 사고의 배경을 이해하지 못한다면 학생들은 수학의 기호 이면에 있는 관계를 이해하기 어렵다는 것이다. 따라서, 형식화된 수학을 발생상태에 있는 수학의 과정으로 되돌려 놓는 것이 중요하며, 이 과정에서 여러 가지 가능성을 산출하며, 수학이 현실을 구조화하는 수단으로서의 성격을 재획득하게 된다는 것이다(Kapadia & Borovcnic, 1991). 지식을 소유한다는 것은 소유한 상태가 아니라 소유해 나가는 연속적인 활동이며, 교육은 아동들의 손과 머리를 미리 완성된 산물들로 채우는 것이 아니라 이러한 과정을 안내하는 것이다. 따라서, 우리는 수학교육에서 그 발생과정을 열어야하고, 학생들의 다른 경험과의 관계를 더 열어야한다. 학생들의 현실과 밀접한 관계를 맺으면서 체계적인 수학적 지식을 적절한 안내에 따라 스스로 재창조 또는 창조해 나가도록 할 수 있어야 한다. 이것이야말로 아동의 수학적 잠재성을 열고 더욱 넓은 수학적 세계로 열어나갈 수 있도록 하는 것일 것이다. 결국 이러한 관점은 모두 수학을 인간의 활동으로 보고, 학생들에게 활동으로서의 수학을 경험시키고자 하는 것이다.

한편, 우리의 수학 교육 현실은 그것이 언젠가는 유용할 것이라는 막연한 믿음 속에 현재의 지식 습득에 열중하고 있다. 그러나, 학교 시절은 단지 준비기간으로서만이 아니라 그 자체로 존중되어야 한다. 이에 대해 Boaler(1998)는 학생들이 많은 수학을 아는 것이 중요하다기보다는 자신이 알고 있는 수학을 사용하는 것이 중요하며, 이렇게 하기 위해서는 여러 가지 상황들을 지각하고 해석하며, 그것으로부터 의미를 개발하고자 하는 의지와 능력, 적절한 절차들이 선택될 수 있도록 그 절차들을 충분히 이해하는 것, 학생들이 새로운 상황들에 적합하도록 절차들을 변형하고 변화시킬 수 있게 하는 자신감이 중요하다고 주장한다. 그러나, 지금까지의 수학 수업은 이러한 기회를 주지 못했는데, 그 이유는 수업에서 다루는 문제들은 한 가지 절차나 방법을 설명한 후에 따라나오는 것이 보통이며, 학생들에게는 어떤 방법을 사용해야하는지를 결정할 기회를 남겨두지 않기 때문이다. 이런 상황에서 학생들은 교과서 이외의 상황에 수학을 사용하기 어려운 내성적, 절차적 지식을 발달시킬 뿐이다. 결국, 아동의 삶에 어떤 의미도 줄 수 없는 화석화된 수학을 경험할 뿐이다. 열린교육에서 실시되어야 할 수학수업은 아동들에게 다양한 학습자료를 통해 흥미를 불러일으킴과 동시에 나름대로 수학적 지식을 찾아나가는 길을 열어주며 그것을 자신의 현실 세계와 다른 학문에 적용해 보는 일일 것이다. 이를 통해 수학의 유용성을 자신의 생활 속에서 체험할 수 있어야 한다.

요약하면, 열린교육이 추구하는 교육의 목표가 모든 인간의 잠재력을 완성하는 전인교육에 있다면, 수학교육의 목표는 만인을 위한 견지에서 단편적인 지식의 전달이 아니라 수학을 재창조하고 응용하는 경험을 통해서 수학의 유용성을 인식하고 수학을 학습자의 인격으로 통합하고 수학적 안목을 기르는 것이며, 문화를 전수 받는 데서 그치지 않고 자신들의 문화를 재창조하고 더 나아가서 창조할 수 있는 인간을 육성하는 일이다. 결국, 수학교육에서 중요한 것은 아마도 아동의 수학적 사

고 자체를 열어주려는 마음가짐일 것이다. 그러나, 지금까지의 열린교육이 한편 생각하면 외적인 변화, 즉 공간의 변환, 집단의 변화, 학습환경의 변화 등에 치우쳐 왔던 것 같다. 이제는 이런 외적 변화와 아울러 수학 자체에 대해 좀더 새로운 시각으로 접근해야 할 때가 온 것 같다. 수학은 하나의 과정이며 인간의 활동이라는 관점이다. 따라서, 수학적 지식에 이르는 다양한 수학적 사고 과정 또는 수학적 활동을 중요시해야 하며, 그러한 사고 활동이 하나의 태도로서 정착되어야 할 것이다. 그러나, 이러한 측면이 사실상 열린교육의 열림의 대상에서 제외되어 왔던 것 같다. 아동의 잠재적인 능력에 대한 신뢰를 바탕으로 그들 나름대로의 탐구를 통해 자신에게 의미 있는 수학 세계를 구축해 나갈 수 있도록 돕는 것이야말로 열린수학교육의 참 의미라고 볼 수 있다.

1980년대 이후 수학교육에서는 이러한 생각을 바탕으로, '문제 해결'을 강조하고 있으며, 그 이후 수학적 추론능력, 의사소통능력, 비판적 사고 등의 '고차적 사고'의 신장이 수학교육계의 주된 관심사가 되었다. 그러나, 아직 우리 나라의 수학교육의 현실은 이러한 움직임에 신속하게 대처하지 못하고 있는 실정이다. 미국에서의 열린교육은 어떤 면에서 보면 실패로 끝나고 단지 하나의 이상적인 교육 모델로 남아있다고 생각될지 모르지만, 실제로는 그 반대로 생각할 수 있다. 즉, 미국에서는 이제는 열린교육이라는 구호를 외치지 않아도 이미 학생 중심의 수업으로 열린교육의 이념을 적극적으로 실행하고 있는 모습으로 정착되었다는 것이다. 이와 관련해서 이미 NCTM(1989)이 1990년대의 수학교육의 방향을 제시하고 있으며, 지금 영국, 호주, 일본 등 여러 국가에서 수학에서의 열린 접근을 시도하고 있다. 이를 여러 국가에서는 이미 오래 전부터 수학을 열어보려는 수학교육자들과 수학교사들의 공동연구의 노력이 있어 왔고, 이러한 노력의 결실이 그 모습을 드러내고 있다. 우리는 이제 그 문을 향해서 걸어가고 있는 것이며, 이러한 보다 더 넓은 세계로 아동을 안내하는데 우리는 이제 시작일 뿐이다.

3.2 열린수학교육의 방향

수학교육에서의 열림의 의미는 여러 가지로 해석할 수 있다. 그러나 앞 절에서 살펴본 바와 같이 무엇보다도 가장 중요한 부분은 아동에 대한 신뢰와 능동적인 활동을 바탕으로 아동의 수학적 잠재력을 완성하여 전인교육에 공헌하고자 하는 것이다. 이러한 맥락에서 수학교육의 목표는 수학의 창조와 응용을 통해 아동들에게 수학적 안목을 육성하는 것이다. 이 절에서는 이러한 목표를 구체화하는 열린수학교육의 방향을 다섯 가지의 원리로 제시하고자 한다.

(1) 구조화를 통한 통합 원리

수학교육에서의 통합의 원리란 학생들이 수학적 활동을 하는 경험을 통해서, 자신이 배우는 수학이 자신의 현실과 어떤 관련성을 맺고 있는지, 다른 교과와는 어떤 관련성이 있는지, 수학 내의 여러 영역들이 어떤 관련이 있는지, 자신이 예전에 배운 수학과 현재 배우는 수학이 나아가서 앞으로 배울 수학과 어떤 관련성이 있는지에 대해 숙고할 수 있는 기회를 통해서 자신의 인격의 일부분이 될 수 있도록 하는 총체적 접근을 의미한다.

수학이 자신의 현실과 어떤 관련성이 있는지에 대해 알도록 하기 위해서는 수학은 이 세계를 이해하기 위한 하나의 도구, 즉 현상을 조직하기 위한 하나의 수단임을 체험하도록 하

는 것이 중요하다. 이는 학생들에게 수학적 활동을 통해 수학을 창조하고 응용할 경험을 제공해 주는 것에 의해 실현 가능하며, 이를 위해서는 체계화된 수학적 지식이 아니라 수학을 이끌어 낼 적절한 상황이 제공되어야 한다. 이러한 상황을 바탕으로 자신의 비형식적 관념으로부터 출발해서 수학을 창조하고, 이것을 더 높은 수준의 수학으로 발전시키고 이러한 수학을 좀더 넓은 상황에 적용시킬 수 있을 때, 비로소 학생들은 수학이 자신의 현실 안에 의미 있게 자리잡을 수 있다.

다른 교과와의 관련성을 알 수 있도록 하기 위해서는 수학적 상황이 포함되어 있고 응용될 수 있는 여러 교과들의 내용이 직접 학생들에게 제시되어야 한다. 이미 독일, 영국, 호주, 덴마크, 네덜란드 등의 여러 국가에서는 간 교육과정 활동(cross-curricular activities)을 수학수업에 포함시키고자 노력해왔고, 앞으로 2002년부터 시행될 것으로 예정된 일본 교육과정에서는 핵심수학 외에 이러한 간 교육과정 활동에 초점을 맞춘 새로운 주제들의 확립을 강조하고 그것을 위한 별도의 시간을 규정하고 있을 뿐만 아니라 다른 국가에서는 이러한 활동들이 더 활성화되고 있다(Ikeda, 1998; Michelsen, 1998). 이는 많은 학생들이 10년 이상이나 수학을 배우고도 자신이 학습한 수학을 교실 문맥 이외의 더 적절히는 교과서 이외의 문맥에서는 사용할 수 없다는 데 대해 수학교육학자들 사이에 많은 관심이 증가하고 있기 때문이다(Boaler, 1998). 학교의 벽은 더 이상은 외부 세계의 수학과 내부의 수학 사이의 장벽이 될 수 없다는 것이다. 따라서, 수학의 응용 영역으로서 또는 발생 영역으로서의 여러 현실 상황과 교과의 상황들이 제공되어야 한다. 이를 통해서 수학은 모든 학문의 기본 사상이 된다는 것을 체험시킬 필요가 있다.

또한 통합의 또 다른 측면은 높은 단계에서는 좀더 수학적으로 세련된 관점을 가지고 여러 내용들을 개관하는 종적인 측면의 통합이다. 수학을 학습한다는 것은 단지 지식과 기능을 마음속에 비축해두기보다는 잘 조직화되고 의미 있는 전체에 적합한 구조화된 지식과 기능들을 구축하는 것을 의미한다. 장기적인 관점에서 서로 다른 주제 영역들이 서로 얽혀 있고, 가능하면, 현실과 관련되어 있다면, 학생들은 많은 응용가능성을 가진 일반적이고 잘 구조화된 지식과 기능을 구성하게 될 것이다(Streefland, 1990). 예를 들어, 초등학교에서 현재 자연수의 연산을 다룰 때는 단계별로 단순한 것에서 복잡한 것으로 여러 학년에 걸쳐서 지도하는 것이 하나의 관습이다. 특히, 나눗셈의 경우에 2, 3, 4 학년에 걸쳐서 분배 상황에서 곱셈 구구단의 역연산으로, 그 다음은 두 자리 나누기 한 자리를 비롯하여 제수가 한 자리 인 경우, 나머지가 있는 경우, 그 다음 단계에서는 두 자리 나누기 두 자리, 세 자리 나누기 두 자리 그리고 나머지가 있는 경우, 그 다음으로 네 자리 나누기 세 자리, 다섯 자리 나누기 세 자리 등으로 구분하여 가르치고 있다. 그러나 이렇게 단계별로 쪼개는 것보다는 나눗셈의 본질인 분배하는 상황에서 모든 것이 점진적으로 이루어져서 마지막에 알고리듬을 창조해내는 과정을 통해 구조화하는 것이 더 적합할 것이다.[3] 또한 비와 분수는 처음부터 함께 다루어질 수 있다. 분리된 여러 대상을 비교하는 것은 하나

3) 예를 들면, "1,128명의 5, 6학년 학생들이 견학을 가는데, 36 인승 버스를 이용하려고 한다면, 몇 대의 버스를 예약할 필요가 있겠는가?"와 같은 전형적인 예를 통하여 나눗셈에 대한 점진적인 알고리듬의 창조가 가능하다.

의 대상을 여러 부분으로 나누어 비교해 보는 것과 같고, 수직선과 비례표는 비와 분수를 서로 관련짓는 수단이며 같은 아이디어에 대한 다른 표현이 된다. 비는 비례 관계로 연결되고 이것은 또다시 일차함수로 연결된다. 이와 같이 여러 분야들을 관련지어 조직하고 체계화하는 것이 통합의 중요한 한 측면이다. 이를 위해서는 수학의 계열성만을 중시하는 교육과정이 아니라 좀더 유연한 장기적인 학습과정이 요구된다.

(2) 구체적 상황에 의한 탐구 학습 원리

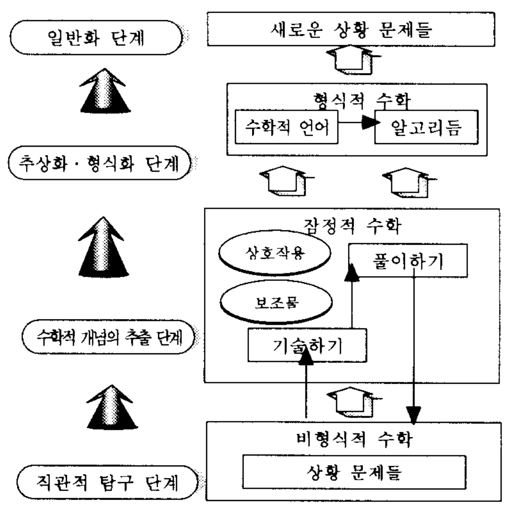
수학을 학습한다는 것은 수학을 창조하는 것 또는 좀더 정확하게 표현하면 자기 자신의 비형식적 수학적 구성물들에서 형식수학으로 받아들여질 수 있는 것으로 진행해 나가는 것을 의미한다(Streefland, 1990). 이는 활동으로서의 수학, 연구하는 방법으로서의 수학을 강조하는 것이며, 이때 수학을 학습한다는 것은 수학을 행한다는 것이고, 그 안에는 현실적인 상황들을 해결해 나가는 과정을 통해 아동의 비형식적 지식을 바탕으로 좀더 형식적인 수학으로 진행해나가는 것이 본질적인 부분이다. 여기서 비형식적 지식이란 직관적 관념이라고 말할 수 있는 것으로 이를 가르치지 않아도 알게 되거나 학생들이 그것을 의식하지 않아도 마음대로 사용할 수 있는 상식화된 지식을 말한다. 따라서, 구체적 상황에 의한 탐구 학습이란 결국은 상황에 대한 탐구를 바탕으로 수학을 창조하고 응용하는 경험을 통해서 스스로 수학을 학습해 가는 방법을 터득해나가는 것이라고 볼 수 있다. 이것이 가능하도록 모든 응용 상황과 현실적 상황이 수학 교수학습을 세련시킬 수 있는 출발점으로 제공되어야 한다.

이렇게 상황을 중시하는 것은 사람들이 보통 수학적 절차나 개념을 이끌어내고 적용하는 것은 그것들의 환경이나 문맥에 의존한다는 사실 때문이다. 이에 대해 Lave는 학습이 그것이 이루어지는 상황이나 문맥에 연결되는 방식을 나타내기 위해서 상황 학습(situated learning)이라는 용어를 사용했다(Boaler, 1998). 또한 Freudenthal(1991)은 수학에서 배울 가치가 있는 것은 응용될 수 있는 것이어야 함을 강조하고, 진정한 응용을 위해서는 처음에는 수학 그리고 현실 세계로 돌아가기가 아니라 처음에 현실 세계 그리고 나서 수학을 이끌어 내는 것을 통해 형식적 수학에 접근할 것을 강조하였다. 따라서, 그는 수학 학습에서 수학적 문제를 포함하는 현실 세계에서의 의미 있는 상황을 중시하면서 문맥 수학(mathematics in context)을 강조하였다. 많은 수학교육자들은 학생들이 학교에서 배운 수학적 방법들을 충분히 이해하지 못했기 때문에 응용할 수 없다고들 말하고, 이러한 이해의 부족을 수학이 지도되는 방식 때문이라고 생각한다. 예를 들면, Schoenfeld(1988)는 표준적인 교과서 문제에 치중하는 교수 방법은 학교 외의 상황에서는 제한적으로 사용되는 절차적 지식의 발달을 고무한다고 주장하였다. 이러한 많은 주장들이 열린 또는 과정에 기초한 수학수업으로의 개선을 지향하게 하였다. 과정에 기초한 탐구 활동을 지지하는 사람들은 학생들에게 그들 스스로 결정하고, 과제들을 통해서 자신의 경로들을 계획하고, 방법들을 선택하고, 그들의 수학적 지식을 응용하는 것을 필요로 하는 열린, 실제적인 탐구 활동이 제시된다면, 학생들은 여러 가지 방식으로 도움을 받을 것이라고 주장한다. 최근 영국에서의 1989년과 1991년의 국가 공통 교육과정을 통해서 수학 교수 방법에 대한 열린 접근이 공식적으로 인정되었고, 미국에서는 미국 수학교사협의회가 발간한 학교 수학교육과정과 평가의 새로운 방향이 마찬가지로 과정에 기초한 접근 방법들을 유사하게 합법화할 것을 제안하였다(Boaler, 1998). 학생들은 주어진 상황에서 지각하고 해석하고 의미를 창조해 냄으로써 상황으로부

터 의미를 개발하며, 친숙하지 않은 상황에 대하여 생각하고 무엇이 필요한지를 결정하는 그들의 욕구와 능력에 의해서 좀더 효과적으로 수학을 학습할 것이다. 이러한 과정을 거쳐서 학생들에게 진정한 활동의 부분으로서 새로운 개념들과 절차들을 도입하고, 이러한 절차와 개념을 적절한 상황에 사용할 수 있는 능력과 자신감을 육성시킬 수 있을 것이다.

이러한 상황은 수업 초기에서뿐만 아니라 전반적인 수업과정에서 다루어져야 하며, 그 단계는 다음과 같다. 첫 번째 단계는, 현실 세계의 상황 문제에서 수학적 요소들을 이끌어내려는 관점을 가지고 직관적으로 탐구하는 단계이다. 즉, 문제의 수학적 측면들을 알아내고, 규칙성 등을 발견하는 것을 의미한다. 강한 직관적 특성을 갖는 초기의 탐구는 수학적 개념의 창조 또는 재창조로 인도되어야 한다. 두 번째 단계는 학생들 간의 상호작용, 학생들과 교사와의 상호작용 그리고 학생들의 형식화·추상화 능력과 같은 요인들에 의존해서, 상황 문제를 좀더 형식적으로 기술하기, 그 문제를 좀더 형식적인 수준에서 해결하기, 그 해를 다시 번역하기 등의 활동을 거쳐서 현실 상황으로부터 수학적 개념이나 절차를 추출해 내는 단계이다. 이러한 활동에 있어서 학생들은 그것을 파악하게 되는 방식 그대로, 상식적으로 인정된 수학적 언어를 사용한다기보다는 스스로 발명한 기호와 언어들을 사용하여 기술하도록 허용하는 것이 필요하다. 또한 이러한 과정에 대한 반성이 필수적이다. 세 번째 단계는 형식화와 추상화의 단계로서, 예상되고 결과적으로 발생되는 수학적 개념에 대한 기술과 그에 대한 좀더 엄격하고 형식적인 정의가 뒤따른다. 네 번째 단계는, 개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화하는 단계이다. 이와 같은 단계를 거쳐 해결된 문제는 현실 세계에 대한 학생들의 관점에 영향을 미치게 될 것이다 (De Lange & Verhage, 1987).

수학적 개념이나 기능을 배우는 것은 이와 같이 여러 가지 수준의 추상화를 거쳐 진행하는 장기간의 과정이다. 학생들은 처음부터 형식적인 내용 체계와 접하는 것이 아니라 구체적인 상황에서 유도된 그들의 잠정적인 수학을 이해하며, 구체적 상황을 통해 언젠가 시작된 비형식적 지식이 반성의 대상이 되어서 더 높은 수준의 지식을 창조하게 되는 것이다. 이러한 비형식적 지식이 보다 높은 수준의 지식으로 수준 상승이 되기 위해서는 학생들의 비형식적 지식을 사용하여 수학적 상황을 기술하고 표현할 수 있는 다양한 수학적 보조물과 도구들이 필요하다. 따라서, 아동들이 자신의 직관적 관념을 사용하는 것을 활성화시킬 수 있는 현실 상황을 출발점으로 보다 세련된 형식적인 수학으로 접근해가도록 하고 그것 또한 하나의 직관적 관념으로 형성될 수 있도록 촉진하는 것이 필요하다(Gravemeijer, 1990). 이러한 과정을 도식화하면 <그림 1>과 같다[4].



<그림 1>

4) 이 그림은 Gravemeijer(1990)를 변형한 것이다.

예를 들어, 우리가 함수라는 수학적 내용을 학습하게 될 때, 초등학교 5, 6학년에 간단한 관계에 대한 내용이 소개되고, 중학교 1학년에서 함수에 대한 형식적인 정의를 배우고 그 이후로 일차, 이차, 삼차, 지수, 로그, 삼각 함수 등의 기본 함수 등이 다루어진다. 그러나 이것은 이미 수학적 체계로 자리잡은 함수들을 가르치는 방법이다. 그러나, 우리가 함수의 발생 과정을 염두에 두고 수학의 창조와 응용을 중시한다면, 저학년 때부터, 나이함수, 온도변화, 성장곡선, 속도변화, 조수현상 등의 여러 가지 변화 상황을 다루고 관찰하며 그러한 현상들과 관련된 현실적인 문제에 접하는 가운데, 함수에 대한 직관적 관념을 형성하고 그것을 표현하는 수단들을 개발하는 과정에서, 표, 그래프, 식 등을 비형식적으로 도입할 것이 고, 이러한 것을 형식화하는 과정을 통해 수학적 개념이 추출되고 그 유용성을 실감하며, 이를 보다 넓은 영역에 확장시킬 수 있어야 한다.

아동들은 우리가 생각하는 것보다 더 수학에 대한 지식과 능력이 있을지도 모른다. 단지 우리가 하나의 잣대로 모든 아동들을 재려는 생각 때문에 그들의 지식과 능력을 보지 못하는 것은 아닌가? 결국 이러한 아동의 능력을 알아내고 그 잠재력을 키워주는 것이 열린교육의 이념을 충족시킬 수 있는 수학교육의 방향이 아닌가 생각한다. 즉, 아동들이 수학을 이끌어 낼 수 있는 상황을 제공해 줌으로써 그들의 비형식적 관점을 발전시키고 좀더 형식적인 수학에 이르게 하며 이를 더욱 발전시켜서 이전보다 더 넓은 범위의 현상을 좀더 높은 수준의 수학으로 볼 수 있는 안목의 육성이 중요한 것이다.

(3) 열린 문제 접근을 통한 다양한 사고의 촉진 원리

학생들의 활동을 더욱 활성화하기 위해서는 주어진 상황을 통한 통해 수학을 창조해나가는 것 외에도, 어떤 단계에 이르러서는 좀더 새로운 상황에 직면하도록 해야 하며, 이를 위해서는 열린 문제 접근[5]을 통해 다양한 상황을 다루고 다양한 사고를 진작시킬 필요가 있다.

열린 문제에 대한 명백한 정의가 어렵지만 Stacey(1995)는 '열려 있다'는 뜻은 학생들이 그것을 해결하는 방법을 배우지 않았고, 따라서, 그들 자신의 접근 방식 즉 탐구 경로나 사용될 수학적 테크닉을 제안해야 한다는 것을 의미하는 것이며, 열린 문제를 수학 학습에서 사용하는 목표는 현실적인 문제들을 해결하는데 수학을 사용하는 학생들의 능력을 촉진하기 위한 것이라고 보고 있다. 반면, Pehkonen(1995)과 같이 열린 문제의 정의를 명백히 하기 위한 시도로서 그 반대로 닫힌 문제에 대한 정의로부터 시작할 수도 있다. 어떤 문제가 닫혀있다고 하는 것은 그 문제의 출발 상황과 목표 상황이 닫혀있는 것, 즉 명백히 설명되어 있을 때를 말한다. 따라서, 열린 문제란 출발 상황이나 목표 상황 중의 일부가 닫혀있지 않을 때를 말한다고 할 수 있다. 학교수학에서 다루고 있는 문제들의 대부분은 닫힌 문제들이고, 이는 창조적 사고를 위한 여지를 많이 남겨두지 못한다.

열린 문제의 유형으로는 수학적으로 조직

---

5) 수학적 논의를 증진하기 위해 수업 장면에서 열린 문제(open ended problems)를 사용하는 열린 접근 방식(open approach)은 1970년대에 일본에서 개발되었다. 거의 같은 시기에 영국에서 이러한 열린 문제의 일종인 탐구법의 사용이 영국의 수학교수에 유행되었고, 이 생각은 Cock-croft에 의해 더 넓게 보급되었다. 1980년대에는 열린 문제의 일부 형태를 교실장면에 이용하고자 하는 생각이 전세계에 퍼져나갔고, 많은 나라에서 그 가능성에 대한 폭넓은 연구가 진행되고 있다. 일부국가에서는 열린 접근 외에도 다른 용어를 사용하기도 하는데 대표적인 것으로 네덜란드의 현실적 수학교육을 들 수 있다(Pehkonen, 1995).

화되어야 할 문제 상황, 실생활 문제, 매우 다양한 해결책들과 때로는 다양한 수준에 따른 해결책들을 허락하는 발산적인 사고를 유도하는 문제, 문제 자체가 다른 해석이 가능하거나 서로 다른 인정할 만한 답을 가질 수 있는 문제[6], 해결되기 전에 자료와 준거들을 스스로 보충할 필요가 있는 불충분한 문제, 자연스럽게 다른 문제들을 제안하거나 일반화를 제시할 수 있는 문제[7], 문제 변환, 어떤 주제나 과정에 대한 과제를 만드는 문제, 질문이 없는 문제, 탐구문제, 프로젝트 등을 제시할 수 있다. 이러한 열린 문제들은 수학이라는 학문과 수학적 사고의 본질에 핵심적이다(Silver, 1995; Streefland,1988; Pehkonen, 1995). 이러한 열린 문제들은 위의 정의에 따르면, 세 가지 유형의 열린 문제들을 갖게 되는데 <표 1>과 같이 요약할 수 있다.

목표상황 / 출발상황	단 힘	열 림
단 힘	닫힌 문제들	일반화 가능 문제,실생활 문제, 탐구 문제, 문제 상황, 문제 변환
열 림	실생활 문제, 문제 변환, 불충분한 문제	실생활 문제, 질문이 없는 문제, 문제 변환, 프로젝트, 발문, 과제 만들기

<표 1> 열린 문제 유형 분류

이렇게 열린 문제 접근을 통해서 수학 문제를 다룰 때는, 학생들의 활동이 원래의 문제를 해결하는 데서 끝나는 것이 아니라 보통 주어진 문제가 고려해야 할 다양한 측면이나 문제들을 포함하고 있으며, 한 측면이나 한 문제를 고려하는 것이 자연히 그것을 세련시키거나 변화를 주는 단계로 유도하거나 아니면 더 많은 고려를 위한 관련된 측면이나 문제로 유도함을 의미한다. 이러한 방식을 통해서 학생들은 그들 스스로 관심 있는 문제 뿐 아니라 주관적이고 흥미 있는 문제에 접근할 수 있고 그 안에서 다양한 수학적 활동을 경험할 수 있다.

열린 문제 접근의 궁극적인 목적은 학생들의 창조적 활동과 수학적 사고를 동시에 촉진하는 것이다. 각 학생들이 문제 해결에서 자신의 능력, 흥미와 감정에 따라 발전해가도록 개인적인 자유를 허용하는 것이 필요하다. 결국, 이것은 학생들이 그들의 인간적이고 수학적인 능력을 계발하는 것을 가능하게 한다. 수학적 아이디어와 더불어 학급활동이 이루어지고, 동시에 고등능력을 가진 학생들은 더 많은 수학적 활동에 참여하고 또한 낮은 능력을 가진 학생들도 여전히 그들 자신의 능력과 흥미 그리고 정서에 따라 수학적 활동을 즐길 수 있다. 결국, 열린 문제들을 사용하는 것은 우수한 학생들에게는 도전할 기회를 주는 반면, 부진한 학생들에게도 자신감과 배우려는 의지를 북돋을 수 있는 방법이다(Nohda, 1995). 따라서, 열린 문제는 개인차를 고려함과 동시에 만인을 위한 수학을 의미한다. 학생들이 이러한 문제 해결 활동을 수행함으로써 그들이 자신감을 가질 수 있는 다양한 전략들을 탐구하는 기회를 제공하고, 그 전략들을 더 세련시킬 수 있는 가능성을 제공한다. 그 결과, 수학적 사고에서의 좀더 풍부한 발달을 가능케 하고, 동시에 동료와의 활동과 의사소통을 통해 각 학생의 창조적 활동을 촉진시키고 더 많은 진전이 이루어질 수 있다. 보통 교과서에서 발견되는 한 가지 답을 강조하는 일상적인 문제해결은 그러한 이점을 갖지 못한다. 결국, 열린 접근이란 학생들 사이의 상호작용에 의한 문제 해결 접

6) 평균 성인의 몸 속에는 얼마나 많은 세포들이 존재하는가?
7) "연속하는 네 개의 정수의 곱은 24로 나누어 떨어진다는 것을 보여라."는 문제가 제시되었을 때, 24가 그러한 수 중 최대인지, 세 개의 연속하는 정수 또는 5개의 연속하는 정수들에 대한 최대의 약수가 무엇인지를 질문하는 것이 자연스러울 것이다.

근 방법을 통해 창조적인 수학적 사고를 촉진시키는 수업을 의미하는 것으로 요약할 수 있다.

이를 위해서 교사는 모든 개별적인 학생들의 흥미와 능력에 적합한 문제들을 고려함과 동시에 수학적 아이디어에 적합한 문제들을 고려해야 한다. 또한 이러한 문제 해결 활동을 위해서는 개인의 흥미와 능력에 따라 교수과정을 계획하고, 그룹 토의를 통해서 문제해결의 보다 나은 과정을 추구하는 것이 중요하다.

(4) 소집단 협동학습을 통한 상호작용 원리

수학의 창조와 응용을 중시하는 수학 학습에서, 즉 앞에서 제시한 구체적인 상황을 통한 탐구 학습의 원리나 열린 문제 접근을 통한 다양한 사고의 촉진원리를 중시하는 수학 학습에서는 협력을 통한 상호작용이 본질적이다. 협동학습은 여러 수준의 활동을 포함하는 것이 필요하다. 수학은 다른 교과와는 달리 수학과 수학 학습에서 서로 다른 수준을 구별할 수 있게 하는 것은 수학 자체의 특성에 기인하는 것이다. 이러한 특성이 잘 나타날 수 있도록 문제 자체가 유연하게 구조화되어서 여러 수준을 모두 포괄할 수 있도록 하는 것이 중요하다. 이런 문제를 다룸으로써 각 아동이나 그룹이 자신의 경로대로 나아가서 궁극적으로는 그들이 도달할 수 있는 가장 최선의 목표에 다가가도록 해야 한다.

결국, 소집단 협동학습을 통한 상호작용 원리란 재창조의 학습과 그 과정에서의 수학적 의사소통을 강조하는 것이다. 이는 다양한 현실들로부터 다양한 기법들을 개발하면서 자유롭게 문제들과 수학적 절차들을 구성하고 만들어 내며, 자신의 사고를 명확히 하고 자신의 생각을 일관성 있게 타인에게 전달하며, 다른 사람의 생각을 받아들임으로써 자신의 수학적 지식을 더욱 확장해 갈 수 있는 기회를 제공하는 것을 목표로 한다. 이러한 접근은 Streefland (1990)가 말한 바와 같이 개별화되고 다양한 반응 패턴들을 불러일으키기 때문에 상호작용을 위한 반복적인 기회, 즉 일반적으로 자기 자신의 활동과 다른 사람들의 활동을 비교할 기회를 제공하고 또한 자기 자신의 문제 해결 방법을 반성할 기회를 제공한다. 학교 학습 환경이야말로 아이디어들을 교환하고, 협의하고, 여러 주장들을 반박하고, 논의하는 일들이 장기적으로 이루어지고 진정으로 개별화된 교수를 위한 최적의 장소이다. 이러한 수학적 의사소통은 학급전체가 수학학습에서 진보할 수 있는 기회를 제공한다. 이를 위해서는 학생들이 개발한 비형식적인 전략과 절차들을 구사할 수 있도록 허용하고, 수학적 의사소통을 통해 이를 진보시킬 수 있는 기회를 마련하는 것이 중요하다.

이러한 관점에서 일반적으로 전체 수업과 서로 고립된 개별 수업이 주를 이루는 것은 여러 가지 면에서 아동들에게 좋지 못한 결과를 야기할 수 있다. 즉, 수학적으로 재능이 있는 학생들의 경우에는 그들이 다른 아동들과의 동료관계를 성공적으로 가질 수 있는 기회를 박탈하는 것이고, 나머지 학생들의 경우에는 재능이 있는 학생들의 훌륭한 의견에 접할 수 있는 기회를 박탈할 수 있는 것이다. 최근, 능력별 반 편성보다는 능력에 차이가 있는 학생들의 이질 집단에서의 소집단 협동 학습이 더 효과적이라는 연구들이 발표되고 있다(김현재, 1998). 결국 개인차가 가장 두드러지게 나타나는 수학 학습에서도 전체 수업과 개별 수업보다는 이질 집단에 의한 소집단 협동 학습이 도움이 될 것이며, 수학 학습만을 위해서보다는 이 사회는 더불어 사는 사회임을 인식하고 사회생활에서의 협동의 장을 미리 경험시킬 수 있는 좋은 기회가 될 것이다.

(5) 구체적 자료를 통한 다양한 학습 환경의 구성 원리

수학의 창조와 응용을 중시하는 수학 학습에서는 무엇보다도 스스로의 정신적 활동에 의해서 수학을 형성해 나가는 과정이 중요하다. 이 때, 이러한 것을 촉진할 수 있는 것이 구체적 자료이다. 그러나, 단지 이것이 우리가 직접 만지거나 신체적 활동과 결부된 구체물과 동일시되어서는 곤란하다. 수학은 세계의 여러 현상을 이해하는 하나의 도구라는 관점을 고려할 때, 우리는 한 단계 더 나아가야 한다. 앞의 구체적 상황에 의한 탐구 학습원리에서 논하였듯이, 실제적으로 우리에게 더욱 필요한 것은 이러한 구체적 상황을 설정할 수 있는 아동의 현실세계와 접해 있는 물리적, 사회적, 정신적 세계의 모든 현상들을 포함하는 실제적 자료들을 준비하는 것이 필요하다. 예를 들어, 확률 통계를 지도할 때는 그러한 현상들을 포함하는 내용을 신문이나 다른 여러 영역에서 실제적인 자료를 이용하여 기본적인 상황을 제시해야 하며, 함수를 지도할 때는 종속적인 변화를 보여주는 많은 현상들에 대한 실제적 자료들, 기하를 지도할 때는 또한 기하학적 성질을 다룰 수 있는 많은 자료들을 구비해야 한다. 이러한 것들은 때로는 개념의 발생 근원으로 또는 응용 영역으로 사용될 수 있다. 이러한 구체적 자료들을 기초로 상황을 제시할 때도 다양한 방법으로 할 수 있는 데, 예를 들면, 이야기, 프로젝트, 테마, 그림, 신문 기사, 게임, 희곡, 그래프 등을 들 수 있다. 이러한 구체적 자료와 관련된 상황들을 다루어 봄으로써 학생들은 좀더 의미 있는 통합된 수학을 만들어 갈 수 있다. 또한 연산, 함수 및 기하의 지도 등 수학의 여러 영역에서 다양한 학습환경의 제시를 위해 계산기와 컴퓨터를 사용하는 것 또한 적극적으로 권장되어야 한다.

지금까지 열린수학교육의 목표를 구체화할 수 있는 학습원리에 대해 살펴보았다. 결국 학생들은 수학의 창조와 응용에 좀더 적극적으로 참여하고 다양하고 창의적인 사고를 가능하게 하고 이를 통해 보다 나은 미래를 건설해 갈 수 있는 기반을 마련해 주어야 하며, 이 세계는 더불어 사는 사회임을 인식하고 수학 학습에서도 협동학습을 중시하고, 수학을 단지 독립적인 하나의 학문으로 보기보다는 이 세상을 이해하기 위한 하나의 도구로서 볼 수 있도록 실세계 또는 다른 학문과의 연결성을 고려하며, 또한 수학이라는 학문 자체내의 연결성 또한 볼 수 있도록 해야 한다.

3. 결론

본고는 열린교육의 이념을 바탕으로 하는 열린수학교육의 방향에 대해 고찰하였다. 열린교육은 인본주의 사상과 Piaget의 능동적인 학습원리를 바탕으로 아동의 전인적 성장을 목표로 한다. 그러나, 열린교육의 이념을 구체화하는 과정은 매우 다양하고, '열린'이라는 말의 모호함 때문에 열린교육을 한 마디로 정의하기는 어려운 일이다. 그 동안 열린교육의 개념화를 위한 많은 노력이 있어왔으나, 우리 나라에서 시행되고 있는 열린교육의 특성으로는 유연한 교육과정, 능동적 학습원리에 의한 개별화 수업, 탄력적인 학습집단의 조직과 다양한 교수학습 형태, 다양한 교수 학습 환경, 협동을 통한 상호작용의 중시 등을 들 수 있다. 이러한 특성을 갖는 열린교육이 효과적으로 이루어지기 위해서는 모든 교과를 초월한 교육이라기보다는 각 교과의 특성에 맞는 열린 방법들을 고려하는 것이 더 적절하다고 생각한다. 그러나, 현재 열린교육 하에서 이루어지고 있는 수

학교육은 다양한 학습자료와 수업형태에만 초점을 맞추고 있을 뿐 정말 중요한 수학의 본질을 아동이 체험할 수 있는 장면을 마련하는 데는 미흡한 것으로 생각된다. 이에 본고에서는 열린교육의 이념에 따른 열린수학교육의 목표에 대해 생각하고 이를 구체화하는 원리들을 추출하였다.

열린수학교육의 목표는 아동들의 수학적 잠재력을 신장하여 자신에게 의미 있는 수학세계를 구축하며 그러한 과정에서 수학적 안목을 육성하는 일이라고 생각할 수 있다. 이러한 목표를 구체화하는 원리로 첫 번째, 구조화를 통한 통합원리는 학생들이 수학적 활동을 하는 경험을 통해서 자신의 현실과 수학을 연결하고 구조화하고 확장시켜나감으로써 자신의 인격에 통합시켜 나가는 것을 의미하며, 이를 통해 수학은 모든 학문의 기초사상이자 이 세상을 이해하는 하나의 수단임을 인식시키고자 하는 것이다. 두 번째, 구체적 상황에 의한 탐구 학습 원리는 상황에 대한 탐구를 출발점으로 수학을 창조하고 응용하는 경험을 통해 자신의 비형식적 수학을 좀더 형식적인 수학으로 발전시켜 나가는, 즉 스스로 수학을 학습하는 방법을 터득해 나가는 것을 중시한다. 세 번째, 열린 문제 접근을 통한 다양한 사고의 촉진원리는 학생들의 수학적 활동을 더욱 활성화하기 위해 적절한 단계에 좀더 새로운 상황에 직면하도록 하는 열린 문제를 제공함으로써 다양한 사고를 촉진시키는 것을 의미한다. 네 번째, 소집단 협동학습을 통한 상호작용 원리는 수학의 재창조 학습과 그러한 과정에서의 학생들의 소집단 활동을 통한 수학적 의사소통의 중요성을 강조한다. 다섯 번째, 구체적 자료를 통한 다양한 학습환경의 구성원리는 학생들에게 구체적 상황을 제시해 줄 수 있는 아동의 현실 세계와 접해 있는 물리적, 사회적, 정신적 세계의 모든 현상들을 포함하는 실제적 자료들을 준비할 필요성을 강조한다. 이는 수학외적인 열림보다 한 단계 더 나아가서 수학의 본질을 고려한 수학 내적인 열림을 추구하는 원리들이다. 결국, 열린수학교육에서 추구해야 할 방향은 아동의 수학적 잠재력과 사고과정의 다양성을 인정하고 점진적으로 그러한 수학적 사고의 세계를 열어 가는 것이며, 인간 정신의 무한한 능력, 상상력을 통한 정신적 활동의 기쁨과 아울러 수학의 유용성을 인식하고 그것이 그들의 삶에 일부가 되는 전인교육의 장을 마련하는 것이다. 지금까지의 수학교육은 어떤 측면에서는 이러한 아동들의 사고를 열어준다기보다는 닫아버리는 교육을 하지 않았나 하는 생각을 하지 않을 수 없다.

이러한 열린교육이 성공적으로 이루어지기 위해서는 많은 준비와 노력이 필요하며, 무엇보다도 신념을 가지고 한 가지씩 점진적으로 실행해나가는 것이 필요하다. 그러기 위해서는 전반적으로 유연한 교육과정이 마련되어야 하고, 교과서의 내용도 좀더 통합을 지향하고 아동의 다양한 사고를 이끌어낼 수 있는 방향으로 마련되어야 할 것이다. 그러나, 본질적으로 좋은 교수는 훌륭한 교사에게 달려있기 때문에 그들에게 상당한 정도의 자율성이 부여되어야 한다. 진정한 개별화를 가능하게 하고, 수학교수에 생명력을 불어넣는데 도움이 될 수 있고, 적절한 교육과정 개발을 적극적으로 조장할 수 있는 것이 이러한 교사의 자유인 것이다. 또한, 무엇보다도 중요한 것은 아동들에 대해서 아는 것이고, 즉 아동들이 수학에 대해서 무엇을 알고 있고 무엇을 할 수 있는지를 알기 위해서 수시로 관찰과 인터뷰 등을 통해서 아동들에 대한 정보를 수집하고 분석해야 할 필요가 있다. 이러한 것을 통해 아동들의 전략을 드러내고, 그들이 적용한 전략들에 대해 반성하게 할

가능성을 창조하여, 학생들이 행하고 말하는 것에 대해 질문함으로써 어린이들의 지식과 능력을 감지할 수 있다. 아동들에게서 수학적 사고를 이끌어내기 위해서는 그 아동들이 현 위치가 어디인지를 알아야 하며, 이것이 단순히 그 아동이 전에 어떤 내용을 배웠는지가 중요한 것이 아니라, 그 순간 아동들이 무엇을 할 수 있는지에 대한 정보를 기초로 해서 그 다음에 제시되어야 할 수학 내용으로 도달할 수 있는 방법을 생각해 내는 것이 필요하다. 학생들의 자연스러운 사고, 다양한 사고를 이끌어 내기 위해서는 복합적인 상황과 발문이 중요하며, 이러한 상황에서 학생들의 표현 밑에 숨어 있는 수학적 생각을 읽어내려는 노력이 필요하다. 이를 위해서는 사실상 많은 경험과 교사들 간의 상호 협력관계가 구축되어야 하고 아동이 수학을 어떻게 학습하는가에 대해 경험적으로 그리고 자신의 경험을 체계화하려는 것을 포함해서 이론적으로 이해하려는 노력 그리고 많은 인내가 필요하다.

결국 열린교육에서 중요한 것은 교육의 외적인 변화뿐만 아니라 아동과 교사 모두가 아동의 수학에 대한 가능성을 보려고 하는 마음가짐이다. 교사와 학생간의 이러한 마음가짐이 중요하며, 서로간의 신뢰가 이를 뒷받침할 수 있는 기반이 될 것이다. 이를 바탕으로 아동들이 수학에 대해 무엇을 알고 있고 무엇을 할 수 있는지에 대해 알려고 노력해야 하며, 이를 기초로 그들의 수학적 잠재력을 키워나가고 그들 나름대로의 수학 세계를 구축할 수 있도록 하여야 할 것이다.

참고 문헌

김은산(1996). 열린교육의 이론적 고찰: 철학적 기초. 열린교육의 이해, 29-37.

김주복(1994). 열린교육에서의 교사의 역할과 한계. 창원대학교 대학원 석사 학위논문

김현재(1993). 열린교육의 이론적 고찰. 교원연수자료, 28(88), 5-43. 인천시 교육과학연구원

__________. 열린교육의 이해와 실천의 탐색, 열린수학교육의 이론과 실제. 대한수학교육학회 수학교육 연구발표회 논문집, 1-26.

박성방(1993). 영훈의 열린교육. 영훈초등학교.

심성보 외 공역(1998). 열린교육의 철학. 서울: 학지사. Nyberg, D.(Eds.), *The Philosophy of Open Education.* 1975.

은용기, 길형석(1998). 열린학교 열린교육. 서울: 대한교과서 주식회사.

이남봉(1993). 열린교실에서의 초등수학교육의 수업방안에 대한 토론. 열린교실연구, 2, 107-108.

이용숙(1993). 한국형 열린교육의 탐색. 연차학술대회 발표논문집, 57-78.

이정선(1997). 왜 열린교육이어야 하는가? 열린교육현장에 대한 문화기술적 접근. 서울: 교육과학사.

이현남(1992). 열린교육의 유래와 개념. 열린교육의 이해, 17-28.

임재훈(1998). 열린 수학교육의 철학적 기초. 수학교육 연구발표회 논문집, 51-78.

조주연(1996). 열린교육의 이론적 고찰: 사회적 기초. 열린교육의 이해, 53-70.

Boaler, J(1998). Open and closed mathematics: student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41-62.

De Lange, J., & Verhage, H. B.(1987). Math A and achievement testing. *Proceedings of the 11 th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 243-248.

Frazier, A.(1997). *Teaching children today:An informal approach.* 송용의, 김용국, 신현국 (공역)(1995). 열린교육의 이론과 실제. 서울: 형설출판사.

Freudenthal, H.(1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics,* 3, 413-415.

______(1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

______(1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K.(1990). Context Problems and Realistic Mathematics Instruction. In. K. Gravemeijer(Ed.), *Contexts free productions tests and geometry in realistic mathematics Education*(pp.10-32). Culemborg: Technipress.

Howson, G.(1991). *National curricular in mathematics.* London: The Mathematical Association.

Ikeda, T.(1998). Perspectives of cross-curricular activities in Japanese mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 30(2), 44-47.

Kapadia, R., & Borovcnic, M.(1991). The educational perspective. In R. Kapadia & M. Borovcnic(Eds.), *Chance encounters : Probability in education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Michelsen, C.(1998). Expanding context and domain : A cross-curricular activity in mathematics and physics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 30(4), 100-106.

CTM.(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* 구광조, 오병승, 류희찬 공역(1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향. 서울 : 경문사.

Nohda, N.(1995). Teaching and evaluating using open-ended problems in classroom. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 27(2), 57-61.

Pehkonen, E.(1995). Using open-ended problems in mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 27(2), 55-57.

Perrone, V., & Kohl, H. R.(1995). *Open education: promise and problems.* 이현남, 조연순, 송용의 (공역)(1995). 개방적 교육. 서울: 교육과학사.

Schoenfeld, A. H.(1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of well taught mathematics courses. *Educational Psychologist,* 23, 145-166.

Silver, E. A.(1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 27(2), 67-72.

Stacey, K.(1995). The challenges of keeping open problem-solving open in school mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 27(2), 62-67.

Streefland, L.(1988). Reconstructive Learning. *Proceedings of the 12th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* 1(12), 75-91.

______(1990). Realistic mathematics education. What does it mean? In K. Gravemeijer (Ed.), *Contexts free productions tests and geometry in realistic mathematics education* (pp. 1-9). Culemborg: Technipress.

Searching for the Directions of Open Mathematics Education

Chong, Yeong-Ok

This study aims to reflect the origin and the meaning of open education and to derive pedagogical principles for open mathematics education. Open education originates from Socrates who was the founder of discovery learning and has been developed by Locke, Rousseau, Froebel, Montessori, Dewey, Piaget, and so on. Thus open education is based on Humanism and Piaget's psychology. The aim of open education consists in developing potentials of children. The characteristics of open education can be summarized as follows: open curriculum, individualized instruction, diverse group organization and various instruction models, rich educational environment, and cooperative interaction based on open human relations.

After considering the aims and the characteristics of open education, this study tries to suggest the aims and the directions for open mathematics education according to the philosophy of open education. The aim of open mathematics education is to develop mathematical potentials of children and to foster their mathematical appreciative view. In order to realize the aim, this study suggests five pedagogical principles. Firstly, the mathematical knowledge of children should be integrated by structurizing. Secondly, exploration activities for all kinds of real and concrete situations should be starting points of mathematics learning for the children. Thirdly, open-ended problem approach can facilitate children's diverse ways of thinking. Fourthly, the mathematics educators should emphasize the social interaction through small-group cooperation. Finally, rich educational environment should be provided by offering concrete and diverse materials. In order to make open mathematics education effective, some considerations are required in terms of open mathematics curriculum, integrated construction of textbooks, autonomy of teachers and inquiry into children's mathematical capability.