大韓數學敎育學會 論文集 第 8 卷 第 1 號
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
Vol. Ⅷ, No.1, 217-235. July 1998

대안적인 평가를 통한 수학교육

최 승 현*

우리의 교육은 미래사회에 요구되는 인간상을 기르기 위해 열린 학습과 평생학습의 건설을 비전으로 삼고 변화를 추구하고 있다. 그 예로, 과거의 교육 공급자 중심에서 학습자 중심으로, 획일적인 교육에서 다양하고 특성화된 교육으로, 규제와 통제 중심 교육 운영에서 자율과 책임에 바탕을 둔 교육 운영으로, 획일적 균일주의의 교육에서 자유와 평등이 조화된 교육으로, 또한 흑판과 분필 중심 교육에서 교육의 정보화를 통한 21세기형 열린 교육으로, 그리고 질 낮은 교육에서 평가를 통한 질 높은 교육으로 전환할 것을 목표로 제시하고 있다.

이러한 변화에 대한 요구들은 수학교과 뿐 아니라 모든 교육에서의 평가의 방법이 예전의 전통적 지필 검사의 방식과는 다르게 변화해야 함을 특히 강조하고 있다. 수학과의 경우, 지필 검사가 유일한 평가 방법으로 간주되어 오고 있다. 과학, 사회 등의 교과와 같이 실험을 통한 연구 보고서, 현장 답사를 통한 관찰 보고서, 교사의 행동 관찰 결과 등이 평가에 반영되는 교과와는 다르다. 이는 수학이 과학, 사회 교과와는 다른 특성을 지니고 있기 때문일 수도 있으며, 수학에서는 지필 검사만으로도 학생들의 수학적 능력을 충분히 평가할 수 있다는 사회적 인식 때문일 수도 있다.

그러나 수학이 과학, 사회 등의 다른 교과와 평가할 학습활동의 특성이 다르다 하더라도, 수학적 능력 역시 다양한 평가 방식을 통해서만 바르게 평가될 수 있다. 예를 들면, Charles 등 (1987)은 비형식적 관찰과 질문, 구조화된 면담지, 학생의 자기-보고서, 지필 검사, 행동 척도 검사지 등을 수학 문제 해결력을 평가하는 방법으로 제시하고 있다. 수학 내용의 범위도 다양하며, 수학적 과제의 종류도 다양하다. 지필 검사만으로는 다양한 상황에서 다양하게 표현되는 수학적 능력을 종합적으로 바르게 평가할 수 없다. 따라서 교육목표를 주어진 시간에 달성하기 위하여서는, 학습자와는 무관하게 교사 내지는 지도자 중심으로 가르치고, 가르친 내용을 짧은 시간에 얼마나 많이 재생시켜 답을 선택하는가를 평가하는 방법에서 앞으로는 사회변화에 따라 주어진 상황 또는 문제를 실제 해결할 수 있는 능력을 중시하는 평가방법인 대안적 평가 (Alternative Assessment)로 바뀌어져야 한다는 것이다.

따라서 본 연구에서는 수학교과에서의 대안적 평가의 이론적 배경 및 그 형태를 살펴보고, 고등학교 수준에서 사용가능한 문제의 형태, 평가기준 및 채점 기준을 제시하여 고등학교 수준에서도 활용 가능한 대안적인 평가의 예를 소개하고자 한다.

* 한국교육과정평가원

Ⅰ. 대안적인 평가의 이론적 배경

1) 이론적 배경

일반적으로 수행(Performance)이란 여러 가지 구체적인 상황하에서 실제 행동으로 나타나는 과정이나 그 행동의 결과를 뜻한다. 학생이 배우고자 하는 지식이나 기능을 평가함에 있어서 선택형(객관식) 검사와 같이 정답을 선택할 수 있는 능력이 지식이나 기능의 완성이라고 가정하는 것을 부정하고, 학생이 답안을 구성하거나 행동으로 나타내는 것을 지식이나 기능의 습득이라 가정하여 직접적으로 측정, 평가하고자 하는 것이 대안적인 평가라 할 수 있다. 즉, 학생들이 질문에 대해 주어진 항목(다지선다형, 참/거짓, 연결하기)중에서 답을 고르는 것이 아니라 대답을 창조해 내는 것이다. 구체적으로 대안적인 평가란 짧은 질의문답, 에세이, 실행들, 말로 설명하여 나타내기, 발표, 전시, 그리고 포트폴리오 등을 지칭한다. 이러한 특성 때문에 대안적 편가는 실제적(authentic) 평가, 참(true)평가, 적절한(appropriate) 평가, 직접적인(direct) 평가, 지적인(intelligent) 평가, 또는 수행(performance) 평가라는 용어로도 두루 사용되고 있다(Office of Technology Assessment, 1992) 이렇게 전통적인 검사의 대안으로 내놓은 평가를 지칭하는 용어들 대신에 여기서는 좀더 넓은 의미를 지닌 대안적 평가(alternative assessment)라는 용어를 사용하기로 한다.(Worthen, 1993, 남명호, 1996).

수학교과에서의 대안적 평가의 예들은 크게 두 가지 형태로 구분하여 생각할 수 있다. 첫 번째 형태는 단편적인 정보나 개념을 이용하여 새로운 상황에서 한 개의 옳은 답을 찾는 과제의 평가 형태이고, 두 번째 형태는 문제해결, 그룹과정, 비판적인 생각이나 과정실행의 여러 가지 기술의 조합 등으로 조직되어 있는 열려진 과제에 대한 평가 형태이다.

이러한 평가를 실시하기 위해서 교사에게 요구되는 것은 위한 교사의 관찰과정에서는 과제를 어떻게 설계하는가 하는 것뿐만이 아니라, 무엇을 측정할 것인가에 대한 교사의 학습철학과 그에 대한 명확한 아이디어가 있어야 한다. 그런 맥락 하에서 과제를 선택하거나 설계한다면 학습 철학에 잘 맞는 명확한 행동을 학생들로부터 얻을 수 있을 것이다. 따라서 그 형태는 단순한 답안 작성식 과제 형태에서부터 장기간에 걸쳐 누적된 포트폴리오에 이르기까지 하나의 연속선으로 이해하는 것이 좋을 것이다. 이런 까닭에 대안적인 평가를 예술•체능 분야의 실기평가에 사용하는 것과 같이 특정한 분야에 한정된 평가방법이라기보다는 '새로운 평가의 패러다임'이라고 주장되기도 한다(Archbald와 Newmann, 1992, 남명호, 1995). 이렇게 대안적인 평가는 수업의 새로운 패러다임이라고 볼 수 있다. 여러 가지 이름으로 불리우는 최근의 학습관의 공통점을 Jones 와 Fennimor(1990)는 다음과 같이 정리하고 있다.

1) 성공적인 학습의 필수조건이 학습자의 소집단 혹은 집단의 내부에 있고, 2) 학습자는 새로운 지식을 선행지식과 연결하려고 노력하며, 3) 학습의 상황은 협조적, 다각적, 학습을 위한 자료와 기회도 풍부하다. 그리고 4) 성공적인 학습은 필수적으로 실제과제(authentic task)를 실행하며, 5) 매력적인 목표와 습득된 정보를 현실에 적용하는 것을 강조한다.

이들이 정리한 학습관의 공통점은 학생이 스스로가 자신의 지식이나 기능을 나타낼 수 있는 산출물이나 행동, 또는 답으로 표출하도록 요구하는 평가 방식인 대안적 평가의 이론적 배경이 될 수 있을 것이다.

2) 수학교과에서의 대안적 평가의 특징

대안적 평가는 대부분 단편적인 지식만을 암기하도록 조장하는 기존의 교수-학습평가 방식을 지양하고, 학생의 창의성이나 문제 해결력 등 고차원적인 사고기능을 파악하고 개별적인 학습을 신장하기 위해 사용될 수 있다(백순근, 1995). 수학교과의 특성과 대안적 평가의 기본 성질을 고려하여 이를 어떻게 받아들이고 어느 부분을 특히 중시 할 것인가를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 수학교과에서의 대안적 평가는 과제에 대해 학생이 문제의 정답만을 선택하게 하는 것이 아니라, 학생 자신이 스스로 정답을 작성하거나 자신의 수학적 문제해결과정이나 수행과정을 제시함으로써 평가하는 방식이다.

둘째, 수학교과에서의 대안적 평가는 문제나 어떤 형태의 과제의 결과제시 뿐만 아니라 그 해결과정까지도 함께 중시하는 평가방식이다.

셋째, 수학교과에서의 대안적 평가는 단편적인 영역에 대해 일회적으로 평가하기보다는 학생 개개인의 변화 ·학습진행 과정을 전체적으로 평가하기 위해 통합적이면서도 지속적으로 이루어지는 것을 강조하는 평가방식이다.

넷째, 앞의 여러 가지를 측정하기 위해 학생 개인을 단위로 해서 평가하기도 하지만 이보다는 짝이나 소그룹, 어느 정도 크기의 그룹에 대한 평가도 중시한다.

다섯째, 수학에서의 대안적 평가는 학생의 수학학습과정을 진단하는 것뿐만이 아니라 학생이 과제를 실행해나가는 대 수학에 대한 흥미가 생길 수 있도록 하여 개별학습을 촉진하려는 데 그 목적이 있다.

Ⅱ. 수학교과에서의 대안적 평가의 과제유형

대안적 평가 방법은 여러 종류의 평가형태 중에서 평가하기를 원하는 것과 평가 목적에 따라 방법을 자유롭게 선택할 수 있다. 예를 들면, 교사가 판단해야 할 어떤 기술이 매우 복잡한 행동들이면, 하나의 포트폴리오 형태를 요구될 것이다. 포트폴리오는 시간을 넘어선 복잡한 수행의 많은 예들을 수집하게 된다. 그러나 수행평가는 이것을 반드시 따를 필요는 없으며 평가를 신속하게 하고 싶다면, 전체적으로 한 학생그룹이 수학적 문제해결을 어떻게 하는가를 추정하고, 여러 문제를 어느 학생이라도 단 한 문제만을 하게 되도록 나누어주는 것이 바람직하다. 만약 개개인의 학생들에 대한 높은 이해가 필요하다면, 아래에 제시할 여러 가지가 혼합된 접근방법이 필요할 것이다.

수학에서의 수행과제는 비교적 구체적이고 분명한 수학적 지식 혹은 기능을 평가해 보려는 단답형 과제에서부터 일상생활에 활용 가능한 포괄적인 지식, 과정, 그리고 개인의 잠재역량까지를 평가하려고 설계된 길고 복잡한 과제들까지도 포함하고 있다. 그러한 과제들은 현실생활의 장면과 문제를 어느 정도 닮아 있느냐에 따라 현실에서의 유용도가 달라지게 된다. 그러므로 좋은 수행과제 문제를 개발해 내는 일은 매우 도전적인 성격을 띄며, 교사를 위한 편리한 과제보다는 학생들의 생활과 수학적 유용도가 밀접한 것이어야 한다.

지금까지 연구되고 있는 수학에서의 수행과제는 크게 세 가지의 유형으로 구분될 수 있다. 단답형 과제, 그것보다는 조금 더 도전적인 성격의 사건 혹은 사태에 관한 과제, 그리고 장기적 복합과제 등이 전형적인 범주이다. 이러한 분류 외에도 과제의 특징에 따라 유형을

분류할 수도 있다.

1) 단답형 수행과제

이 과제는 특정한 수학 교과내용 영역에 속하는 기본 개념, 절차, 관련성 및 사고기능 등에 관한 학생의 학습성취 정도를 확인하기 위해서 사용하는 수행과제이다. 일반적으로 이러한 과제들은 몇 분 이내에 해결 할 수가 있다. 이러한 과제의 예로서는 개방형 과제, 개선된 선다형 문제, 개념지도형 과제를 꼽을 수 있다.

① 단답식 개방형 과제

개방형 과제에서는 학생들에게 자극을 던져 주고 그것에 대한 순간적인 자신의 반응을 표현하도록 한다. 물론 반응은 필답으로 된 수학문제의 답일 수도 있고, 그래프나 다이어그램 등의 그림일 수도 있고, 또한 전체 문제풀이 중 일부일 수도 있다. 과제의 개방성 또한 과제의 설명에 나오는 조건이나 지시사항에 따라 달라진다.

② 개선된 선다형 과제

개선된 선다형 과제는 전통적인 검사문항보다 훨씬 더 현실생활의 반영정도가 뛰어나며 정확한 반응을 결정짓기 위하여 요구되는 사고과정이 훨씬 더 도전적인 형태의 과제를 뜻한다.

③ 개념지도(concept map) 작성법

개념지도는 학생들이 개념 및 개념간의 관련성에 대한 자신의 이해정도를 표현하기 위해서 스스로 만들어 낸 정보의 묶음 혹은 자료집을 가리킨다. 개념지도는 종이의 중앙에 핵심 개념을 적어 넣고 그 개념과 관련 있다고 생각되는 개념들을 한개 또는 여러 개의 선이나 단어로써 연결하여 하나의 관념망을 그려나가는 것이다.

개념지도 작성법은 언어표현능력이 뛰어나지 못하거나 사회적 배경과 학습능력에 차이가 있는 학생들이 한데 어우러져 있는 교실에서 특히 유용한 평가도구이다. 또한 이 방법은 시간이 지남에 따라 개념들간의 관계에 대한 학생의 이해가 어떻게 변화해 가고 있는지를 평가해 보는 데에도 유용하다. 요즈음 개념지도 작성법은 그 응용범위가 넓어 사고력 중심의 두뇌 개발 프로그램인 마인드 맵(mind-map)에까지 널리 이용되고 있다.

2) 사건형 수행과제

사건형 수행과제는 의사소통 능력과 문제해결 기술과 같은 학습자의 보다 포괄적인 역량을 평가하기 위해서 많이 응용되고 있다. 흔히 사건형 과제는 구체적인 교과영역에 근거하는 경우가 많은데, 이때 수학교과에서는 수학에 관한 지식을 확인하는 일 뿐만이 아니라 그 지식을 실제에 어떻게 적용할 것인지도 평가한다. 전형적으로 이러한 과제는 한 두 시간씩 소요되기도 한다.

단답형 수행과제가 주로 혼자서 수행하는 개인적 차원에서 진행된다면, 사건형 수행과제는 그룹활동들을 통한 소집단 내지는 대집단의 형태로 해결 해 나아가는 경우이다. 이러한 사건형 과제에 대한 평가방법은 학생의 수행에 대한 교사의 관찰, 학생의 과제 수행 표본에 대한 채점, 자기평가, 동료평가, 혹은 앞서 제시한 여러 방법들이 결합되어 활용될 수 있다.

① 읽기-쓰기 평가과제

사건과제의 읽기 및 쓰기 평가는 읽고 이해하는 교과에서 학생능력을 평가하는데 자주 활용되지만 수학 교과에서도 학생들이 수학적

인 내용 및 문제 등을 읽고 문제의 내용을 통해 자신이 학습한 것을 통합적으로 표현하도록 요구하는 경우에 사용된다. 이런 과제의 수행에서는 두 가지 측면에서 평가 될 수 있는데 먼저 학생들의 수학적인 문제에 대한 이해력을 평가하기 위해서 질문에 대한 학생의 대답횟수와 내용 등을 채점하며, 최종 보고서는 설득력 있는 의사소통을 위한 답안지 작성을 얼마나 효과적으로 해 내는가를 평가하는 데 활용한다.

② 문제해결 및 분석과제

사건과제는 흔히 문제해결과 분석기술을 평가하기 위해 개발된 것이라고들 한다. 물론 문제해결과제는 그 종류나 복잡성이 다양하다. 그러나 공통적인 틀을 보면, 가장 먼저 학생들에게 현실생활 속의 수학적인 문제나 상황을 던져 주고 계획을 세우도록 하며 나아가서는 해결책을 강구해 보도록 요구하는 형태이다. 대개는 문제나 과제의 성격을 분명하게 규정해 주지만 간혹은 막연하거나 불완전한 문제를 던지기도 하며, 심지어는 과제 자체를 훨씬 더 현실적이게끔 약간은 혼동되는 정보를 주어 핵심 되는 상황을 찾게 할 수도 있다.

3) 장기적 복합 평가과제

이 과제는 한 학기, 혹은 하나의 독립된 교육기간을 시작하는 시점에서 부과하는 장기적이고 다목적으로 행해지는 일반적인 수행평가 과제이다. 그렇기 때문에 이 과제는 특정한 교과영역에서 볼 때에는 장기적인 프로젝트의 형태를 띄고 있으며, 간혹은 학기가 종료되는 시점에 가서 통과 및 수료의 의식이나 전시행사로 평가되기도 한다. 이 가운데 장기 프로젝트는 학기 중간에도 활용할 수 있는 수행과제이다.

흔히 장기 프로젝트는 교육과정 내에서 볼 때 한 단원의 초점으로서의 역할을 한다. 이 과제는 교과내용과 실생활을 연결지음으로써 학습 및 평가를 위한 현실세계 같은 상황을 만들어 낸다. 예를 들어, 학생들에게 기하에서의 수학사적인 문제들을 직접 도서관이나 다른 문헌들을 출동하여 자료를 수집 · 분석하고, 그 과제의 결과를 제시하도록 요구한다면, 이 수행과제는 학생들의 생활장면과 밀착된 과제를 통해 평가함으로써 그 만큼 현실성이 증대되는 것이다.

III. 대안적 평가의 채점 기준 (Criteria)의 형태

대안적 평가는 과제에 대한 학생수행의 질에, 또는 수행의 조건에 따라 순서 지어지고, 평가기준 (Rubric)이나 점수 기준에 의해 평가되어 진다. 수학에 있어서의 대안적인 평가는 다음의 특별한 형태의 점수 체제에 의해 행해진다.

1) 과제지향 별 기준 대 일반적인 기준

아마도 채점체계의 중요한 차이점은 정도에 대한 채점형태와 과제지향별 채점일 것이다. 과제지향별 채점이란 채점기준이 단 하나의 과제에 대해 사용할 수 있다. 왜냐하면, 점수를 얻기 위하여 특정한 형태를 찾아야 하기 때문이다. 과제지향별 채점의 한 형태는 정답이나 오답에 표시를 하는 것이다.

과제지향별 채점은 또한 어떤 특정한 단어, 계산, 어휘, 다이어그램이 답속에 있고 없음에 의해서 점수를 정할 수 있다. Arther(1996)의 연구에서 제시된 견본문항1과 표1에 제시된 그에

대한 채점방법은 과제지향별 채점의 한 예이다.

표1. 과제 지향적 채점이 가능한 초등수학문제의 예

견본문항 1 과제 지향적 수행기준의 예
라미즈선생님은 네명의 학생들이 열쇠고리 만드는 것을 도왔다. 그는 론다, 샘, 토니, 유타에게 판지하나를 주고, 판지를 4분의1로 자르라고 하였다. 처음에 론다가 4분의 1을 재서 잘랐다. 다음 샘이 남은 부분의 3분의 1을 재서 잘랐다. 마지막에 , 토니는 남은 부분의 2분의 1을 재서 잘랐다. 유타가 남은 부분을 가졌다. 이 학생들이 판지를 같게 나누어 가졌는가? 그림을 그리고 답을 설명하시오.
수행기준
"4"의 답은 명백하게 이해한 것을 나타낼 수 있는 그림과 설명이 양식을 포함한다. 그림은 전체를 4개의 같은 크기로 자른 것을 포함한다. 설명은 그림을 사용하여서 각 문장을 따른 각 크기를 비교하거나 계산하거나 두 가지를 다 쓴 형태로 포함한다. 그림은 4개의 같은 부분을 보여줄 수 있어야 한다; 각 조각의 길이를 비교하고, 계산하고, 각각의 결합 등을 설명한다. "3"의 답은 형태의 명백한 이해를 그림을 통하여 나타내지만 단 설명으로만 하려는 것을 포함한다. 형태의 명백한 이해를 설명을 통하여 나타내지만 단 그림으로만 하려는 것을 포함한다: 그림이나 설명에 대해 덜 상세하다. "2"의 답은 적절한 그림뿐이다. 적절한 설명뿐이다. 언어와 문법의 실수로 인해 이해하기가 어렵다. "1"의 답은 그림이나 설명으로 어떤 시도를 했다; 명백하지 않다.

표1의 점수기준을 다른 과제에서는 사용할 수 없다. 그러나, 표2에 대한 표2-1, 표2-2의 채점기준은 다른 수학적 문제해결 문제 채점기준은 다른 수학적 활동 내지는 다른 교과에서도 활용 가능하다.

표2. 문제해결에 대한 일반적 채점의 예

표본문항 2의 점수 매기기: 수학적 문제해결 성취도는 4개의 면을 채점한다: 개념적 이해, 절차적 이해, 문제해결 및 전략, 의사소통. 같은 채점기준은 3, 5, 8, 11학년의 모든 문제에 사용된다.

이러한 성취기준은 교사가 학생들의 과제에 대한 성취도를 간접적으로 또는 직접적으로 비교할 것인가에 따라 정도가 다르다. 비록 이 시점의 중요성은 처음에는 전체적으로 명백하다할 지라도, 수업에 적용은 교사가 대안적 평가를 어떻게 사용하고, 어떻게 보는 가이다. 예를 들어, 수학적 문제해결을 측정하기 위한 대안적인 평가를 설계한다고 가정하면, 문제해결능력에 대한 간접적 측정방법은 학생들이 풀기 위한 수학문제의 개발로 구성되어 있어야 할 것이다. 그러나, 학생들의 성취도는 다른 형태로 점수가 매겨지게 된다: 특별한 답에는, 특별한 그래프와 그 단계, 특별한 설명, 특별한 그림 ....,등이 필요하다. 간단히 말하면 과제지향별 점수 매기기의 형태를 따르기 때문이다. 문제해결 능력은 직접적으로 판단하기는 어려우나 학생들이 받은 점수로부터 나타나게 된다. 과정 지향적인 채점방법은 가끔 평가기술의 간접적인 접근방법으로 구성되어 있으므로 문제해결에서 좋은 점수를 얻는 것은 문제해결능력 향상의 증거로 생각할 수 있다(표2-1, 표2-2참조). 이는 다지선다형의 시험에서와 같은 맥락으로 중요하게 쓰이나, 차이점은 대안적 평가의 답들은 목록에서 뽑는 것이 아니고, 학생들에 의해 직접 생성되고, 답들은 특별한 형태의 점수들에 의존하며, 이 채점법은 단순히 맞고 틀리는 것에 의해 점수를 매기는 것은 아니다. 이러한 접근 방법은 문제해결의 설명을 위하여 직접적인 기술 판단의 방법으로 평가된다. 이 방법에 의하면, 문제해결 과제를 설계하고 답의 옳고 그름에 대한 정확성을 일반화된 기준을 직접적으로 사용하여 문제해결능력을 판단한다. 예를 들어 오레곤 교육부에서 개발된 4개의 모델을 생각해 보면(표2-1, 2-2참조), 이 경우에는 같은 기준에 학생들이 푼 모든 문제를 적용시키고, 문제해결은 평가측정자 즉

교사에 의해 직접 판단해야 한다.

표2-1. 문제해결에 대한 일반적 채점기준에서 개념적 이해와 절차적 지식

개념적 이해의 채점기준
개념적 이해는 문제를 해석할 수 있는 능력과 해결의 전략을 이용하여 적절한 정보를 뽑아내는 것을 포함한다. 증거는 문제상황, 관련된 정보, 적절한 수학적 개념과 논리적인 / 합리적인 답안들을 연관지어서 토론한다. 5 완전한 개념적 이해: 학생이 문제를 푸는데 모든 관련된 정보를 사용한다. • 학생의 답은 문제/질문에 일관적이다. • 학생은 적절한 수학적 개념들로 문제를 해석할 수 있다. 3 부분적 개념이해: 학생은 문제에서 수학의 요점만을 추출한다. • 학생은 단지 부분적으로 개념들간의 관계를 지울 수 있다. • 학생의 답은 문제와 완전히 관련되지는 않았다. • 학생은 과제의 한 부분만을 이해하고, 전부는 아니다. 1 개념적 이해의 결함: 학생들의 해는 일관적이지 못하고 문제와 관계되지 않았다. • 학생은 문제를 부적절하게 이해하였다. • 학생은 과제와 관련된 개념의 이해 없이 옳지 않은 과정을 사용하였다.
절차적 지식: 채점기준
절차적 이해는 문제를 적절한 개념을 사용하여 학생의 능력을 나타내는 것을 다룬다. 증거는 완전한 모델을 사용하여 과정을 증명하거나 판단하고, 문제의 본래의 요소를 과정을 수정함으로서 다룬다. 5 적절한 과정을 충분히 사용함: 학생은 해를 판정하는 동안 원리를 효과적으로 사용한다. • 학생은 적절한 수학적 용어와 전략을 사용한다. • 학생은 문제를 풀고 증명한다. • 학생은 수학적 용어와 원리를 정확하게 사용한다. 3 적절한 과정을 부분적으로 사용함: 학생은 정확한 수학적 용어, 원리나 과정을 사용함에 있어서 정 확하지 않다. • 학생은 과정을 완전하게 수행할 수 없다. • 학생이 증명한 해의 과정이 정확치 않다. 1 수학적 과정의 사용결여 • 학생은 알맞지 않은 방법이나 해를 배제하는 것을 실패하였다. • 학생은 본질을 잘못 사용하거나 문제를 부적절한 과정으로부터 완전하게 수행할 수 없다. • 학생은 해를 증명하는 것을 실패하였다.

표2-2. 문제해결에 대한 일반적 점기준에서 문제해결과 의사소통

채점기준(계속)
문제해결전략: 채점기준
문제해결은 많은 기술의 사용, 가끔은 어떤 결합, 전에 풀었던 문제들이 요구된다. 학생들은 명백하게 초점이 맞춰진 문제해결전략을 나타내고 좋은 추리는 문제의 성공적인 재해결로 이끈다. 5 통찰력 있는 전략을 통한 증거: 기술과 전략들이 문제를 탐구하는 데 통찰력 있는 사고의 증거로 보여진다. • 학생의 작업결과가 명백하고 집중이 잘 되어 있다. • 기술/전략이 적절하고 통찰력 있는 사고가 나타나 있다. • 학생은 가능한 확장이나 문제 또는 해의 일반화를 하였다. 3 기계적 절차를 통한 증거 또는 기술과 전략의 부분적 사용 : 기술과 전략들이 약간의 증거는 되지만 명확성은 제한적이다. • 학생 단지 부분적으로 전략을 활용한다. • 학생의 전략이 완전하게 실행되지 않았다. • 학생이 형태나 관계를 이해했으나 확장은 틀리게 했을 때이다. 1 기술/전략들의 제한된 증거: 기술과 전략의 요점이 없고 상세한 설명이 대략적이거나 존재하지 않는다. • 과정들은 나타나 있지 않고(단지 해만 나타나 있을 때) • 학생은 문제를 개념, 형태나 관계적인 면에서 충분히 탐구하지 않았다. • 학생은 문제가 요구한 대안적인 해를 보이는 데 실패하였다.
의사소통: 채점 기준
수학적으로 대화하는 학생들의 능력을 평가할 때 개념과 과정, 설명의 유창함, 이해, 표현된 사고의 평가에 대해 특별한 신경을 써야 한다. 5 명백하고, 완전한 대화: 학생은 명백하고, 조리가 서고, 모호하지 않은, 우아한 설명을 한다. • 학생이 청중에게 그들의 생각을 효과적으로 전달한다. • 상세함이 잘 맞고 이해될 수 있어야 한다. • 한 단계씩 잘 흘러가고 구성을 볼 수 있다. • 학생이 이론을 강하게 뒷받침 할 수 있다. 3 부분적이거나 완전치 못한 대화: 학생의 설명이 명백하지 않고, 일관성이 없으며, 완전하지 않다. • 학생이 적절한 용어를 잘못 사용하였거나 일관성 없이 사용하였다. • 학생의 시각적 도구(그래프, 표, 다이어그램 등)가 적절하지 않거나, 직접적으로 관계가 없을 때이다. • 학생의 설명이 그들의 생각이 아닌 해를 중심으로 하였다 1 제한되었거나 대화의 없음: 학생의 설명이 이해 불가능하거나 존재하지 않는다. • 학생이 적절한 수학적 용어를 사용하지 않았거나 잘못 사용하였다. • 강화하거나 명백하게 설명할 중요한 시각적 도구(그래프, 표, 다이어그램 등)를 학생이 사용하지 않았다. • 학생의 설명에 초점이 없다.

이때, 직접적 접근방법과 간접적 접근방법은 매우 중요한 차이를 갖고 있다. 왜냐하면 이는 대안적인 평가와 교육적인 목적을 어떻게 교육적인 상에 연관시키는가 하는 근본적인 결론에 연결되기 때문이다. 예를 들어, 과제지향별 채점법을 강조한 간접적인 접근방법은 합리적이며 대단위의 평가에서 더 빠르다. 왜냐하면 교사들은 문제해결의 증거를 가지고 각 학생들의 작업을 일일이 분석하지 않기 때문이다; 교사들은 특별한 다이어그램을 찾고, 계산, 설명 등이 존재여부에 점수를 줄 수 있다. 학생 작업에 대한 모든 판단은 이미 만들어 져야 하고, 어떤 문제에 대해 누구도 결정해야한다. 이때 문제를 잘 해결하는 학생은 그림 또는 다이어그램, 계산, 설명들을 정확하게 보일 수 있을 것이다. 더 직접적인 방법은 일반적인 채점과정을 강조하는 것이다. 왜냐하면 학생 자신이 스스로의 결과물을 평가하도록 함으로서 교실에서 학습에 직접 사용한다는 중요한 장점을 지닌다. 질에 대한 판단의 기준을 만든다는 것은 교사가 만든 기준의 성공과 밀접한 관련이 있다. Hillocks(1986)에 의하면 기준과 특별한 질문은 학생들이 그들 자신이나 다른 사람들의 쓴 것을 활용하고 또한 질을 향상시키는 데 중요한 요소가 된다고 하였다. 이때 기준을 체계적으로 사용하는 것은 학생들이 새로운 자료를 생성할 뿐만 아니라, 이는 서로를 연결시켜서 나타내며 이 과정은 다른 기법보다 2배쯤 더 효과적이라고 주장하였다.

다시 말하면, 기술에 대한 직접적인 판단을 한 것에 대하여 평가하는 것은 학생과 교사에게 여러 상황을 통하여 "좋은" 이라는 것을 개념화하는 것이다. 과제의 특정한 형태에 대해 채점 매기기를 통하여 평가측정자들은 한 문제에서 좋은 것은 단 하나로 알게된다; 그들은 일반화, 번역, 새로운 상황에 적용 등을 해야만 하지는 않는다. 그러므로 직접적으로 보편화된 기준을 사용하는 수행은 교수적 도구보다 더 좋을 수 있다.

이는 아마도 많은 척도의 효능성이 요구될 때나 여러 가지 과제에서 일반적인 기준을 어떻게 활용하는 가를 사용자(교사와 학생들을 포함하여)가 배우기에 좋은 방법일 것이다. 이러한 접근 방법이 성공적이기 위해서는, i) 일반적인 기준은 질의 기준에 대한 이해와 설명을 첨부하여야 한다; ii) 특별한 예들 사이의 연결과 일반적인 지침이 명백해야 한다; iii) 일반적인 기준에서 궁극적인 목표가 이해되어야 하고 이들을 새로운 상황에 활용 가능해야 한다(Arther, 1996).

2) 총체적 대 분석적 특징을 보편화한 채점법

넓은 범주에서의 채점법에 대한 일반적인 접근법은 두 가지이다-총체적과 분석적인 채점법. 총체적 채점법은 하나의 전체 답변의 질에 대한 통합적인 판단을 하는 것이다. 분석적인 채점법은 수행의 여러 면에서 각각의 점수를 주는 것이 특징이다.

그러나, Arther(1996)의 주장에 의하면 총체적 채점법의 장점은 더 빠르다는 것이다. 이는 주된 목표가 학생의 수행의 개괄을 비교적 빨리 얻어야 하는 대규모의 평가에서 사용된다. 그러나 분석적 채점법의 장점은 더 진단적이다. 그러므로 이 방법은 목표가 교사들에게 교수를 계획할 수 있는 진단적인 정보를 제공하거나 또는 목표가 학생들을 위한 방법으로 이해와 내면화시키는 성공적인 기준으로 사용될 때이다.

3) 채점 평가기준의 성질

채점을 할 때 채점(과제지향별 또는 일반화 된)의 중요한 방법을 하나로 할 것인가, 여러 가지로 할 것인가를 결정해야 하고, 정답에 대해 몇 점을 줄 것인가를 결정해야 한다. 다음 학생이 한 것에 대해 각각의 점수를 주어야 한다. 어떤 형태의 수행이 훌륭한가, 잘했는가, 보통인가, 못했는가? 등의 각 점수의 특징에 대하여 채점매기는 후면에는 여러 가지 철학이 있다.

① 양을 기준으로 한 채점법

Baker(1992)에 의하면 학생들의 논술문에서 4가지 특징으로 채점 매겨졌다 -개념, 설명, 참고문헌, 그리고 오개념이었다. 3가지들의 "개수"로 매기어 지고 후에 오개념은 개수를 세어, 사용된 개념의 수, 내용 사용의 비례로 채점하여 점수는 숫자로 표시되었다.

② 질을 기준으로 한 채점법

예를 들어, 높은 수행의 한 형태는 "학생들이 자료와 마지막 결론사이의 관계를 명백하게 보이는 설명을 성공적으로 제시할 때"이며, 빈약한 수행은 "마지막 결론과 수행한 과제가 잘 연관되지 않을 때"이다. 이는 학생이 결론을 맺을 때까지 얼마나 길게 좋은 것들로 되어 있는 가와는 관계가 없다.

일반적으로, 양을 기준으로 점수를 매기는 것은 피해야 한다. 하나의 좋은 결론은 올바른 10개의 개념을 나열한 것 보다 훨씬 더 가치가 있기 때문이다.

4) 설명된 표현들의 양

절차적 지식에 대한 높은 점수를 얻었다면, 학생은 "본질은 효과적으로 사용하여 해를 정하고, 적절한 수학적 용어와 전략을 사용하여 문제를 풀고 증명하며, 수학적 본질과 용어를 정확히 사용하는 것이다."비록 아직 정의되지 않았다 하더라도, 이 설명은 답의 어떤 것을 판단하느냐 하는 추가적인 보조 역할이다. 이 때의 점수는 "학생들의 작업과 자기반영이 과학적인 생각을 가지고 확장된 지식이다. 학생들은 적절한 용어를 알맞게 사용하여, 원조와 다시 실행한 예들의 작업의 비교를 통하여 과학적인 생각을 이해하는 성장의 증거를 제공한다...,"그리고 등 등.

설명이 가득 차 구성되어 있을 때, 등급화는 쉬워 진다. 좋은 설명들은 특히 큰 규모의 평가에서는 더 중요하다. 등급들은 잠재하고 있는 설명적인 기준사이에서 중요한 생각은 좋은 일관성보다 더 중요하다. 예를 들어, 학생들의 해가 "실행 가능한" 것이라면, 무엇이 필요할까? "실행 가능한" 것을 설명할 수 있는 더 중요한 것은 무엇인가?

여기에는 세목의 양에 관계되어 두 가지 문제점이 있다. 예를 들어 "실행 가능하다는 뜻은 실제적인 (시간, 지식, 경비의 항목에서) 것과 실용적인 것(실제문제의 해결이라는 면에서) 두가지 형태로 생각할 수 있다. 실용적인 것은 단지 하나의 의견보다는 더 많이 제시하여 다른 것과의 차이점을 보일 수 있어야 한다. 즉, 다른 비슷한 답안들의 효용성에 대한 자료가 필요하다; 현재 과제들을 이행하기 위해서는 기계공학적인 것들이 필요하다." 문제 해결을 위하여 그 외에 부가적으로 필요한 다른 조건들을 생각할 수 있는가?

여기서 강조해야 할 것은 높은 질의 성취기준은 과제에 점수를 주기 위한 도구보다 더 중요한 것이다. 이는 학생들에 대한 기대와 그들을 위한 교수 목표의 상을 발전시키는 것을 도와 줄 것이다.

요약해서, 많은 형태의 성취기준은 개발되

었고, 채점형태의 체계는 무엇을 평가할 것인가와 관계하여 직접적으로 사용할 수 있을 것이다.

총체적과 과제별 채점법은 대량평가에 사용되는 데 왜냐하면, 그 방법이 더 빠르기 때문이다. 많은 설명을 가진 분석적 대안적 평가기준은 만약 교사가 대안적 평가의 기회를 증가시키거나 학생들의 목표의 일반적인 상을 발전시키는 것을 교실에서의 교수적 부산물로 사용한다는 것에 대한 좋은 선택이 될 것이다.

Ⅳ. 결론

지금까지 수학교과에서의 대안적 평가의 의미와 배경, 특징과 개발절차, 과제 유형 그리고 대안적 평가의 질을 판단하는 준거 및 채점법 등을 활용하기 위한 방안을 살펴보았다.

대안적 평가는 학생이 지식을 기억하는 능력을 평가하는 것이 아니라 과제의 수행을 통해서 자연스럽게 나타나는 인지 기능을 평가하는 것이다. 그리고 대안적인 평가는 재능과 요구가 다른 학생들의 다양한 기능을 보다 세밀하고 정확하게 평가한다. 이러한 평가는 교육과정의 한 부분으로서 교육과정의 정상적인 운영을 지원할 뿐 아니라 궁극적으로 수업 방식을 개선하도록 유도하고, 학생의 진보 정도와 학교 운영 상황을 사정하는 데 좋은 자료를 제공한다. 요약해서 말하면, 대안적 평가에서의 과제들은 반드시 하나의 완성된 상을 만들어야 한다. 이 상은 교사가 학생들로부터 평가하기를 원하고, 평가하는 이유, 교사들이 하기를 원하는 교수적인 메시지, 학생들에게 주고싶은 메시지, 평가와 교수방법 사이에서의 관계, 교수철학 등과 연관되어 있어야 한다

특히 수학이라는 과목이 학교교육에서 큰 비중을 차지하고 많은 시간을 학습하게 하는 교과임에도 불구하고 대다수의 학생들이 "어렵다" "머리 아프다" "재미없다"라고 생각하는 현 상황에서는 이러한 새로운 평가방식이 절실히 요구된다. 수학에서는 오류나 어려움을 그것이 생겨났을 때 바로 해결하지 않으면 또 다른 오류를 초래하고, 이 오류는 꼬리에 꼬리를 물게 된다. 이런 과정을 반복하면서 학생들은 '수학은 열심히 해도 안되는 어려운 과목'이라 생각하게 되는 것이다. 그러므로 아동 개개인의 학습결과와 성취정도를 학습과정에서의 대안적인 평가를 통해 개별적으로 알아내어 다음의 교수에 반영해야 한다.

그러나 이런 좋은 취지와 교수이론을 배경으로 한 대안적인 평가는 교사들에게는 엄청난 부담감을 주게 된다. 대단위 학급과 많은 수업을 하는 수학교사들이 매 시간 학생을 관찰하여 기록하고 오류를 수정해 주기란 실제로 어려운 일이다. 또한 대안적 평가를 지필 검사를 사용하여 평가를 했을 때 나오는 매 시간의 채점분량은 한 사람의 교사가 감당하기엔 힘겨울 정도이다. 하지만 한 시간동안 관찰할 학생의 수를 제한하여 집중적으로 관찰하고, 관찰할 내용을 한정하며, 체크리스트를 좀 더 간략하게 부호화하고 자기평가지를 만들어 학생 스스로 평가해 보는 기회를 많이 제공해 보면, 대안적인 평가에 대한 부담이 약간은 줄어들 수 있을 것이다.

현재 많은 교사나 교육연구가들이 좀 더 발전적인 대안적인 평가를 개발하기 위해 노력을 하고 있으며, 학생들에게는 평가가 단지 등수를 매기기 위한 것이 아니라 잘 모르는 것을 알아내어 새롭게 이해할 수 있는 기회를 제공해 준다는 생각을 갖게 할 것이다.

수학교과에서의 대안적 평가의 발전은 모든 단계에서, 모든 학년에서, 고려해야 할 활동

이다. 다양한 접근방법들은 수집한 학생샘플을 대상으로 조사함으로서 대안적 평가의 효과에 대한 증거가 될 수 있다. 이러한 증거들에서 현재의 이론적인 지도법이나 학생들을 위한 교수적 목표의 필요성이 보다 더 반영되는 평가의 변화가 필요한 이유가 보여질 것이다. 예를 들어 만약 모든 사람들이 더 좋은 교수적 실제의 모델이 필요하다고 말한다면, 왜 어떤 평가에서 우리가 단지 전통적인 문장제 문제에 단지 조작물들을 사용하는가? 또는 왜, 언제 사람들은 수학적 문제해결을 평가하는가, 어떤 그룹이 과제지향별 채점법을 사용할 때 어떤 이들은 일반적인 기준을 사용하는가? 대안적 평가의 모든 설계형태를 교육의 목적으로서 성취하려는 것과 그것들이 정말로 일치하는가를 한 걸음 물러서서 재검토할 필요가 있다. 부록에서는 CRESST(1995)의 자료중에서 미국의 10학년 즉 고등학교 1학년(그러나 내용면에서는 우리나라의 중학교 3학년 수준임) 중 수준 정도의 문제를 앞에 제시했던 방법에 맞추어 나타내었다. 이를 참조로 한 안을 떠올리는 것도 좋을 것이다.

참고 문헌

남명호(1995). 본질에 가장 근접한 '수행평가'. 우리교육 95년 12월호.

______(1996). 수행평가란 무엇인가, 전통적 지필평가의 대안. 새교육 96년 11월호.

백순근(1995). 교수-학습평가의 새로운 대안:수행평가를 중심으로.청주교대 초등교육연구 제6집.

Baker, E. et al. (1992). CRESST Performance Assessment Models. Los Angeles, Calif: Center for the study of Evaluation; UCLA Graduate School of Education.

Archbald, D. A., and Newmann, F. M. (1992). Approaches to assessing academic achivement. In H. Berlak et al. *Toward a new science of educational testing & assessment.* NY: State University of New York Press.

Arther, Judith A. (1996). Alternative Assessment in Science and Mathematics, *A handbook for Student Performance Assesment in an Era of Restructuring*, Ed. Robert.E. Blum & Arther, Judith A., Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Vir.

Charles Randall, Lester Frank, O'daffer Phares(1987). How to evaluate progress in problem sovling, VA: The National Council Teachers of Mathematics, INC.

CRESST(1995).Guide Book : CRESST Performance Assessment Models. The New American Schools Development Corporation.

Hillocks, G.(1986). Research on Written Composition.Urbana,Ill. : National Council of Teachers of English.

Jones, B. F. and T. Fennimor(1990). " What is the New Definition of Learning ?" In Restructuring to Promote Learning in America's Schools: A Guide book-1: The New Definition of Learning: The First step for school Reform. Oak Brook, Ill,: North Central Regional Educational Laboratory.

National Council of Teachers of Mathematics.(1993). Assessment in the Mathematics Classroom : 1993 Yearbook.

National Council of Teachers of Mathematics.(1995). Assessment Standards for School Mathematics.

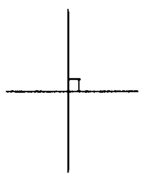
Office of Technology Assessment (1992). Testing in American School: Asking the right Questions. Congress of the United States.

Worthen, B. R. (1993), Critical issues that will determine the future of alternative assessment, Phi Delta Kappan, 2, pp. 444～456.

부 록

Part 1: 단답형

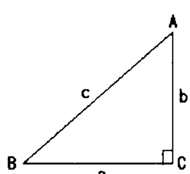
다음은 기하에서 사용하는 용어들이다. 각 용어가 의미하는 것을 말하고, 그것이 기하에서 얼마나 중요한지 말해보아라. 정의를 확신할 수 없으면 부분적으로라도 적어보아라. 그림을 사용하여 설명할 수도 있다.



1. 직각

두 선분이 만나서 이루는 교각이 90° 인 각

**직각은 다른 모든 각을 재는 기준이 되는 각이다. 직각을 기준으로 해서 직각보다 큰 각은 둔각이고, 직각보다 작은 각은 예각이다.*



2. 피타고라스의 성질

오른쪽 직각삼각형의 ABC에서, 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고 빗변의 길이를 c라 하면, $a^2+b^2=c^2$ 이 성립한다.

**직각삼각형에서 어느 두 변의 길이를 알면, 피타고라스의 성질을 써서 남은 한 변의 길이를 구할 수 있다.*

3. 직각삼각형

직각인 각을 포함하는 삼각형

**삼각형의 각과 변의 관계를 알기 위한 기본이 되는 삼각형.*

4. 빗변

직각삼각형에서 90° 인 각과 마주보는 변

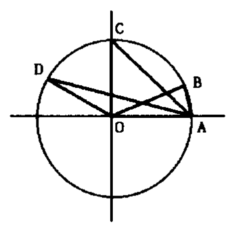
**직각삼각형에만 있는 변이다*

5. 삼각형의 면적

삼각형의 면적= 밑변의 길이×높이×$\frac{1}{2}$

**삼각형의 면적을 통해서 평면도형의 면적을 알 수 있다. 평면도형은 삼각형으로 분할할 수 있으므로 삼각형의 면적을 통해서 평면도형의 면적도 알 수 있다.*

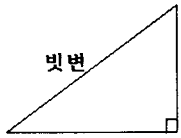
6. "삼각형의 두 변의 길이를 나에게 말해주면, 나는 나머지 변의 길이가 무엇인지 말할 수 있어. 어떤 삼각형이라도 할 수 있어." 라고 마틴이 너에게 말했다. 이것은 참인가 거짓인가? 이것이 참이라면 마틴이 어떻게 그것을 할 수 있는지 말하고, 그것이 거짓이라면 왜 그런지 설명하여라.



마틴의 말은 참이 아니다. 직각삼각형인 경우에만 두 변의 길이를 알면 나머지 한 변의 길이를 알 수 있다. 옆 그림을 보면 각의 크기에 따라 나머지 한 변의 길이가 달라짐을 알 수 있다.

<채점기준>

문제번호	채 점 요 소	배점
1, 3	용어의 의미와 중요성	1 점
2, 4, 5	용어의 의미 용어의 중요성	1 점 1 점
6	정답 타당한 설명	1 점 1 점



Part 2: 소집단 활동

지시사항: 이 부분의 테스트에서는 사오 명의 다른 학생들과 소집단으로 작업한다. 이 소집단 활동을 위해서 무엇을 해야하는 지를 설명하는 지시사항들이 제시될 것이다. 그후에 이미 알고 있었던 것과 다음에 해야할 것을 관련지어 질문에 답하여라.

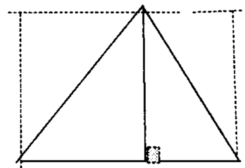
선생님께서 해야할 것에 대한 지시를 하는 동안 주의 깊게 들으시오.

Part 3: 설명

(1) 로사리오가 삼각형에 대하여 배우는 동안 결석했다. 로사리오는 각, 피타고라스의 성질, 삼각형에 대한 어떤 것도 배우지 못했다. 월크맨 선생님은 삼각형에 대하여 지금까지 알아야할 모든 것을 로사리오에게 가르쳐 주라고 너에게 부탁하셨다면 삼각형에 대하여 지금까지 네 또래 학생들이 알아야할 모든 것을 로사리오가 알도록 하기 위하여 가르칠 것을 적어보아라. TV, 책, 이 테스트나 어떤 것들에서 배워서 알고 있는 중요한 점을 로사리오에게 설명하여라.

<채점기준>

채 점 요 소	배점
각의 의미와 중요성	1 점
피타고라스의 성질의 의미와 중요성	2 점
삼각형의 성질(넓이 등)의 의미와 중요성	2 점

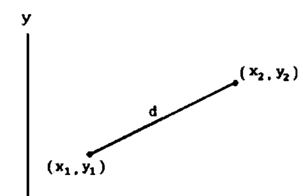


①각: 두 선분이 만나서 이루는 것으로, 두 선분이 만나서 이루는 교각이 90° 인 각을 직각이라고 한다.

②피타고라스의 성질: 오른쪽 직각삼각형의 ABC에서, 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고 빗변의 길이를 c라 하면, $a^2+b^2=c^2$이 성립한다.

이 피타고라스의 성질을 이용하여 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있게 된다. 또한, 삼각형에서 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계를 이해할 수 있다. 삼각형 ABC에서 $\angle A<90^\circ$ 이면 $a^2+b^2<c^2$, $\angle A=90^\circ$ 이면 $a^2+b^2=c^2$, $\angle A>90^\circ$ 이면 $a^2+b^2>c^2$이 된다.

③삼각형의 면적은 점선으로 된 사각형의 면적의 반이므로 밑변의 길이×높이×$\frac{1}{2}$이 된다.



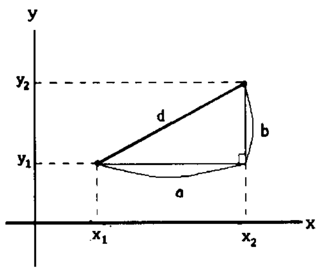
좌표평면 안에 있는 두 점 사이의 거리는 거리 공식을 사용하여 만들 수 있다. 위에 있는 점 $(x_1,\ y_1)$과 $(x_2,\ y_2)$ 사이의 거리 d는 다음과 같이 주어진다.

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

어떻게 이 거리 공식이 실제로 피타고라스 성질의 또 다른 형태인지 말과 그림으로 설명하여라.

〈풀이〉

두 점 (x_1, y_1)과 (x_2, y_2)에서 x축과 y축에 각각 평행한 선을 그어서 직각삼각형을 만든다. $a=x_2-x_1$, $b=y_2-y_1$이라고 정의하면 피타고라스의 성질을 이용하여 $d^2=a^2+b^2$을 얻는다. $a=x_2-x_1$, $b=y_2-y_1$를 대입하면 거리공식 $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$을 얻을 수 있다.

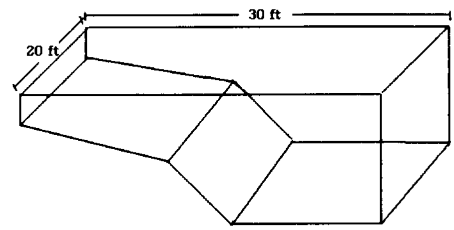


〈채점기준〉

채 점 요 소	배 점
그림 그리기	2 점
피타고라스의 성질을 이용하여 두 점 사이의 거리 구하기	3 점
· x좌표에서의 거리의 차이와 y좌표에서의 거리의 차이를 직각삼각형의 변의 길이로 정의한 경우	(1 점)
· 피타고라스의 정리를 이용하여 식을 세우는 경우	(1 점)
· 거리 d 구하기	(1 점)

Part 4: 문제해결

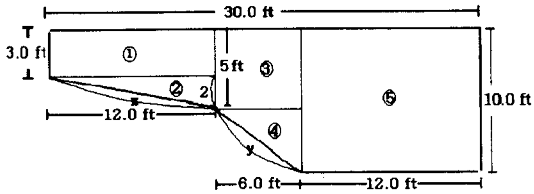
풀의 옆면 그림



풀의 삼차원그림

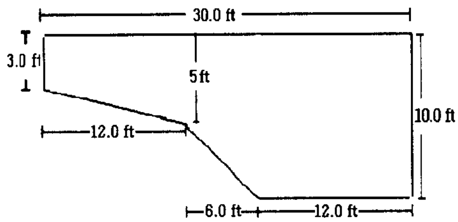
위의 그림은 로드리고가 올 봄에 페인트칠을 하기로 한 수영장 풀의 모습이다. 이 풀은 길이가 30 피트(ft)이고 폭이 20 피트이다. 얕은 쪽의 끝에서 이 풀은 깊이가 3 피트이고, 얕은 쪽 끝에서부터 12 피트의 거리까지 5 피트의 깊이까지 점차적으로 깊어진다. 그리고 위의 옆면 그림에서 볼 수 있듯이 10 피트의 깊이까지 급격히 깊어진다.

풀에는 물이 없고, 여름에 풀을 열기 전에 페인트를 칠하는 작업을 끝마쳐야 한다. 로드리고는 풀의 옆면과 아래를 모두 페인트칠을 해야 한다. 사용할 페인트는 아주 비싼 특별한 합성제품이다. 그 페인트 1 갤론은 표면의 55 제곱 피트를 칠할 수 있다. 이 페인트는 특별히 제조업자에게 주문해야 하고(2주가 걸림), 반환이 안되기 때문에, 정확한 페인트의 양을 주문하는 것은 로드리고에게는 매우 중요하다. 만약 충분히 주문하지 않는다면, 페인트를 다 써버려서 페인트를 기다리는 동안 작업은 연기될 것이다. 만약 너무 많이 주문한다면, 페인트가 너무 많이 남아서 돈을 낭비할 것이다. 로드리고가 페인트를 얼마나 주문해야 하는지 계산하여라. 계산과정을 전부 보이고, 어떻게 그리고 왜 그런 견해에도달했는지 완전하게 설명하여라.

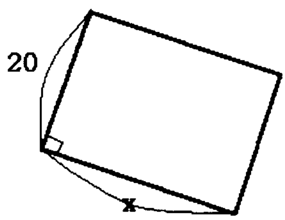


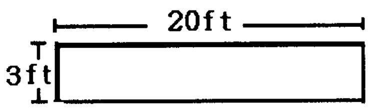
〈풀이〉

*옆면의 면적 *(i)*

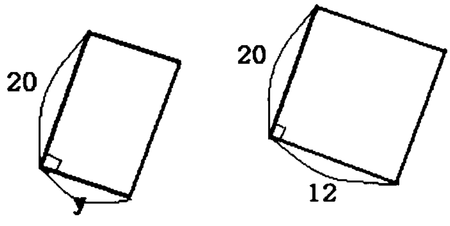


(ii)





(iii)



(i)의 면적 : ①+②+③+④+⑤

① ⇒ 3×12=36　　② ⇒ ½×12×2=12

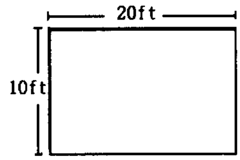
③ ⇒ 5×6=30　　④ ⇒ 5×6×½=15

⑤ ⇒ 12×6=120　　∴ (i)의 면적=36+12+30+15+120=213

(ii)의 면적=10×20=200 (iii)의 면적=3×20=60

*밑면의 면적

(a)　　(b)　　(c)



$x^2 = 12^2 + 2^2 = 148 \Rightarrow x = \sqrt{148}$

$y^2 = 5^2 + 6^2 = 61 \Rightarrow y = \sqrt{61}$

(a)의 면적$=20\times x=20\times\sqrt{148}$

(b)의 면적$=20\times y=20\times\sqrt{61}$

(c)의 면적$=20\times 12=240$

<페인트를 칠해야할 전체 면적>

전체 면적=(i)의 면적×2+(ii)의 면적+(iii)의 면적+밑면의 면적

$=213\times 2+200+60+20\sqrt{148}+20\sqrt{61}+240=926+20\sqrt{61}+40\sqrt{37}$

<필요한 페인트의 양>

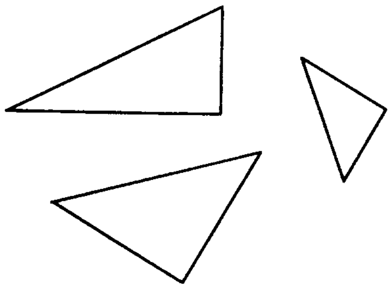
페인트의 양$=(926+20\sqrt{61}+40\sqrt{37})/55 \fallingdotseq 40.937$ 그러므로 41 갤론의 페인트가 필요하다.

〈채점기준〉

채 점 요 소	배 점
· 풀의 옆면 그림에서 기울어진 부분을 각각 x, y로 놓고 피타고라스의 정리를 이용하여 x, y의 값을 구하기	2 점
· 옆면의 면적 구하기	3 점
· 밑면의 면적 구하기	3 점
· 페인트를 칠해야할 전체 면적 구하기	1 점
· 필요한 페인트의 양 구하기	1 점

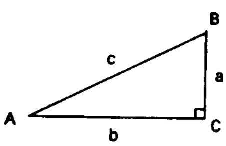
기하에 대하여 새로운 것을 배우기

다음 세 삼각형을 보시오. 이 삼각형들은 무엇을 공통으로 가지고 있는가?



만약 이 삼각형들이 공통인 각을 가지고 있다면 말했다면 정답이다. 이 삼각형들이 공통으로 가진 각은 직각이다. 직각을 포함하는 삼각형을 직각삼각형이라고 부른다. 직각은 90° 로 측정되는 각이고, 우리의 일상 생활에서 자주 볼 수 있는 삼각형의 형태이다. 예를 들면, 우리는 대부분의 건물에서 바닥, 벽, 천장들이 만나는 지점을 직각으로 만들려고 한다.

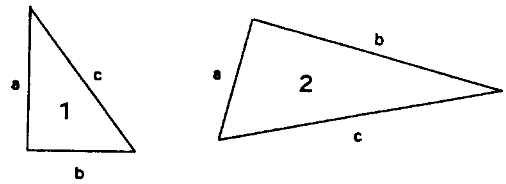
우리는 직각삼각형을 나타내는데 사용하는 특별한 용어를 가지고 있다. 다음은 직각삼각형의 모습이다.



점 A, B, C는 직각삼각형의 **꼭지점**이다. 여기에서 **꼭지점** C에 대한 각은 직각이다. 길이가 c인 직각의 반대에 있는 변은 직각삼각형의 **빗변**이라고 불린다. 그리고, 길이가 a, b인 다른 두 변은 직각삼각형의 **변(leg)**이라고 부른다. 모든 삼각형은 변을 가지지만 직각삼각형만이 빗변을 가진다. 직각삼각형에는 매우 중요한 성질이 있다.

이 성질을 조사하기 위해

- 아래 삼각형들의 세 변을 각각 측정하여라. 길이를 재기 위해서 주어진 센티미터자를 사용하여라.
- 네가 잰 길이를 너희 그룹의 클립보드 용지에 기록을 담당한 기록자에게 보고하여라.



- 그룹 클립보드 용지에 있는 표를 완성하기 위하여 측정하거나 계산기를 사용하여라.

표의 마지막 두 열에서 무엇을 알았느냐? 만약 정확히 측정하고 계산했다면, 표의 마지막 두 열의 수는 그 크기가 거의 비슷할 것이다. 이것은 직각삼각형의 피타고라스의 성질을 만족하기 때문이다.

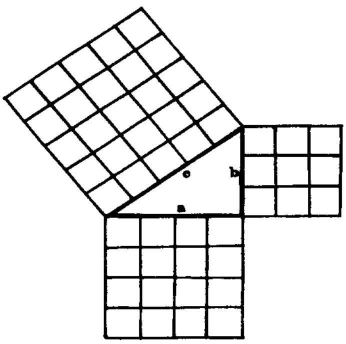
말로 하면, 피타고라스의 성질은 직각삼각형의 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같다는 것이다. 기호로 나타내면, 직각삼각형의 두 변이 a, b이고 c가 빗변이라면 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

이 성질은 수학자 피타고라스(약 B.C 560-480)에 의해서 설립된 고대 그리스의 수학과 철학 학파인 피타고라스 학파의 이름을 따라서 지어졌다. 비록 이 성질이 피타고라스 학파사람들의 시대 이전부터 알려져 있었지만, 피타고라스 학파에서 최초로 형식적으로 증명을 했다고 인정되고 있다.

여기에 피타고라스 학파가 의미했던 것에 대한 또 다른 방법이 있다. 이 그림을 보아라. 변 a, b, c를 가진 직각삼각형이 보인다. 또한 삼각형에 붙어 있는 정사각형 세 개가 보인다. 각 정사각형의 변은 삼각형의 한 변의 길이이다. 변 a에 붙어 있는 정사각형의 넓이는 a^2 이다. 변 b에 붙어 있는 정사각형의 넓이는 b^2 이고, 변 c에 붙어 있는 정사각형의 넓이는 c^2 이다.

삼각형 #1

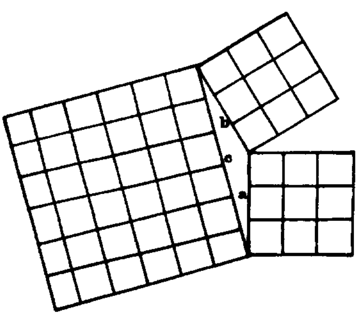
피타고라스의 성질이 $a^2 + b^2 = c^2$ 이라는 것을 기억하여라. 변 a에 붙어 있는 정사각형의 면적과 변 b에 붙어 있는 정사각형의 면적을 더한 면적은 이 삼각형의 변 c에 붙어 있는 정사각형 전체 면적과 같다고 생각되는가? 찾아보시오. 삼각형 #1을 보아라. 변 a의 정사각형과 변 c의 정사각형을 잘라내어라. 정사각형 c의 위에 그것들을 맞추기 위해서 바둑판 모양의 선(grid line)을 잘라내어라. $a^2 + b^2 = c^2$ 이기 때문에 그것들은 정확히 맞아야 한다. 그것이 옳다고 생각하는가?



삼각형 #2

이제는 삼각형 #2에서도 시도해 보아라. 이 삼각형에서도 $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립하는가?

또한 이 그림의 삼각형의 이름은 무엇인가? 또한 이 삼각형은 완전한가?



기하-10학년 그룹 클립보드 용지

학교__________ 조_______ 날짜________

조원의 이름:

1)______________ 2)______________

3)______________ 4)______________

5)______________ 6)______________

#1. 각 조에서 '보여주기(display)'를 읽을 사람을 뽑아라. 지금 시작하라. 소집단의 답을 기록하기 위하여 이 클립보드 용지를 사용하여라.

#2. 모든 학생은 "기하에 대하여 어떤 것을 배우기"의 복사본을 가져야 한다.

#3. 안내서 2 쪽을 읽고 자를 가지고 삼각형을 측정하여라.

#4. 기록자(recorder)에게 측정한 것을 보고하여라. 기록자는 아래 표에 소집단의 답을 써야 한다.

#5. 모든 학생들은 안내서 3쪽을 읽어야 한다.

#6. '제시판(display board)'의 지시사항을 따르시오.

그후에 이 질문들을 토의하고 여기에 소집단의 생각을 기록하시오.

	a	b	c	a^2	b^2	c^2	a^2 $+b^2$
D1	4	3	5	16	9	25	25
D2	3.5	7.3	8.1	12.25	53.29	65.51	65.54

단계 #6에서, (변 c의)남아있는 정사각형 위에 잘라낸 정사각형들이 정확히 맞는가? 왜 그런가? 혹은 왜 그렇지 않는가?

삼각형#1은 정확히 맞는다.

변 a로 구성된 정사각형의 개수는 16개이고, 변 b로 구성된 정사각형의 개수는 9개이고, 변 c로 구성된 정사각형의 개수는 25개이다. 그러므로 25=16+9가 성립하여 정확하게 맞춰진다. 즉, 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리가 성립한다.

단계 #7에서, (변 c의)남아있는 정사각형 위에 잘라낸 정사각형들이 정확히 맞는가? 왜 그런가? 혹은 왜 그렇지 않는가?

삼각형 #2는 맞지 않는다.

변 b로 구성된 정사각형의 개수는 9개이고, 변 a로 구성된 정사각형의 개수는 9개이다. 그러나, 변 c로 구성된 정사각형의 개수는 36개이다. 그러므로 36-(9+9)=18개의 정사각형이 맞춰지지 않는다.

단계 #8에서, 피타고라스 성질을 배우는데 너희 그룹의 학생들은 어떤 방법을 선호하는가?(말과 계산 대 그래픽 도해)

우리 그룹의 학생들은 그래픽적 도해를 선호한다.

눈으로 직접 직각삼각형의 각 변에 대응하는 정사각형을 헤아려볼 수 있어 직각삼각형의 변 사이의 관계를 쉽게 확인할 수 있다.

우리 그룹의 학생들은 대수적인 도해를 선호한다.

일일이 그림을 그리지 않고도 직각삼각형의 두 변이 주어지면 빗변의 제곱은 나머지 변의 제곱의 합과 같다는 피타고라스의 성질에 대입하여 나머지 한 변을 구할 수 있기 때문이다. 추상적인 기호를 사용하여 정리된 식은 응용하기 쉽고, 기억하기 쉽다.

Alternative Assessment in Mathematics Education

Choe, Seung-Hyun

The purpose of this study is to define the altenative assessment and to suggest the method of scoring system. Alternative assessment includes any type of assessment in which student create reponses to a question rather than choosing a responses form given list(as for multiple choice, true/false, or matching). Alternative assessment can includes short answer questions, essay, performances, oral presentation, demonstrations, exhibitions, portfolios, and etc.

To evaluate the each type of assessment, we can apply the method of holistic scoring and analytic scoring system. Also we have to concern the type of scoring mechanism directly relate to what we want to assess, our purpose for assessment fitting into the educational enterprise. Before applying the alternative assessment in our classroom, we need to step back and reconsider all our design features and teachers' responsibility.