

# 등·변단면 I-형 곡선격자형교의 영향선에 관한 비교연구

## A Comparative Study on Influence Line of Curved I-Girder Grid Bridge with Constant Cross Section and Variable Cross Section

장 병 순<sup>1)</sup> · 서 상 근<sup>2)</sup> · 류 은 열<sup>3)</sup> · 윤 정 섭<sup>4)</sup>

*Chang, Byung Soon Seo, Sang Geun Ryoo, Eun Yeol Yun, Jeung Seup*

요 약 : 곡선 격자형교의 최대 전단력, 최대 휨 모멘트, 최대 순수 비틀림모멘트, 최대 뒤틀림모멘트, 최대 바이모멘트를 계산하기 위하여 곡선 격자형교에 작용하는 활하중의 재하위치를 찾는 것이 중요하고 영향선을 이용하면 이 값들을 쉽게 계산할 수 있다. 등·변단면 I-형 곡선격자형교를 해석하기 위해, 본연구에서는 Vlasov의 기초미분방정식을 이용하고, 이의 수치적 해석을 위해 유한차분법을 적용하여 등·변단면의 최대부재력이 발생하는 위치에서 등·변단면의 휨모멘트, 전단력, 순수비틀림모멘트, 뒤틀림모멘트, 바이모멘트의 영향선을 구하여 비교 제시하였고 이를 이용해 최대부재력이 발생하도록 하는 활하중의 재하위치를 구하였다.

ABSTRACT : In order to determine the maximum shear force, the maximum bending moment, the maximum pure torsion, the maximum warping torsion, and the maximum bimoment for the curved girder grid bridges, it is important to find the location of live load applied to the curved girder grid bridges, so that the influence line can be estimated.

The fundamental differential equation concerning the behaviour with warping effects for the curved girder is developed by Vlasov. In this paper, the influence line of shear force, bending moment, pure torsion, warping torsion, and bimoment due to unit vertical load and unit torsional moment for curved I-girder grid bridges with variable and constant cross section are obtained by using the finite difference method and compared with respectively.

핵심용어 : 곡선 격자형교, 유한차분법, 영향선, 변단면

KEYWORDS : curved girder grid bridge, finite difference method, influence line, variable cross section

1) 정회원, 부산대학교 토목공학과 교수, 공학박사  
2) 부산대학교 생산기술연구소 전임연구원, 공학박사  
3) 부산대학교 토목공학과 박사과정  
4) 부산대학교 토목공학과 공학석사

본 논문에 대한 토의를 1999년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

# 1. 서 론

교량이 도로 선형의 곡선부에 위치하면 교통의 흐름을 원활히 하기 위해 교량형태를 곡선으로 계획하는 것이 요구된다. 곡선형교에 관한 정적해석 이론에는 뒤틀림(warping)의 효과를 고려한 보 이론, 뒤틀림의 효과를 무시하는 보 이론으로 구분할 수 있다.

본 연구는 등·변단면 곡선격자교의 구조적 거동을 해석하기 위해서 Vlasov에 의해 제시된 곡선부재의 뒤틀림효과를 고려한 거동에 관한 기초 미분 방정식을 세운 후 유한차분법을 도입하였고, 격벽(diaphragm)의 강성을 곡선보의 상대적 변위의 향으로 나타내어 정식화시켰고, 곡선보의 유한차분방정식 및 격벽의 강도방정식을 사용하여 곡선격자교의 유한차분방정식을 정식화하였다. 이를 이용하여 단위 수직하중 및 단위 비틀 모멘트에 의한 등·변단면 I-형 곡선격자교의 전단력, 휨 모멘트, 순수비틀 모멘트, 뒤틀림 모멘트, 바이모멘트의 영향선을 구하고, 이 영향선을 이용하여 최대 부재력이 생기는 위치에서 활하중의 재하 위치를 구하는 것이 본 연구의 목적이다.

## 2. 곡선격자교에 대한 유한차분 정식화 및 부재력

### 2.1 곡선부재의 지배 미분방정식<sup>(1)(2)(8)</sup>

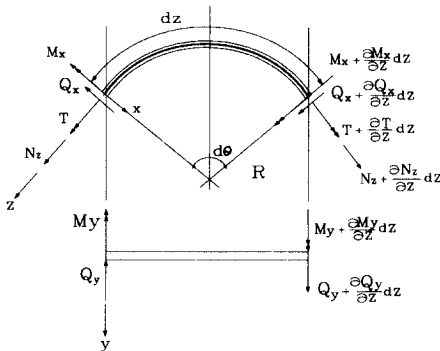


그림 1. 곡선요소의 힘의 평형

그림 1과 같은 미소곡선부재의 평형조건으로부터 식(1)~(6)과 같은 6개의 미분방정식이 유도된다.

$$\sum F_x = 0 ; \frac{\partial Q_x}{\partial z} + \frac{N_z}{R} + q_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 ; \frac{\partial Q_y}{\partial z} + q_y = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_z = 0 ; \frac{\partial N_z}{\partial z} - \frac{Q_x}{R} + q_z = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_x = 0 ; \frac{\partial M_x}{\partial z} + \frac{T}{R} - Q_y + m_x = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_y = 0 ; \frac{\partial M_y}{\partial z} + m_y + Q_x = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_z = 0 ; \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{M_x}{R} + m_z = 0 \quad (6)$$

힘과 모멘트의 정의 방향은 그림 2에 표시된 것과 동일하다. 위식에서  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $N_z$ 를 소거하면 다음과 같은 3개의 곡선부재의 지배 미분 방정식으로 표현된다.

$$\frac{\partial^3 M_y}{\partial z^3} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial M_y}{\partial z} = \frac{\partial q_x}{\partial z} - \frac{q_z}{R} - \frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} - \frac{m_y}{R^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial z} = -q_y - \frac{\partial m_x}{\partial z} \quad (8)$$

$$-\frac{M_x}{R} + \frac{\partial T}{\partial z} = -m_z \quad (9)$$

힘과 변위와의 관계식 :

$$M_x = -EI_x K_x = -EI_x \left( \frac{d^2 \eta}{dz^2} - \frac{\phi}{R} \right) \quad (10)$$

$$T = -EI_w \left( \frac{d^3 \phi}{dz^3} + \frac{1}{R} \frac{d^3 \eta}{dz^3} \right) + GK_t \left( \frac{d\phi}{dz} + \frac{1}{R} \frac{d\eta}{dz} \right) \quad (11)$$

힘과 변위와의 관계식(10), (11)을 이용하면 (8), (9)식은 아래의 두 미분방정식으로 표시된다.

$$\left(\frac{EI_w}{R^2} + EI_x\right) \cdot \eta^N - \left(\frac{GK_T}{R^2}\right) \cdot \eta'' + \left(\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \phi^N - \left(\frac{EI_x + GK_T}{R}\right) \cdot \phi'' = q_y \quad (12)$$

$$\left(\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \eta^N - \left(\frac{EI_x + GK_T}{R}\right) \cdot \eta'' + (EI_w) \cdot \phi^N - (GK_T) \cdot \phi'' + \left(\frac{EI_x}{R^2}\right) \cdot \phi = m_x \quad (13)$$

## 2.2 격벽(Diaphragm)의 강도방정식<sup>(2)</sup>

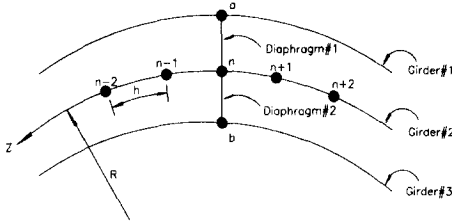


그림 2. 격벽을 포함한 보

2번 거더의  $n$ 점에 작용하는 격벽(Diaphragm)에 의한 강도방정식은

$$\begin{bmatrix} M_{D_i} \\ Q_{D_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{31} & K_{32} & K_{33} + K_{11} & K_{34} + K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} + K_{21} & K_{44} + K_{22} & K_{23} & K_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_a \\ \eta_a \\ \phi_n \\ \eta_n \\ \phi_b \\ \eta_b \end{bmatrix} \quad (14)$$

1번 거더의  $a$ 점에 작용하는 격벽(Diaphragm)에 의한 강도방정식은

$$\begin{bmatrix} M_{D_i} \\ Q_{D_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_a \\ \eta_a \\ \phi_n \\ \eta_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

3번 거더의  $b$ 점에 작용하는 격벽(Diaphragm)에 의한 강도방정식은

$$\begin{bmatrix} M_{D_i} \\ Q_{D_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_n \\ \eta_n \\ \phi_b \\ \eta_b \end{bmatrix} \quad (16)$$

$K_{ij}$  = 요소당 4자유도를 갖는 보의 강성도 matrix

## 2.3 등단면곡선격자교의 유한차분정식화<sup>(2)</sup>

$n$ 절점에서 격벽의 강성으로 발생되는 단위길이 당 부가하중  $M_{D_i}/h$ ,  $Q_{D_i}/h$ ,  $M_{D_i}/h$ ,  $Q_{D_i}/h$ ,  $M_{D_i}/h$ ,  $Q_{D_i}/h$ 를 곡선보의 유한차분방정식 (12), (13)에 대입하여 합성하면 곡선격자교의 유한차분방정식이 구해지고, 2번 거더의  $n$ 절점에 대한 유한차분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \phi_{n-2} + \left(h^2 \frac{GK_T}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \phi_{n-1} \\ & + \left(-2h^2 \frac{GK_T}{R} - \frac{6EI_w}{R} - 2h^2 \frac{EI_x}{R} + K_{43} + K_{21}\right) \cdot \phi_n \\ & + \left(h^2 \frac{GK_T}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \phi_{n+1} + K_{41} \cdot \phi_a + K_{23} \cdot \phi_b \\ & + \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \phi_{n+2} + \left(-\frac{EI_w}{R^2} - EI_x\right) \cdot \eta_{n-2} \\ & + \left(h^2 \frac{GK_T}{R^2} + \frac{4EI_w}{R^2} + 4EI_x\right) \cdot \eta_{n-1} \\ & + \left(-2h^2 \frac{GK_T}{R^2} - \frac{6EI_w}{R^2} - 6EI_x + K_{44} + K_{22}\right) \cdot \eta_n \\ & + \left(h^2 \frac{GK_T}{R^2} + \frac{4EI_w}{R^2} + 4EI_x\right) \cdot \eta_{n+1} \\ & + \left(-\frac{EI_w}{R^2} - EI_x\right) \cdot \eta_{n+2} + K_{42} \cdot \eta_a + K_{24} \cdot \eta_b = -q_y h^4 \quad (17) \\ & (-EI_w) \cdot \phi_{n-2} + (h^2 GK_T + 4EI_w) \cdot \phi_{n-1} \\ & + \left(-2h^2 GK_T - 6EI_w - h^2 \frac{EI_x}{R^2} + K_{33} + K_{11}\right) \cdot \phi_n \\ & + K_{31} \cdot \phi_a + K_{13} \cdot \phi_b + (h^2 GK_T + 4EI_w) \cdot \phi_{n+1} \\ & + (-EI_w) \cdot \phi_{n+2} + \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \eta_{n-2} \\ & + \left(h^2 \frac{GK_T}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \eta_{n-1} \\ & + \left(-\frac{2GK_T}{R} h^2 - \frac{6EI_w}{R} - h^2 \frac{2EI_x}{R} + K_{34} + K_{12}\right) \cdot \eta_n \\ & + \left(h^2 \frac{GK_T}{R} + \frac{4EI_w}{R} + h^2 \frac{EI_x}{R}\right) \cdot \eta_{n+1} \\ & + \left(-\frac{EI_w}{R}\right) \cdot \eta_{n+2} + K_{32} \cdot \eta_a + K_{14} \cdot \eta_b = -m_x h^4 \quad (18) \end{aligned}$$

## 2.4 변단면곡선격자교의 유한차분정식<sup>(2)</sup>

$n$ 절점에서 격벽으로 인한 단위길이당 부가하중을 고려하여 변단면 곡선보의 유한차분방정식에 합성하면 변단면곡선격자교의 유한차분방정식이 구해지고, 2번 거더의  $n$ 절점에 대한 유한차분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{C_{n+1}-4C_n-C_{n-1}}{4R} \right) \cdot \phi_{n-2} + \left( h^2 \frac{-I_{n+1}+2I_n+I_{n-1}}{2R} \right. \\
 & + \left. h^2 \frac{-J_{n+1}+4J_n+J_{n-1}}{4R} + \frac{-C_{n+1}+8C_n+C_{n-1}}{2R} \right) \cdot \phi_{n-1} \\
 & + \left( h^2 \frac{I_{n+1}-4I_n+I_{n-1}}{R} - \frac{2h^2J_n}{R} - \frac{6C_n}{R} + K_{43} + K_{21} \right) \cdot \phi_n \\
 & + \left( h^2 \frac{I_{n+1}+2I_n-I_{n-1}}{2R} + h^2 \frac{J_{n+1}+4J_n-J_{n-1}}{4R} \right. \\
 & + \left. \frac{C_{n+1}+8C_n-C_{n-1}}{2R} \right) \cdot \phi_{n+1} + K_{41} \cdot \phi_n + K_{23} \cdot \phi_b \\
 & + \left( \frac{-C_{n+1}-4C_n+C_{n-1}}{4R} \right) \cdot \phi_{n+2} + \left( \frac{I_{n+1}-2I_n-I_{n-1}}{2} \right. \\
 & + \left. \frac{C_{n+1}-4C_n-C_{n-1}}{4R^2} \right) \cdot \eta_{n-2} + (-2I_{n+1}-6I_n \\
 & + h^2 \frac{-J_{n+1}+4J_n+J_{n-1}}{4R^2} + \frac{-C_{n+1}+8C_n+C_{n-1}}{2R^2} ) \cdot \eta_{n-1} \\
 & + \left( 2I_{n+1}-10I_n+2I_{n-1} - \frac{2h^2J_n}{R^2} - \frac{6C_n}{R^2} + K_{44} + K_{22} \right) \cdot \eta_n \\
 & + K_{42} \cdot \eta_a + K_{24} \cdot \eta_b + \left( 6I_n-2I_{n-1} + h^2 \frac{J_{n+1}+4J_n-J_{n-1}}{4R^2} \right. \\
 & + \left. \frac{C_{n+1}+8C_n-C_{n-1}}{2R^2} \right) \cdot \eta_{n+1} + \left( \frac{-I_{n+1}-2I_n+I_{n-1}}{2} \right. \\
 & + \left. \frac{-C_{n+1}-4C_n+C_{n-1}}{4R^2} \right) \cdot \eta_{n+2}, \quad q_y h^4 = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{C_{n+1}-4C_n-C_{n-1}}{4} \right) \cdot \phi_{n-2} \\
 & + \left( h^2 \frac{-J_{n+1}+4J_n+J_{n-1}}{4} + \frac{-C_{n+1}+8C_n+C_{n-1}}{2} \right) \cdot \phi_{n-1} \\
 & + \left( -\frac{2J_n}{h^2} - \frac{6C_n}{h^4} + K_{33} + K_{11} \right) \cdot \phi_n + K_{31} \cdot \phi_n + K_{13} \cdot \phi_b \\
 & + \left( h^2 \frac{J_{n+1}+4J_n-J_{n-1}}{4} + \frac{C_{n+1}+8C_n-C_{n-1}}{2} \right) \cdot \phi_{n+1} \\
 & + \left( \frac{-C_{n+1}-4C_n+C_{n-1}}{4} \right) \cdot \phi_{n+2} \\
 & + \left( \frac{C_{n+1}-4C_n-C_{n-1}}{4R} \right) \cdot \eta_{n-2} + \left( h^2 \frac{-J_{n+1}+4J_n+J_{n-1}}{4R} \right. \\
 & + \left. \frac{-C_{n+1}+8C_n+C_{n-1}}{2R} + \frac{h^2I_n}{R} \right) \cdot \eta_{n-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( -\frac{2h^2J_n}{R} - \frac{6C_n}{R} - \frac{2h^2I_n}{R} + K_{33} + K_{11} \right) \cdot \eta_n \\
 & + \left( h^2 \frac{J_{n+1}+4J_n-J_{n-1}}{4R} + \frac{C_{n+1}+8C_n-C_{n-1}}{2R} + \frac{h^2I_n}{R} \right) \cdot \eta_{n+1} \\
 & + \left( \frac{-C_{n+1}-4C_n+C_{n-1}}{4R} \right) \cdot \eta_{n+2} + K_{32} \cdot \eta_a + K_{14} \cdot \eta_b \\
 & + m_z h^4 = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$

여기서,  $I_n = EI_{zn}$ ,  $C_n = EI_{nn}$ ,  $J_n = GK_{Tn}$

## 2.5 곡선요소의 부재력<sup>(2)</sup>

유한차분을 도입한 곡선요소의 휨모멘트  $M_x$ , 순수비틀 모멘트와 뒤틀비틀 모멘트의 합계  $T$ , 바이모멘트  $B_i$ , 전단력  $Q_y$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_x &= -EI_x \left( \eta'' - \frac{\phi}{R} \right) \\
 &= -EI_x \left[ \left( \frac{\eta_{n+1}-2\eta_n+\eta_{n-1}}{h^2} \right) - \frac{\phi_n}{R} \right] \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$T = T_w + T_s$$

$$\begin{aligned}
 T &= -EI_w \left( \phi'' + \frac{1}{R} \eta'' \right) + GK_t \left( \phi' + \frac{1}{R} \eta' \right) \\
 &= -\frac{EI_w}{2h^3} [ (\phi_{n+2}-2\phi_{n+1}+2\phi_{n-1}-\phi_{n-2}) \\
 &+ \frac{1}{R} (\eta_{n+2}-2\eta_{n+1}+2\eta_{n-1}-\eta_{n-2}) ] \\
 &+ \frac{GK_t}{2h} [ (\phi_{n+1}-\phi_{n-1}) + \frac{1}{R} (\eta_{n+1}-\eta_{n-1}) ] \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_i &= EI_w \left( \phi'' + \frac{1}{R} \eta'' \right) = \frac{EI_w}{h^2} [ (\phi_{n+1}-2\phi_n+\phi_{n-1}) \\
 &+ \frac{1}{R} (\eta_{n+1}-2\eta_n+\eta_{n-1}) ] \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$Q_y = \frac{\partial M_x}{\partial z} + \frac{T}{R} = \left( \frac{M_{n+1}-M_{n-1}}{2h} + \frac{T_n}{R} \right) \quad (24)$$

실제작용하는 외력을  $q_y$ ,  $m_z$ 로 제한하면 부재력  $Q_x$ ,  $Q_z$ ,  $M_y$ 는 0이다.

### 3. 수치예

#### 3.1 단위 수직하중이 작용할 때 영향선

등단면 2경간 연속I형 곡선격자형교와 변단면 2경간 연속I형 곡선격자형교에 단위 수직하중  $P_y=1.0\text{ton}$ 이 작용할 때의 최대 휨 모멘트, 최대 전단력, 최대 순수비틀 모멘트, 최대 뒤틀비틀 모멘트, 최대 바이모멘트가 발생하는 위치와 그 영향선을 구하였다.

##### 3.1.1 등·변단면교의 평면, 단면형상 및 재료 특성

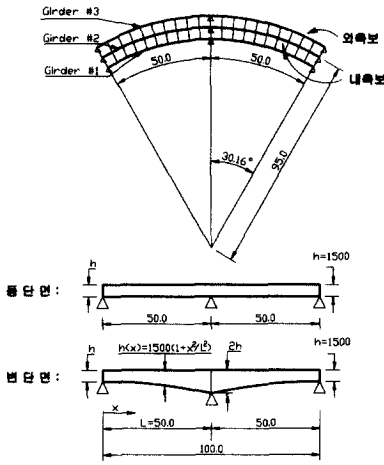
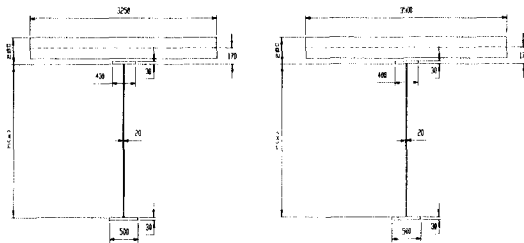


그림 3. 2경간 연속 곡선격자교



$$h(z) = 1500(1+x^2/L^2)$$

L : 곡선반경의 거리

x : 지점으로 부터의 거리 단위(mm)

그림 4. 외측 주형(G1, G3)의 횡단면      그림 5. 내측 주형(G2)의 횡단면

표 1. 단면의 재료 특성

		$E(\text{t/m}^2)$	$G(\text{t/m}^2)$	$K_z(\text{m}^3)$	$I_x(\text{m}^4)$	$I_w(\text{m}^6)$	
등단면	내측주형	2.1E+07	8.1E+06	1.680E-03	4.62E-02	5.09E-04	
	외측주형	2.1E+07	8.1E+06	1.320E-03	4.41E-02	5.08E-04	
변단면	지점부	내측주형	2.1E+07	8.1E+06	1.576E-03	5.33E-02	8.54E-04
		외측주형	2.1E+07	8.1E+06	1.464E-03	5.24E-02	8.53E-04
	중앙부	내측주형	2.1E+07	8.1E+06	1.580E-03	2.35E-01	3.10E-03
		외측주형	2.1E+07	8.1E+06	1.468E-03	2.31E-01	3.09E-03
Diaphragm		2.1E+07	8.1E+06	-	5.07E-03	-	

##### 3.1.2 등·변단면을 갖는 격자교의 영향선

그림 4와 같은 2경간 연속 곡선격자교에  $P_y=1\text{ton}$ 의 단위 수직하중이 작용할때의 등·변단면의 최대휨 모멘트, 최대전단력, 최대순수비틀 모멘트, 최대뒤틀비틀 모멘트, 최대바이모멘트가 발생할 때의 위치와 그 영향선을 구하면 표 2, 표 3과 그림 6~그림 35와 같다.

표 2. 등단면일 때 최대단면력이 생기는 위치 및 최대단면력이 생길때의 단위하중(집중하중)작용위치

단면력 구분	최대단면력이 생기는 위치	최대단면력이 생길때의 단위하중(집중하중)의 작용위치
휨 모멘트	$+M_{\max}$	1번 거더의 0.5L지점 2번 거더의 0.50L지점 3번 거더의 0.44L지점
	$-M_{\max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.30L, 1.70L지점 2번 거더의 0.52L, 1.48L지점 3번 거더의 0.56L, 1.44L지점
전단력	$+Q_{\max}$	1번 거더의 1.10L지점 2번 거더의 1.10L지점 3번 거더의 1.32L지점
	$-Q_{\max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.48L지점 2번 거더의 0.74L지점 3번 거더의 0.98L지점
순수비틀 모멘트	$+(T_s)_{\max}$	2번 거더의 0.1L지점 1번 거더의 0.32L지점 2번 거더의 0.13L지점 3번 거더의 0.34L지점
	$-(T_s)_{\max}$	2번 거더의 0.1L지점 1번 거더에서는 거의 없음 2번 거더의 0.44L지점 3번 거더의 0.40L지점
뒤틀비틀 모멘트	$+(T_w)_{\max}$	1번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 1.02L지점 2번 거더의 1.22L지점 3번 거더의 0.54L지점
	$-(T_w)_{\max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 1.58L지점 2번 거더의 1.48L지점 3번 거더의 1.46L지점
바이모멘트	$+(B_i)_{\max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.91L지점 2번 거더의 1.01L지점 3번 거더의 0.96L지점
	$-(B_i)_{\max}$	1번 거더의 0.4L지점 1번 거더의 0.40L지점 2번 거더의 1.48L지점 3번 거더의 1.40L지점

표 3. 변단면일 때 최대단면력이 생기는 위치 및 최대단면력이 생길때의 단위하중(집중하중)작용위치

단면력 구분	최대단면력이 생기는 위치	최대단면력이 생길때의 단위하중(집중하중)작용위치
휨 모멘트	$+M_{max}$	3번 거더의 0.4L지점 1번 거더의 0.52L지점 2번 거더의 0.42L지점 3번 거더의 0.40L지점
	$-M_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더에서 (+)모멘트 발생 2번 거더의 0.50L, 1.50L지점 3번 거더의 0.53L, 1.47L지점
전단력	$+Q_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 1.44L지점 2번 거더의 1.32L지점 3번 거더의 1.02L지점
	$-Q_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.56L지점 2번 거더의 0.68L지점 3번 거더의 0.98L지점
순수 비틀림 모멘트	$+(T_s)_{max}$	2번 거더의 0.8L지점 1번 거더의 1.06L지점 2번 거더의 0.50L지점 3번 거더의 0.50L지점
	$-(T_s)_{max}$	2번 거더의 0.1L지점 1번 거더에서 (+)모멘트 발생 2번 거더의 0.44L지점 3번 거더의 0.36L지점
뒤틀림 모멘트	$+(T_w)_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.56L지점 2번 거더의 0.49L지점 3번 거더의 0.52L지점
	$-(T_w)_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 1.44L지점 2번 거더의 1.51L지점 3번 거더의 1.48L지점
바이모멘트	$+(B_i)_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 1.55L지점 2번 거더의 1.50L지점 3번 거더의 1.49L지점
	$-(B_i)_{max}$	1번 거더의 0.4L지점 1번 거더의 0.40L지점 2번 거더의 1.49L지점 3번 거더의 1.48L지점

가. G3의 0.4L지점에서 (+)M<sub>max</sub> 영향선

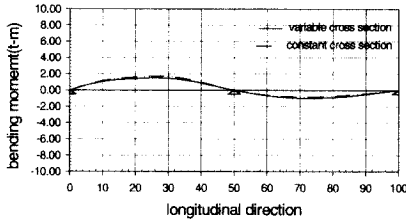


그림 6. P<sub>v</sub>=10이 G1을 통과할때의 영향선

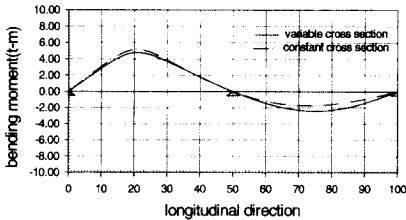


그림 7. P<sub>v</sub>=10이 G2을 통과할때의 영향선

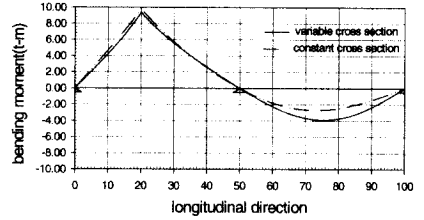


그림 8. P<sub>v</sub>=10이 G3을 통과할때의 영향선

나. G3의 1.0L지점에서 (-)M<sub>max</sub> 영향선

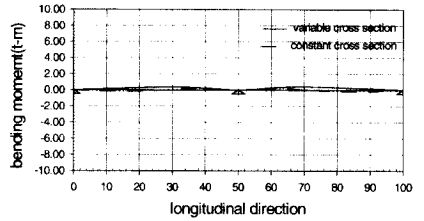


그림 9. P<sub>v</sub>=10이 G1을 통과할때의 영향선

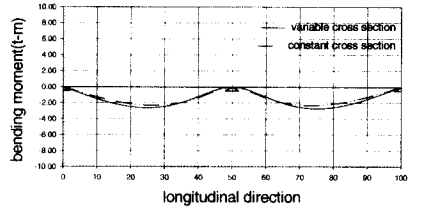


그림 10. P<sub>v</sub>=10이 G2을 통과할때의 영향선

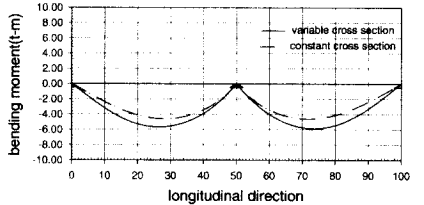


그림 11. P<sub>v</sub>=10이 G3을 통과할때의 영향선

다. G3의 내부지점에서 (±)Q<sub>max</sub> 영향선

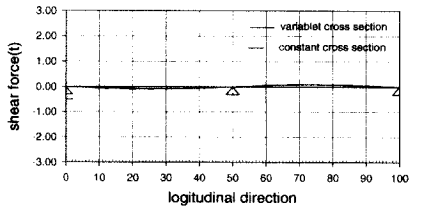


그림 12. P<sub>v</sub>=10이 G1을 통과할때의 영향선

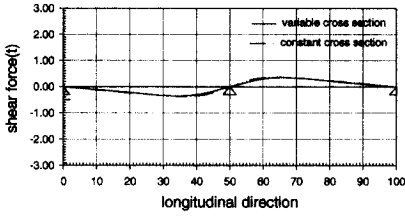


그림 13.  $P_v=1$ 이 G2를 통과할때의 영향선

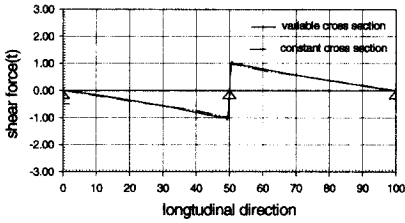


그림 14.  $P_v=1$ 이 G3를 통과할때의 영향선

라. G2의 0.8L지점에서  $(+)[T_s]_{max}$  영향선

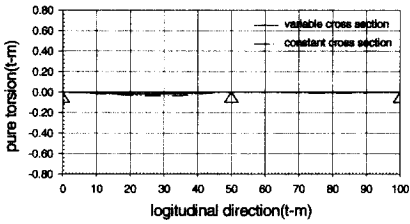


그림 15.  $P_v=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

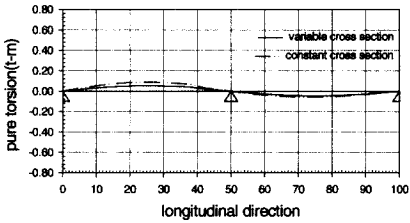


그림 16.  $P_v=1$ 이 G2를 통과할때의 영향선

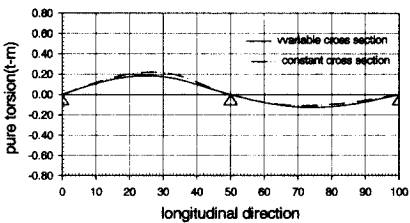


그림 17.  $P_v=1$ 이 G3를 통과할때의 영향선

마. G2의 0.1L지점에서  $(-)[T_s]_{max}$  영향선

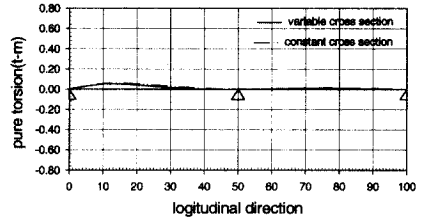


그림 18.  $P_v=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

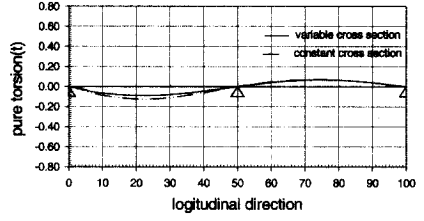


그림 19.  $P_v=1$ 이 G2를 통과할때의 영향선

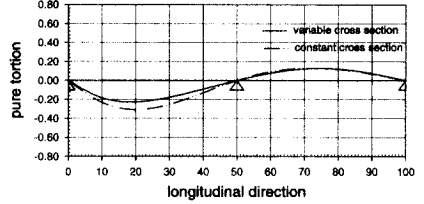


그림 20.  $P_v=1$ 이 G3를 통과할때의 영향선

바. G3의 내부지점에서  $(\pm)[T_w]_{max}$  영향선

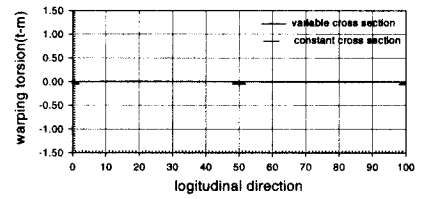


그림 21.  $P_v=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

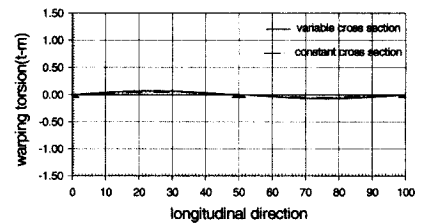


그림 22.  $P_v=1$ 이 G2를 통과할때의 영향선

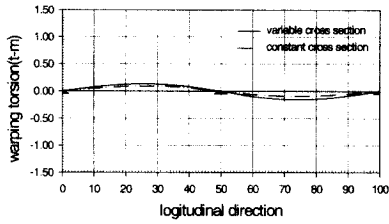


그림 23.  $P_v=1$ 이 G3을 통과할때의 영향선

사. G3의 1.0지점에서 (+)[ $B_i$ ] $_{max}$  영향선

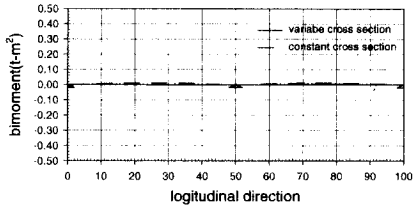


그림 24.  $P_v=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

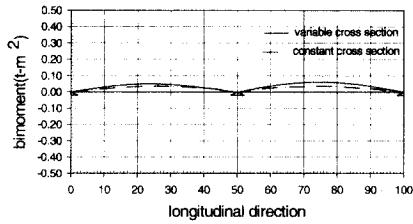


그림 25.  $P_v=1$ 이 G2을 통과할때의 영향선

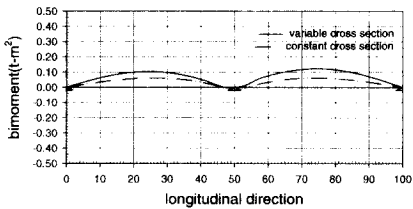


그림 26.  $P_v=1$ 이 G3을 통과할때의 영향선

아. G1의 0.4L지점에서 (-)[ $B_i$ ] $_{max}$  영향선

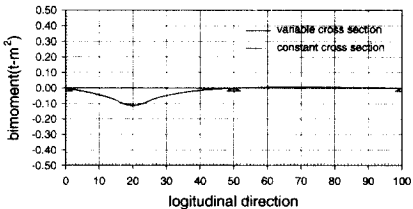


그림 27.  $P_v=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

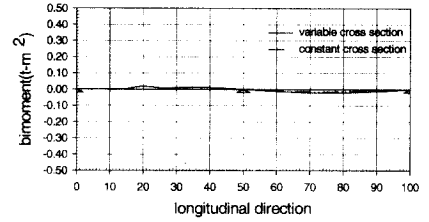


그림 28.  $P_v=1$ 이 G2을 통과할때의 영향선

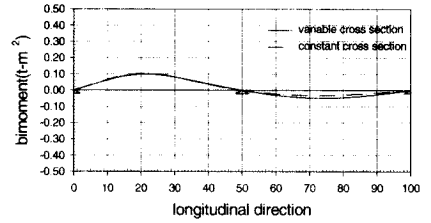


그림 29.  $P_v=1$ 이 G3을 통과할때의 영향선

자. G2의 0.9L지점에서 (+)[ $T_s$ ] $_{max}$  영향선

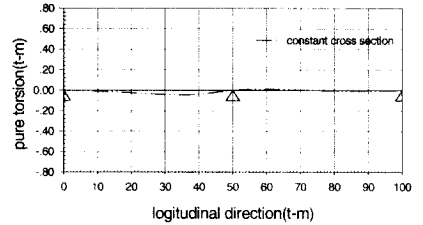


그림 30.  $P_v=1$ 이 G1을 통과할 때 영향선

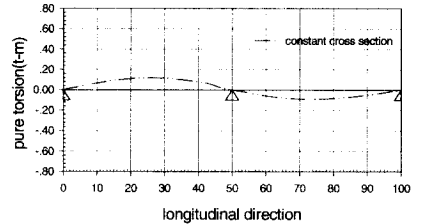


그림 31.  $P_v=1$ 이 G2을 통과할 때 영향선

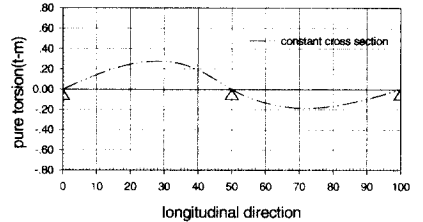


그림 32.  $P_v=1$ 이 G3을 통과할 때 영향선



차. G1의 0.4L지점에서 (+)[Bi]<sub>max</sub> 영향선

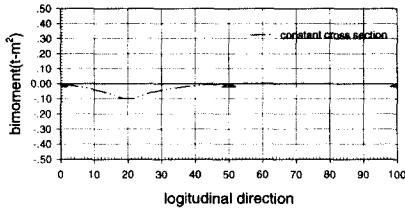


그림 33.  $P_y=1$ 이 G1을 통과할 때 영향선

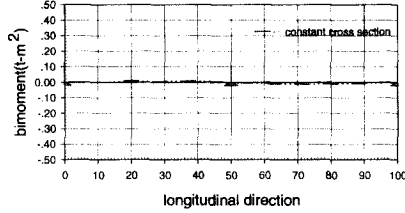


그림 34.  $P_y=1$ 이 G2을 통과할 때 영향선

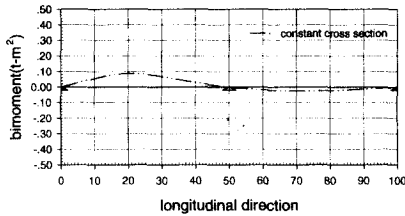


그림 35.  $P_y=1$ 이 G3을 통과할 때 영향선

3.2 단위 비틀림이 작용할 때 영향선

3.2.1 등·변단면을 갖는 격자교의 영향선

그림 3과 같은 2경간 연속곡선격자교에  $M_z = 1$ 의 단위 비틀림 모멘트가 작용할 때 최대 휨모멘트, 최대 전단력, 최대 비틀림모멘트, 최대 바이모멘트가 발생할 때의 위치와 그 영향선은 표4, 표5와 그림 36~그림 65와 같다.

가. G1의 0.5L지점에서 (+)M<sub>max</sub> 영향선

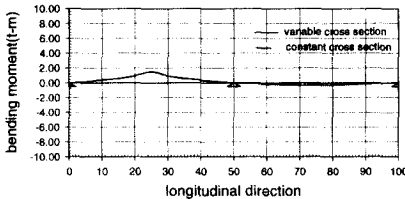


그림 36.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

표 4. 등단면일 때 최대단면력이 생기는 위치 및 최대단면력이 생길때의 단위비틀림모멘트 작용위치

단면력 구분	최대단면력이 생기는 위치	최대단면력이 생길때의 단위하중의 작용위치
휨 모멘트	$-M_{max}$	1번 거더의 0.5L지점 2번 거더의 0.5L지점 3번 거더의 0.44L지점
	$-M_{max}$	3번 거더의 0.4L지점 2번 거더의 0.4L지점 1번 거더의 0.4L지점
전단력	$+Q_{max}$	1번 거더의 1.10L지점 2번 거더의 1.10L지점 3번 거더의 1.32L지점
	$-Q_{max}$	1번 거더의 0.90L지점 2번 거더의 0.90L지점 3번 거더의 0.76L지점
순수 비틀림 모멘트	$+[T_s]_{max}$	2번 거더의 0.1L지점 1번 거더의 0.32L지점 2번 거더의 0.13L지점 3번 거더의 0.34L지점
	$-[T_s]_{max}$	2번 거더의 0.8L지점 1번 거더의 0.50L지점 2번 거더의 0.77L지점 3번 거더의 0.56L지점
휨 비틀림 모멘트	$+[T_w]_{max}$	1번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 1.02L지점 2번 거더의 1.22L지점 3번 거더의 0.54L지점
	$-[T_w]_{max}$	1번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.98L지점 2번 거더의 1.40L지점 3번 거더의 1.40L지점
바이모멘트	$+[B_i]_{max}$	3번 거더의 1.0L지점 1번 거더의 0.91L지점 2번 거더의 1.01L지점 3번 거더의 0.96L지점
	$-[B_i]_{max}$	1번 거더의 0.4L지점 1번 거더의 0.40L지점 2번 거더의 0.40L지점 3번 거더의 0.48L지점

표 5. 변단면일 때 최대단면력이 생기는 위치 및 최대단면력이 생길때의 단위비틀림모멘트 작용위치

단면력 구분	최대단면력이 생기는 위치	최대단면력이 생길때의 단위하중의 작용위치
휨 모멘트	$+M_{max}$	1번 거더의 0.50L지점 2번 거더의 0.50L지점 3번 거더의 0.44L지점
	$-M_{max}$	3번 거더의 0.47L지점 2번 거더의 0.40L지점 3번 거더의 0.40L지점
전단력	$+Q_{max}$	1번 거더의 1.10L지점 2번 거더의 1.10L지점 3번 거더의 1.32L지점
	$-Q_{max}$	1번 거더의 0.88L지점 2번 거더의 0.88L지점 3번 거더의 0.67L지점

단면력 구분	최대단면력이 생기는 위치		최대단면력이 생길때의 단위하중의 작용위치
순수 비틀 모멘트	$+(T_s)_{max}$	2번 거더의 0.1L지점	1번 거더의 0.32L지점 2번 거더의 0.13L지점 3번 거더의 0.34L지점
	$-(T_s)_{max}$	2번 거더의 0.2L지점	1번 거더의 1.50L지점 2번 거더의 0.17L지점 3번 거더의 1.46L지점
뒹비틀 모멘트	$+(T_w)_{max}$	1번 거더의 1.0L지점	1번 거더의 1.02L지점 2번 거더의 1.22L지점 3번 거더의 0.54L지점
	$-(T_w)_{max}$	1번 거더의 1.0L지점	1번 거더의 0.99L지점 2번 거더의 1.40L지점 3번 거더의 0.40L지점
바이 모멘트	$+(B_i)_{max}$	3번 거더의 1.0L지점	1번 거더의 0.91L지점 2번 거더의 1.01L지점 3번 거더의 0.96L지점
	$-(B_i)_{max}$	1번 거더의 1.0L지점	1번 거더의 1.50L지점 2번 거더의 1.10L지점 3번 거더의 1.13L지점

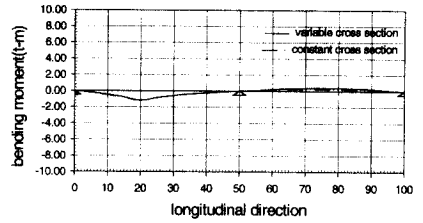


그림 40.  $M_z=10i$  G2을 통과할때의 영향선

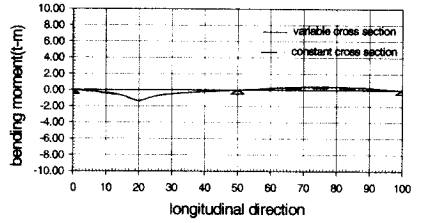


그림 41.  $M_z=10i$  G3을 통과할때의 영향선

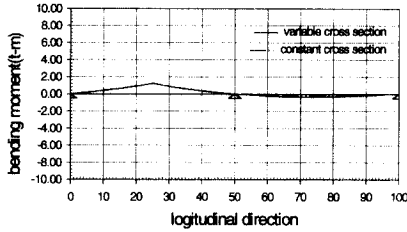


그림 37.  $M_z=10i$  G2을 통과할때의 영향선

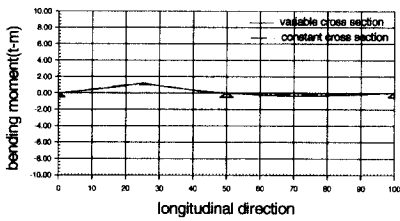


그림 38.  $M_z=10i$  G3을 통과할때의 영향선

나. G3의 0.4L지점에서  $(-)M_{max}$  영향선

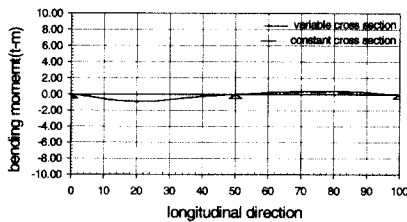


그림 39.  $M_z=10i$  G1을 통과할때의 영향선

다. G1의 내부지점에서  $(\pm)Q_{max}$  영향선

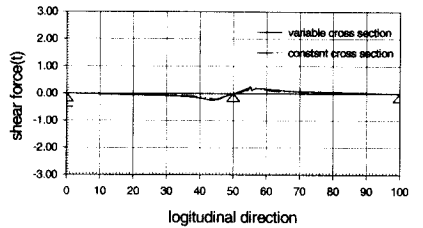


그림 42.  $M_z=10i$  G1을 통과할때의 영향선

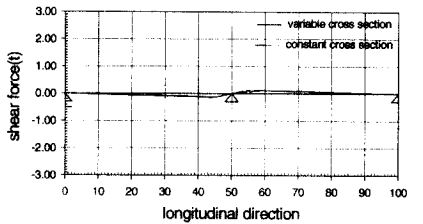


그림 43.  $M_z=10i$  G2을 통과할때의 영향선

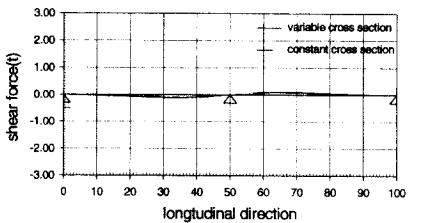


그림 44.  $M_z=10i$  G3을 통과할때의 영향선

라. G2의 0.1L지점에서 (+) $(T_s)_{max}$  영향선

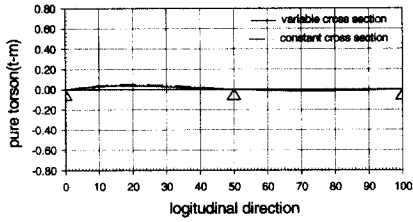


그림 45.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

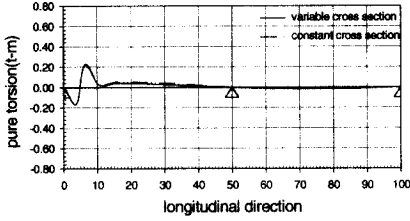


그림 46.  $M_z=1$ 이 G2을 통과할때의 영향선

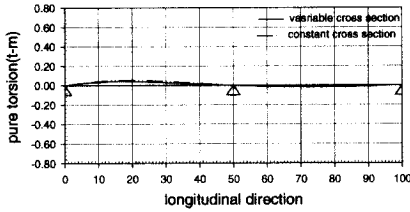


그림 47.  $M_z=1$ 이 G3 통과할때의 영향선

마. G2의 0.2L지점에서 (-) $(T_s)_{max}$  영향선

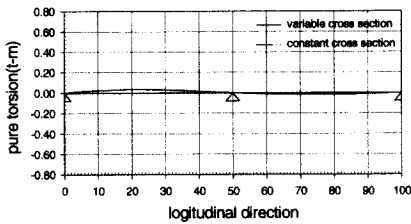


그림 48.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

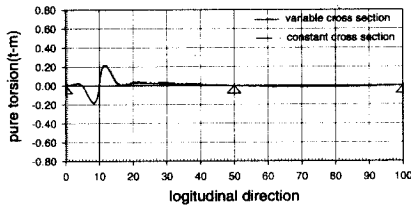


그림 49.  $M_z=1$ 이 G2을 통과할때의 영향선

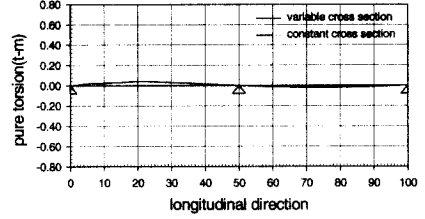


그림 50.  $M_z=1$ 이 G3을 통과할때의 영향선

바. G1의 내부지점에서  $(\pm)(T_w)_{max}$  영향선

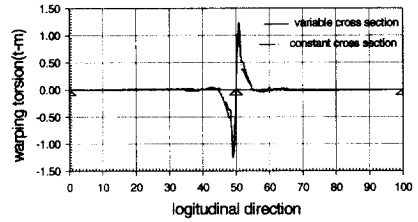


그림 51.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

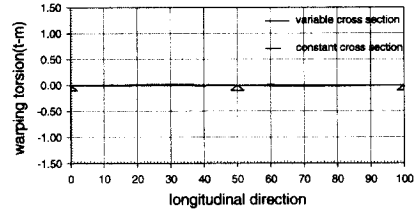


그림 52.  $M_z=1$ 이 G2을 통과할때의 영향선

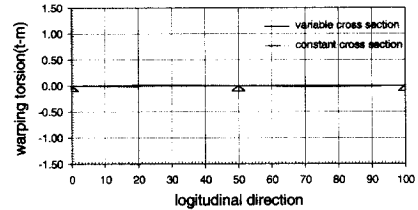


그림 53.  $M_z=1$ 이 G3을 통과할때의 영향선

사. G3의 내부지점에서  $(\pm)(B_1)_{max}$  영향선

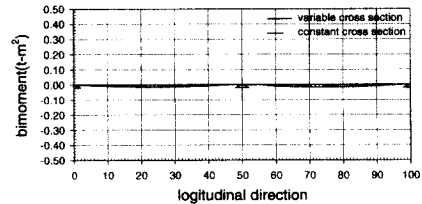


그림 54.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할때의 영향선

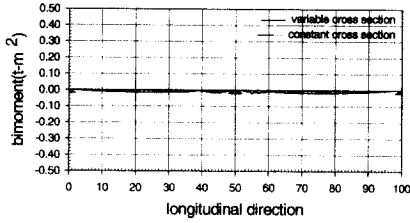


그림 55.  $M_z=1$ 이 G2를 통과할때의 영향선

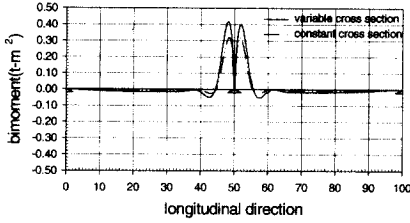


그림 56.  $M_z=1$ 이 G3을 통과할때의 영향선

아. G1의 0.4L지점에서 (+) $M_{max}$  영향선

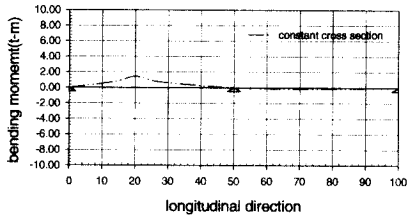


그림 57.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할 때 영향선

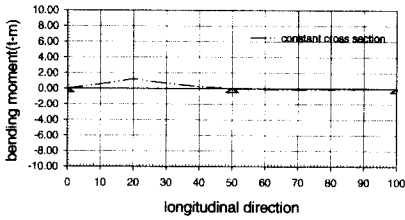


그림 58.  $M_z=1$ 이 G2을 통과할 때 영향선

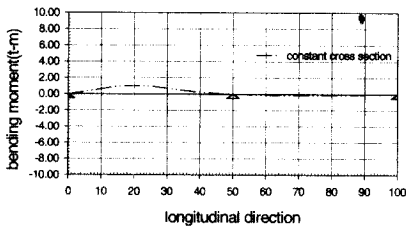


그림 59.  $M_z=1$ 이 G3을 통과할 때 영향선

자. G2의 0.8L지점에서 (-) $[T_s]_{max}$  영향선

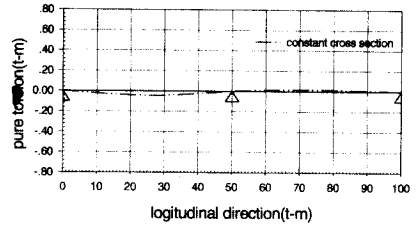


그림 60.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할 때 영향선

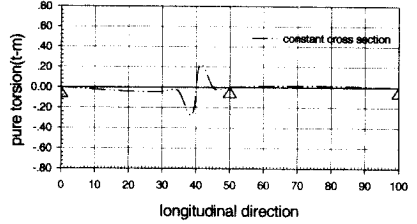


그림 61.  $M_z=1$ 이 G2을 통과할 때 영향선

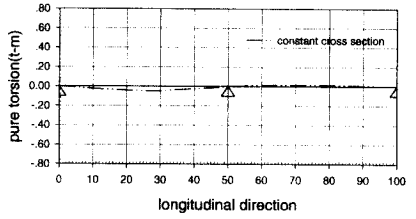


그림 62.  $M_z=1$ 이 G3을 통과할 때 영향선

차. G1의 0.4L지점에서 (-) $[B_i]_{max}$  영향선

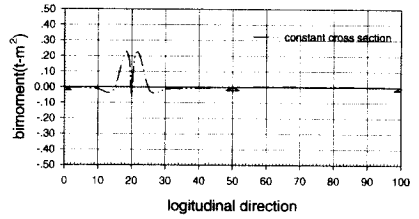


그림 63.  $M_z=1$ 이 G1을 통과할 때 영향선

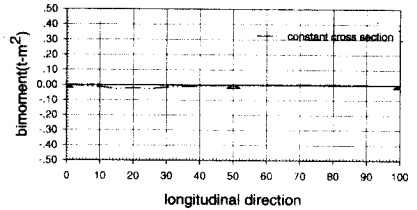


그림 64.  $M_z=1$ 이 G2을 통과할 때 영향선

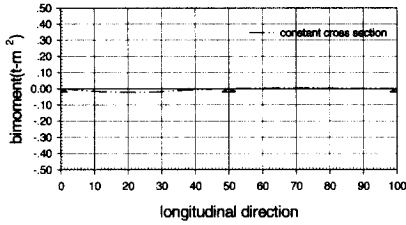


그림 65.  $M_z=10$ 이 G3을 통과할 때 영향선

#### 4. 결 론

본 연구에서는 Vlasov의 이론식으로 등·변단면 곡선격자교의 뒤틀림효과를 고려한 거동에 관한 기초 미분 방정식을 세우고 유한 차분법을 이용하여 변위를 계산하고 등·변단면 I형 곡선격자교의 전단력, 휨 모멘트, 순수 비틀림모멘트, 뒤틀림모멘트, 바이모멘트를 계산하는 식을 유도한 후 단위 수직하중 및 단위 비틀림모멘트가 작용할때 동일경간의 등·변단면 I형 곡선격자교의 최대 전단력, 최대 휨모멘트, 최대 순수비틀림모멘트, 최대 뒤틀림모멘트, 최대 바이모멘트가 발생하는 위치와 그 영향선을 구하였다.

1. 본 연구의 결과로 등·변단면 연속 곡선격자교에서 최대응력이 발생하는 위치 및 그때의 재하위치를 알 수 있다.
2. 본 연구의 결과로 연속 곡선격자교에서 최대응력을 발생시키는 재하위치가 등단면과 변단면이 표2,3,4,5와 같이 다소차이가 남을 알수있었다.
3. 본 연구의 결과를 이용하면 다경간 등·변단면 연속 격자교의 실하중에 의한 부재력을 쉽게 구할수 있다.

#### 참 고 문 헌

- (1) C.P. Heins, K.R. Spates, 'Behavior of a Single Horizontally Curved Girder', ASCE Vol. 96, NO.ST7, July 1970
- (2) C.P. Heins, 'Bending and Torsional Design in Structural Members', Lexington Book 1975

- (3) Paul P. Christiano, 'Horizontally curved bridges subject to moving load' Journal of the structural division A.S.C.E. 1969
- (4) H. Wynhoven Jacobus and F. Adams Peter, 'Behavior of structure under loads causing torsion' Journal of the structural division A.S.C.E. 1972
- (5) C.P. Heins, J.T.C. Kuo, 'Composite Beams in Torsion', ASCE Vol 98, May 1972
- (6) C.P. Heins, J.T.C. Kuo, 'Torsional Properties of Composite Girders', ASCE Vol. 9 April, 1972
- (7) C.H. Yoo, 'Elastic stability of curved members', Journal of the structural division A.S.C.E. 1983
- (8) 정진환, '곡선 프리스트레스 콘크리트 형교의 정적 탄성해석', 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 1985
- (9) Hiroshi Nakai, 'Analysis and Design of Curved Steel Bridges', McGraw-Hill Book Company, 1988
- (10) Yasunori Arizumi, Sumio Hamada, and Takeshi Oshiro 'Behavior Study of Curved Composite Box Girders' Journal of the structural division A.S.C.E, 1988
- (11) C.P. Heins, K.R. Spates, 'Behavior of a Single Horizontally curved girder', ASCE Structural Division Journal, vol. 96
- (12) C.H. Yoo, C.P. Heins, 'Plastic Collapse of Horizontally Curved Bridge Girders', ASCE Structural Journal Vol.98, No. ST4, April 1972
- (13) L.C. Bell, C.P. Heins, 'Analysis of Curved Girder Bridge', ASCE. Structural Division Journal, Vol.96, No.ST8, August 1970
- (14) C.P. Heins, 'Steel Curved I and Box Grider Design and Analysis'
- (15) 주재환, '등단면 I 형 곡선격자교의 영향선에 관한 연구', 부산대학교 대학원 석사학위 논문, 1997
- (16) 장병순 외2인, '등단면 I-형 곡선 격자형교의 영향선에 관한 연구', 한국강구조학회 논문집 제9권 4호, 1997

(접수일자 : 1998년 10월 12일)