

불완전 합성형의 처짐특성에 관한 연구

A Study on Deflection Characteristic of Composite Girder with Incomplete Interaction

용 환 선¹⁾ · 김 석 태²⁾ · 김 윤 환³⁾

Yong, Hwan Sun Kim, Seok Tae Kim, Yun Hwan

요 약 : 합성형구조에서 콘크리트와 강재가 일체로 거동하기 위해서 전단연결재는 충분한 강성과 강도를 지니고 있어야 한다. 만약 콘크리트와 판형의 경계면에서 수직 또는, 수평방향으로 미끄러짐이 발생하지 않는다면 전단연결재는 무한강성으로 표현되어지고, 이상적으로 완전합성거동을 하게 된다. 그러나, 모든 전단연결재는 어느 정도의 범위내에서 유연성을 가지게 되며, 항상 불완전합성작용을 하게 된다. 본 논문에서는 3가지 방법에 의해서 불완전합성작용을 하는 합성형을 해석하는 실용적인 방법에 대하여 연구하였다. 미분방정식의 일반해로부터 유도된 강도매트릭스법과 경계부분의 스프링상수를 뼈대구조로 대체한 유한요소법, 가상일의 원리를 이용한 유한요소법의 3가지 방법에 의하여 합성형의 처짐특성을 고찰하였다. 또한, 불완전합성형에서 단면특성과 전단연결재의 스프링상수를 이용하여 합성형의 합성정도를 추정할수 있는 간이법을 제시하였다.

ABSTRACT : In order that the steel girder and the concrete slab act as a composite structure, the connectors must have adequate strength and stiffness. If there are no horizontal or vertical separations at the interface, the connectors are described as rigid, and complete interaction can be said to exist under these idealized circumstances. However, all connectors are flexible to some extent, and therefore incomplete interaction always exists. This paper presents a practical structural analysis of composite girders with incomplete interaction by three methods. One is the stiffness matrix method derived from the general solutions of differential equation, another is the finite element analysis that alternate method of solution treats the structure as a frame and defines the spring as an additional member, and the other is

1) 정회원, 수원대학교 공과대학 토목공학과, 교수
2) 정회원, 수원대학교 토목공학과 대학원, 박사과정
3) 수원대학교 토목공학과 대학원, 석사과정

본 논문에 대한 토의를 1999년 3월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

the finite element analysis using principle of virtual work. The deflection characteristic of composite girder is investigated using these three methods. Also, this paper propose a simplified procedure of estimating a degree of imperfection for a composite girder with incomplete interaction using the sectional properties of girder and spring constants of shear connectors.

핵심용어 : 합성형, 전단연결재, 강도매트릭스, 불완전도, 대체해법, 가상일의 원리, 처짐특성, 슬립

KEYWORDS : composite girder, shear connector, stiffness matrix, degree of imperfection, alternate method of solution, principle of virtual work, deflection characteristic, slip

1. 서론

합성형이란 콘크리트슬래브와 판형 사이에 작용하는 수평 및 수직전단력에 대하여 저항할 수 있도록 충분한 강도와 강성을 가진 전단연결재를 배치하여 단일부재로 구성시킨 것을 말한다. 합성형 교량은 강재와 콘크리트가 가지고 있는 서로 다른 재료적 장점을 최대로 이용하여 합성단면으로 외력에 저항하도록 설계되며, 따라서 비합성 교량과 비교하여 강성이 높고, 강재주형의 중량을 일반적으로 20~30% 정도 감소시킬 수 있어서 경제적이다. 최근 우리 나라에서도 국도상, 고속도로상에 시공되고 있는 거대형 교량의 대다수가 합성형으로 건설되고 있을 만큼 합성형 교량에 대한 인식이나 장점은 널리 알려져 있다.

합성형은 1920년대 초부터 강재와 콘크리트의 합성구조가 구조물에 처음으로 적용된 이래 1950년대에 이르러서야 교량구조물에 적용되었다. 또한, 불완전합성형에 대한 연구는 1951년 Newmark에 의해 불완전합성형의 기초미분방정식이 유도되었으며, 2경간 연속합성형의 중간지점부 콘크리트 슬래브에 발생하는 응력의 감소율에 따른 탄성합성에 대한 연구가 橋善雄, 足立義雄 등에 의해 진행되었으며,⁽³⁾ 浜田純夫는 전단연결재의 강도가 고축방향 변화에 따른 불완전합성형의 차분방정식을 구하여 강도매트릭스에 적용하

였다.⁽²⁾ 또한, 中島章典는 단순보에서 판형과 콘크리트 슬래브 사이의 슬립에 의한 불완전율을 고려하여 최대 축력이 발생하는 지점의 스프링상수를 구하여 전 기간에 적용하는 방안 등 많은 연구가 진행되어 왔다.⁽¹⁾

한편, 우리나라에서도 최근 불완전율을 고려한 합성형에 대한 연구가 진행되기 시작했으며, 용환선⁽¹³⁾ 등은 단순교량의 판형과 콘크리트 슬래브 상하연의 응력특성을 이용하여 중립축의 위치로 판형과 슬래브 계면의 합성거동 여부를 정량적으로 추정하였으며, 장승필⁽¹⁴⁾ 등은 연속교량의 중간지점부의 불완전 합성율에 따른 콘크리트슬래브의 응력특성을 연구하는 등 많은 관심을 보이고 있다. 합성형은 완전합성형과 불완전합성형으로 구분할 수 있다. 완전합성형은 전단연결재의 강성이 합성구간의 강재주형 또는 콘크리트 요소에서 합성으로 거동할 수 있도록 충분한 강성을 확보된 것을 말한다. 그러나 전단연결재에 대한 기존의 실험결과 등을 보면 비록 전단연결재가 완전합성형으로 배치되었다 하더라도 콘크리트슬래브와 판형의 경계에서 슬립은 항상 존재하게 된다. 이와 같이 전단연결재의 강성이 완전합성형에 비하여 부족하게 배치된 것을 불완전합성형이라 말한다.^(8,9) 그러나, 합성형 교량의 단점은 연속교의 지점부에서 부모멘트가 발생하여 콘크리트에 인장 응력이 발생하므로 이에 대한 처리방안과 사하중

과 같은 장기하중이 합성형에 작용할 경우 콘크리트슬래브에 발생하는 크리프와 건조수축의 영향을 설계에 반영하여야 하므로 설계가 복잡하다는 것이다. 그러나, 전단연결재의 불완전합성에 대한 국내의 연구는 초보적인 단계이며, 도로교 표준시방서에서의 합성형에 대한 설계 규정은 완전합성형에 대해서는 언급하고 있지만, 전단연결재의 합성정도를 반영할 수 있는 불완전합성에 대하여서는 언급되어 있지 않는 실정이므로, 전단연결재의 강성과 간격에 관련하여 불완전합성거동에 대한 연구는 필요한 실정이다.⁽¹²⁾ 따라서, 본 연구에서는 집중하중이 작용하는 불완전합성형에 대하여 Newmark의 Partial Interaction Theory를 기초로 하여 미분방정식의 일반해로부터 유도한 강도매트릭스법과 콘크리트슬래브와 강재사이의 경계부분의 스프링상수를 프레임요소로 대체한 유한요소해석, 가상일의 원리를 이용한 유한요소해석에 대한 이론을 적용하여 각각의 방법으로 합성형의 처짐특성을 비교·검토하였다. 또한, 스프링상수의 변화에 따른 축력의 변화양상 및 슬립량의 변화양상 등을 고찰하였으며, 축력의 감소율을 이용하여 집중하중 및 등분포하중이 작용하는 단순합성형에서 불완전합성율을 추정할 수 있는 간이법을 제시하였다.

2. 불완전합성이론

2.1 기본가정

불완전합성율을 고려한 강·콘크리트 합성형의 해석을 위하여 불완전합성형의 기초미분방정식을 적용하였으며, Newmark의 Partial Interaction Theory에 따라서 다음과 같은 가정을 적용하였다.^(6,7)

- 1) 전단연결재는 전지간에 걸쳐 연속적이고 균일하게 배치되었다.
- 2) 판형과 콘크리트 슬래브 사이에는 분리가 되지 않았다.

- 3) 판형과 콘크리트 슬래브 사이의 수평전단력은 연속적으로 전달된다.
- 4) 콘크리트는 선형적이고 등방성이다.
- 5) 전단연결재의 하중-변형관계는 선형이다.

2.2 불완전 합성형의 기초미분방정식

불완전합성형의 기초미분방정식을 구하기 위하여 집중하중이 작용하는 단순보에서 판형과 콘크리트 슬래브 사이의 미소요소를 고려하면 그림 1과 같다. 그림 1에서 N_c , M_c 는 각각 콘크리트 슬래브에 작용하는 축력과 휨모멘트이고, N_s , M_s 는 각각 판형에 작용하는 축력과 휨모멘트를 나타내며, T 는 판형과 콘크리트 슬래브 사이에 작용하는 수평전단력을 나타낸다.

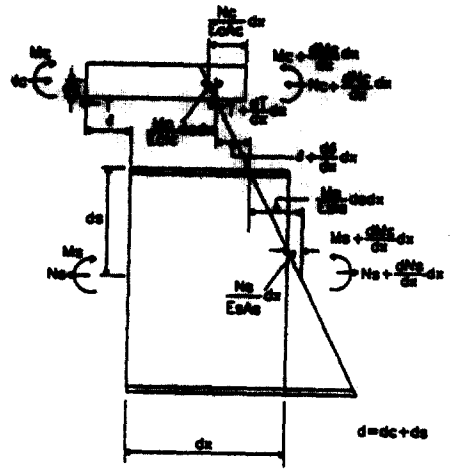


그림 1. 불완전합성형의 미소요소

불완전 합성형에 관한 기초미분방정식을 구하면

$$\frac{d^2 N}{d x^2} - \omega^2 N = -\gamma M_0 \quad (1)$$

$$\omega^2 = \left(\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{d^2}{E_c I_c + E_s I_s} \right) C$$

$$\gamma = \left(\frac{d}{E_c I_c + E_s I_s} \right) \cdot C$$

와 같이 표현할 수 있다.^(4,6,7)

여기서, N 은 불완전합성을 고려하는 판형과 콘 크리트슬래브 사이에 작용하는 축력이며, M_0 는 외력에 의해 발생하는 모멘트이다. 또한, E_c , A_c , I_c 및 E_s , A_s , I_s 는 각각 콘크리트와 판형의 탄성계수, 단면적, 단면 2차 모멘트이고, d 는 콘 크리트 슬래브의 도심에서 판형 도심까지의 거리이고, C 는 전단연결재의 강성과 간격에 따른 스프링상수이다.

3. 불완전합성형의 처짐특성

3.1 불완전합성형의 처짐방정식

불완전합성거동을 하는 합성형의 처짐특성을 파악하기 위하여 처짐에 관한 미분방정식을 구성하면 식(1)에서 축력 N 을 불완전합성작용을 고려한 처짐 y_{ve} 로 표시하여 식(2)와 같이 표현할 수 있다.⁽⁵⁾

$$\frac{d^4 y_{ve}}{dx^4} - \lambda^2 \frac{d^2 y_{ve}}{dx^2} =$$

$$-\frac{1}{E_c(nI_s + I_c)} \cdot \frac{d^2 M_v}{dx^2} - \lambda^2 \frac{d^2 y_v}{dx^2} \quad (2)$$

여기서, y_v 와 y_{ve} 는 완전합성일 때의 처짐과 불완전을 고려한 합성형의 처짐을 나타내며, M_v 는 완전합성시의 전체모멘트합을 나타낸다. 또한, y_v 와 y_{ve} 의 차를 y_e 로 정의하면, y_e 에 관하여 식(3)과 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{d^4 y_v}{dx^4} = -\frac{1}{E_s I_v} \frac{d^2 M_v}{dx^2} \quad (3a)$$

$$\frac{d^4 y_e}{dx^4} - \lambda^2 \frac{d^2 y_e}{dx^2} = -\frac{1}{E_s I_e} \frac{d^2 M_v}{dx^2} \quad (3b)$$

여기서,

$I_v =$ 강단면으로 환산한 합성단면의 단면2차모멘트

$$y_{ve} = y_v + y_e \quad (4)$$

$$I_e = \frac{nI_s + I_c}{A_c \cdot d_c \cdot d} I_v \quad (5)$$

따라서, 불완전율을 고려한 합성형의 처짐은 y_v 와 y_{ve} 의 대수화로 표시될 수 있다. 또한, 불완전합성형의 휨모멘트 M_{ve} , 축력 N_{ve} , 전단력 Q_{ve} , 경계면에 작용하는 수평전단력 T_{ve} 를 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{ve} = M_v + M_e = M_v + \frac{I_v}{I_e} M_{ee} \quad (6)$$

$$N_{ve} = \frac{A_c d_c}{nI_v} (M_v - M_{ee}) \quad (7)$$

$$Q_{ve} = Q_v + \frac{I_v}{I_e} (Q_{ee} - H \frac{dy_e}{dx}) \quad (8)$$

$$T_{ve} = \frac{A_c d_c}{nI_v} (Q_v - Q_{ee} + H \frac{dy_e}{dx}) \quad (9)$$

여기서, M_{ee} , Q_{ee} 는 y_v 와 y_{ve} 의 차이를 나타내는 처짐 y_e 로부터 구해질 수 있는 모멘트 및 전단력을 나타내며, M_e 는 불완전합성시의 휨모멘트와 완전합성시의 휨모멘트의 차이이다.

3.2 불완전합성율을 고려한 강도매트릭스

불완전합성형의 강도매트릭스를 미분방정식의 일반해로부터 유도하기 위하여 식 (3b)의 일반해를 구하면 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁵⁾

$$y_e(x) = A_1 \sinh \lambda x + B_1 \cosh \lambda x + C_1 x + D_1 \quad (10)$$

여기서,

$$\lambda^2 = \frac{H}{E_s I_e} \quad (11)$$

$$H = C \cdot \left(\frac{n I_v}{A_c d_c} \right)^2 \quad (12)$$

식(10)에서 상수 A_1, B_1, C_1, D_1 은 지점부의 경계조건에 의해서 구할 수 있으며, 처짐각 y_e' , 휨모멘트 M_{ee} , 전단력 Q_{ee} 는 처짐을 미분함으로써 구할 수 있다.

$$y_e'(x) = \frac{dy_e(x)}{dx} \quad (13)$$

$$M_{ee}(x) = -E_s I_e \frac{d^2 y_e(x)}{dx^2} \quad (14)$$

$$Q_{ee}(x) = -E_s I_e \frac{d^3 y_e(x)}{dx^3} + H \frac{dy_e(x)}{dx} \quad (15)$$

불완전합성형의 처짐에 관한 강도매트릭스의 유도를 간편하게 하기 위하여 식(13)~식(15)에 적용한 $y_e, y_e', M_{ee}, Q_{ee}$ 에서 첨자 e, ee 를 생략하였다. 경계조건으로부터 식(10)에 $x=0$ 을 대입하면, 절점변위벡터 $y(0)$ 와 $y'(0)$, 절점력벡터 $M(0)$ 와 $Q(0)$ 를 구할 수 있고, 매트릭스 형태로 표시하면

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ M(0) \\ Q(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

로 나타낼 수 있다. 식(16)에서 매트릭스 표시를 기호로 표시하면 식(17)과 같이 표시할 수 있다.

$$[X(0)] = [H_{01}][\Delta_1] \quad (17)$$

동일한 방법으로 $x=a$ 에서의 절점변위벡터 $y(a)$ 와 $y'(a)$, 절점력벡터 $M(a)$ 와 $Q(a)$ 를 구하기 위하여 매트릭스 형태로 표시하면

$$\begin{bmatrix} y(a) \\ y'(a) \\ M(a) \\ Q(a) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sinh \lambda a & \cosh \lambda a & a & 1 \\ \lambda \cosh \lambda a & \lambda \sinh \lambda a & 1 & 0 \\ -H \sinh \lambda a & -H \cosh \lambda a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

로 나타낼 수 있다. 식(18)에서 매트릭스 표시를 기호로 표시하면 식(19)와 같이 표시할 수 있다.

$$[X(a)] = [H_{a1}][\Delta_1] \quad (19)$$

따라서, 식(17)에서 $[H_{01}]$ 의 역매트릭스를 이용하여 $[\Delta_1]$ 을 구하면

$$[\Delta_1] = [H_{01}]^{-1}[X(0)] \quad (20)$$

이 되고, 식(20)를 식(19)에 대입하면,

$$[X(a)] = [H_{a1}][H_{01}]^{-1}[X(0)] \quad (21)$$

식(21)의 매트릭스를 기호를 써서 변환하면,

$$\begin{bmatrix} X_1(a) \\ X_2(a) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(0) \\ X_2(0) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\text{여기서, } X_1(a) = \begin{pmatrix} y(a) \\ y'(a) \end{pmatrix}, X_1(0) = \begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{pmatrix}$$

$$X_2(a) = \begin{pmatrix} M(a) \\ Q(a) \end{pmatrix}, X_2(0) = \begin{pmatrix} M(0) \\ Q(0) \end{pmatrix}$$

로 나타낼 수 있다.

따라서, 식(22)를 매트릭스 해석을 통하여, 절점력 벡터와 변위 벡터로 구분하여 원래의 매트릭스

스로 표현하면 식(23)과 같게 된다.⁽⁵⁾

$$\begin{bmatrix} Q_{ee}(0) \\ M_{ee}(0) \\ Q_{ee}(a) \\ M_{ee}(a) \end{bmatrix} = G_1 \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ \text{sym.} & & k_{33} & k_{34} \\ & & & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_e(0) \\ y_e'(0) \\ y_e(a) \\ y_e'(a) \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서,

$$G_1 = H^2 / (2 - 2 \cosh \lambda a + \lambda a \cdot \sinh \lambda a)$$

따라서, 식(23)을 기본적인 매트릭스형태로 나타내면 식(24)와 같이 표현된다.

$$f = k u \quad (24)$$

여기서, f 는 부재요소에서 절점력벡터, k 는 부재요소에서의 강도매트릭스, u 는 부재요소에서 절점변위벡터를 나타낸다. 따라서, 식(2), 식(3)의 처짐에 관한 미분방정식으로부터 식(23)의 강도매트릭스 k_{ij} 는 표 1과 같이 나타낼 수 있다.

강도매트릭스 해석으로부터 미분방정식을 부재요소에서의 절점력벡터, 부재요소에서의 강도매트릭스, 부재요소에서의 절점변위벡터 형태로 변환한 후 처짐을 직접 구할 수 없기 때문에 미분방정식으로부터 불완전합성형의 휨모멘트, 수직전단력

표 1. 부재요소의 강성매트릭스의 표시

k_{ij}	강도매트릭스(k_{ij})
$k_{11}, -k_{13}$ k_{33}	$\frac{1}{H} \lambda \cdot \sinh \lambda a$
$k_{12}, -k_{23}$ $k_{14}, -k_{34}$	$\frac{1}{H} (\cosh \lambda a - 1)$
k_{22}, k_{44}	$\frac{1}{H \lambda} (\lambda a \cdot \cosh \lambda a - \sinh \lambda a)$
k_{24}	$\frac{1}{H \lambda} (\sinh \lambda a - \lambda a)$

을 구한 후 축력의 감소율과 수평전단력의 감소율을 고려하여 부재요소에서의 절점력벡터를 구하여 수치해석을 통해서 합성형의 처짐을 구하였다.

3.3 축력의 감소율 특성

합성형교량을 해석할 경우 작용모멘트하에서 지점부 콘크리트 슬래브에 작용하는 축력은 0이고, 하중작용점에서의 전단력은 연속이라는 경계조건을 이용하여 식(1)의 미분방정식을 풀면 식(25)와 같다.(1)

$$N = N_0 (1 - \alpha) \quad (25)$$

여기서, N_0 는 완전합성거동시 판형과 콘크리트 슬래브사이에 작용하는 축력을 나타내며, α 는 불완전합성효과에 의한 축력의 감소율로서 불완전합성형의 축력에 대한 불완전율을 나타낸다. 또한, α 는 0부터 1까지 변화하며, 완전합성거동과 비합성거동사이에서 축력의 변화를 나타낸다.

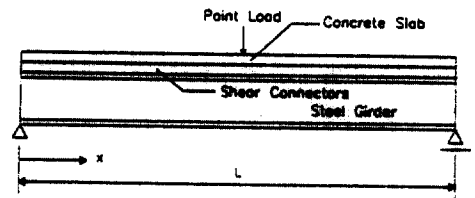


그림 2. 집중하중을 받는 단순보

그림 2와 같이 집중하중을 받는 단순보에서 하중작용점의 위치에 따른 축력의 감소율 α 는

$0 \leq x \leq X$ 의 범위에서는

$$\alpha = \frac{L \cdot \sinh \omega x \cdot \sinh \omega (L - X)}{x(L - X) \omega \cdot \sinh \omega L} \quad (26a)$$

$X \leq x \leq L$ 의 범위에서는

$$\alpha = \frac{L \cdot \sinh \omega (L - x) \cdot \sinh \omega L}{X(L - x) \omega \cdot \sinh \omega L} \quad (26b)$$

로 적용할 수 있다. 여기서, X는 하중작용점의 위치를 나타낸다.

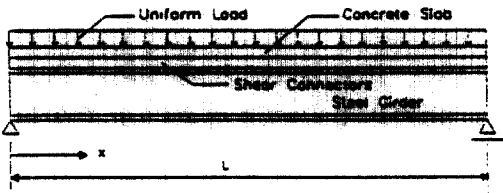


그림 3. 등분포하중을 받는 단순보

또한, 그림 3과 같은 등분포하중을 받는 단순보에서의 축력의 감소율 α 와 같이 나타낼수 있다. (1)

$$\alpha = \frac{2}{\omega^2 x(l-x)} \left\{ 1 - \frac{\cosh \omega(x - \frac{l}{2})}{\cosh \omega \frac{l}{2}} \right\} \quad (27)$$

그림 2에서 축력의 감소율 α 는 하중작용점의 위치에 따라 변화하며, 이 때 일정한 스프링상수를 고려한 경우 집중하중을 받는 단순보에서의 축력의 변화양상을 그림 4에 나타내었다.

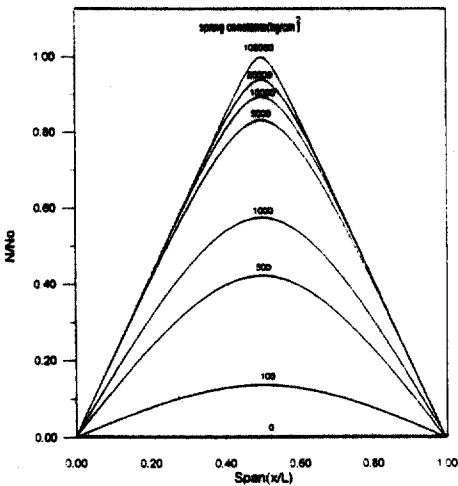


그림 4. 스프링상수 변화에 따른 축력의 변화

그림 4의 결과에서 콘크리트슬래브와 판형의 합성효과가 저하될수록 축력의 감소경향은 지간중앙부에서 현저하게 저하된다는 것을 알 수 있다.

또한, 단순합성형에서 집중하중이 지간중앙부에 작용하는 경우 지점부에서 발생하는 축력의 영향선을 그림 5에 나타내었다.

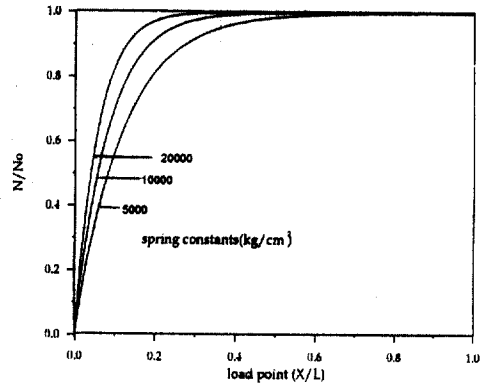


그림 5. 지점부에서 축력의 영향선

그림 5에 나타낸 축력의 영향선에서 볼 수 있는 바와 같이 지간의 중앙에 집중하중이 작용하는 경우 지점부에서는 하중이 지점부에서 떨어져서 작용할수록 거의 완전합성거동을 하는 것으로 나타났다. 따라서, 불완전합성거동은 전단연결재의 스프링상수와 단면특성을 고려한 축력의 감소율로 나타낼 수 있다. 불완전합성형의 불완전도와 단면특성과의 관계를 고려하기 위해서 식(1)의 ω 를 식(28)과 같이 표시할 수 있다.

$$\omega = Z\sqrt{C} \quad (28)$$

여기서,

$$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{d^2}{E_c I_c + E_s I_s} \right)}$$

축력의 감소율 α 는 Z와 지간(L)과의 곱으로 표현되는 형특성을 이용하여 스프링상수와와의 관계

로부터 표현할 수 있다. 따라서, 그림 2 및 그림 3에 나타난 단순보에서 각각 집중하중과 등분포하중이 작용하는 경우 스프링상수의 변화에 따른 불완전합성율의 변화양상을 그림 6 및 그림 7에 나타내었다.

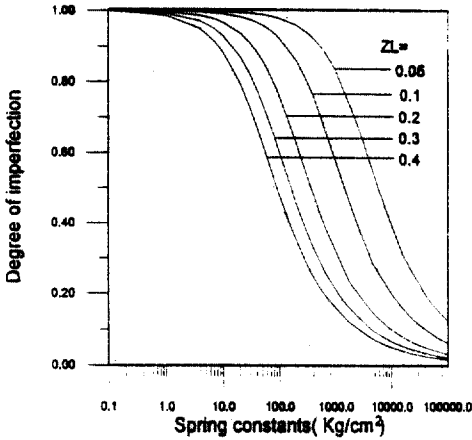


그림 6. 집중하중시 불완전합성형의 불완전도

그림 6과 그림 7의 결과에서 집중하중이 작용하는 경우와 등분포하중이 작용하는 경우로 구분하여 경계면의 스프링상수를 알게 되면 각각 형특성이 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 등으로 변화함

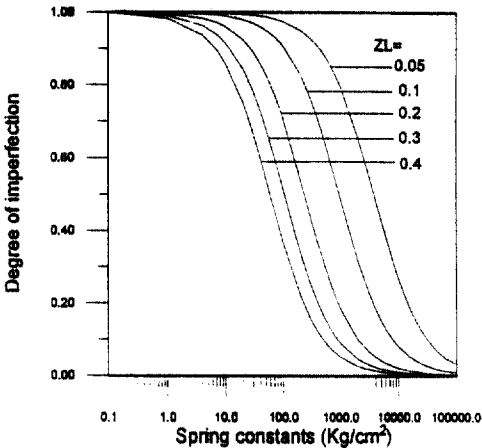


그림 7. 등분포하중시 불완전합성형의 불완전도

에 따른 불완전합성율을 구할 수 있게 된다. 따라서, 동일한 형특성과 스프링상수를 가진 단순형에서 등분포하중이 작용하는 경우 집중하중이 작용하는 경우와 비교하여 합성정도가 더 높은 것으로 나타났다. 따라서, 그림 6 및 그림 7을 이용하면 단면특성과 전단연결재의 스프링상수를 결정하게 되면 합성형의 합성정도를 개략적으로 추정할 수 있게 된다.

3.4 대체해법에 의한 유한요소법

처짐에 관한 미분방정식으로부터 처짐을 구하기 위해서 불완전합성형의 유한요소법을 적용하였다. 단순화를 위하여 2차원으로 가정을 하면 콘크리트슬래브 및 판형을 그림 8과 같은 한 요소당 6개의 자유도를 갖는 강절뼈대요소로 고려할 수 있다.(15)



그림 8. 강절뼈대요소

강절뼈대요소는 각 단부에서 3개의 자유도를 가지고 있으며, 여기서 자유도는 보평면에 직교하는 축에 대한 회전변위 δ_3 , δ_6 와 보의 축에 직각 방향의 이동변위 δ_2 , δ_5 , 축방향변위 δ_1 , δ_4 가 있다. 강성에 대한 정의를 사용하여 강도행렬의 요소들을 결정하기 위해서는 하나의 자유도에 대한 단위변위를 도입하고 이 변위형태에 대응하는 외력이 결정되어야 한다. 콘크리트슬래브와 판형사이의 결합요소는 각층사이에서 상호작용의 정도를 스프링강성으로 나타낼 수 있으며, 여기서 대체해법을 사용하면 스프링요소는 뼈대구조로 취급되고 부재의 성질이 2차원 부재로 근사화된 추가적인 부재로 정의된다.(15)

따라서, 전단연결재의 수평방향 스프링상수를 변화시켜 처짐의 변화를 알 수 있다.

3.5 가상일의 원리에 의한 유한요소법

가상일의 원리는 외력과 체적력을 받는 구조가 평형상태에 있을 때, 여기에 임의의 가상변위를 추가로 발생시켜 가상변위에 의해 발생한 일의 총합과 가상변위로 인해 구조체내에 저장된 내부변형에너지의 총합이 0이 된다는 것을 기본원리로 한다. Arizumi, Hamada 등은 부분합성이론에 바탕을 두고 전단연결재를 연속체로 가정하여 합성정도를 반영하는 가상일의 원리에 의한 유한요소해석을 수행하였으며⁽²⁾, 따라서 본 연구에서는 이들이 사용한 모델링 방법을 채택하여 해석을 수행하였다. 보의 휨과 축방향 변형에 있어서 형상함수는 3차 다항식을 이용하였다.^(2,14)

합성형 보요소는 그림 9와 같이 12개의 자유도를 갖고 합성형 보요소의 변위 행렬 $\{u\}$ 는 식(29)와 같이 표현된다.

$$\{u\} = [w_{s1}, w_{s1}', v_1, v_1', w_{c1}, w_{c1}', w_{s2}, w_{s2}', v_2, v_2', w_{c2}, w_{c2}']^T \quad (29)$$

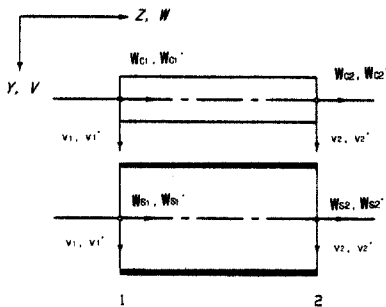


그림 9. 합성보 요소의 절점 변위

지배방정식은 가상일의 원리에 근거하여 다음과 같이 주어진다.^(2,14)

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV + \int_l F_s \delta \Delta_s dz = \int_s X_i \delta u_i ds \quad (30)$$

여기서, σ_{ij} 는 응력텐서, ϵ_{ij} 는 변형도 텐서,

F_s 는 전단연결재에 작용하는 전단력, Δ_s 는 F_s 에 의해서 발생하는 슬립, u_i 는 위치 i 에 작용하는 외부하중 X_i 에 의해 발생하는 변위를 나타낸다.

불완전합성요소의 내적 가상일은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV &= E \int_V (\omega' - v''y)(\delta\omega' - \delta v''y) dV \\ &\quad + \int_l q_s (\omega_s - \omega_c + v''y)(\delta\omega_s - \delta\omega_c + \delta v''y) dz \\ &= E_s A_s \int_l \omega_s' \delta\omega_s' dz + E_c A_c \int_l \omega_c' \delta\omega_c' dz \\ &\quad + (E_s I_s + E_c I_c) \int_l v'' \delta v'' dz \\ &\quad + \int_l q_s (\omega_s - \omega_c + v''y)(\delta\omega_s - \delta\omega_c + \delta v''y) dz \\ &= \{\delta \bar{u}\}^T ([K_b] + [K_s]) \{\bar{u}\} \end{aligned} \quad (31)$$

여기서, q_s 는 전단연결재의 단위길이당 강성이다. 또한 연속평교에서는 중간지점부에서 부모멘트에 의하여 콘크리트 슬래브에 인장력이 발생하게 된다. 이와같이 인장응력이 발생하는 콘크리트 슬래브 요소는 콘크리트 응력상태에 따라 그림 10과 같이 4가지로 구분하여 나타낼 수 있다.⁽¹⁴⁾

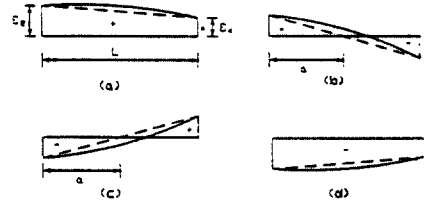


그림 10. 콘크리트에서의 응력상태

그림 10에서 (a)는 콘크리트요소가 교축방향에 따라 압축응력을 받는 경우, (b)는 압축으로부터 인장으로 변화하는 응력을 받는 경우, (c)는 인장으로부터 압축으로 변화하는 응력을 받는 경우, (d)는 인장응력을 받는 경우를 나타낸다.

여기서, 콘크리트슬래브 요소에 작용하는 내부 가상일 δU_c 는 4가지 경우에 대하여 식(32)와 같이 나타낼 수 있다.

$$(a) \delta U_{ca} = E_c \int_0^l A_c \omega_c' \delta \omega_c' dz + E_c \int_0^l I_c v'' \delta v'' dz = \delta U_c \quad (32a)$$

$$(b) \delta U_{cb} = \delta U_c - \int_a^l \delta U_c' dz = \delta U_c - \delta \bar{U}_c \quad (32b)$$

$$(c) \delta U_{cc} = \delta U_c - \int_0^a \delta U_c' dz = \delta U_c - \delta \bar{U}_c \quad (32c)$$

$$(d) \delta U_{cd} = \delta U_c - \int_0^l \delta U_c' dz = \delta U_c - \delta \bar{U}_c \quad (32d)$$

여기서,

$$\delta U_c' = E_c \{ (A_c - nA_r) \omega_c' \delta \omega_c' + I_c v'' \delta v'' \}$$

$A_r =$ 철근의 단면적

윗 식에서 $\delta \bar{U}_c$ 는 $\int_0^l \delta U_c' dz$ 와 $\int_0^a \delta U_c' dz$ 로

표시될 수 있으며, 또한, $\int_0^a \delta U_c' dz$ 는 식(33)과 같이 표시할 수 있다.

$$\int_0^a \delta U_c' dz = \{ \delta u \}^T [\bar{K}] \{ u \} \quad (33)$$

이에 의한 수치해석 과정을 보면 다음과 같다.

$$\textcircled{1} [K] \{ \bar{u}^{(1)} \} = \{ P \}$$

$$\textcircled{2} [K] \{ \bar{u}^{(i)} \} = \{ P \} + [\bar{K}^{(i-1)}] \{ \bar{u}^{(i-1)} \}$$

$$\textcircled{3} e = \frac{\| v^i - v^{i-1} \|}{\| v^i \|}$$

④ e 값이 일정한 범위내로 수렴할 때까지 ②에서부터 ③까지의 단계를 반복한다.

3.6 해석 예

스프링상수의 변화에 따른 시간중양부의 처짐 특성을 알아보기 위하여 그림 11과 같이 집중하중 10ton이 시간중양에 작용하는 시간 20m의 단순보 및 2경간 연속보를 예제로 선정하였다. 예제에서 강재의 탄성계수는 $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 이

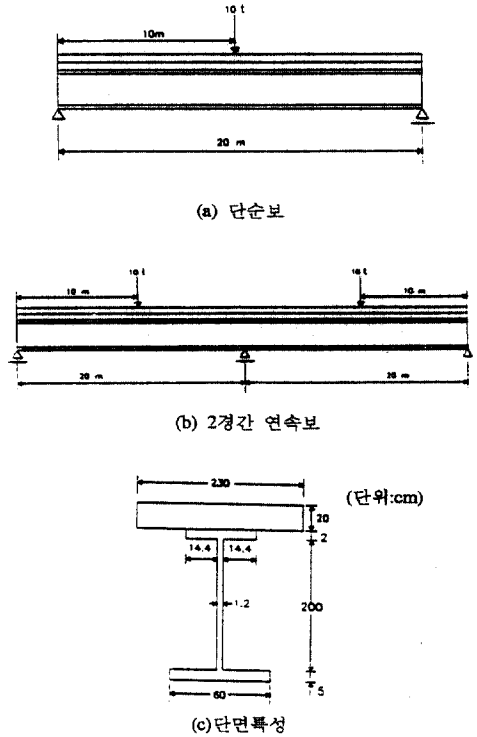


그림 11. 해석예제 단면

고, 콘크리트의 탄성계수는 $2.63 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 로써 탄성계수의 비(n)는 8을 사용하였다.

전단연결재의 스프링상수 변화에 따른 처짐의 영향을 알아보기 위하여 그림 11의 예제단면으로부터 계산된 단면특성과 단면력을 식(24)의 처짐에 관한 강도매트릭스에 대입하여 계산된 처짐의 변화와 대체해법에 의한 유한요소해석 및 가상일의 원리에 의한 유한요소법을 통해 구한 최대처짐의 변화를 그림 12에 나타내었다.

3가지 방법에 의해 불완전합성형의 처짐변화를 고찰한 결과 3가지 방법 모두 비슷한 양상을 나타내었으며 전단연결재의 스프링상수가 $7,000 \text{ kg/cm}^2$ 인 경우 미분방정식에 의한 강도매트릭스방법과 가상일의 원리에 의한 유한요소법의 결과에서는 각각 0.86 mm 와 0.83 mm 로 나타났고, 대체 해법에 의한 유한요소해석의 결과는 0.76 mm

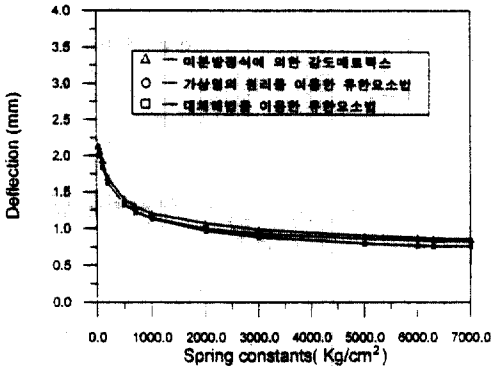


그림 12. 불완전합성형의 처짐 변화비교

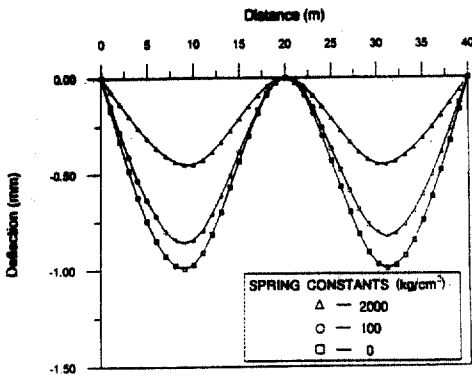


그림 13. 연속형의 처짐 변화비교

로 나타났다. 그림 12의 결과로부터 3가지 방법 중에서 가장 타당하다고 판단이 되는 가상일의 원리에 의한 유한요소법을 이용하여 그림 11(b)와 같은 2경간 연속교에서 발생하는 처짐을 구하여 그림 13에 나타내었다. 그림 13의 결과에서 비합성거동의 경우 최대처짐은 1mm로 나타났고, 스프링상수가 2000kg/cm²로써 어느 정도 합성작용을 하게 되는 상태에서는 0.48mm의 처짐을 나타내었다.

4. 불완전합성형의 슬립특성

4.1 불완전합성율을 고려한 슬립량

집중하중이 작용하는 단순합성형에서 전단연결

재의 강성에 따라 불완전합성거동을 하게 되면 콘크리트와 강재의 계면에서는 슬립이 발생하게 된다. 단순합성형의 지점에서 발생하는 최대슬립량은 지간길이방향으로 발생하는 슬립변형률을 적분함으로써 구할 수 있게 된다. 따라서 콘크리트와 강재의 계면에서 발생하는 최대슬립량은 전단연결재의 강성에 반비례하고, 지간 길이에 비례하게 된다. 그림 1에 나타낸 불완전합성형의 미소요소에서 콘크리트요소의 강재요소의 탄성계수, 단면2차모멘트, 단면적을 각각 E_c, I_c, A_c 와 E_s, I_s, A_s 라고 하고, 전단연결재는 전단지간 $L_s(=L/2)$ 에 걸쳐 일정하게 배치되어 있다면 최대슬립량 δ_{max} 를 구할 수 있게 된다.

따라서, 미소요소의 콘크리트와 판형의 계면에서 발생하는 슬립변형율은

$$\frac{d\delta}{dx} = \left[\frac{M_c d_c}{E_c I_c} - \frac{N_c}{A_c E_c} \right] - \left[\frac{N_s}{A_s E_s} - \frac{M_s d_s}{E_s I_s} \right] \quad (34)$$

로 표현된다. (6.8.9)

식(34)을 이용하여 전단지간을 따라 발생하게 되는 슬립변형율을 적분하게 되면 임의의 지점에서 발생하는 슬립량을 구할 수 있다. 따라서, 지간 중앙에 집중하중이 작용하는 단순합성형에서 지점부에 발생하는 최대 슬립량은 식 (34)를 0부터 지간의 1/2구간까지 적분하게 되면 최대슬립량을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\int_0^{L/2} \left\{ \left(\frac{d_c}{R} - \frac{N}{A_c E_c} \right) - \left(\frac{N}{A_s E_s} - \frac{d_s}{R} \right) \right\} dx$$

$$\therefore \delta_{max} = \frac{M_{max} L K_1}{4} - \frac{N_{max} L K_2}{4} \quad (35)$$

여기서,

$$\frac{1}{R} = \frac{M_c}{E_c I_c} = \frac{M_s}{E_s I_s}$$

$$K_1 = \frac{d}{E_c I_c + E_s I_s}$$

$$K_2 = \frac{d^2}{E_c I_c + E_s I_s} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}$$

4.2 해석 예

앞의 3.6절에서 적용한 해석예제를 이용하여 스프링상수를 변화시키면서 지점부에서 발생하는

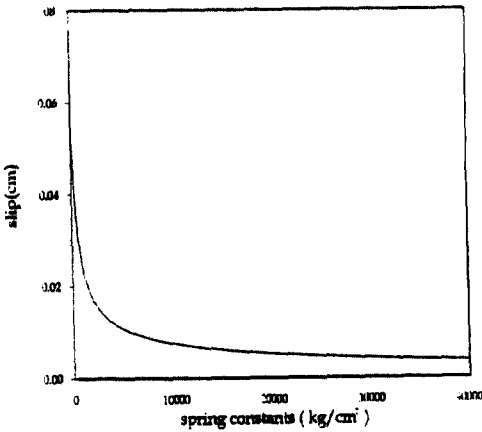


그림 14. 지점부의 최대슬립량의 변화

최대슬립의 변화양상을 그림 14에 나타내었다.

그림 14에서도 그림 12의 결과와 마찬가지로 스프링상수가 증가할수록 최대슬립량은 감소하며, 스프링상수가 5000kg/cm² 이상에서는 슬립량의 변화가 거의없이 일정한 값에 수렴하는 것으로 나타났다. 또한, 스프링 상수의 변화에 따라서 전 지간에 발생하는 슬립량의 변화양상을 그림 15에 나타내었다.

그림 15에서 스프링상수가 감소할수록 전 지간에서 발생하는 슬립량의 변화가 커지는 것을 알 수 있으며, 스프링상수가 5000kg/cm² 이상에서는 거의 합성거동을 하게 되므로 전 지간에서 걸쳐 발생하는 슬립량은 미소하며 거의 일정것으로 나타났다.

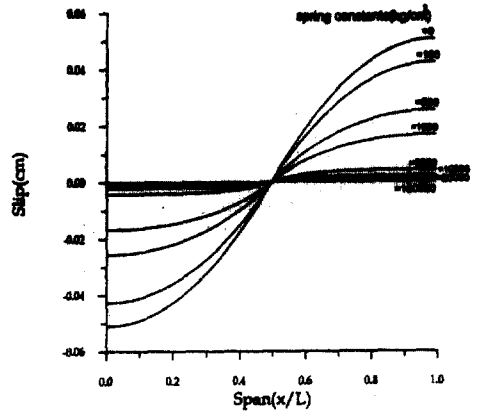


그림 15. 스프링상수에 따른 슬립량의 변화

5. 결론

전단연결재의 스프링상수의 변화에 따른 불완전합성형의 거동을 연구하면서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 불완전합성거동은 전단연결재의 스프링상수와 단면특성을 고려한 축력의 감소율로 표현할 수 있으며, 특히 지간 중앙부에 집중하중이 작용하는 경우 및 등분포하중이 작용하는 경우에는 축력의 감소율로서 합성형의 불완전합성 정도를 간략하게 추정할 수 있게 된다.

2) 불완전합성율을 고려하는 단순보에서 집중하중이 작용하는 경우 지점부에서는 하중이 지점부로부터 떨어져서 작용할수록 거의 완전합성거동을 하는 것으로 나타났다.

3) 미분방정식에 의한 강도매트릭스 방법, 대체해법에 의한 유한요소법, 가상일의 원리에 의한 유한요소법을 이용하여 불완전합성형의 처짐을 구해 본 결과 비슷한 양상을 보이지만 미분방정식에 의한 강도매트릭스 방법과 가상일의 원리를 이용한 유한요소법이 가장 적은 오차를 나타내었다.

4) 동일한 형특성과 스프링상수를 가진 단순보에서 등분포하중이 작용하는 경우 집중하중이 작

용하는 경우와 비교하여 합성정도가 더 높은 것으로 나타났다.

5) 스프링상수가 감소할수록 전 지간에서 발생하는 슬립량의 변화가 커지는 것을 알 수 있으며, 스프링상수가 어느 한계 이상에서는 거의 합성거동을 하게 되므로 전 지간에서 걸쳐 발생하는 슬립량은 미소하며 일정한 것으로 나타났다.

본 연구는 불완전합성형의 거동에 폭넓게 응용될 수 있을 것이며, 연속형 교량에서의 중간지점부 콘크리트부의 균열문제, 전단연결재와 스프링상수의 관계 등 불완전합성형에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- (1) 中島章典, 溝江慶久, 1996. 4, 不完全合成桁の不完全度の簡易推定法, 日本土木學會論文集, No.537, pp.89~96
- (2) 浜田純夫, 有住康則, 1977.9, 不完全連續合成桁の有限要素解析, 日本土木學會論文集, No.265, pp.1~9
- (3) 橋 善雄, 足立義雄, 1964. 12, 不完全合成桁について, 日本土木學會論文集, No. 112, pp.11~19
- (4) 島田靜雄, 熊 周明, 1983. 1, 合成桁の理論と設計, 山海堂
- (5) 井上稔康, 佐藤浩一, 渡邊 昇, 1990. 3, 不完全合成桁の差分剛性マトリックス解析法について, 日本構造工學會論文集, Vol.36A, pp.1223~1236
- (6) R. P. Johnson, 1975, Composite Structures of Steel and Concrete, Vol 1,2, Crosby Lockwood Staples
- (7) Yam, 1981, Design of Composite Steel-Concrete Structures, Surrey University Press
- (8) D. J. Oehlers, G. Sved, 1993, Composite Steel and Concrete Beams with Shear Connectors that have Finite Ductility", ACMSM, VOL.1. pp.825~832
- (9) D. J. Oehlers, G. Sved, 1995. 6, Composite Beams with Limited-Slip-Capacity Shear Connectors, ASCE, Vol. 121, NO.6, pp.932~938
- (10) D. J. Oehlers, M. A. Bradford, 1995, Composite Steel and Concrete Structural Members, PERGAMON
- (11) European Steel Design Education Program, 1997, Composite Construction I, II, ESDEP
- (12) 건설교통부, 1996, 도로교 표준 시방서
- (13) 용관선, 1997. 12, 불완전합성율을 고려한 단순합성형의 합성거동에 관한 연구, 한국강구조학회 논문집, 제9권 제4호, pp 545~555
- (14) 장승필, 강상규, 심창수, 1997. 9, 연속합성형 교량의 전단연결재 설계에 관한 연구, 한국강구조학회 논문집, 제9권 제3호, pp 351~362
- (15) Robert E. Sennett, 1994, Matrix Analysis of Structures, PRENTICE HALL

(접수일자 : 1998년 8월 7일)